

# Temeljni koncepti u mehanici

Prof. dr. sc. Mile Dželalija  
Sveučilište u Splitu, Fakultet prirodoslovno-matematičkih znanosti i kineziologije  
Teslina 12, HR-21000 Split, e-mail: mile@pmfst.hr

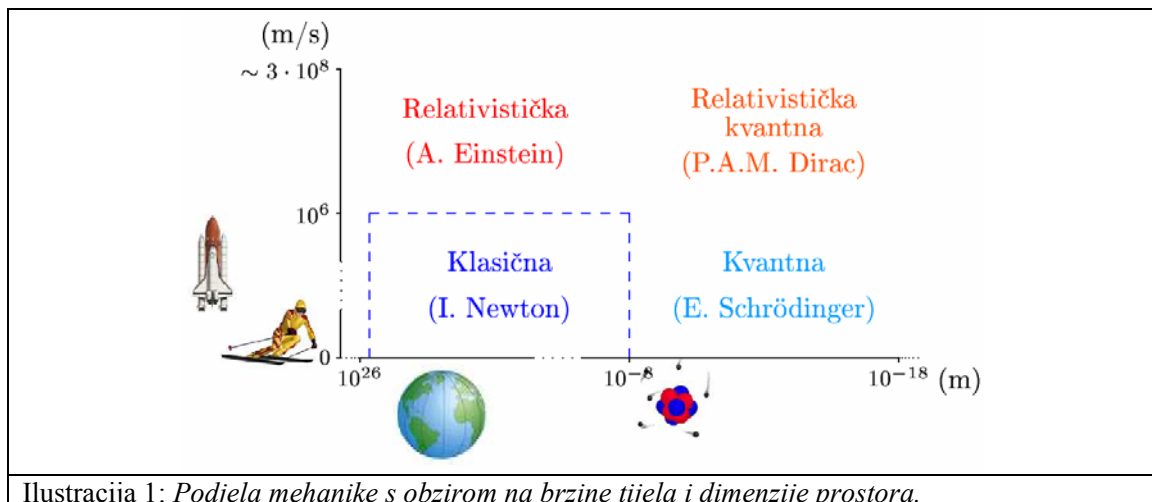
## Uvodno

Riječ fizika potječe od grčke riječi φυσικς (fisis) što znači priroda pa se fizika dugo vremena zvala filozofija prirode. Fizika izučava ona objektivna svojstva materijalnoga svijeta koja su osnovna i najopćenitija. Fizika pred sebe ne postavlja zadatak koji bi odgovarao na pitanja zašto materija ima takva svojstva koja ima, već izučava **kako** se materija ponaša u svojim najjednostavnijim oblicima. Fizika ima temeljno značenje za ostale prirodne i tehničke znanosti. Kao tipična eksperimentalna znanost fizika se zasniva na promatranju prirodnih pojava, izvođenju eksperimenata i mjerenja, a rezultati se opažanja (nakon što su svedeni u prihvatljiv oblik) oblikuju u principe i zakone. Fizikalne zakone simbolički iskazujemo matematičkim jednadžbama.

Dio fizike koji proučava gibanje tijela naziva se **mehanika**, a može se odnositi na mehaniku materijalne točke, sustava materijalnih točaka, krutoga tijela, mehaniku fluida, mehaniku titranja i valova, i drugo. Kao najstarija grana fizike, i znanosti uopće, mehanika je prvi i vrlo važan korak u shvaćanju prirode.

U smislu primjene na sustave različitih dimenzija i brzina, mehanika se dijeli u četiri dijela: klasičnu, relativističku, kvantnu te relativističku kvantnu mehaniku.

Dio mehanike kojim se izučavaju gibanja tijela čije brzine nisu prevelike, niti prostor u kojem se gibanje događa nije premalo, naziva se **klasična mehanika**.



Ilustracija 1: Podjela mehanike s obzirom na brzine tijela i dimenzije prostora.

Ovdje ćemo dalje dati osvrt na temeljne koncepte koji su uvedeni kroz klasičnu mehaniku isključivo za materijalnu točku.

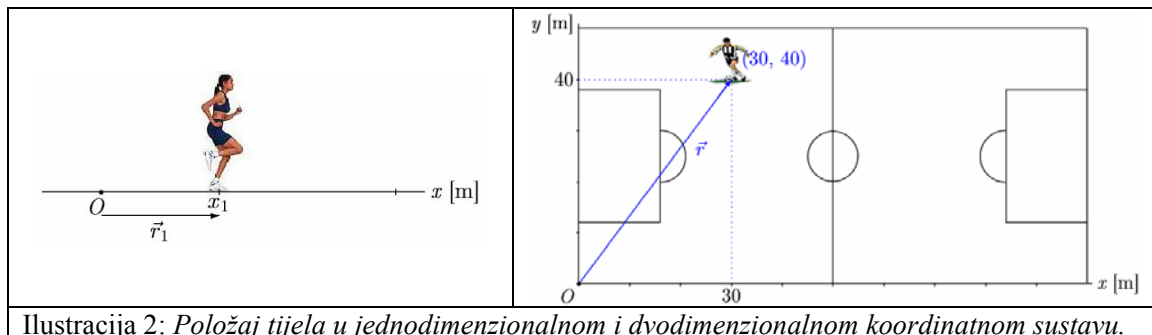
## Fizikalne veličine i mjerne jedinice

Pojmovi fizikalnih veličina zasnovani su na oblikovanju zakona u prirodi. Koje fizikalne veličine treba uvesti određuje se tek prilikom pronalaženja fizikalnih zakona u prirodi. **Fizikalna veličina** predstavlja mjerljivo svojstvo fizikalnog stanja nekog sustava (npr. položaj tijela, masa tijela, temperatura sustava), a označavaju se uglavnom slovima latinske abecede i grčkoga alfabeta. Oznake fizikalnih veličina međunarodno su dogovorene, a uglavnom su određeni uzimajući početna slova engleskih ili latinskih naziva odgovarajućih fizikalnih veličina (npr.  $v$  – velocitas,  $t$  – tempus,  $F$  – force).

Za razliku od običnih promatranja pojava u prirodi, znanstveni se eksperimenti odlikuju postavljanjem prostornoga i vremenskoga sustava u kojem se vrše mjerenja. **Mjeriti** neku veličinu znači odrediti brojčanu vrijednost koja pokazuje koliko puta ta veličina sadrži u sebi istovrsnu veličinu dogovorom uzetu za **mjernu jedinicu**. Svaka fizikalna veličina ima svoju mjernu jedinicu, no, zbog međusobne povezanosti fizikalnih veličina kroz fizikalne zakone i definicije, i mjerne jedinice su povezane. Stoga se govori o osnovnim i izvedenim fizikalnim veličinama i njihovim mjernim jedinicama. Skup mjernih jedinica pomoću kojih se izražavaju ostale mjerne jedinice nazivaju se **osnovnim mjernim jedinicama**, a sve druge izvedenima. Po međunarodnom sustavu (SI-sustavu) osnovne fizikalne veličine u mehanici materijalne točke su: vrijeme, duljina i masa.

## Položaj, put i pomak

Prva veličina kojom se opisuje neko svojstvo materijalne točke je **položaj**. Važan koncept kojega smo već spomenuli je pojam **materijalne točke**, a definiran je kao tijelo čije se dimenzije zanemaruju u proučavanju gibanja toga tijela. Položaj materijalne točke određen je koordinatama točke u odabranom koordinatnom sustavu.



Gibajući se, materijalna točka opisuje neku krivulju koju nazivamo putanja materijalne točke. **Put** se definira kao dio te putanje koji materijalna točka prijeđe u određenom vremenskom intervalu, a **pomak** kao promjena njenoga položaja:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1.$$

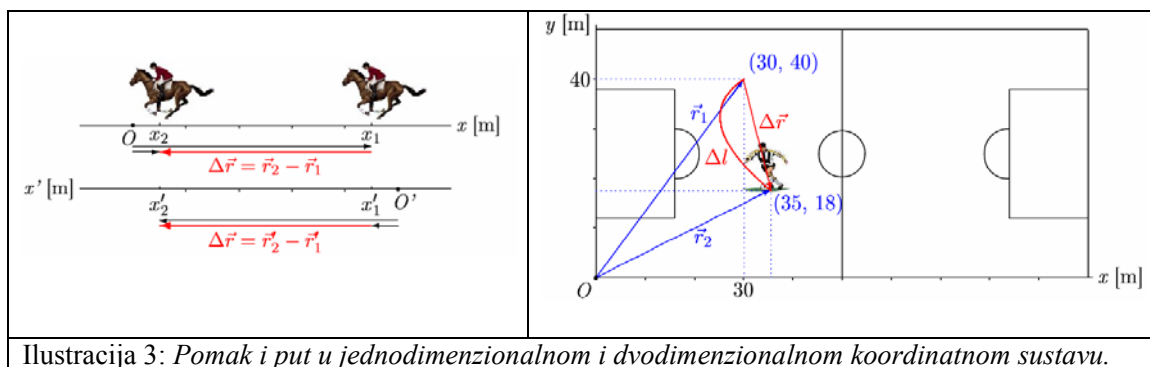
Kao primjer, razmotrimo gibanje jahača na konju koji se giba pravocrtno iz položaja određenim koordinatom  $x_1 = 45$  m do položaja  $x_2 = 5$  m. Njegov je pomak  $\Delta r = x_2 - x_1 = -40$  m. U ovom je slučaju iznos pomaka 40 m, a orijentacija je suprotna orijentaciji  $x$ -osi odabranoga koordinatnog sustava.

Jedno te isto gibanje može biti opisano i u nekom drugom koordinatnom sustavu. U jednom koordinatnom sustavu pomak može biti iste orijentacije kao i  $x$ -os toga sustava, dok u drugom sustavu može biti suprotne orijentacije. Pomak je vektorska veličina, a njena mjerna jedinica u SI-sustavu je (kao i za položaj) metar.

Nadalje kao primjer, razmotrimo dvodimenzionalno gibanje nogometaša koji je u nekom trenutku bio u položaju s koordinatama (30 m, 40 m), a u kasnijem trenutku u položaju (35 m, 18 m). Nogometaš je za to vrijeme pretrčao oko 30 metara, što predstavlja njegov put,  $\Delta l$ . Pomak je, s druge strane, vektorska veličina i u dvodimenzionalnom koordinatnom sustavu potrebno je odrediti njegove dvije komponente,  $\Delta x$  i  $\Delta y$ . U ovom slučaju, to su  $\Delta x = +5$  m i  $\Delta y = -22$  m. Iznos pomaka u tom slučaju je

$$\Delta r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = 22.6 \text{ m.}$$

Nije se teško uvjeriti kako je iznos pomaka uvijek manji ili jednak putu.



Ilustracija 3: Pomak i put u jednodimenzionalnom i dvodimenzionalnom koordinatnom sustavu.

## Brzina

Gibanje neke materijalne točke u potpunosti je poznato ako su poznati položaji u svakom trenutku. Iz takvih se podataka mogu odrediti pomak tijela kao i prevaljeni put za neki odarbaní vremenski interval. Iz iskustva znamo kako će tijelo ponekad za jednake vremenske intervale praviti različite pomake i različite puteve. Kvocijent pomaka i odgovarajućeg vremenskog intervala (kao i puta i toga vremenskog intervala) su fizikalne veličine koje opisuju ta fizikalna svojstva materijalne točke.

**Srednju brzinu** definiramo kao kvocijent pomaka i odgovarajućega vremenskog intervala:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

Srednja brzina je vektorska veličina pa se za primjer dvodimenzionalnoga gibanja trebaju odrediti dvije komponente. Na primjer, pretpostavimo da je nogometaš iz prethodnoga primjera ostvario pomak od položaja (30 m, 40 m) do konačnoga položaja (35 m, 18 m) za 6 sekundi. Lako ćemo izračunati da su u tom slučaju komponente srednje brzine približno: 0.83 m/s i  $-3.67$  m/s, a iznos srednje brzine 3.76 m/s.

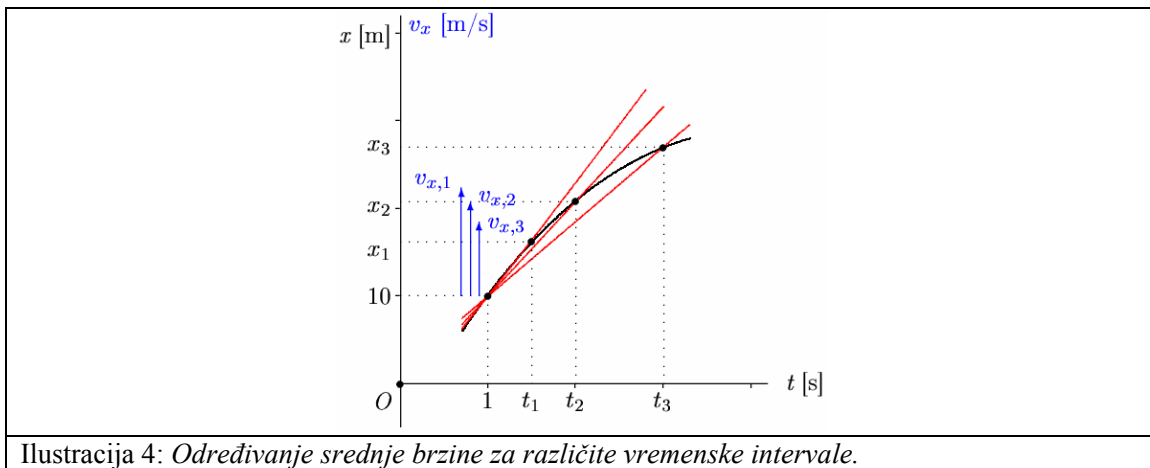
Termin „srednja brzina“ se u hrvatskom jeziku koristi i za drugu fizikalnu veličinu što ponekad dovodi do zabune i otežanoga usvajanja temeljnih pojmova u fizici. Naime,

fizikalna veličina koja označava kvocijent prevaljenoga puta i vremenskoga intervala također se naziva **srednja brzina**:

$$\langle s \rangle = \frac{\Delta l}{\Delta t}.$$

Za razliku od prethodne veličine, uočimo da je ova fizikalna veličina skalarna veličina. Na engleskom se jeziku koriste različiti termini za ove dvije fizikalne veličine (*average velocity* i *average speed*). Obje fizikalne veličine imaju istu mjernu jedinicu – metar po sekundi, m/s.

Ako su odabrani vremenski intervali izuzetno kratki, to se riječ „srednja“ ispušta i ostaje termin **brzina**, bez obzira radi li se o kvocijentu pomaka ili puta i toga kratkog vremenskog intervala. Za izuzetno kratke vremenske intervale (granične), iznos brzine (*velocity*) i brzina (*speed*) imaju jednake vrijednosti.



## Akceleracija

Upoznali smo neka svojstva materijalne točke koja se nalazi u gibanju. To su položaj, put, pomak, brzina (i *iznos* brzine). Nadalje, kako su položaj, pomak i brzina vektorske veličine, to ih je moguće razložiti na komponente duž osiju odabranoga koordinatnog sustava te na taj način gibanje promatrati za svaku komponentu odvojeno.

Možemo se upitati postoje li još neke druge fizikalne veličine kojima se opisuju neka nova svojstva materijalne točke u gibanju. Na primjer, ako bacimo loptu vertikalno uvis, uočiti ćemo kako se lopta usporava tijekom gibanja prema najvišoj točki, a ubrzava dok je u gibanju prema dolje. Pojave ubrzavanja i usporavanja koje se uočavaju kod mnogih tijela, može se opisati fizikalnom veličinom koja se naziva **akceleracija**. Kako god se neko tijelo počinje gibati, kad se **zaustavlja** (brzina mu iščezava), **ubrzava** (iznos brzine mu se povećava), **usporava** (iznos brzine mu se smanjuje) ili mijenja orijentaciju gibanja kaže se kako akcelerira, tj. da mu je akceleracija različita od nule.

**Srednja akceleracija** se definira kao kvocijent promjene brzine (*velocity*) i odgovarajućega vremenskog intervala

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

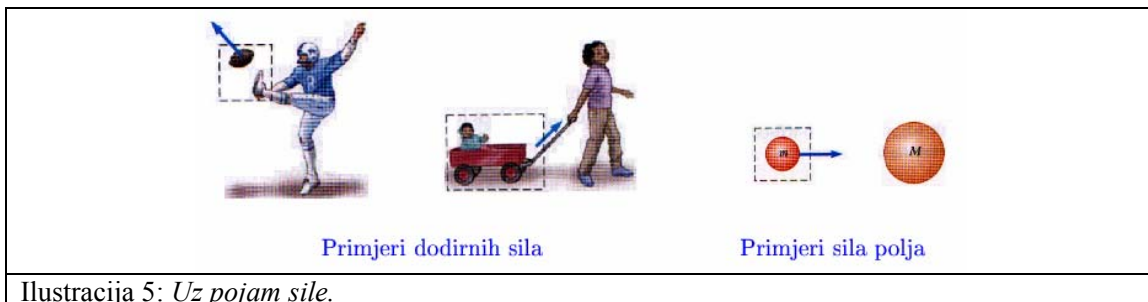
Analogno brzinama, za izuzetno kratke (granične) vremenske intervale riječ „srednja“ se ispušta pa se takvo svojstvo naziva – **akceleracija**.

Vidljivo je da je akceleracija vektorska veličina, a njena mjerna jedinica je  $m/s^2$ . U odgovarajućim vremenskim intervalima, orijentacija će akceleracije imati orijentaciju brzine samo u slučajevima kada se tijelo giba pravocrtno te kada ne dolazi do smanjenja iznosa brzine. Poznavajući akceleraciju tijela, početnu brzinu i početni položaj, u stanju smo odrediti položaj i brzinu tijela u svakom daljnjem trenutku. Potreba bi za uvođenjem novih svojstava materijalne točke bila smanjena kad bi akceleracija materijalne točke bila poznata u svakom trenutku njenoga gibanja. No, to nije slučaj pa su se uvela dodatna svojstva.

### Sila, masa i količina gibanja

Dakle, sasvim prirodno, postavlja se pitanje uzrokovanja akceleracije u nekom odabranom referentnom sustavu (što je prije nas uradio Isaac Newton uz pomoć svojih prethodnika). Ne samo da su u nasljedstvo dobivena nova svojstva već i zakoni koji povezuju ta svojstva. Nova svojstva nazivamo (i iskazujemo fizikalnim veličinama): sila, masa i količina gibanja.

**Sila** je temeljna veličina (ali nije osnovna veličina u SI-sustavu) pa je nije moguće definirati. No, zbog lakšega razumijevanja, često se različitim opisima i podjelama. Uvode se termini i podjele: temeljne sile u prirodi – gravitacijska, elektromagnetska, jaka nuklearna i slaba nuklearna sila, dodirne sile i sile polja, unutrašnje i vanjske sile (ako tijelo nije točkasto) i drugo.



Ilustracija 5: Uz pojam sile.

**Masa** je također temeljna fizikalna veličina pa se ni ona ne definira (ali je, za razliku sile, osnovna veličina u SI-sustavu). Po Newtonu, uzrokovanje akceleracije u nekom odabranom (inercijskom) referentnom sustavu dolazi s jedne strane od samoga tijela (unutrašnje svojstvo tijela) i s druge strane od svih drugih tijela (svojstvo kojim se iskazuje povezanost s okolinom). Prvo svojstvo je masa tijela, a drugo svojstvo sila drugih tijela na to odabrano tijelo. Mjerna jedinica za silu je N (newton), a za masu kg (kilogram).

**Količina gibanja** se definira kao produkt mase i brzine (*velocity*):

$$\vec{p} = m\vec{v} .$$

Sila i količina gibanja su vektorske veličine, a masa je skalarna veličina. Pored navedenih veličina, uvodi se i **impuls sile**,  $\vec{F}\Delta t$  .

Temeljni zakon kojim se veže sila na tijelo s masom tijela (za tijela koja ne mijenjaju svoju masu, tj. ne gube niti primaju novu tvar) i akceleracijom tijela naziva se **Drugi Newtonov zakon**:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} .$$

Znamo da postoje i Prvi i Treći Newtonov zakon pa možemo postaviti pitanje razloga njihova postojanja. Prvim se Newtonovim zakonom biraju referentni sustavi za primjenu Drugoga Newtonovog zakona, a Trećim se Newtonovim zakonom opisuje međudjelovanje dvaju tijela.

## Energija

Newtonovim se zakonima gibanja (uz poznavanje sila koje djeluju na neko tijelo) analiziraju gibanja materijalnih točaka. Međutim, ponekad te analize mogu biti matematički vrlo kompleksne, a jednostavnija bi se analiza gibanja mogla postići uvođenjem nekoga drugog svojstva – **energije**, za koju se kaže da se može pojavljivati u različitim oblicima i različitim sustavima.

Pojam se energije vrlo često pojavljuje u svakodnevnim situacijama. Koriste se pojmovi energije vjetra, energije sunca, nuklearne energije, kemijske energije, električne energije, energije plime i oseke te mnogi drugi. Međutim, svi ti oblici energije mogu se svesti na energiju koja se pridružuje stanju gibanja tijela te oblicima energije koji se pridružuju nekim posebnim međudjelovanjima tijela i okoline. Energija je skalarna fizikalna veličina, a njena mjerna jedinica je joule, J.

**Kinetička energija** tijela mase  $m$  i iznosa brzine  $v$  definira se kao polovica produkta mase i kvadrata brzine:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} .$$

## Rad i potencijalne energije

Lako se uočava da se djelujući nekom silom na tijelo postiže povećanje ili smanjenje kinetičke energije toga tijela. Kaže se da je neko tijelo izvršilo **rad** nad drugim tijelom djelujući nekom silom na to promatrano tijelo, a uzima se da je jednak promjeni kinetičke energije koja se dogodi tijekom djelovanja sile na to tijelo.

Za primjer pravocrtnoga gibanja tijela, lako se uvjerimo da je promjena kinetičke energije koja se dogodila zbog djelovanja stalne sile jednaka produktu iznosa sile,  $F$ , u smjeru puta i puta,  $\Delta l$ :

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = F\Delta l ,$$

što se naziva **Teoremom veze rada i kinetičke energije**, nakon što se rad stalne sile u smjeru puta definira kao produkt te sile i puta:

$$W = F\Delta l .$$

Rad je skalarna veličina, a mjerna jedinica je jednaka mjernoj jedinici energije, J.

**Primjeri:**

1. Rad sile teže:  $W = -(mgh_2 - mgh_1)$ .
2. Rad elastične sile:  $W = -(kx_2^2 / 2 - kx_1^2 / 2)$ .
3. Rad sile trenja:  $W = -\mu F_N l$ .

Određujući rad sile teže, elastične sile i sile trenja lako se uočava da su rad sile teže i rad elastične sile jednaki nuli kad god se tijelo vrati u početni položaj (što ne vrijedi za rad sile trenja). Stoga, za slučajeve takvih (konzervativnih) sila, za koje je rad funkcija razlike početnoga i krajnjega položaja, uvodi se zajednički naziv za nova svojstva – **potencijalna energija** tijela odgovarajuće sile. Potencijalna energija odgovarajuće konzervativne sile definira se kao rad koji će se izvršiti nad tijelom odgovarajućom silom kad se tijelo pomakne od položaja u kojem se nalazi tijelo do odabranoga referentnog položaja. U biti, ne definira se potencijalna energija već njena razlika, a referentni položaj (gdje je odgovarajuća potencijalna energija jednaka nuli) ostaje na slobodi tijekom primjene toga svojstva u nekom problemu koji se rješava.

Tada je **gravitacijska potencijalna energija** (u odnosu na referentni položaj):

$$E_{p,g} = mgh,$$

gdje su  $m$  masa tijela,  $g$  akceleracija slobodnoga pada i  $h$  visina položaja tijela u odnosu na referentni položaj.

Na sličan način, kao kod određivanja gravitacijske potencijalne energije, odeduje se i **elastična potencijalna energija**:

$$E_{p,e} = \frac{kx^2}{2},$$

gdje je  $k$  konstanta elastičnosti, a  $x$  položaj u odnosu na ravnotežni položaj elastične sile.

Zbroj kinetičke energije te gravitacijske i elastične potencijalne energije naziva se **mehanička energija**.

Iz definicija gravitacijske i elastične potencijalne energije, kao i definicije mehaničke energije, samo po sebi je jasno da vrijedi zakon **očuvanje mehaničke energije** za slučajeve kada na tijelo (ili sustav tijela) djeluju isključivo sile koje su konzervativne (dakle, gravitacijska i elastična sila unutar mehanike). Ako na tijelo djeluju i druge sile (npr. sila trenja), tada se, naravno, mora uključiti rad te sile.

Sama riječ *potencijalna* u terminu *potencijalna energija* kazuje da tu energiju tijelo zapravo još „nema“ već da će je sigurno dobiti kad se pojavi u odgovarajućem položaju (nakon djelovanja odgovarajuće konzervativne sile).

**Na radionicama će se kroz prikladne primjere diskutirati o svim spomenutim konceptima.**

**Literatura:**

1. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Fundamentals of Physics, extended, 6th edition, John Wiley and Sons, 2003.
2. P. G. Hewitt, J. Suecki, L. A. Hewitt, Conceptual Physical Science, 3rd edition, Addison Wesley, 2004.
3. <http://en.wikipedia.org>