

PROBLEMSKI ZADACI, radionica, kolovoz 2010.
grupa I.

Cilj: Napisati opću formulu za rješavanje metodom unatrag ako su dana tri koraka. Kreirati jedan zadatak koji ima tri koraka.

Objašnjenje: Promotrimo primjer i izvod formule koja veže dane veličine: *Mario je prvi dan pročitao $\frac{a_1}{b_1}$ knjige, drugi dan $\frac{a_2}{b_2}$ nepročitano dijela knjige, i za treći dan mu je ostalo m stranica. Koliko stranica ima knjiga?*

Izvod. Označimo s x broj stranica.

Prvi dan je pročitao $\frac{a_1}{b_1}x$ stranica. Uvjet $\frac{a_1}{b_1}x \in \mathbf{N}$.

Prvi ostatak $ost_1 = x(1 - \frac{a_1}{b_1})$.

Drugi dan pročitao je $\frac{a_2}{b_2} \cdot x(1 - \frac{a_1}{b_1})$. Uvjet $\frac{a_2}{b_2}x(1 - \frac{a_1}{b_1}) \in \mathbf{N}$.

Drugi ostatak $ost_2 = x(1 - \frac{a_1}{b_1}) - \frac{a_2}{b_2} \cdot x(1 - \frac{a_1}{b_1}) = x(1 - \frac{a_1}{b_1})(1 - \frac{a_2}{b_2})$. I to je jednako m .

Dakle, imamo $x \frac{(b_1 - a_1)(b_2 - a_2)}{b_1 b_2} = m$ pa je

$$x = \frac{mb_1 b_2}{(b_1 - a_1)(b_2 - a_2)}, \quad b_1 b_2 | x.$$

a_1, a_2, b_1, b_2 izaberemo proizvoljno (paziti da su $\frac{a_1}{b_1}$ i $\frac{a_2}{b_2}$ pravi razlomci), iz toga izbora slijedi izbor za m tako da x bude prirodan.

To je zadatak s dva koraka: prvi dan, drugi dan. Napisati zadatak s općim brojevima koji ima tri koraka, izvesti formulu za x te napisati i riješiti metodom unatrag zadatak s konkretnim brojevima.

PROBLEMSKI ZADACI, radionica, kolovoz 2010.
grupa II.

Cilj: Kreirati jedan zadatak s premještanjem koji ima tri koraka, a koji se rješava metodom unatrag.

Objašnjenje: Promotrimo primjer i njegovo rješenje:

135 učenika drugih razreda krenulo je s 3 autobusa na izlet. Na prvom stajalištu iz prvog autobusa prijeđe u drugi 3 učenika, a u treći 9. Kad su nastavili vožnju u svakome je autobusu bio jednak broj učenika. Koliko je učenika bilo u svakom od autobusa na početku putovanja?

Rješenje. Nakon prelaska u svakom je autobusu bilo $135 : 3 = 45$ učenika.

U drugi autobus su ušla 3 učenika, dakle, prije njihova dolaska bilo ih je $45 - 3 = 42$.

U treći autobus je ušlo 9 učenika, dakle, prije njihova dolaska bilo ih je $45 - 9 = 36$.

U prvome su na početku bila ta 3 i tih 9 učenika, tj. bilo ih je $45 + 3 + 9 = 57$.

Još jedan primjer s jednim korakom:

Petar, Vlado i Ozren imaju zajedno 150 pikula. Ako Petar da Ozrenu 15 pikula, a Vladi 4, onda će sva trojica imati jednak broj pikula. Koliko pikula ima svaki od njih?

Ovo su zadaci s jednim korakom, tj. na samo jednom stajalištu je došlo do premještanja učenika ili je samo jedan dječak premještao pikule. Kreirajte i riješite zadatak u kojem se pojavljuju tri koraka (na pr. tri stajališta).

PROBLEMSKI ZADACI, radionica, kolovoz 2010.
grupa III.

Cilj: Kreirati 2-3 zadatka za rješavanje metodom unatrag analogna obrađenom primjeru.

Objašnjenje: Promotrimo primjer i njegovo rješenje:

Mario je prvi dan pročitao $\frac{1}{9}$ knjige, drugi dan $\frac{3}{4}$ nepročitanog dijela knjige, i za treći dan mu je ostalo 120 stranica. Koliko stranica ima knjiga? (Rješenje: 540.)

Rješenje. 120 stranica je $\frac{1}{4}$ nepročitanog dijela knjige. Dakle, nepročitani dio knjige ima $4 \cdot 120 = 480$ stranica.

Nepročitani dio knjige je $\frac{8}{9}$ cijele knjige.

To znači da je $\frac{1}{9}$ knjige $480 : 8 = 60$ stranica,
a cijela knjiga ima $9 \cdot 60 = 540$ stranica.

U sljedećem primjeru je dana formula koja povezuje veličine koje se javljaju u zadatku.

Mario je prvi dan pročitao $\frac{a_1}{b_1}$ knjige, drugi dan $\frac{a_2}{b_2}$ nepročitanog dijela knjige, i za treći dan mu je ostalo m stranica. Koliko stranica ima knjiga?

Označimo s x broj stranica.

Prvi dan je pročitao $\frac{a_1}{b_1}x$ stranica. Uvjet $\frac{a_1}{b_1}x \in \mathbf{N}$.

Prvi ostatak $ost_1 = x(1 - \frac{a_1}{b_1})$.

Drugi dan pročitao je $\frac{a_2}{b_2} \cdot x(1 - \frac{a_1}{b_1})$. Uvjet $\frac{a_2}{b_2}x(1 - \frac{a_1}{b_1}) \in \mathbf{N}$.

Drugi ostatak $ost_2 = x(1 - \frac{a_1}{b_1}) - \frac{a_2}{b_2} \cdot x(1 - \frac{a_1}{b_1}) = x(1 - \frac{a_1}{b_1})(1 - \frac{a_2}{b_2})$. I to je jednako m .

Dakle, imamo $x \frac{(b_1 - a_1)(b_2 - a_2)}{b_1 b_2} = m$ pa je

$$x = \frac{mb_1 b_2}{(b_1 - a_1)(b_2 - a_2)}, \quad b_1 b_2 | x.$$

a_1, a_2, b_1, b_2 izaberemo proizvoljno (paziti da su $\frac{a_1}{b_1}$ i $\frac{a_2}{b_2}$ pravi razlomci), iz toga izbora slijedi izbor za m tako da x bude prirodan.

PROBLEMSKI ZADACI, radionica, kolovoz 2010.
grupa IV.

Cilj: Grafičko-aritmetičkom metodom, a zatim i Descartesovom, riješiti ove zadatke:

1. Željko želi kupiti 11 bilježnica, ali za tu kupovinu mu nedostaje 14 kn. Stoga je kupio 8 bilježnica i ostalo mu je 4 kn. Kolika je cijena jedne bilježnice? (5/1999. županijsko)
2. Vino u boci stoji 40 kn. Vino je 7 puta skuplje od boce. Koliko stoji boca, a koliko vino? (5/2007. općinsko)
3. Lukina majka je tri puta starija od Luke, a Lukin otac je četiri godine stariji od Lukine majke. Svi troje zajedno imaju 88 godina. Koliko godina ima Luka, koliko majka, a koliko otac?

PROBLEMSKI ZADACI, radionica, kolovoz 2010.
grupa V.

Cilj: Kreirati 2-3 zadatka sa znamenkama i detaljno ih riješiti.

Podsjetnik: *Odredi sve dvoznamenkaste brojeve koji su za 10 veći od trostrukog zbroja svojih znamenaka.*

PROBLEMSKI ZADACI, radionica, kolovoz 2010.
grupa VI.

Cilj: Kreirati 2-3 zadatka koji su prikladni za rješavanje metodom uzastopnog približavanja i detaljno ih riješiti.

Podsjetnik: *U jednoj auto-radionici u jednom mjesecu popravljena su 44 vozila i to motocikli i automobili. Na svim tim vozilima bilo je ukupno 144 kotača. Koliko je bilo motocikala, a koliko automobila?*

Rješenje.

<i>broj motocikala</i>	<i>broj auta</i>	<i>broj kotača motocikala</i>	<i>broj kotača auta</i>	<i>ukupno kotača</i>
<i>10</i>	<i>34</i>	<i>20</i>	<i>136</i>	<i>156</i>
<i>20</i>	<i>24</i>	<i>40</i>	<i>96</i>	<i>136</i>
<i>12</i>	<i>32</i>	<i>24</i>	<i>128</i>	<i>152</i>
<i>14</i>	<i>30</i>	<i>28</i>	<i>120</i>	<i>148</i>
<i>16</i>	<i>28</i>	<i>32</i>	<i>112</i>	<i>144</i>

Bilo je 16 motocikala i 28 automobila.

PROBLEMSKI ZADACI, radionica, kolovoz 2010.
grupa VII.

Cilj: Metodom lažne postavke, a zatim i grafički-aritmetički riješiti zadatke:

1. Odredi dva prirodna broja čiji zbroj je 960, a količnik 5. (5/1999, općinsko)
2. Dana su tri prirodna broja takva da je svaki sljedeći tri puta veći od prethodnog. Koji su to brojevi ako je njihov zbroj 546?
3. Zbroj dva broja jednak je $\frac{1}{7}$, a količnik tih brojeva isto je $\frac{1}{7}$. Koji su to brojevi? (6/1999. županijsko)

PROBLEMSKI ZADACI, radionica, kolovoz 2010.
grupa VIII.

Cilj: Descartesovom metodom riješiti ovaj problem gibanja i kreirati još dva analogna:

Udaljenost mjesta A i B je 550 km. Iz oba mjesta su istovremeno krenuli automobili jedan prema drugome. Kada će se susresti, ako je brzina automobila iz mjesta A 60 km/h, a iz mjesta B 72 km/h?

Ideje: kreću s nekoliko sati razlike, kreću u istom smjeru. Razmotriti uvjete na brojeve 550, 60, 72 tako da rezultat bude iskaziv u prirodnom broju minuta.