Općinsko natjecanje iz fizike - rješenja

- srednje škole: IV. grupa -

29.01.2018.

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Uvedimo oznaku $v_{X,Y}$ za brzinu X-a, kako ga vidi Y. Po uvjetu zadatka, imamo $v_{A,P} = v_{B,A} = v_{C,B} = c/2$, a zanimaju nas brzine $v_{B,P}$ i $v_{C,P}$. Koristeći formulu za relativističko zbrajanje brzina, odmah možemo odrediti $v_{B,P}$

$$v_{B,P} = \frac{v_{B,A} + v_{A,P}}{1 + v_{B,A}v_{A,P}/c^2} \qquad \text{[2 BODA]}$$

$$= \frac{4}{5}c \qquad \text{[1 BOD]}$$

$$= 2.40 \times 10^8\,\text{m/s}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

Da bismo odredili $v_{C,P}$, prvo moramo odrediti $v_{C,A}$ prema formuli

$$v_{C,A} = \frac{v_{C,B} + v_{B,A}}{1 + v_{C,B}v_{B,C}/c^2} = \frac{4}{5}c. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Zatim možemo izračunati $v_{C,P}$

$$v_{C,P} = \frac{v_{C,A} + v_{A,P}}{1 + v_{C,A}v_{A,P}/c^2} = \frac{13}{14}c \qquad \text{[2 BODA]}$$

$$= 2.79 \times 10^8\,\text{m/s}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

2.
- Vrijeme potrebno da elektron jednom obiđe svoju putanju (mjereno u laboratorijskom sustavu) je naprosto prevaljeni put podijeljen sa brzinom

$$T = \frac{2R\pi}{v} \qquad [1 \text{ BOD}]$$
$$= 1.06 \times 10^{-8}\,\text{s}. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

- Iako referentni sustav elektrona nije inercijalan, zbog toga što je brzina elektrona u odnosu na laboratorij konstantna po iznosu, vremena u ta dva sustava će biti povezana relativističkim faktorom $\gamma = (1 - (v/c)^2)^{-1/2}$. Drugim riječima, vremena τ i T bit će povezana formulom za dilataciju vremena

$$\tau = \frac{T}{\gamma} \qquad [1 \text{ BOD}]$$
$$= 1.49 \times 10^{-9}\,\text{s}. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

- Da bismo odredili centripetalnu silu, moramo se vratiti na definiciju sile kao promjene količine gibanja, $\vec{F} = \Delta\vec{p}/\Delta t$. U slučaju relativističkih brzina, količina gibanja je dana formulom $\vec{p} = \gamma m\vec{v}$. Budući da je iznos brzine v konstantan prilikom gibanja, onda je i faktor γ također konstantan pa izraz za silu postaje $\vec{F} = \gamma m\Delta\vec{v}/\Delta t$. Međutim, za kružna gibanja, promjena brzine $\Delta\vec{v}/\Delta t$ je, po iznosu, ništa drugo nego centripetalna akceleracija v^2/R. Stoga imamo

$$F = \frac{\gamma m v^2}{R} \qquad [3 \text{ BODA}]$$
$$= 1.14 \times 10^{-12}\,\text{N}. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

- Ako se nabijena čestica naboja q giba brzinom v u magnetskom polju B koje je okomito na brzinu, tada na česticu djeluje Lorentzova sila $F = qvB$ koja je usmjerena prema pravilu desne ruke. Ovaj izraz za Lorentzovu silu vrijedi i za relativističke brzine. Prema tome, da bi se elektron naboja $q = e$ držao u spomenutoj kružnoj putanji, potrebno je magnetsko polje

$$B = \frac{F}{ev} = \frac{\gamma m v}{eR} \qquad [2 \text{ BODA}]$$
$$= 2.40 \times 10^{-2}\,\text{T}. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

3. Konvergentne leće zadovoljavaju jednadžbu $1/a + 1/b = 1/f$, gdje je a udaljenost predmeta od leće, b udaljenost slike od leće, a $f > 0$ žarišna duljina leće. Budući da promatrač vidi sliku predmeta kroz leću L_2, a znamo da je slika virtualna i da se nalazi u žarištu leće L_2, možemo zaključiti da vrijedi

$$b_2 = -f_2, \qquad \text{[1 BOD]}$$

gdje smo odabrali negativan predznak jer je slika virtualna. Odavde, koristeći jednadžbu leće, odmah imamo i udaljenost predmeta (za leću L_2)

$$a_2 = \frac{f_2}{2}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

Predmet za leću L_2 je slika pravog predmeta koju čini leća L_1. Pa kako je predmet za L_2 obrnut u odnosu na pravi predmet, to znači i da je slika leće L_1 obrnuta, odnosno, realna i nalazi se s desne strane L_1. Drugim riječima, slika za L_1, tj. predmet za L_2 nalazi se između leća L_1 i L_2. Iz ovoga slijedi da je udaljenost slike L_1 od leće L_1

$$b_1 = d - a_2 = d - \frac{f_2}{2}. \qquad \text{[3 BODA]}$$

S druge strane, udaljenost predmeta od leće L_1 je

$$a_1 = f_2 - d. \qquad \text{[1 BOD]}$$

Nadalje, ukupno povećanje konačne slike u odnosu na predmet je

$$m = m_1 m_2 = \left(-\frac{b_1}{a_1}\right)\left(-\frac{b_2}{a_2}\right) = -\frac{2d - f_2}{f_2 - d}, \qquad \text{[2 BODA]}$$

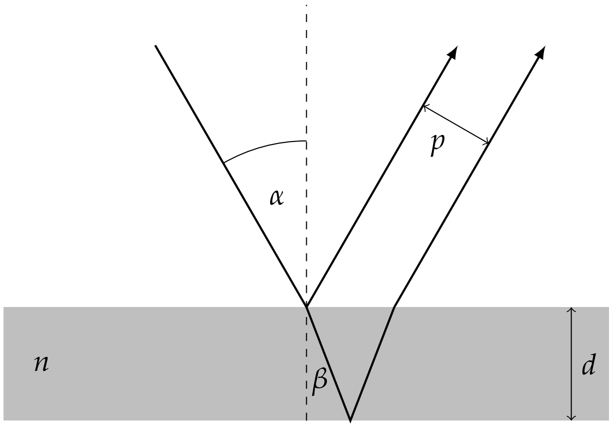
a prema uvjetu zadatka znamo da je slika iste veličine, no obrnuta, odnosno $m = -1$. Odavde možemo odrediti žarišnu duljinu L_2

$$\begin{aligned} f_2 &= \frac{3d}{2} && \text{[1 BOD]} \\ &= 18\,\text{cm}. && \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$

Žarišnu duljinu leće L_1 možemo odrediti iz jednadžbe leće koristeći poznate vrijednosti a_1 i b_1,

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{1}{\frac{1}{f_2 - d} + \frac{1}{d - f_2/2}} = \frac{d}{6} && \text{[1 BOD]} \\ &= 2\,\text{cm}. && \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$

4. Upadom na sapunicu, dio zrake svjetlosti se reflektira, a dio lomi u sapunicu i zatim odbija s donje strane sapunice, kao na slici. [1 BOD]



Lom svjetlosti je opisan Snellovim zakonom, tako da vrijedi

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}. \qquad [1\ \text{BOD}]$$

S druge strane, sa slike se vidi geometrijska veza

$$\frac{p}{\cos\alpha} = 2d\,\mathrm{tg}\,\beta. \qquad [2\ \text{BODA}]$$

Odavde možemo izvesti ovisnost pomaka p o upadnom kutu α

$$p = \frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}d. \qquad [2\ \text{BODA}]$$

Uvrštavajući vrijednosti $\alpha_1 = 10°$, $\alpha_2 = 20°$, te $p_1 = 115\,\text{nm}$ i $p_2 = 220\,\text{nm}$, imamo

$$n = 2\sin\alpha_1\sin\alpha_2\sqrt{\frac{(p_1\cos\alpha_2)^2 - (p_2\cos\alpha_1)^2}{(p_1\sin 2\alpha_2)^2 - (p_2\sin 2\alpha_1)^2}} \qquad [1\ \text{BOD}]$$

$$= 1.59\,, \qquad [1\ \text{BOD}]$$

te

$$d = p_1 p_2\sqrt{\frac{\sin^2\alpha_1 - \sin^2\alpha_2}{(p_1\sin 2\alpha_2)^2 - (p_2\sin 2\alpha_1)^2}} \qquad [1\ \text{BOD}]$$

$$= 530\,\text{nm}. \qquad [1\ \text{BOD}]$$

5. Granična razlučivost će se ostvariti u slučaju kad vrijedi

$$\theta = 1.22\lambda/D. \qquad \text{[1 BOD]}$$

S druge strane, sa slike je jasno da vrijedi

$$\operatorname{tg}\frac{\theta}{2} = \frac{\ell}{2d}. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Koristeći aproksimaciju malih kutova imamo $\operatorname{tg}(\theta/2) \approx \theta/2$, odnosno

$$\theta = \frac{\ell}{d}. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Odavde je jednostavno odrediti traženu udaljenost

$$\begin{aligned} d &= \frac{\ell D}{1.22\lambda} && \text{[2 BODA]} \\ &= 7.75\,\text{km}. && \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$