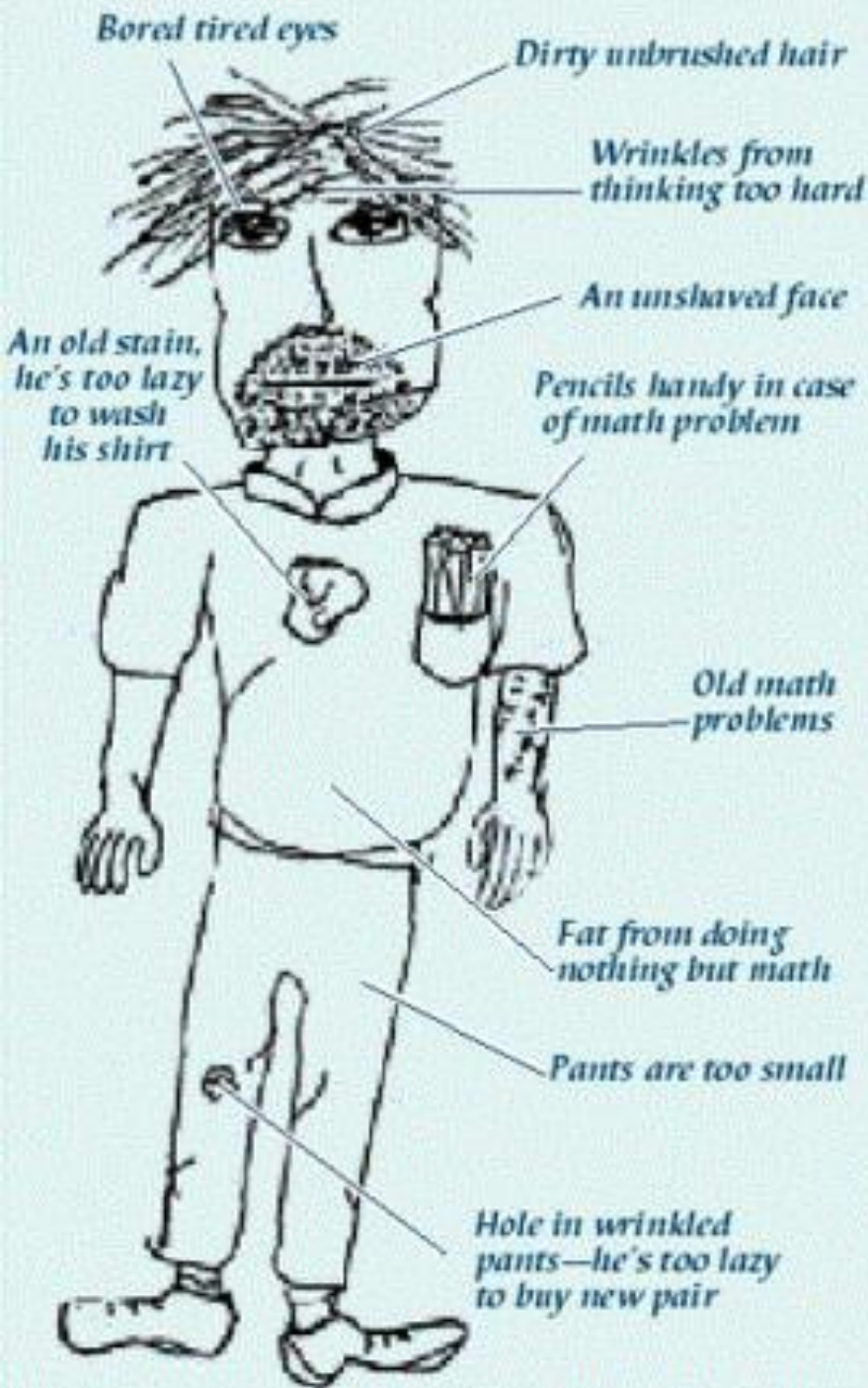


# Matematika u kontekstu

Dajana Zucić,  
viša savjetnica za matematiku,  
Agencija za odgoj i obrazovanje,  
Podružnica Osijek



*„Neugodan portret:  
kako jedno dijete vidi  
matematičara”*

*Times of London, 3.  
siječnja 2001.*

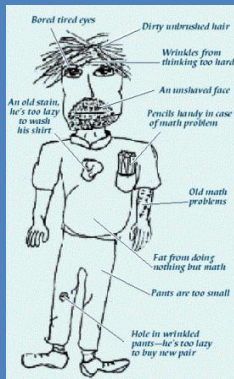
# “Mathematics – friendly” populacija?

- Dublje razumijevanje matematičkih ideja
- Sposobnost da se te ideje produktivno koriste
- Pozitivan pogled na matematiku i na sebe
- Korišćenje matematički bogatih konteksta
- Uključenost *svih učenika*



# Promjena matematičkih kurikuluma

- Funkcionalne vještine
- Dugoročno konceptualno razumijevanje
- Proceduralna fluentnost
- Sposobnost primjene matematike
- Rješavanje nestandardnih problema
- Razumijevanje povezanosti unutar matematike





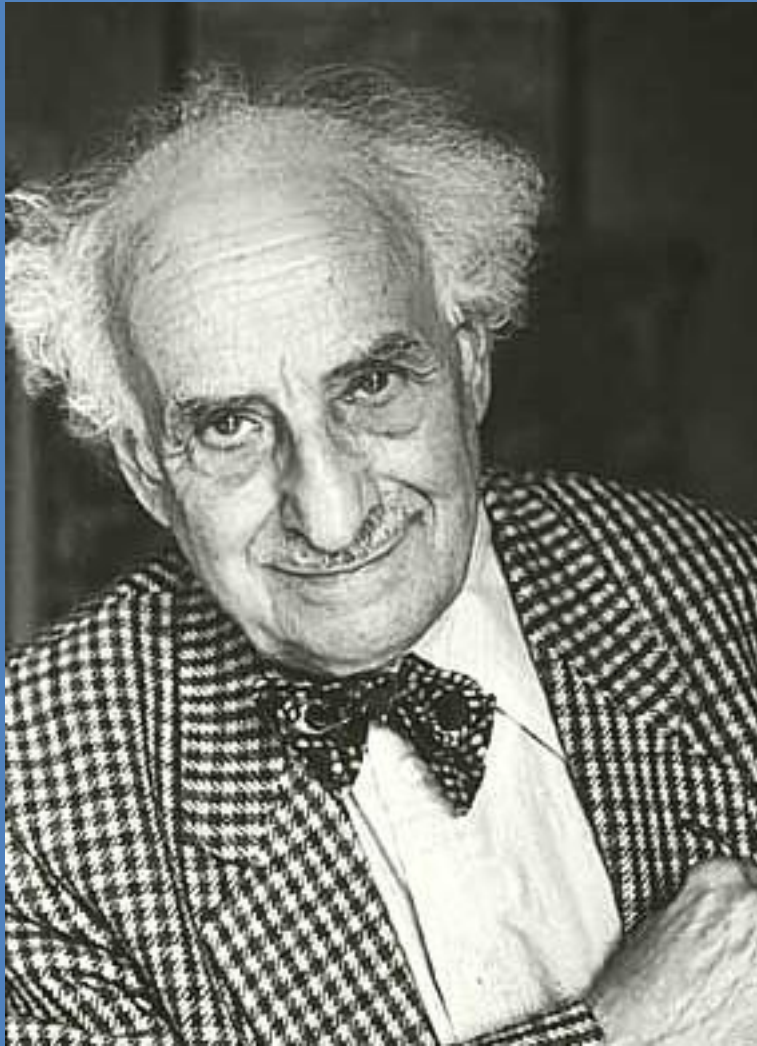
Realistična matematička edukacija:  
nizozemski pristup  
poučavanju matematike



# Ključne riječi

- matematičko razumijevanje
- neformalne metode rješavanja problema
- kontekst
- model
- matematizacija
- vođeno otkrivanje
- uvid

# Hans Freudenthal 1905.-1990.



- nizozemski matematičar
- 1971. u Utrechtu je osnovao Institut za razvoj matematičke edukacije koji se danas zove *Freudenthal Institut za znanstvenu i matematičku edukaciju*

# Freudenthalovo viđenje:

- Matematika mora biti povezana sa stvarnošću, bliska učenikovu iskustvu i važna za društvo kao humana vrijednost
- Učenik treba otkriti matematičke strukture u vlastitoj okolini i stvoriti vlastiti matematički koncept





# Filozofija RME pristupa

- Učenici razvijaju matematičko razumijevanje radeći na kontekstu koji ima smisla za njih
- Učenici razvijaju vlastite intuitivne metode za rad na problemima, ali koristeći pomno odabrane kontekste i vođeni učiteljevim intervencijama



# Kontekst

- Kontekst može biti svakodnevni svijet, svijet mašte ili čak formalni svijet matematike
- Bitno je da je kontekst realan učenikovom umu, a ne doslovno realan, a to znači:
  - ▶ učeniku razumljiv i mentalno blizak
  - ▶ zamisliv
  - ▶ “to imagine” na nizozemskom je “zich REALISeren”

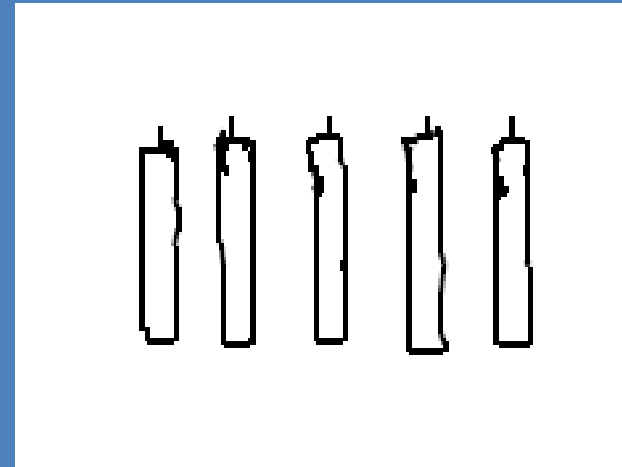
# ŠEST PRINCIPA RME

- PRINCIP AKTIVNOSTI
- PRINCIP REALNOSTI
- PRINCIP RAZINE
- PRINCIP ISPREPLETANJA
- PRINCIP INTERAKCIJE
- PRINCIP VODSTVA





# PRINCIP RAZINE



1. Kontekstno povezano brojanje:  
Koliko je star dječak?

2. Objektно povezano brojanje: Koliko ima svijeća?

3. Formalno brojanje



**Prva razina** je konkretna – ogrlica s kuglicama na kojoj učenici mogu vježbati zbrajanje.

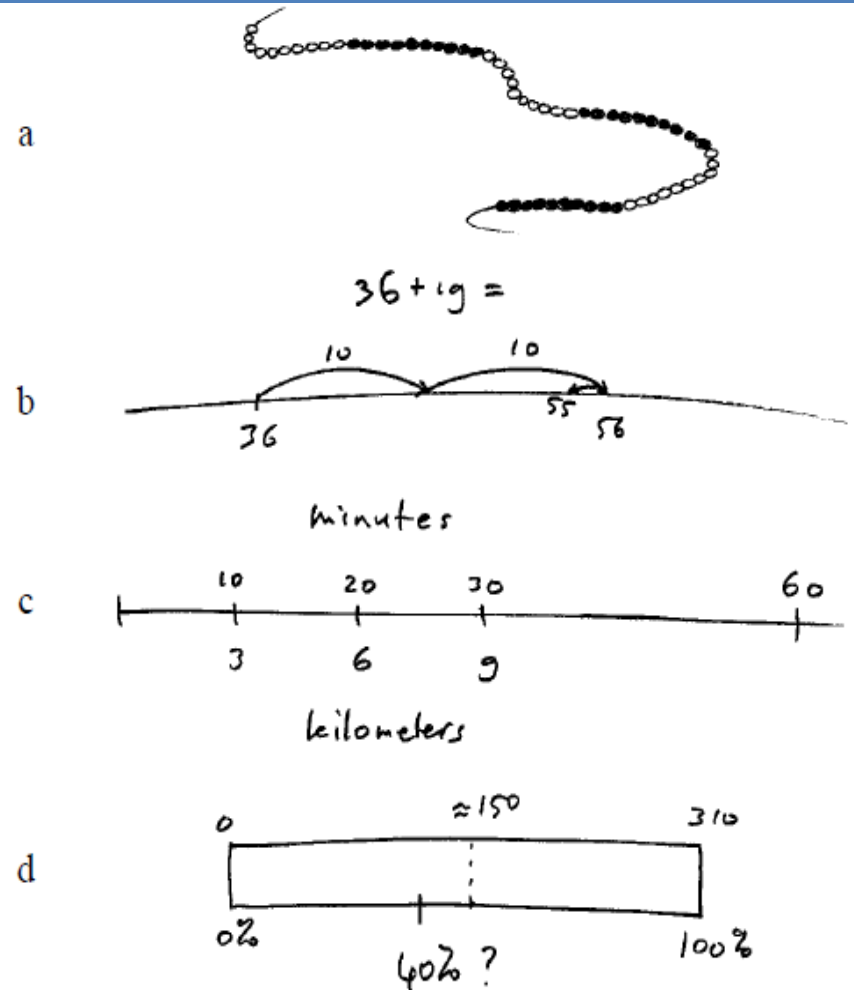
**Druga razina:** ogrlica postaje prazna linija za podršku zbrajanju i oduzimanju.

**Treća razina:** brojevni pravac za podršku kod problema omjera

**Četvrta razina:** dupli brojevni pravac prerasta u podršku u radu s postocima i razlomcima



# PRINCIP RAZINE

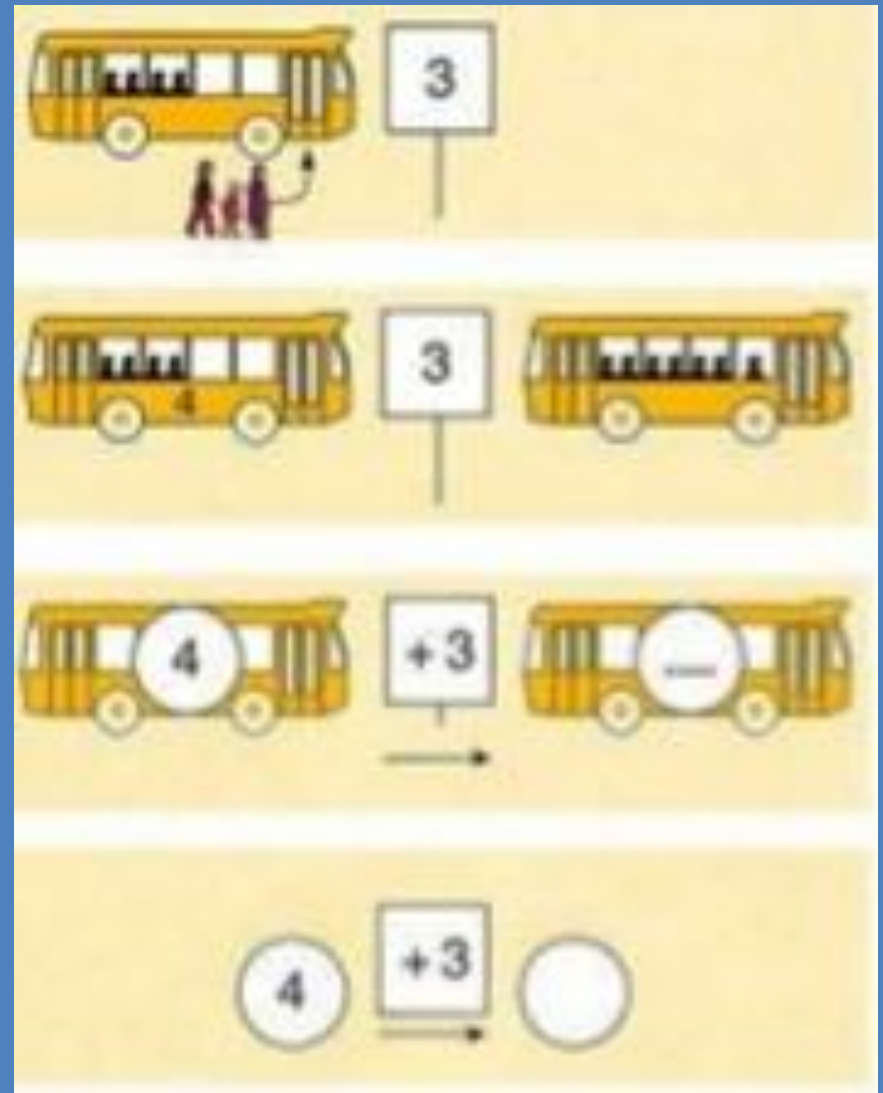


# MODEL

Koncept jednakosti:



Model autobusa:



Each day, Paulina's cat eats  $\frac{3}{4}$  can of food. Paulina is going on vacation for 12 days. She asked a neighbor to feed the cat. How many cans does she need to buy?

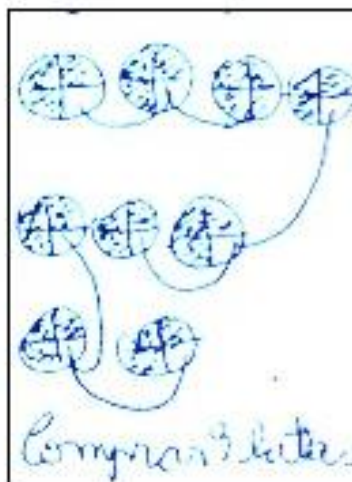
$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 12 \\ \hline 36 \end{array}$$

3  $\frac{3}{4}$  latas =  $\frac{3}{4}$   
 3 latas por día  
 de  $\frac{3}{4}$  me enteros  
 en  $\frac{36}{4}$  = 9 enteros  
 Debe comprar 9 latas

How many packs of  $\frac{4}{4}$  fit into  $\frac{36}{4}$ ?  
 9 wholes

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} + \frac{3}{4} &= 1\frac{2}{4} \\ 1\frac{2}{4} + 1\frac{2}{4} &= 3 \\ 3 \times 3 &= 9 \\ 12 \text{ días } & 9 \text{ latas} \end{aligned}$$

12 days and 9 cans



$$\begin{array}{c} \frac{3}{4} \\ \boxed{\frac{3}{4}} \quad \boxed{\frac{3}{4}} \quad \boxed{\frac{3}{4}} \\ \frac{3}{4} \end{array}$$

En 4 días son 3 latas  
 $\frac{4}{12} \times \frac{3}{4}$   
 En 12 son 9 latas **3**

In 4 days it's 3 cans  
 In 12 [days] 9 cans

$$\begin{aligned} 12 \times \frac{3}{4} &= ? \\ 2 \times \frac{3}{4} &= 1\frac{1}{2} \text{ latas} \\ 4 \times \frac{3}{4} &= 3 \text{ latas} \\ 6 \times \frac{3}{4} &= 4\frac{1}{2} \text{ latas} \\ 12 \times \frac{3}{4} &= 9 \text{ latas} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \text{ días} &= 2\frac{1}{4} \text{ latas} \\ 6 \text{ días} &= 4\frac{1}{2} \text{ latas} \\ 12 \text{ días} &= 9 \text{ latas} \\ \text{Eiene que dejar 9 latas} \end{aligned}$$

[She] has to leave 9 cans

Days

Eats

Cans

días	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
come	$\frac{3}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{12}{4}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{18}{4}$	$\frac{21}{4}$	$\frac{24}{4}$	$\frac{27}{4}$	$\frac{30}{4}$	$\frac{33}{4}$	$\frac{36}{4}$
latas	1	2	3	3	4	5	6	6	7	8	9	9

Debe comprar 9 latas

[She] needs to buy 9 cans

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} &= 4\frac{1}{2} \\ \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} &= 4\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Sumé 12 veces y me dio que en  
 6 días me da  $4\frac{1}{2}$  entonces me da  
 $4\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2}$  y me dio 9 enteros **9**

I added 12 times and it gave me that in 6 days it gives me  $4\frac{1}{2}$   
 So I add  $4\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2}$  and it gave me 9 wholes



# RME materijali povezani s volumenom





# Naglasimo razlike:

## RME

- Kontekst je izvor procesa učenja
- Učenici rješavaju realistične situacije najprije vlastitim neformalnim, intuitivnim načinom
- Razvoj “osjećaja za matematiku”
- Naglasak je na procesu matematizacije, a ne na matematičkom sadržaju

## Mehanistička matematika

- Kontekst se koristi kao motivacijski primjer na početku ili kao polje primjene na kraju obrade
- Naglasak na formalne matematičke algoritme i matematičke sadržaje
- Proceduralno fokusiran način poučavanja gdje je sadržaj učenja podijeljen na dijelove koji za učenika nemaju značenje

# Naglasimo razlike

## RME

- Učenikovo razumijevanje ukorijenjeno u kontekstu i mentalnim slikama je sigurno i trajno
- Važna uloga učenikove vlastite produkcije
- Matematizacija realnosti

## Mehanistička matematika

- Zaboravljanje je brzo
- Učenje je odvojeno od učenikova iskustva
- Znanstveno strukturiran kurikulum je antididaktički
- “Ready-made” matematika
- Prijenos gotovih matematičkih sadržaja učeniku

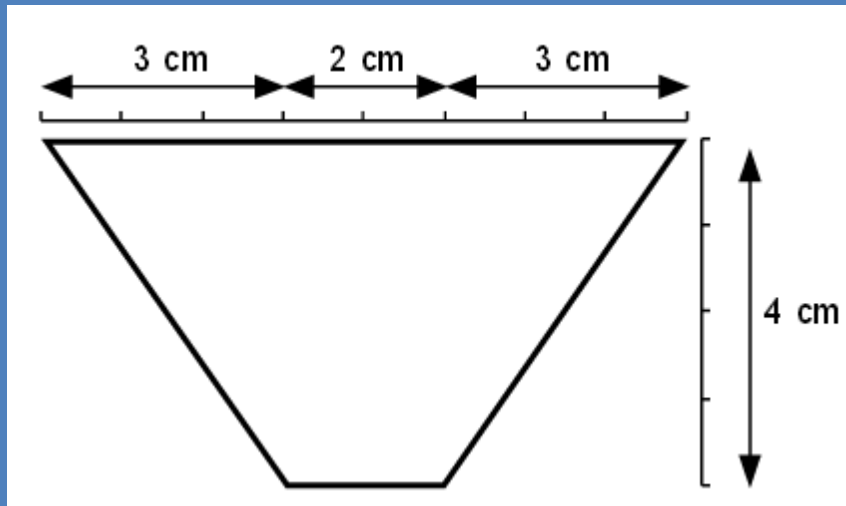
# Projekti povezani s RME

- *Mathematics in Context (MiC) u SAD*  
Sveučilište u Wisconsinu, 1991.
- *Mathematics in Context (MiC) u Velikoj Britaniji*  
Sveučilište u Manchesteru, 2003.
- *The Making Sense of Mathematics (MiC) u Velikoj Britaniji*  
Mathematics in Education end Industry (MEI), 2007.
- *Pendidikan Matematika Realistik Indonesia*

# Evaluacija projekata baziranih na RME

*Izračunaj površinu lika.*

*Pažljivo objasni svoje rješenje.*

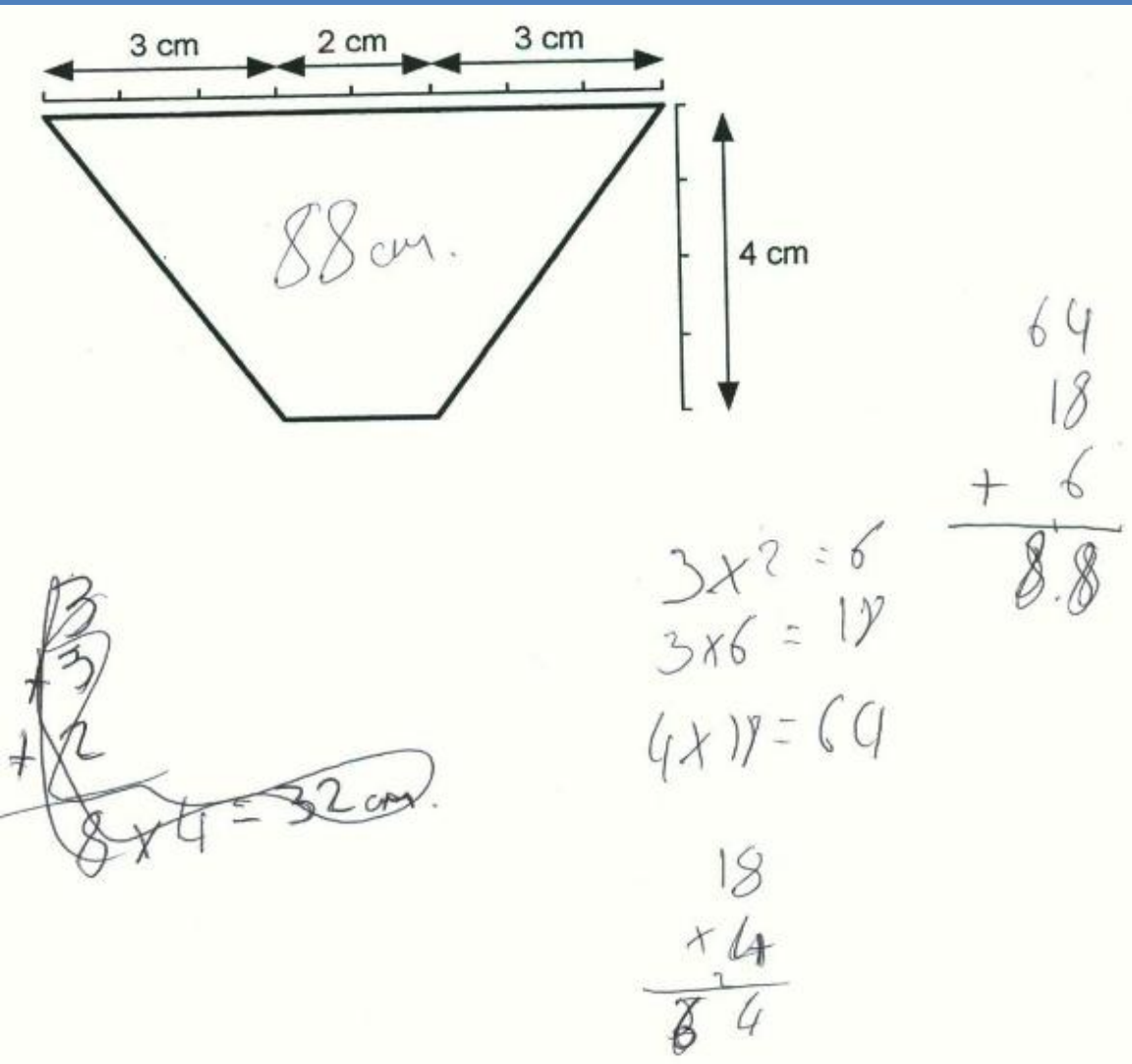


## Smislene strategije:

- Crtanje i brojanje kvadratnih centimetara
- Dijeljenje lika na pravokutnik i trokute
- Premještanje trokuta da bi se dobio pravokutnik



# Kontrolna skupina:



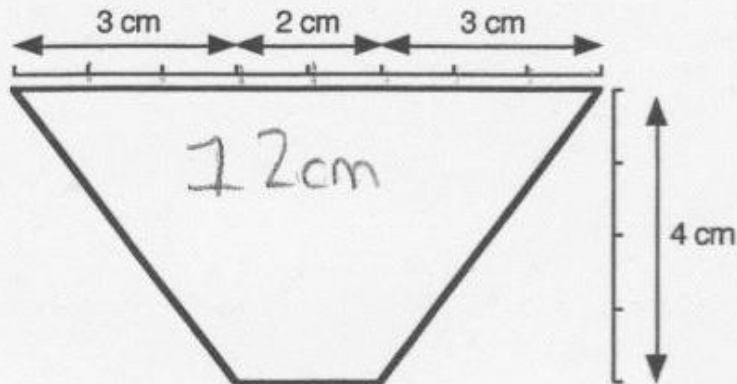
Samo trećina  
učenika koristila  
je neku smislenu  
strategiju

# Kontrolna skupina:

## Questions 1 continued

(b) Find the area of the shape shown below.

Show carefully how you worked it out.



I got this because  $3 \times 2 \times 3 \times 4 = 48$   
and the 1 divided by 4 because  
there are 4 numbers.

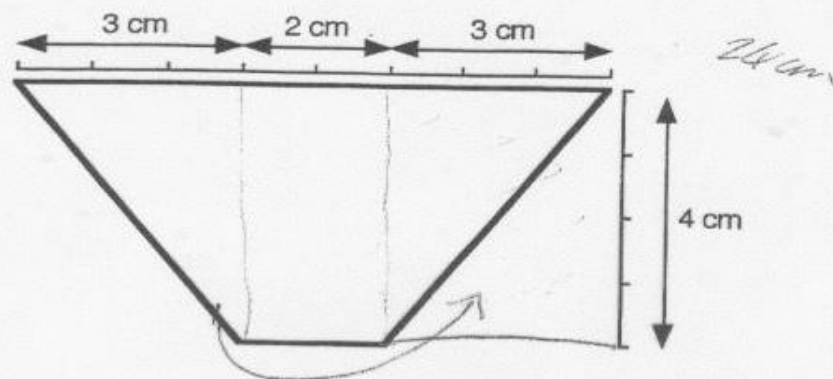
Većina  
učenika  
koristila je  
čistu  
numeričku  
metodu

# Projektna skupina

Pogrešan  
rezultat,  
ali  
smislena  
metoda!

## Questions 1 continued

- (b) Find the area of the shape shown below.  
Show carefully how you worked it out.



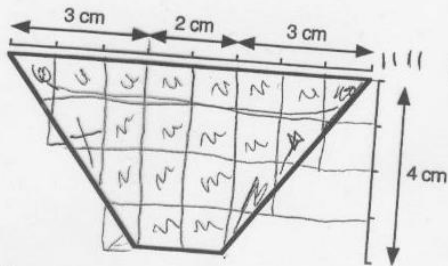
realloted the triangle on the left to make a  
rectangle and times  $6 \times 4 = 24$ . So the area  
of the shape =  $24 \text{ cm}^2$ .

# Projektna skupina:

Čak i oni učenici koji nisu dobili točno rješenje, pokazali su neki smisleni postupak rješavanja i demonstrirali shvaćanje što je površina

Questions 1 continued

- (b) Find the area of the shape shown below.  
Show carefully how you worked it out.



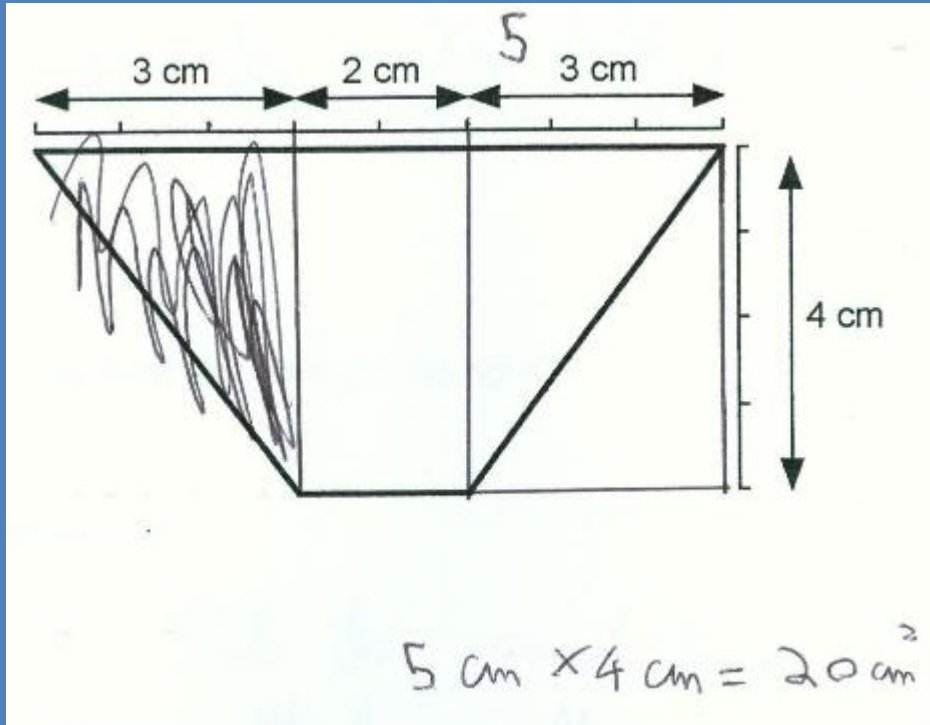
15 whole squares.

I divided the shape into squares  
and counted how many whole  
squares there was there was 15.  
I then added pieces to other pieces  
to make them whole and I got  $4\frac{1}{2}$   
I added this to 15 so it was  
the area of  $19\frac{1}{2}$



# Projektna skupina:

Dvije trećine učenika  
koristilo je neku  
smislenu metodu



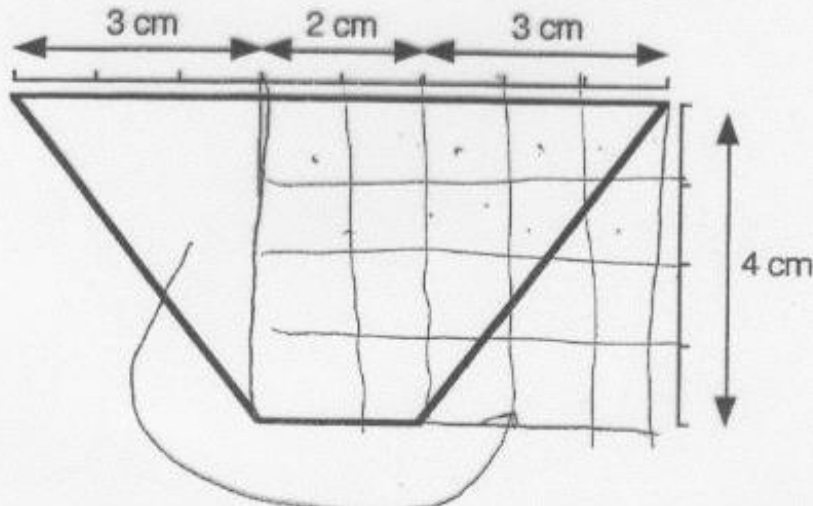
# Projektna skupina

## Questions 1 continued

(b) Find the area of the shape shown below.

Show carefully how you worked it out.

20cm<sup>2</sup>



Kombinacija  
dvije smislene  
metode:  
crtanje i  
brojanje  
kvadratnih  
centimetara, te  
premještanje  
trokuta

Pristup većine učenika iz kontrolne skupine:

*„I cant remember how to work out  
this area, but I do know that is  
something to do with timesing!”*


*“Ne mogu se sjetiti kako se radi  
ova površina, ali znam da ima  
neke veze s puta!”*

Činimo istu stvar iznova na isti način i  
očekujemo drukčije rezultate...









Hvala na  
pažnji