

DRŽAVNO NATJECANJE IZ ASTRONOMIJE 2018. GODINE
4. RAZRED
RJEŠENJA

1. Dana 19. ožujka 2008. g. satelit Swift je detektirao gama-bljesak za koji se utvrdilo da je u vidljivom dijelu spektra imao najveću prividnu zvjezdanu veličinu $5,3^m$. Crveni pomak mu je iznosio 0,937. Koristeći se relativističkim izrazom za crveni pomak ($z + 1 = \sqrt{\frac{c + v}{c - v}}$), odredite koliko je iznosila apsolutna zvjezdana veličina tog gama-bljeska i na kojoj udaljenosti se nalazio. Izračunajte na kojoj bi valnoj duljini (usljed crvenog pomaka) bila opažena emisijska linija H_{α} , laboratorijske valne duljine 656,3 nm. Brzina svjetlosti iznosi $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, a Hubbleova konstanta je $H_0 = 72 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}}$. Zanemarite ekstinkciju.

$$m_{\text{gb}} = 5,3^m$$

$$z = 0,937$$

$$\lambda_0 = 656,3 \text{ nm}$$

$$M_{\text{gb}} = ?; r = ?; \lambda_{H\alpha} = ?$$

$$(z + 1)^2 = \frac{c + v}{c - v} \Rightarrow (z + 1)^2 \cdot c - (z + 1)^2 \cdot v = c + v \Rightarrow v \cdot ((z + 1)^2 + 1) = c \cdot ((z + 1)^2 - 1)$$

$$v = \frac{c \cdot ((z + 1)^2 - 1)}{(z + 1)^2 + 1} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot (1,937^2 - 1)}{1,937^2 + 1} = 1,737 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad (1+1 \text{ bod})$$

$$v = H_0 \cdot r \Rightarrow r = \frac{v}{H_0} \quad (1 \text{ bod})$$

$$r = \frac{1,737 \cdot 10^5 \text{ km/s}}{72 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}}} = 2,41 \cdot 10^9 \text{ pc} \quad (1+1 \text{ bod})$$

$$M = m + 5 - 5 \log r[\text{pc}] \quad (1 \text{ bod})$$

$$M = 5,3 + 5 - 5 \log 2,41 \cdot 10^9 = -36,6^m \quad (1 \text{ bod})$$

$$1+z = \frac{\lambda_{\text{opaženo}}}{\lambda_{\text{emitirano}}} \Rightarrow \lambda_{\text{opaženo}} = (1+z) \cdot \lambda_{\text{emitirano}} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\lambda_{\text{opaženo}} = (1+0,937) \cdot 6,563 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 1,271 \cdot 10^{-6} \text{ m} \quad (1 \text{ bod})$$

Ukupno: 10 bodova

2. Dana 1. siječnja 2019. g. NASA-ina automatska letjelica New Horizons proći će pokraj 2014 MU69, planetoida iz Kuiperovog pojasa, koji će se tada nalaziti na udaljenosti od 44,2 AJ od Sunca, brzinom od 14,4 km/s. Odredite brzinu kojom će se New Horizons udaljavati od Sunca kada Sunčev gravitacijski potencijal postane zanemariv (tzv. asimptotska brzina). Kojom brzinom je New Horizons trebao biti lansiran sa Zemlje (u odnosu na Sunce) da bi postigao takvu brzinu (ako ne uzmemo u obzir dodatno ubrzanje uslijed gravitacije Jupitera)? Masa Sunca je $M_S = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, gravitacijska konstanta iznosi $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, a 1 AJ = $1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$.

$$r_p = 44,2 \text{ AJ} = 6,612 \cdot 10^{12} \text{ m}$$

$$v_{\text{NH}} = 14400 \text{ m/s}$$

$$v_{\infty} = ?; v_Z = ?$$

$$E_{\text{uk}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{grav}} = \frac{mv^2}{2} - G \frac{M_S m}{r} \quad (1 \text{ bod})$$

$$E_{K1} + E_{G1} = E_{K2} + 0 \quad (1 \text{ bod})$$

$$\frac{mv_{\text{NH}}^2}{2} - G \frac{M_S \cdot m}{r_p} = \frac{mv_{\infty}^2}{2} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v_{\infty}^2 = v_{\text{NH}}^2 - 2G \frac{M_S}{r_p} \Rightarrow v_{\infty} = \sqrt{v_{\text{NH}}^2 - 2G \frac{M_S}{r_p}} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v_{\infty} = \sqrt{(14400 \text{ m/s})^2 - 2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot \frac{1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{44,2 \cdot 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}}} = 12900 \text{ m/s} \quad (1+1 \text{ bod})$$

$$E_{KZ} + E_{GZ} = E_{K2} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\frac{mv_Z^2}{2} - G \frac{M_S \cdot m}{r_Z} = \frac{mv_\infty^2}{2} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v_Z^2 = v_\infty^2 + 2G \frac{M_S}{r_Z} \Rightarrow v_Z = \sqrt{v_\infty^2 + 2G \frac{M_S}{r_Z}} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v_Z = \sqrt{(12900 \text{ m/s})^2 + 2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot \frac{1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}}} = 44100 \text{ m/s} \quad (1+1 \text{ bod})$$

Ukupno: 11 bodova

3. Koliki je najveći nagib ravnine staze planeta veličine Zemlje ($r_Z = 6378 \text{ km}$) koji kruži oko zvijezde slične Suncu ($r_S = 696\,000 \text{ km}$, $m_S = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$) na udaljenosti od nje poput Zemlje ($a_Z = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$), tako da taj planet može biti otkriven metodom tranzita (pretpostavite da se planet može otkriti tek kada je u potpunosti projiciran na disk zvijezde, te da je zvijezda udaljena od Sunca 30 godina svjetlosti)? Ako oko te zvijezde kruži planet poput Jupitera ($r_J = 71\,000 \text{ km}$, $a_J = 5,2 \text{ AJ}$), koliki može biti nagib njegove staze kako bismo mogli vidjeti njegov potpuni tranzit? Koliko traje potpuni tranzit planeta sličnog Zemlji, a koliko planeta sličnog Jupiteru ako je njihova inklinacija 0° ? Za koliko se najviše zvjezdanih veličina smanji sjaj matične zvijezde ako oba planeta imaju tranzit istovremeno? Gravitacijska konstanta iznosi $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

$$r_Z = 6378 \text{ km}$$

$$r_S = 696\,000 \text{ km}$$

$$m_S = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$a_Z = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$d = 30 \text{ g.s.}$$

$$r_J = 71\,000 \text{ km}$$

$$a_J = 5,2 \text{ AJ}$$

$$i_Z = ?; i_J = ?; t_Z = ?; t_J = ?; \Delta m = ?$$

$$a_Z \cdot \sin i_Z = r_S - r_Z \quad (1 \text{ bod})$$

$$i_Z = \arctg \frac{r_S - r_Z}{a_Z} = \arctg \frac{6,96 \cdot 10^5 \text{ km} - 6,38 \cdot 10^3 \text{ km}}{1,496 \cdot 10^8 \text{ km}} = 0,264^\circ \quad (1 \text{ bod})$$

$$i_j = \arctg \frac{r_s - r_j}{a_j} = \arctg \frac{6,96 \cdot 10^5 \text{ km} - 7,1 \cdot 10^4 \text{ km}}{5,2 \cdot 1,496 \cdot 10^8 \text{ km}} = 0,046^\circ \quad (1 \text{ bod})$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v_z = \sqrt{\frac{Gm_s}{a_z}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}}} = 2,979 \cdot 10^4 \text{ m/s} \quad (1+1 \text{ bod})$$

$$v_j = \sqrt{\frac{Gm_s}{a_j}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{5,2 \cdot 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}}} = 1,306 \cdot 10^4 \text{ m/s} \quad (1+1 \text{ bod})$$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{2 \cdot (R - r)}{v} \quad (1 \text{ bod})$$

$$t_z = \frac{2 \cdot (r_s - r_z)}{v_z} = \frac{2 \cdot (6,96 \cdot 10^5 \text{ km} - 6,38 \cdot 10^3 \text{ km})}{29,79 \text{ km/s}} = 46300 \text{ s} = 12,86 \text{ h} \quad (1+1 \text{ bod})$$

$$t_j = \frac{2 \cdot (r_s - r_j)}{v_j} = \frac{2 \cdot (6,96 \cdot 10^5 \text{ km} - 7,1 \cdot 10^4 \text{ km})}{13,06 \text{ km/s}} = 95700 \text{ s} = 26,59 \text{ h} \quad (1+1 \text{ bod})$$

$$\frac{E_{\text{tranzit}}}{E_{\text{zvijezde}}} = \frac{r_{\text{zvijezde}}^2 \cdot \pi - r_j^2 \cdot \pi - r_z^2 \cdot \pi}{r_{\text{zvijezde}}^2 \cdot \pi} = 1 - \left(\frac{r_j^2 + r_z^2}{r_{\text{zvijezde}}^2} \right) \quad (1 \text{ bod})$$

$$\frac{E_{\text{tranzit}}}{E_{\text{zvijezde}}} = 2,512^{m_{\text{zvijezde}} - m_{\text{tranzit}}} \Rightarrow \log \frac{E_{\text{tranzit}}}{E_{\text{zvijezde}}} = 0,4 \cdot (m_{\text{zvijezde}} - m_{\text{tranzit}}) \quad (1 \text{ bod})$$

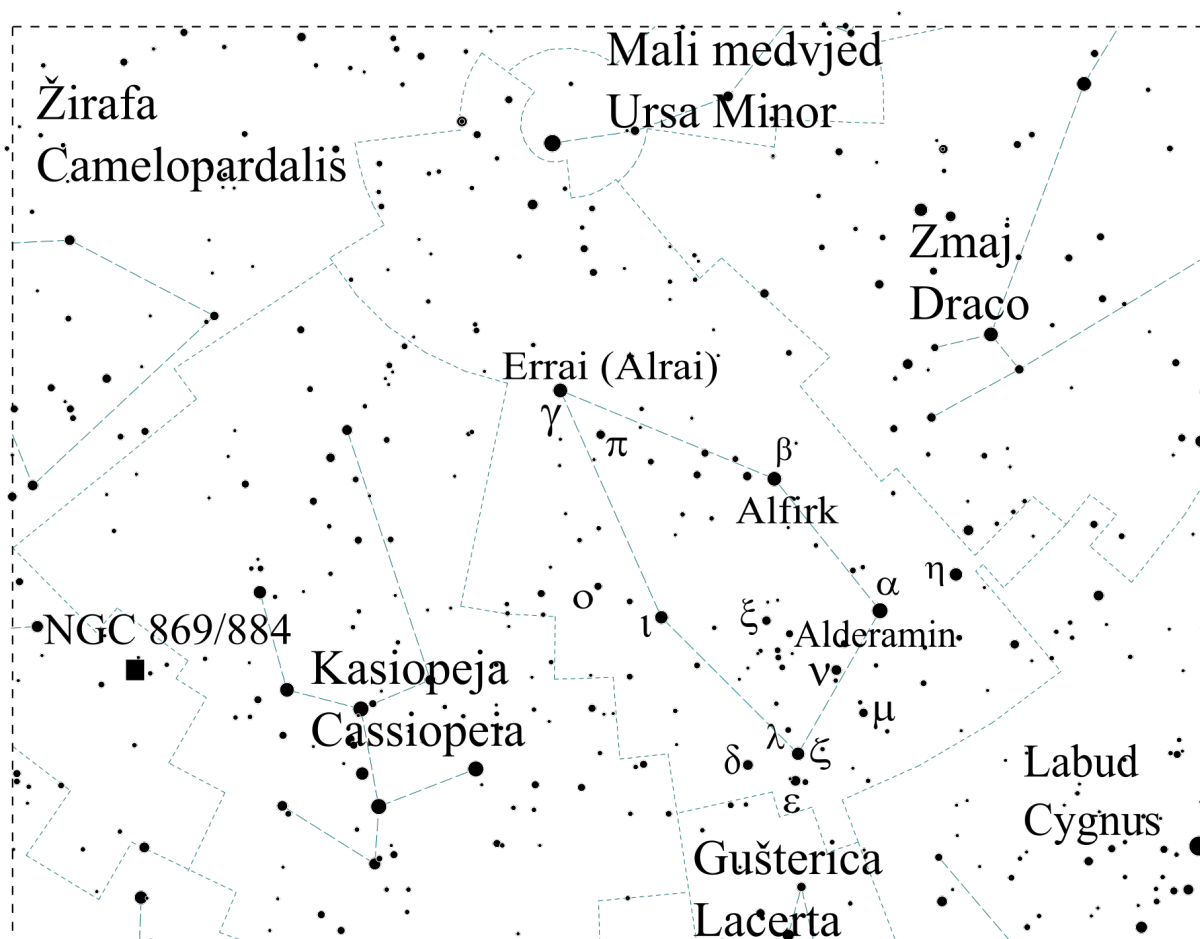
$$m_{\text{zvijezde}} - m_{\text{tranzit}} = \frac{\log \frac{E_{\text{tranzit}}}{E_{\text{zvijezde}}}}{0,4} = \frac{\log \left(1 - \left(\frac{r_j^2 + r_z^2}{r_{\text{zvijezde}}^2} \right) \right)}{0,4} \quad (1 \text{ bod})$$

$$m_{\text{zvijezde}} - m_{\text{tranzit}} = \frac{\log \left(1 - \frac{(7,1 \cdot 10^4 \text{ km})^2 + (6,38 \cdot 10^3 \text{ km})^2}{(6,96 \cdot 10^5 \text{ km})^2} \right)}{0,4} = -0,0114^m \quad (1 \text{ bod})$$

Ukupno: 17 bodova

4. Na karti:

- uz odgovarajuće zvijezde napišite imena barem dvije zvijezde u zviježđu Cefeja;
- uz odgovarajuće zvijezde napišite ispravno Bayerove oznake za barem četiri zvijezde u zviježđu Cefeja;
- označite položaj dvostrukog otvorenog skupa zvijezda h i χ u Perzeju (NGC 869/884)
- unutar njihovih granica napišite nazive barem četiri zviježđa koja graniče s Cefejom



a) svaka ispravno imenovana zvijezda po 1 bod, maksimalno 2 boda

b) svaka ispravno obilježena zvijezda Bayerovom oznakom po 1 bod, maksimalno 4 boda

c) ispravan položaj NGC 869/884 2 boda

d) Svako napisano ime zvijezda unutar njegovih granica po 1 bod, maksimalno 4 boda

Ukupno: 12 bodova