

SINGAPURSKA MATEMATIKA

Državni skup učitelja i nastavnika matematike
Zadar, 2015

Ljerka Jukić Matić

Zašto Singapurska matematika?

- Vrhunski rezultati u sklopu TIMSS i PISA studija
- Matematičko obrazovanje koje promiče duboko razumijevanje fundamentalnih matematičkih koncepata
- Razvoj vještine rješavanja problema
- Diferencirana nastava prema sposobnostima pomaže:
 - kao intrevencija i potpora učenicima koji imaju problema
 - naprednim učenicima stavljajući pred njih izazove

Obrazovanje u Singapuru

- Obrazovanje

Godine starosti	Razina	
6 do 9	Osnovna škola: Osnova faza	P1-P4
10 do 12	Osnovna škola: Orijentacijska faza	P5-P6 PSLE (Primary school Leaving exam)
12 do 15	Srednja škola: Express i Normal (Technical i Academic)	O Level Exam (Special) N Level Exam (Normal)
16 do 18	Pred-sveučilišno obrazovanje Politehničke škole Instituti za tehničku edukaciju	A Level Exam Diploma nakon 3 godine
12 do 17	Integrirani program	A Level Exam
19	Sveučilišno obrazovanje ili radna snaga	

Broj školskih sati matematike

Broj sati matematike	
P1-P4	7-11 sati
P5-P6	Standard 9 sati Osnova 13 sati
Express	5 sati
Normal (Academic)	6 sati
Normal (Technical)	8 do 9 sati

- Ideja: slabiji učenici trebaju više sati matematike

Vrijeme velikih promjena

- Singapurski učenici imali su poteškoća u razumijevanju i rješavanju matematičkih problema zadanih riječima.
- Zbog toga je uvedena metoda crtanja modela, ili metoda model koju je je uveo CDIS u osnovnoškolsku matematiku.

Okvir kurikuluma singapurske matematike

UVAŽAVANJE
INTERES
UVJERENJA
SAMOPOUZDANJE
SAMOOČUVANJE

SAMOREGULIRANO UČENJE
KONTROLA VLASTITOG MIŠLJENJA



ZAKLJUČIVANJE,
POVEZIVANJE
I KOMUNIKACIJA
PRIMJENA I
MODELIRANJE
HEURISTIKE

NUMERIČKO RAČUNANJE
ALGEBARSKA MANIPULACIJA
PROSTORNI ZOR
ANALIZA PODATAKA
MJERENJE
KORIŠTENJE MATEMATIČKIH
ALATA
PROCJENA

NUMERIČKI, GEOMETRIJSKI,
ALGEBARSKI, ANALITIČKI, VJEROJATNOSNI, STATISTIČKI

Nastava matematike

PEDAGOGIJA

- **Rješavanje problemskih zadataka**
 - Poučavanje za pristup problemskim zadatcima (Problem Solving)
 - Poučavanje metoda rješavanja za problemskih zadataka
 - Poučavanje kroz problemske zadatke

IZVEDBA

- **Promicanje**
 - Učinkovitosti
 - Korisnosti
 - Elegancije

Ključne strategije

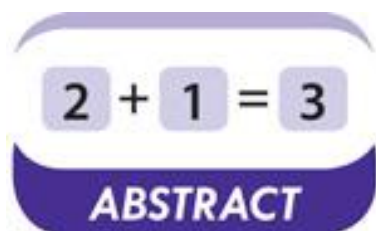
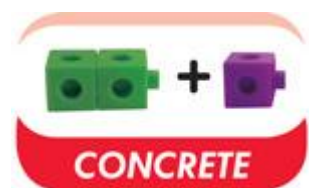
KONKRETNO → SLIKOVNO → APSTRAKTNO

VIZUALIZACIJA

MATEMATIKA KAO MIŠLJENJE

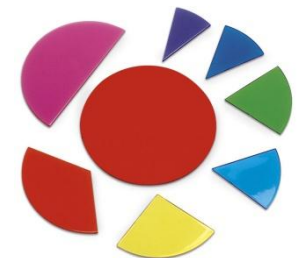
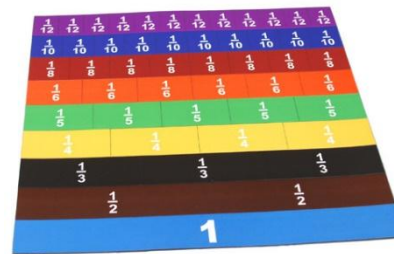
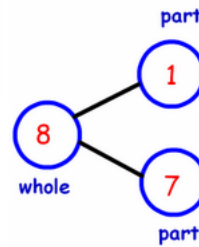
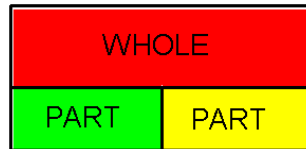
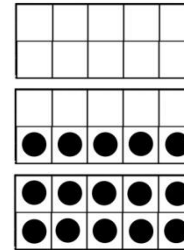
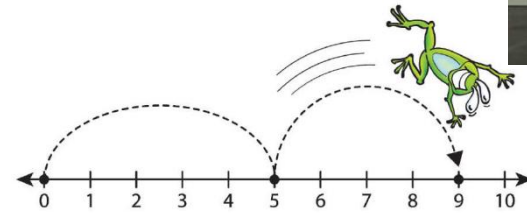
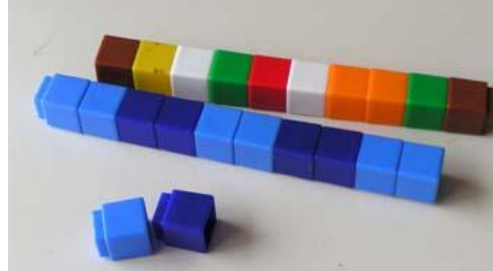
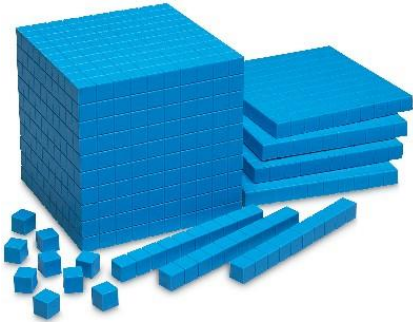


K-S-A Konkretno, Slikovno, Apstraktno



- Poučavanje započinje na konkretnoj razini korištenjem maipulativa kako bi se izgradilo razumijevanje osnovnih vještina i koncepata.
- Tada se učenici uvode u slikovnu fazu: crtanje modela.
- Učenicima se ne pokazuje formula niti algoritam, tj. apstraktna razina, sve dok nisu savladali crtanje modela.

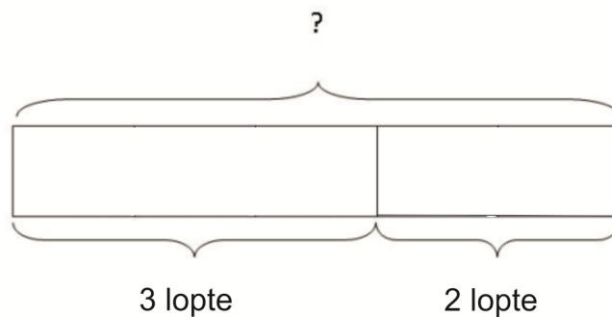
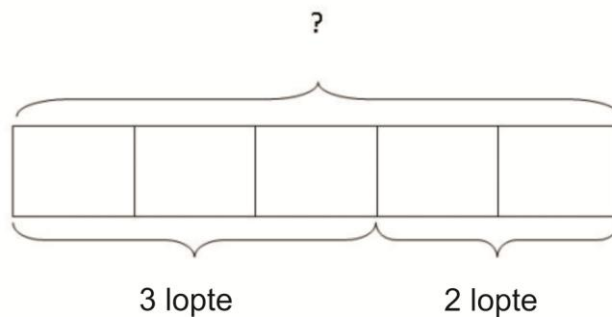
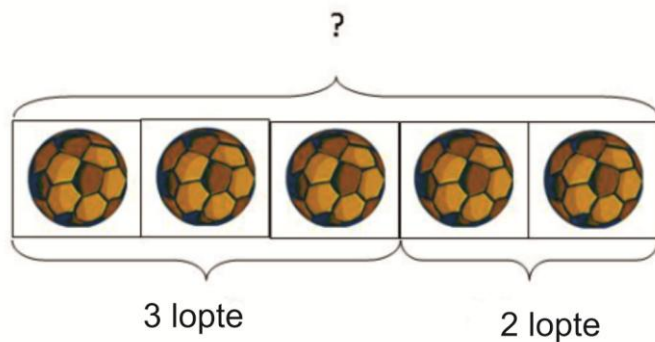
Manipulativi



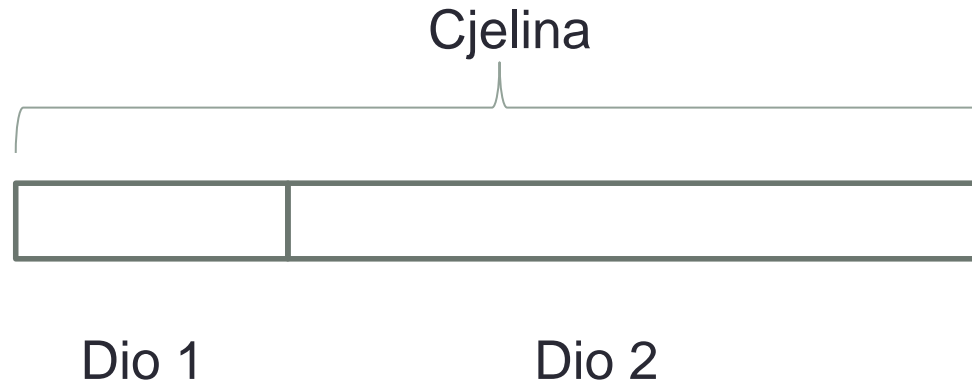
Metoda modela

- trenutni pristup učenju matematike u osnovnim školama
- učenici su dužni izraditi matematičke modele koji ilustriraju problem
- metodu kreirao singapurski učitelj Hector Chee
- 2 osnovna koncepta

Model dio-cjelina

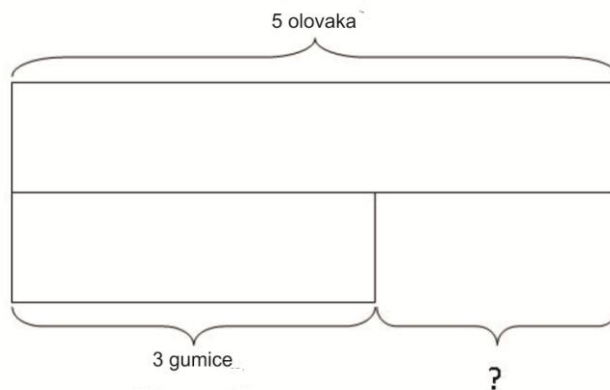
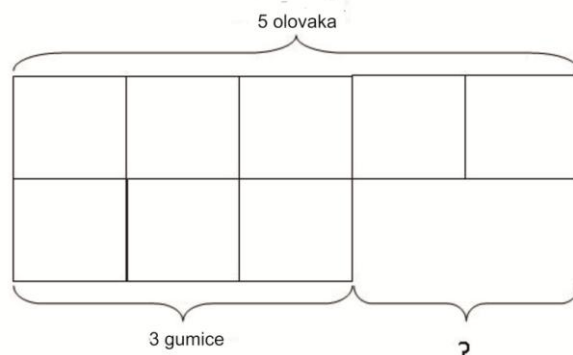
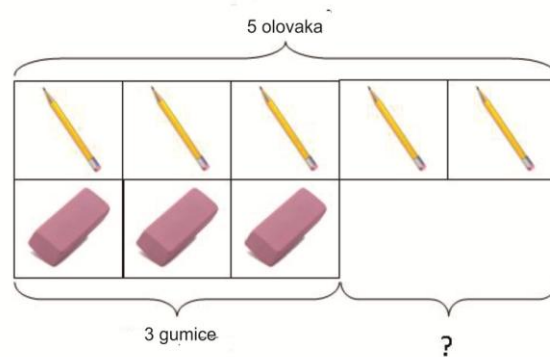


DIO-CJELINA MODEL ZA ZBRAJANJE I ODUZIMANJE

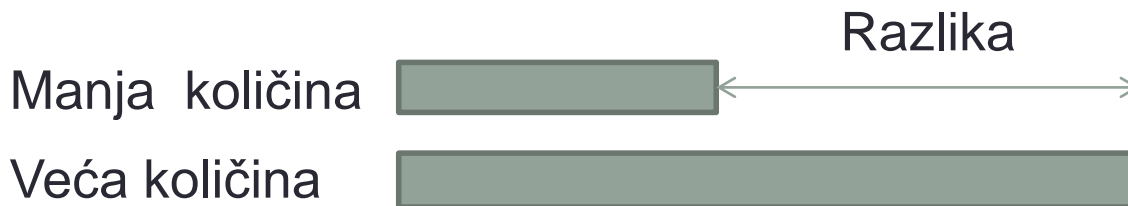


Model predstavlja kvantitativnu vezu među 3 varijable: *cjelina*, *dio 1*, *dio 2*. Ako su dane vrijednosti bilo koje dvije varijable, treća se može dobiti oduzimanjem ili zbrajanjem.

Model usporedbe



MODEL USPOREDBE ZA ZBRAJANJE I ODUZIMANJE

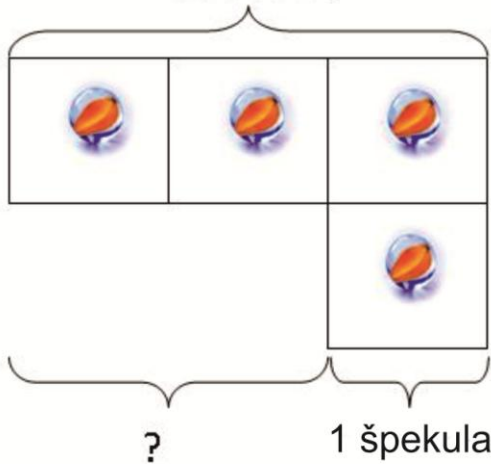


Model predstavlja kvantitativnu vezu 3 varijable: *manju količinu, veću količinu, razliku*. Ako su dane bilo koje dvije varijable, treća se može dobiti zbrajanjem ili oduzimanjem.

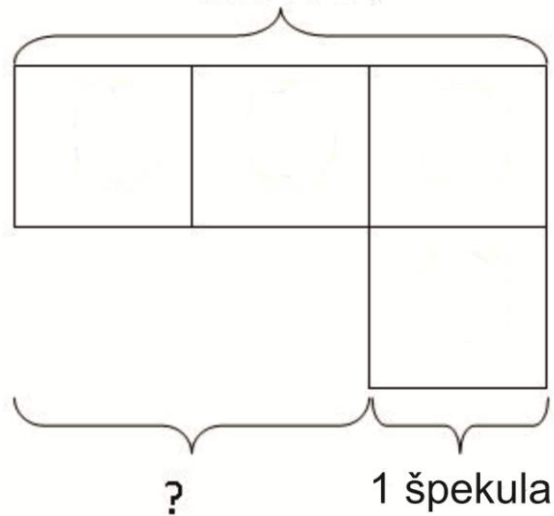
Koncept promjene

-nastao iz temeljna dva koncepta

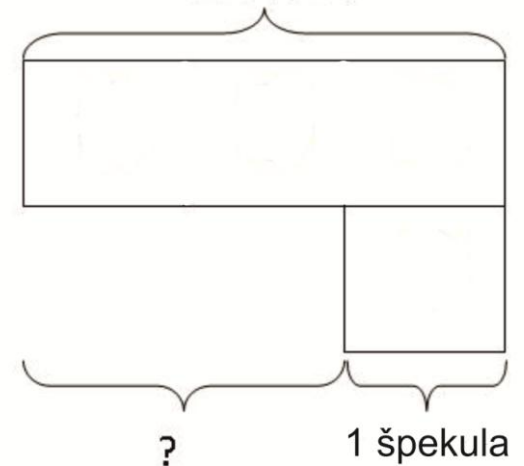
3 špekule



3 špekule



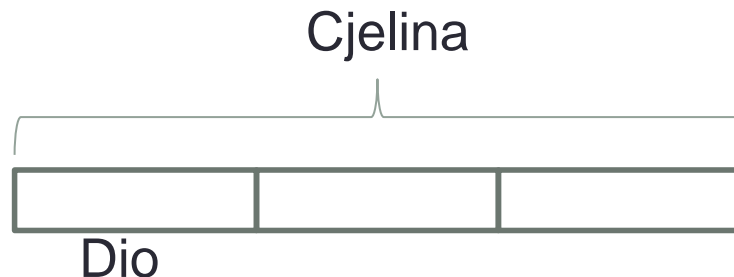
3 špekule



- **dio-cjelina model i model usporedbe su dalje razvijeni za množenje, dijeljenje, razlomke, omjere i postotke**

DIO-CJELINA MODEL ZA MNOŽENJE I DIJELJENJE

Sljedeći dio-cjelina model predstavlja cjelinu podijeljenu na 3 jednaka dijela



Model ilustrira koncept množenja kao:

$$\boxed{\begin{array}{c} \text{Jedan} \\ \text{dio} \end{array}} \times \boxed{\begin{array}{c} \text{Broj} \\ \text{dijelova} \end{array}} = \boxed{\text{Cjelina}}$$

MULTIPLIKATIVNI MODEL USPOREDBE

Jedna količina je višekratnik druge tj.

Veća količina

--	--	--

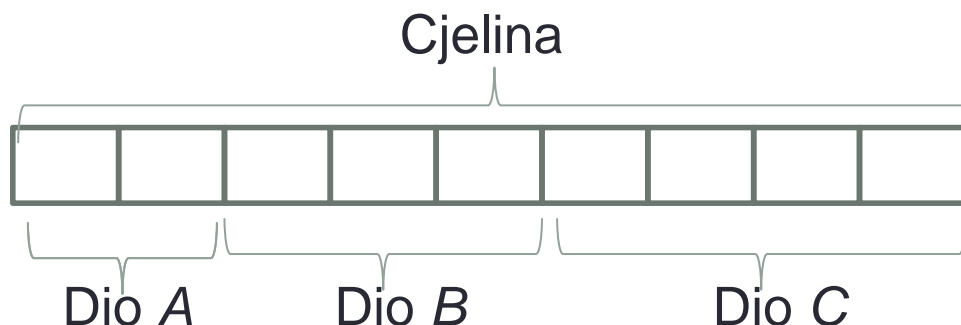
Manja količina

--

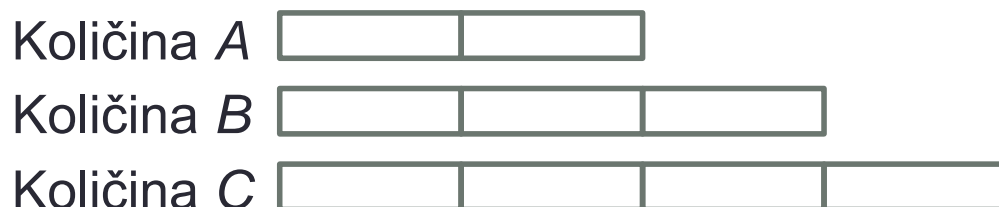
Veća količina je 3 puta kao manja količina, tj.
manja količina iznosi $\frac{1}{3}$ veće količine

MODELI OMJERA

Dani dio-cjelina model pokazuje tri količine A, B i C u omjeru 2:3:4.



Sljedeći model usporedbe pokazuje tri količine A, B i C s u omjeru 2:3:4.

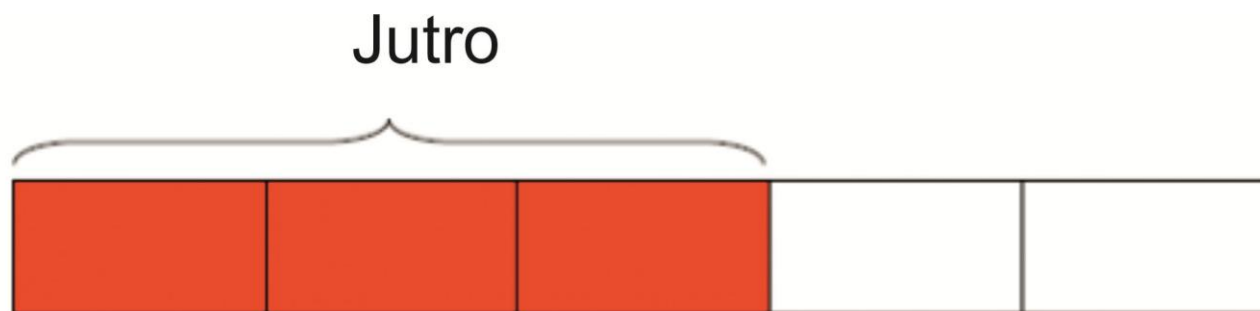


Omjer 2:3:4 znači “2 jedinice prema 3 jedinice prema 4 jedinice”

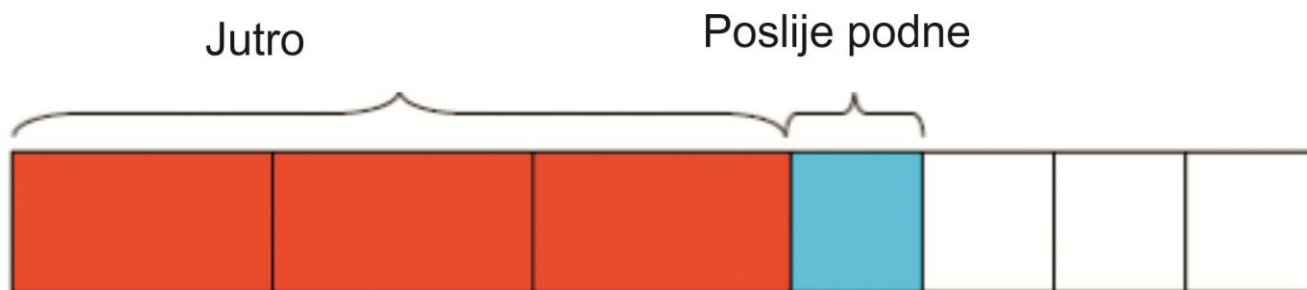
- Dio-cjelina model i model usporedbe su slikovne sheme.
- Kada učenici rješavaju problem crtanjem modela dio-cjelina ili modela usporedbe, tada svjesno koriste problemsku shemu kako bi vizualizirali strukturu problema.
- Shvaćaju smisao kvantitativnih veza i pravilno određuju koju operaciju trebaju izvesti (zbrajanje, oduzimanje, množenje, dijeljenje) kako bi riješili problem.

Primjena na razlomke

- Petar se prodaje štapove za pecanje. Prodao je $\frac{3}{5}$ štapova ujutro i $\frac{1}{4}$ u popodnevnim satima. Ako je Petar ujutro prodao 200 štapova više nego poslijepodne, koliko je Petar štapova za pecanje imao u početku?



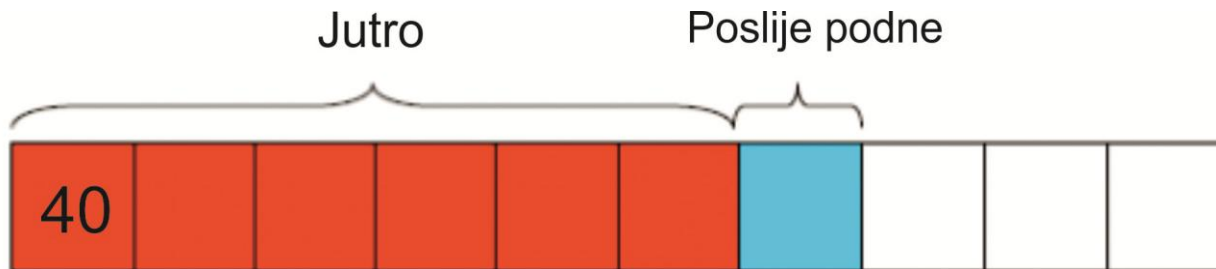
Korak 1. Petar je prodao $\frac{3}{5}$ štapova ujutro



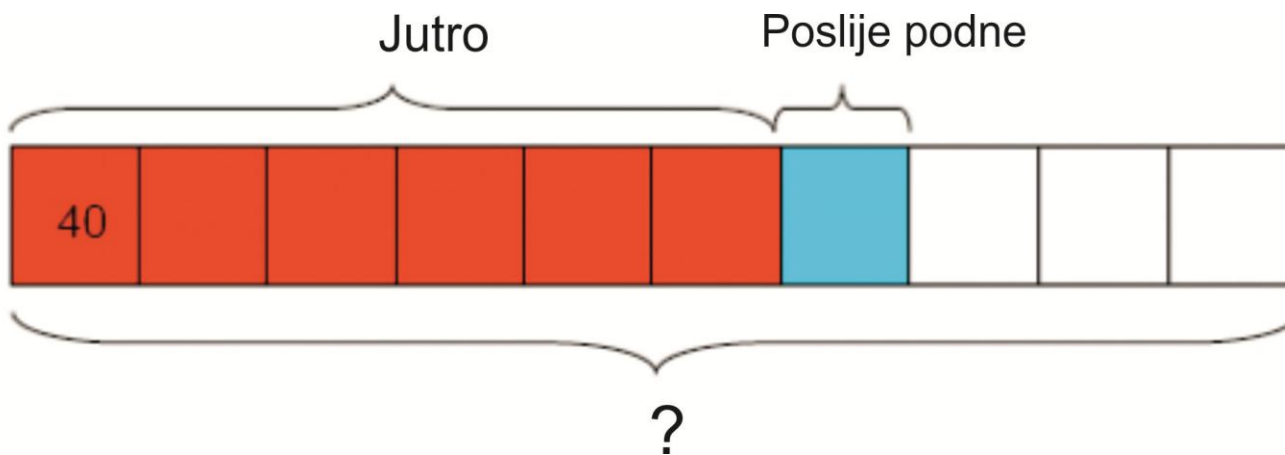
Korak 2. Petar je prodao $\frac{1}{4}$ ostatka poslijepodne



Korak 3. Načiniti sva polja jednake veličine



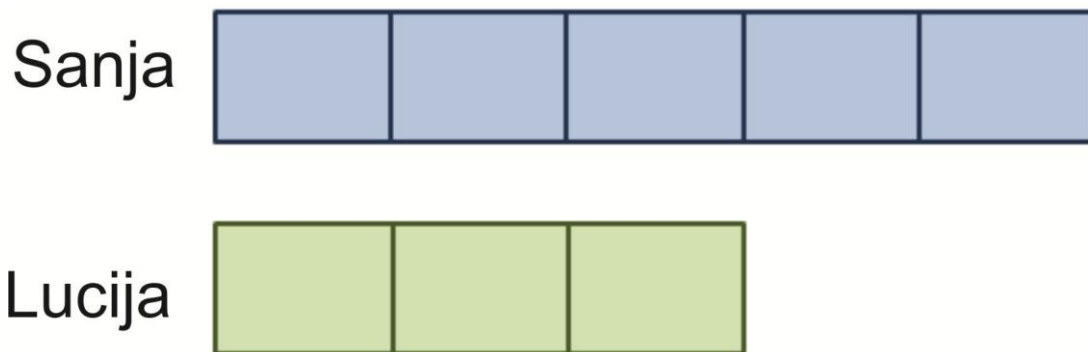
Korak 4. Izračunati koliko štapova predstavlja svako polje



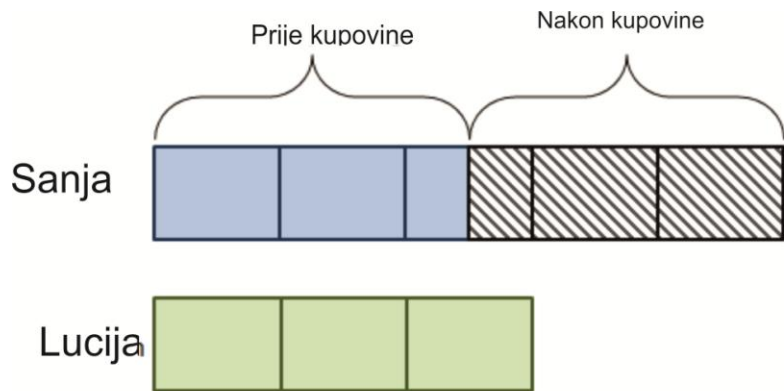
Korak 5. Izračunati ukupan broj štapova

Primjena na omjere

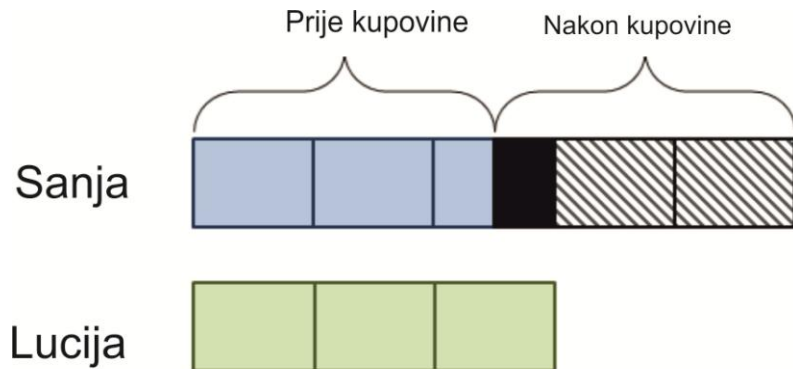
- Omjer novca koji imaju Sanja i Lucija je 5:3. Nako što je Sanja potrošila polovinu svog novca, imala je 15 kn manje nego Lucija. Koji iznos novca su obje djevojčice imale na početku?



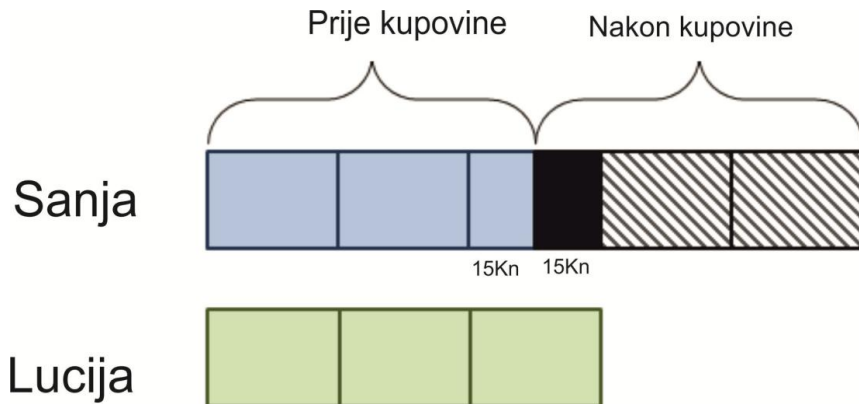
Korak 1. Načiniti omjer novaca 3: 5



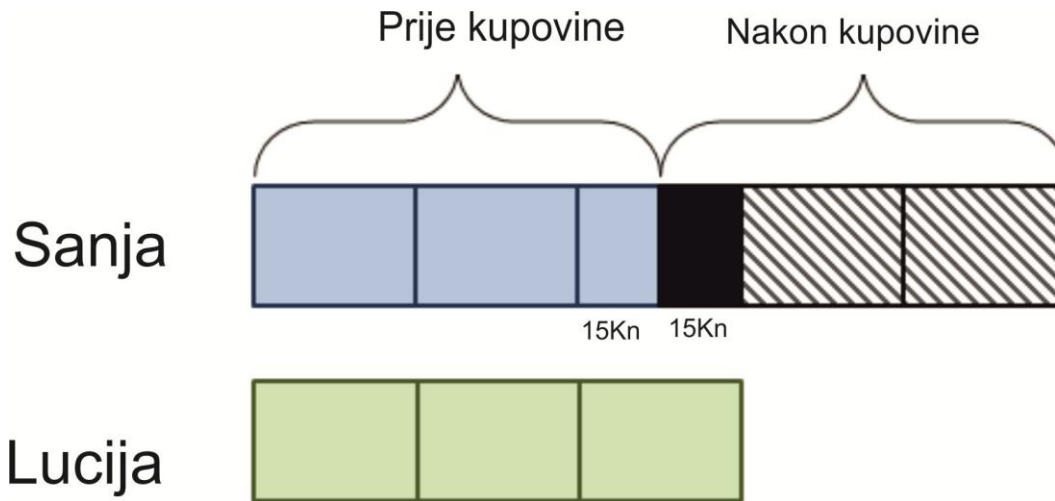
Korak 2. Omjer novac Sanje i Lucije nakon što je Sanja potrošila $\frac{1}{2}$ svog novaca



Korak 3. Označiti blok koji predstavlja razliku novca dvije djevojčice.



Korak 4. Pronaći vrijednost svakog bloka



- Završni korak je izračunati ukupnu količinu novca koje obje djevojčice imaju u početku. Iz 1. koraka, mi znamo da postoji 8 blokova ukupno.
- Dakle, odgovor je $8 \times 30 \text{ kn} = 240 \text{ kn}$.

Primjena na decimalne brojeve

- Marija ima 15 kn prije kupovine. Nakon što je kupila 5 identičnih olovaka, ostalo joj je 9 kn. Koliko košta svaka olovka?

Prije



Poslije



Korak 1. Marija ima 15kn prije kupovine, i 9kn nakon kupovine

Prije



Poslije



Korak 2. Prikazati olovke poljima.

Prije



Poslije



$$15Kn - 9Kn = 6Kn$$

Korak 3. Izračunati koliko košta jedna olovka

- **Metoda modela je vizualno pomagalo i od učenika se ne zahtijeva da opisuju model niti da objasne kako je model kreiran.**
- **Primjena metode modela za rješavanje matematičkih problemskih zadataka riječima eksplicitno je uvrštena kao dio inicijative *Iskustveno učenje* u posljednjem matematičkom programu za osnovu i srednju školu.**

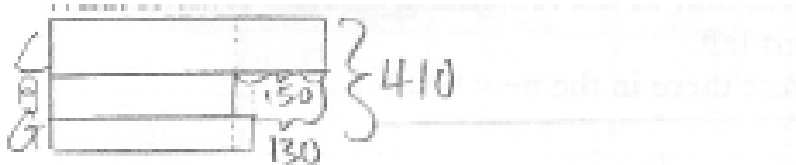
Strategija Metode modela

8 koraka za metodu modela

1. Pročitati problem
2. Odlučiti tko je uključen
3. Razlučiti što je uključeno
4. Nacrtati pravokutnike
5. Pročitati svaku rečenicu
6. Staviti upitnik
7. Provesti računanje
8. Odgovoriti na pitanje

Učenički radovi

Krava teži 150 kg više od psa, koza teži 130kg manje od krave. Sve tri životinje zajedno teže 410kg. Kolika je masa krave?



$$150 - 130 = 20$$

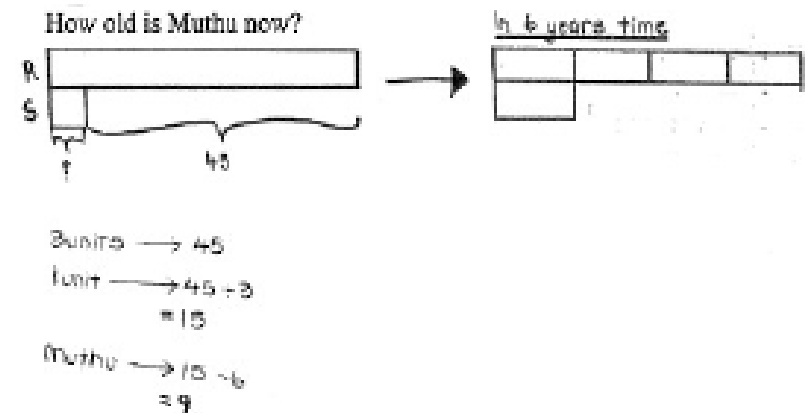
$$150 + 20 = 170$$

$$410 - 170 = 240$$

$$240 \div 3 = 80$$

$$80 + 150 = \underline{\underline{230}}$$

Gospodina Raman je 45 godina stariji od svog sina Muthua. Za 6 godina, Muthu će imati $\frac{1}{4}$ očevih godina. Koliko je Muthu star?



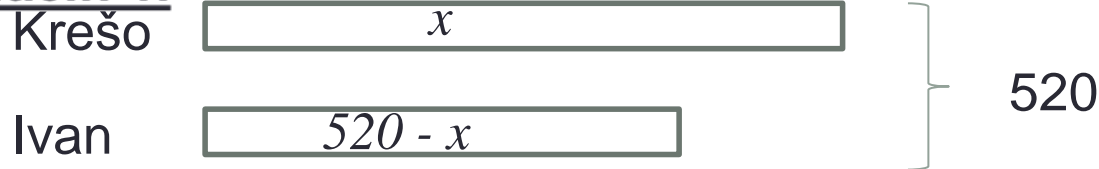
No, je li sve baš tako savršeno?

- U Singapuru, učenici uče linearne jednačbe s jednom nepoznanicom u sedmom razredu (Secondary One) a sustave jednažbi u osmom razredu (Secondary Two). Mnogi učenici zadržavaju se na metodi modela i imaju problem pri formuliranju odgovarajućeg algebarskog izraza koji predstavlja jednažbu.
- Zbog toga se metoda modela sada integrira sa algebarskom metodom kako bi se presmostio kognitivni jaz između aritmetike i algebre.

Primjena na linearne jednadžbe

Krešo i Ivan imaju 520 kn zajedno. Ako Krešo potroši $\frac{2}{5}$ svog novca a Ivan potroši 40 kn, tada je obojici ostala jednaka količina novca. Koliko novaca ima Krešo?

Način 1.



Iz modela, dobivamo jednadžbu, $520 - x - 40 = \frac{3}{5}x$.

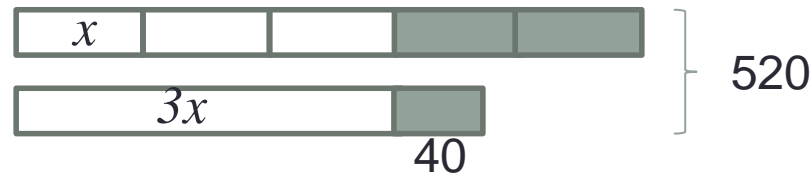
Rješavanjem po x , slijedi $x = 300$.

Dakle, Krešo ima 300Kn.

Primjena na linearne jednadžbe

Krešo i Ivan imaju 520 kn zajedno. Ako Krešo potroši $\frac{2}{5}$ svog novca a Ivan potroši 40 kn, tada je obojici ostala jednaka količina novca. Koliko novaca ima Krešo?

Način 2.



Iz modela dobivamo jednadžbu $8x + 40 = 520$.

Rješavanjem po x , dobivamo $x = 60$.
Krešo ima 300 kn.

Razlomci

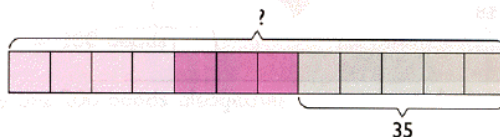
1. Alex bought some chairs. $\frac{1}{3}$ of them were red and $\frac{1}{4}$ were blue.

The remaining 35 chairs were yellow.

- (a) What fraction of the chairs were yellow?

$$1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$

- (b) How many chairs did Alex buy?



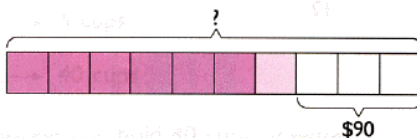
2. Max spent $\frac{3}{5}$ of his money in a shop and $\frac{1}{4}$ of the remainder in another shop.

- (a) What fraction of his money was left?



$$\frac{3}{4} \text{ of } \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{10}$$

- (b) If he had \$90 left, how much money did he have at first?

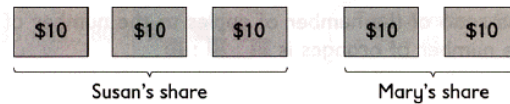


Omjeri

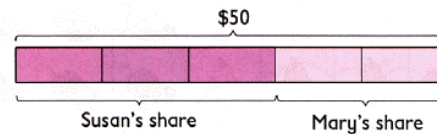
3 Ratio

1 Ratio and Fraction

Susan and Mary bought a present which cost \$50. Susan, being the elder sister, paid a bigger share of the cost.

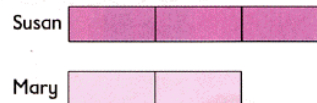


We can also show how Susan and Mary shared the cost like this:



Susan and Mary shared the cost unequally. Susan's share is 3 units. Mary's share is 2 units. Each unit is \$10.

or like this:

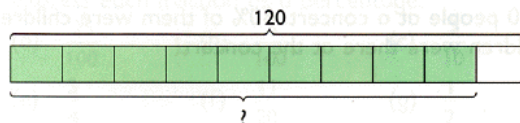


The ratio of Susan's share to Mary's share is 3 : 2.

The ratio of Mary's share to Susan's share is ■ : ■.

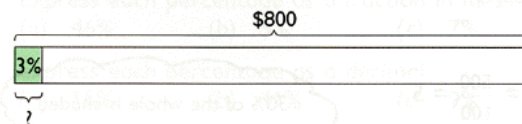
Postotci

1. 120 students took part in a physical fitness test. 90% of them passed the test. How many students passed the test?



90% of 120 =

2. Lindsey bought a refrigerator which cost \$800. She had to pay 3% sales tax on \$800. How much was the sales tax?



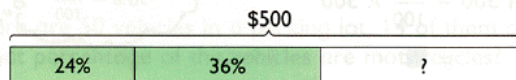
3% of \$800 = \$

3. Find the value of
 (a) 5% of 300 (b) 8% of 200 (c) 20% of 50 kg
 (d) 25% of 40 m (e) 45% of 70 km (f) 75% of 400 g

Workbook Exercise 21

4. William had \$500. He spent 24% of his money on transport and 36% on food.

- (a) What percentage of his money was left?



$100\% - 24\% - 36\% = 40\%$

 % of his money was left.

1 whole is 100%.



Memorija i metoda modela

- identificiranje i razumijevanje kvantitativnih veza kod rješavanja problemski zadataka riječima
- zadatci riječim zahtijevaju znatne resurse radne memorije
- nedavno provedena neurološka studija
- simbolička algebra je zahtjevnija za resurse nego metoda modela

Uspjeh Singapura

Zasnovan na:

- Marljivom radu i uloženom trudu nastavnika i učenika te na robustnom kurkulumu (Soh, 1999)
- McKinsey studija (Barber & Mourshed, 2007) ukazuje i na cjelokupni obrazovni sustav: identificiranje učenika koji imaju poteškoće i odmah intrvenira
- Izazov za nastavnike matematike da uspostave balans između „rutinskih zadataka i uvježbavanja algoritama” i „stvaranja i primjene znanja u novim situacijama” (Berinderjeet, 2009)

Hvala na pažnji!