

ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
25. siječnja 2018.

5. razred - rješenja

OVDJE SU DANI NEKI NAČINI RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. $2018 \cdot 146 - [2018 - 18 \cdot (4 + 50 \cdot 2)] \cdot 18 = 2018 \cdot 146 - [2018 - 18 \cdot (4 + 100)] \cdot 18$ 1 BOD
= $2018 \cdot 146 - [2018 - 18 \cdot 104] \cdot 18$ 1 BOD
= $2018 \cdot 146 - [2018 - 1872] \cdot 18$ 1 BOD
= $2018 \cdot 146 - 146 \cdot 18$ 1 BOD
= $146 \cdot (2018 - 18)$ 1 BOD
= $146 \cdot 2000$
= $292\ 000$ 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

Napomena: Ukoliko je učenik točno riješio zadatak bez primjene distributivnosti, ostvaruje svih 6 BODOVA.

2. Prvi način:

Mama slonica je teška 6 tona tj. 6 000 kg. 1 BOD
Ona je 50 puta teža od svog mladunca što znači da je masa mladunca slona jednaka $6\ 000\ \text{kg} : 50 = 120\ \text{kg}$. 1 BOD
Mama slonica je 30 puta lakša od mame kita, što znači da je masa mame kita jednaka $6\ 000\ \text{kg} \cdot 30 = 180\ 000\ \text{kg}$ (ili 180 t). 1 BOD
Mladunac kita je 20 puta teži od mladunca slona pa je masa mladunca kita jednaka $20 \cdot 120\ \text{kg} = 2\ 400\ \text{kg}$. 1 BOD
Budući da je $180\ 000\ \text{kg} : 2\ 400\ \text{kg} = 75$, zaključujemo da je mama kit 75 puta teža od svoga mladunca. 2 BODA
(Ili:
Mama kit je od malog slona teža $30 \cdot 50 = 1500$ puta. 1 BOD
Kako je mali kit 20 puta teži od malog slona,
zaključujemo da je mama kit $1500 : 20 = 75$ puta teža od malog kita. 1 BOD)

..... UKUPNO 6 BODOVA

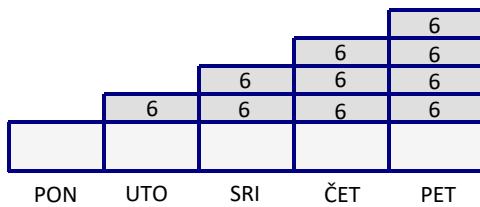
3. Prvi način:

Neka je x broj bombona koje je Nikola pojeo u ponедјeljak.
Ostale dane pojeo je $x + 6$, $x + 12$, $x + 18$ i $x + 24$ bombona. 2 BODA
Ukupno je pojeo 100 bombona pa vrijedi:
$$\begin{aligned}x + x + 6 + x + 12 + x + 18 + x + 24 &= 100 && 1 \text{ BOD} \\5x + 60 &= 100 \\5x &= 40 \\x &= 8 && 2 \text{ BODA}\end{aligned}$$

U četvrtak je Nikola pojeo $8 + 18 = 26$ bombona. 1 BOD
..... UKUPNO 6 BODOVA

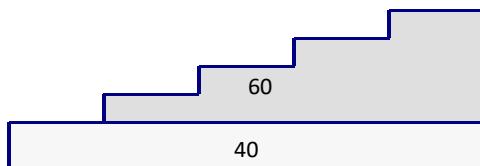
Drugi način:

Neka je PON broj bombona koje je Nikola pojeo u ponedjeljak.
Ukupnu količinu od 100 bombona prikazujemo ovako:



1 BOD

Dalje vrijedi:



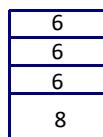
2 BODA

$$40 : 5 = 8 \quad 40 : 5 = 8$$

1 BOD

1 BOD

Nikola je u ponedjeljak pojeo 8 bombona,



a u četvrtak ČET ukupno 26 bombona.

1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

4. Od naručene količine brašna dobije se $2\ 400 : 5 = 480$ pakiranja od 5 kg.

1 BOD

Zarada bi bila $480 \cdot 14 = 6\ 720$ kn.

1 BOD

Uništeno je 300 kg, pa je ostalo 2 100 kg.

1 BOD

Od toga se može napraviti $2\ 100 : 5 = 420$ pakiranja od 5 kg.

1 BOD

Da bi zarada bila ista, cijena jednog pakiranja treba biti $6\ 720 : 420 = 16$ kn.

1 BOD

Planirana cijena pakiranja od 5 kg treba povećati za 2 kune.

1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

5. Najmanji šestoznamenkasti broj djeljiv brojevima 2 i 3 jest broj 100 002.

2 BODA

Najmanji petoznamenkasti broj djeljiv brojevima 5 i 9 jest broj 10 035.

2 BODA

Razlika brojeva iznosi $100\ 002 - 10\ 035 = 89\ 967$.

1 BOD

$89\ 967 \approx 90\ 000$

1 BOD

Traženi broj je 90 000.

1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

6. Prvi način:

Broj će biti djeljiv brojem 5 ako mu je znamenka jedinica 0 ili 5.

1 BOD

Ako mu je zadnja znamenka 0, onda se prva znamenka može izabrati na 5 načina (to mogu biti znamenke 9, 8, 5, 4 ili 1), druga na 4 načina (iste znamenke bez jedne već izabrane), a treća na 3 načina (bez dvije izabrane).

2 BODA

Takvih brojeva ima $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 = 60$.

2 BODA

Ako je zadnja znamenka 5, onda se prva znamenka može izabrati na 4 načina

(prva znamenka ne smije biti 0, pa može biti 9, 8, 4 ili 1), druga također na 4 načina (bez jedne već izabrane među četiri navedene znamenke, ali uključujući 0), a treća na 3 načina (bez dvije izabrane). 2 BODA
Takvih brojeva ima $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 = 48$. 2 BODA
Postoji $60 + 48 = 108$ traženih brojeva. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

Drugi način:

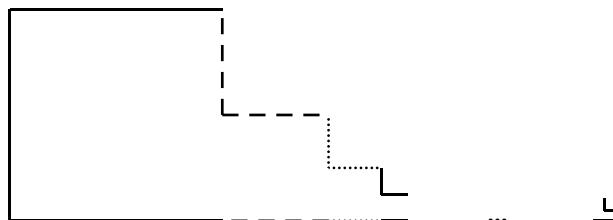
Broj će biti djeljiv brojem 5 ako mu je znamenka jedinica 0 ili 5. 1 BOD
Izračunajmo ukupan broj četveroznamenkastih brojeva koji se mogu napisati koristeći zadane znamenke, uz uvjet da su znamenke međusobno različite:
Prva znamenka može biti odabrana na 5 načina (bilo koja od ponuđenih znamenaka različita od nule), 1 BOD
druga na 5 načina (bez jedne već izabrane među četiri navedene znamenke, ali uključujući 0), 1 BOD
treća na 4 načina (bez dvije izabrane) i posljednja na 3 načina. 1 BOD
Takvih brojeva ima $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 300$. 1 BOD
Izračunajmo broj četveroznamenkastih brojeva koji se mogu napisati koristeći zadane znamenke, uz uvjet da su znamenke međusobno različite, a koji nisu djeljivi brojem 5:
Posljednja znamenka može biti odabrana na 4 načina (bilo koja od ponuđenih znamenaka različita od 0 i 5), 1 BOD
prva na 4 načina (bez jedne već izabrane među četiri znamenke različite, ali različita od 0), 1 BOD
druga također na 4 načina (bez dvije izabrane), a treća na 3 načina (bez tri izabrane). 1 BOD
Takvih brojeva ima $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4 = 192$. 1 BOD
Postoji $300 - 192 = 108$ traženih brojeva. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

7. Prvi kvadrat u nizu ima stranicu duljine 1024 cm, drugi 512 cm, treći 256 cm, četvrti 128 cm, peti 64, šesti 32, sedmi 16 cm, osmi 8 cm, deveti 4 cm, deseti 2 cm i jedanaesti 1 cm. 1 BOD
Obzirom da su duljine stranica svih kvadrata prirodni brojevi, jedanaesti kvadrat je posljednji u nizu. 1 BOD

Prvi način rješavanja zadatka a):

a) Opseg ovog lika je duljina njegovog ruba.



Duljina ruba lika jednaka je zbroju duljina po **tri** stranice svakog kvadrata sa slike osim posljednjeg u nizu 1 BOD
i duljina sve **četiri** stranice posljednjeg kvadrata. 1 BOD

$$o = 3 \cdot (1024 + 512 + 256 + 128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2) + 4 \cdot 1$$
1 BOD

$$o = 3 \cdot 2046 + 4$$
1 BOD

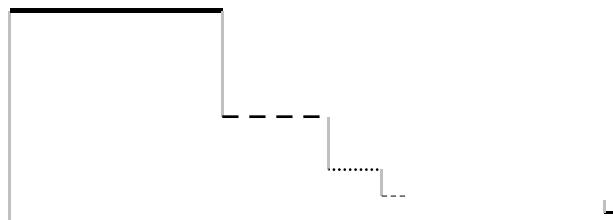
$$o = 6142 \text{ cm}$$
1 BOD

Drugi način rješavanja zadatka a):

a) Opseg ovog lika je duljina njegovog ruba.

Zbrojimo li duljine „desnih vertikalnih“ dužina, dobit ćemo duljinu stranice početnog kvadrata. Zato se duljina ruba lika sastoji se od dvije duljine stranice najvećeg kvadrata (lijeve i desne vertikalne stranice) i od dvostrukog zbroja duljina svih (horizontalnih) stranica kvadrata.

2 BODA



$$o = 2 \cdot 1\ 024 + 2 \cdot (1\ 024 + 512 + 256 + 128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1)$$

1 BOD

$$o = 2\ 048 + 2 \cdot 2047$$

1 BOD

$$o = 2\ 048 + 4\ 094$$

1 BOD

$$o = 6\ 142 \text{ cm}$$

b) Kako je u nizu jedanaest kvadrata, srednji kvadrat je šesti po redu.

1 BOD

$$P = 32 \cdot 32$$

1 BOD

$$P = 1\ 024 \text{ cm}^2.$$

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA