

Srednje škole – 2. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Zadatak (8 bodova)

Uzimajući u obzir jednadžbu kontinuiteta možemo napisati da je protok kroz točku 1 (u cijevi) jednak protoku kroz točku 2 (izlaz rupica):

$$Q_1 = Q_2 \quad (1 \text{ bod})$$

Iz toga slijedi:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (1 \text{ bod})$$

Na kraju cijevi nalazi se n rupica promjera d_2 tako da je ukupna površina jednaka:

$$A_2 = n \cdot \pi \cdot (d_2/2)^2 \quad (2 \text{ boda})$$

Na početku cijevi:

$$A_1 = \pi \cdot (d_1/2)^2 \quad (2 \text{ boda})$$

Iz jednadžbe kontinuiteta dobivamo vrijednost konačne brzine

$$v_2 = \frac{A_1 v_1}{A_2} = 11,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (2 \text{ boda})$$

2. Zadatak (14 bodova)

Pogledajmo (volumne) protoke Q_1 i Q_2 dvije pumpi.

Protok Q definirana je kao omjer volumena fluida koji proteče u nekom vremenu i tog vremena:

$$Q = \text{volumen} / \text{vrijeme}$$

Stoga se ukupni volumen vode koji proteče kroz prvu pumpu može izraziti kao produkt protoka i ukupnog vremena potrebnog za punjenje spremnika.

Ako je t vrijeme potrebno da prva pumpa napuni bazen, vrijedi:

$$V = Q_1 \cdot t \quad (1 \text{ bod})$$

Slično tome, drugoj pumpi potrebno joj vrijeme $(t + 2)$ h za punjenje spremnika volumena V :

$$V = Q_2 \cdot (t + 2) \quad (1 \text{ bod})$$

Iz toga slijedi:

$$Q_1 \cdot t = Q_2 \cdot (t+2) \quad (1 \text{ bod})$$

Kada dvije pumpe rade istodobno, ukupni protok se sumira i volumen je jednak:

$$t = 1 \text{ h} \quad 20 \text{ m} = (1 + (20/60)) \text{ h} = 80/60 \text{ h} = 4/3 \text{ h}$$

$$V = (Q_1 + Q_2) \cdot 4/3 \quad (2 \text{ boda})$$

$$\text{Pomoću prethodne jednadžbe izrazimo } Q_1: Q_1 = (3/4) \cdot V - Q_2 \quad (2 \text{ boda})$$

$$\text{Napravimo supstituciju: } Q_1 \cdot t = Q_2 \cdot (t+2)$$

I dobije se:

$$[(3/4) \cdot V - Q_2] \cdot t = Q_2 \cdot (t+2) \quad (2 \text{ boda})$$

$$\text{Gdje je: } V = Q_2 \cdot (t+2)$$

Rješavanjem jednadžbe, slijedi:

$$\left[\frac{3}{4} \cdot Q_2 \cdot (t+2) - Q_2 \right] \cdot t = Q_2 \cdot (t+2)$$

Iz koje slijedi:

$$3t^2 - 2t - 8 = 0 \quad (2 \text{ boda})$$

Odbacivanjem negativnog rješenja koje nema fizičko značenje, dobije se vrijeme 2 h. (2 boda)

To znači da će prva pumpa raditi 2 sata dok će druga raditi duže od 2 sata, u biti $2\text{h} + 2\text{h} = 4\text{h}$ (1 bod)

3. Zadatak (8 bodova)

Da bi disk upao u cilindar potrebno je smanjenje njegove površine, tako da konačna površina bude:

$$S_f = \pi \cdot r^2 \quad (2 \text{ boda})$$

Krenuvši od početne površine:

$$S_0 = \pi(r + \Delta r)^2 \quad (2 \text{ boda})$$

Uzimajući u obzir izraz za termalnu ekspanziju površine:

$$S_f = S_0(1 + 2 \cdot \alpha \Delta T)$$

$$\Delta T = \frac{\frac{S_f}{S_0} - 1}{2 \cdot \alpha} \quad (2 \text{ boda})$$

Uvrštavajući zadane vrijednosti u jednadžbu dobije se:

$$\Delta T = -30,27 \text{ K, dakle konačna temperatura je: } T_f = 300 \text{ K} - 30,27 \text{ K} = 269,73 \quad (2 \text{ boda})$$

Ako se za rješenju zadatka koristi linearna termička ekspanzija i dobije se istu vrijednost temperature, priznaje se rješenje.

4. Zadatak (12 bodova)

a) Za izračunavanje napetosti užeta primjenjuje se uvjet ravnoteže sila:

$$\vec{F}_{net} = \vec{T} + \vec{F}_A + \vec{F}_g = 0 \quad (2 \text{ boda})$$

gdje je \vec{F}_A sila uzgona a \vec{F}_g gravitacijska sila. Projekcijom vektorske jednadžbe na os y dobivamo:

$$T + F_A - F_g = 0 \quad (2 \text{ boda})$$

$$T = F_g - F_A = mg - m_f g = (\rho - \rho_f)Vg$$

Znajući da tijelo ima dvostruko veću gustoću od vode, dobivamo:

$$\begin{aligned} T &= (\rho - \rho_f)Vg \\ &= (2\rho_f - \rho_f)Vg \\ &= \rho_f Vg = \rho_f \frac{m}{2\rho_f} g \\ &= \frac{mg}{2} = \frac{0.5kg}{2} \times 9.8 m/s^2 = 2.45 N \end{aligned} \quad (2 \text{ boda})$$

b) Nakon rezanja užeta, na tijelo djelule sila različita od nule:

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_A + \vec{F}_g = m\vec{a} \quad (2 \text{ boda})$$

Projiciranjem prethodne jednadžbe na os y dobivamo ubrzanje tijela:

$$\begin{aligned} F_A - F_g &= ma \\ a &= \frac{F_A - F_g}{m} \\ &= \frac{m_f g - mg}{m} \\ &= \frac{(\rho_f - \rho)Vg}{\rho V} = \frac{(\rho_f - 2\rho_f)}{2\rho_f} g = -\frac{g}{2} \end{aligned} \quad (2 \text{ boda})$$

Brzina kojom tijelo dosegne dno posude, počevši s visine $h = 1$ m, je:

$$\begin{aligned} v^2 &= v_0^2 + 2a(y - y_0) = -2ah = 2\frac{g}{2}h = gh \\ v &= \sqrt{gh} = 3.13 \text{ m/s} \end{aligned} \quad (2 \text{ boda})$$

5. Zadatak (8 bodova)

a) Početni uvjeti su:

$$P_p = P_0, V_p = 5.00 \times 10^{-3} \text{ m}^3, T_p = 293 \text{ K}$$

Konačno stanje je:

$$P_k = P_0 + F/A = 1 \text{ atm} + (k \cdot h)/A, \quad V_k = V_p + A \cdot h, \quad T_k = 523 \text{ K}$$

Gdje $P_0 = 1 \text{ atm}$

Iz jednadžbe idealnog plina:

$$\frac{p_p V_p}{T_p} = \frac{p_k V_k}{T_k} \quad (2 \text{ boda})$$

Supstitucijom se dobiva:

$$\frac{p_0 + \frac{kh}{A}}{p_0} \cdot \frac{V_p + Ah}{V_p} = \frac{T_p}{T_k} \quad (2 \text{ boda})$$

Slijedi:

$$kh^2 + \left(Ap_0 + \frac{kV_p}{A} \right) h + p_0 V_p - \frac{T_p}{T_k} V_p = 0 \quad (2 \text{ boda})$$

Koje ima za rješenje $h = 16,9 \text{ cm}$.

b) Može se koristiti jednadžba za tlak, dana na početku:

$$P_k = 1 \text{ atm} + (k \cdot h)/A = 1,35 \times 10^5 \text{ Pa} \quad (2 \text{ boda})$$