**Epidemije:**



**Matematičko modeliranje**

**Bilješke za nastavnike**

**Korištenje paketa**

Ovaj je paket namijenjen za upoznavanje učenika od 12-14 godina s konceptom matematičkog modeliranja. Matematički su modeli stvoreni s namjerom da pomognu pri boljem shvaćanju složenih procesa i kako bi omogućili predviđanja koja nam pomažu pri određivanju zakona i njihovom provođenju.

Koristili smo kontekst širenja zaraznih bolesti, kao što su ospice, obična gripa ili gripa H1N1 (svinjska gripa) iz 2009.

Ispod se nalazi popis, kao i na *web*-stranici ovog paketa, u kojem predlažemo redoslijed kojim biste mogli koristiti materijale. Sve materijale možete koristiti neovisno o drugima, ali učenici će bolje razumjeti aktivnosti ako prvo pogledaju video isječke.

Neki materijali iz ovog paketa nalaze se i u paketu: *Life-saving maths: How* *does vaccination work? (Matematika koja život znači: Na kojem principu djeluju cjepiva?)*

* Označava materijale prikladne za gotovo sve učenike.
* Označava zahtjevnije materijale.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Vrsta materijala** | **Naziv materijala** | **Težina** | **Bilješke** |
|  | Bilješke za nastavnike |  | Krenite odavde! |
|  | [Matematičko modeliranje - Uvod](file:///D:\PREZENTACIJE%20SKUP%20ZADAR\materijali%20DS%20Matematika%20u%20kontekstu%202015\radionice\EPIDEMICS%20-%20MODELLING%20WITH%20MATHEMATICS\VIDEO\1.%20Uvod%20-%20matematički%20modeli.mp4) | \* | Uvodni video (3 min 2 sek) |
|  | [Bolest stajanja](file:///D:\PREZENTACIJE%20SKUP%20ZADAR\materijali%20DS%20Matematika%20u%20kontekstu%202015\radionice\EPIDEMICS%20-%20MODELLING%20WITH%20MATHEMATICS\PRIJEVOD\Bolest%20stajanja.rtf) | \* | Aktivnost: Najjednostavniji model – koju korisnu informaciju možemo izvući iz toga, kako možemo unaprijediti ovaj model? |
|  | [Zaraza žetona](file:///D:\PREZENTACIJE%20SKUP%20ZADAR\materijali%20DS%20Matematika%20u%20kontekstu%202015\radionice\EPIDEMICS%20-%20MODELLING%20WITH%20MATHEMATICS\PRIJEVOD\Zaraza%20žetona.rtf) | \* | Aktivnost: Razvijanje modela – po čemu je ovaj model bolji, kako možemo unaprijediti ovaj model? |
|  | [Zaraza žetona: demonstracija](file:///D:\PREZENTACIJE%20SKUP%20ZADAR\materijali%20DS%20Matematika%20u%20kontekstu%202015\radionice\EPIDEMICS%20-%20MODELLING%20WITH%20MATHEMATICS\VIDEO\Demonstracija%20Zaraze%20žetona.mp4) | \* | Video (3 min 47 sek) – ovaj video ne morate prikazivati učenicima ako su upute dovoljno jasne, ili ga koristite samo kao izvor za nastavnike |
|  | [Modeli epidemija](file:///D:\PREZENTACIJE%20SKUP%20ZADAR\materijali%20DS%20Matematika%20u%20kontekstu%202015\radionice\EPIDEMICS%20-%20MODELLING%20WITH%20MATHEMATICS\VIDEO\2.%20Modeli%20epidemija.mp4) | \*\* | Video (3 min 10 sek) |
|  | [Grafovi epidemija](file:///D:\PREZENTACIJE%20SKUP%20ZADAR\materijali%20DS%20Matematika%20u%20kontekstu%202015\radionice\EPIDEMICS%20-%20MODELLING%20WITH%20MATHEMATICS\PRIJEVOD\Grafovi.rtf) | \*\* | Grafovi o kojima Julia Gog govori u video *Modeli epidemija* i dodatna pitanja za raspravu u razredu. |
|  | [Razvijanje modela](file:///D:\PREZENTACIJE%20SKUP%20ZADAR\materijali%20DS%20Matematika%20u%20kontekstu%202015\radionice\EPIDEMICS%20-%20MODELLING%20WITH%20MATHEMATICS\VIDEO\3.%20Razvijanje%20modela.mp4) | \*\* | Video (4 min 30 sek) |

**1**

**Epidemije:**



**Matematičko modeliranje**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Vrsta materijala** | **Naziv materijala** | **Težina** | **Bilješke** |
|  | [Širenje bolesti s 26 karata](file:///D:\PREZENTACIJE%20SKUP%20ZADAR\materijali%20DS%20Matematika%20u%20kontekstu%202015\radionice\EPIDEMICS%20-%20MODELLING%20WITH%20MATHEMATICS\PRIJEVOD\Širenje%20bolesti%20s%20%2026%20karata.rtf) | \*\* | Aktivnost: Razvijanje modela uzimajući u obzir imunitet (dobiven prirodnim putem ili cjepivom) |
|  | [Širenje bolesti s 26 karata](file:///D:\PREZENTACIJE%20SKUP%20ZADAR\materijali%20DS%20Matematika%20u%20kontekstu%202015\radionice\EPIDEMICS%20-%20MODELLING%20WITH%20MATHEMATICS\VIDEO\Širenje%20bolesti%20s%2026%20karata.mp4) | \*\* | Video (7 min 37 sek) ovaj video ne morate prikazivati učenicima ako su upute dovoljno jasne, ili ga koristite samo kao izvor za nastavnike |
|  | [Zašto epidemije završe?](file:///D:\PREZENTACIJE%20SKUP%20ZADAR\materijali%20DS%20Matematika%20u%20kontekstu%202015\radionice\EPIDEMICS%20-%20MODELLING%20WITH%20MATHEMATICS\VIDEO\4.%20Zašto%20epidemije%20završe.mp4) | \*\*\* | Video (2 min 42 sek) – Dr. Julia Gog |
|  | [Razumijevanje Zaraze žetona](file:///D:\PREZENTACIJE%20SKUP%20ZADAR\materijali%20DS%20Matematika%20u%20kontekstu%202015\radionice\EPIDEMICS%20-%20MODELLING%20WITH%20MATHEMATICS\PRIJEVOD\Razumijevanje%20online%20aplikacije%20Zaraza%20žetona.ppt) | \*\*\* | Prezentacija: prikaz online aplikacije Zaraze žetona (e-Counter Plague) koji pomaže učenicima da bolje shvate model I što možemo očekivati da će se dogoditi s obzirom na određene postavke kockice. Prije ovoga učenici bi trebali odraditi aktivnost Zaraza žetona. |
|  | [Online aplikacija Zaraze žetona](file:///D:\PREZENTACIJE%20SKUP%20ZADAR\materijali%20DS%20Matematika%20u%20kontekstu%202015\radionice\EPIDEMICS%20-%20MODELLING%20WITH%20MATHEMATICS\PRIJEVOD\Online%20aplikacija%20Zaraze%20žetona.docx) | \*\*\* | Aktivnost: četiri online simulacije koje pomažu pri istraživanju varijacija u Zarazi žetona. Prije ovoga učenici bi trebali odraditi aktivnost Zaraza žetona. Pomoglo bi i kad bi prije ove aktivnosti prošli kroz prezentaciju Razumijevanje Zaraze žetona, kao pripremu za istraživanje ovih animacija. |



**Bolest stajanja**

Ovo je jednostavan model epidemije, u kojemu jedan učenik bira druga dva učenika, svaki od njih bira još dva i tako dalje. Broj zaraženih ljudi u svakoj fazi ima potenciju broja 2 – 1, 2, 4, 8,…

Općenito je potrebno 4 do 6 koraka da se cijeli razred zarazi.

24  16 ; 25  32 ; 26  64 .

Kada bi 3 ljudi bilo zaraženo u svakoj novoj fazi, imali bismo potencije broja 3 – 1, 3, 9, 27,…

Za zaraze *n* broja ljudi, imali bismo potencije broja *n – n,* *n*2 , *n*3 ,...

U svijetu ima 6,9 milijardi ljudi (2011.). Kada bi svaki bolesnik zarazio dvoje ljudi, bilo bi potrebno svega 33 koraka (računajući prvu zarazu kao korak 0) da se svi ljudi na svijetu zaraze. Kada bi svaki bolesnik zarazio troje ljudi, bilo bi potrebno svega 21 korak.

Očito je da prave epidemije ne slijede ovaj model nakon prvih nekoliko koraka, gdje se dobro vidi eksponencijalni rast. Razlozi tome su: ovaj model ne uzima u obzir ljude koji su ozdravili od bolesti i postali imuni na nju, ljude koji su od početka imuni na tu bolest, kao ni izoliranje pojedinih zajednica.

**Zaraza žetona**

Ovaj model koristi kockicu kako bi uveo varijabilnost u model. Broj zaraženih osoba u svakom koraku epidemije određuje kockica, što znači da za brzinu širenja bolesti možemo imati broj koji nije jednostavan, cijeli broj.

**2**

**Epidemije:**



**Matematičko modeliranje**

Imamo i dodatni video same aktivnosti, koji se može pustiti u razredu ili koristiti u pripremama nastavnika za sat.

Predlažu se dva scenarija za istraživanje:

|  |  |
| --- | --- |
| **Broj** | **Broj** |
| **na kockici** | **zaraženih ljudi** |
| 1 | 0 |
| 2 | 0 |
| 3 | 1 |
| 4 | 1 |
| 5 | 2 |
| 6 | 3 |

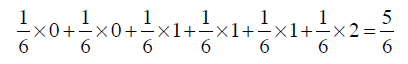
|  |  |
| --- | --- |
| **Broj** | **Broj** |
| **na kockici** | **zaraženih ljudi** |
| 1 | 0 |
| 2 | 0 |
| 3 | 1 |
| 4 | 1 |
| 5 | 1 |
| 6 | 2 |

S obzirom na to da je jednaka vjerojatnost dobivanja svakog od brojeva na kockici, očekivana brzina širenja zaraze u lijevoj tablici je:



Kako je to > 1, u prosijeku, možemo očekivati da će se ova epidemija raširiti i da će učenici iskoristiti sve žetone u ovoj aktivnosti.

Međutim kod desne tablice očekivana je brzina širenja zaraze:



Ovo je < 1, stoga možemo očekivati da se u prosijeku ova epidemija neće raširiti i da će ubrzo nestati.

Crtanje grafova za nekoliko epidemija pomaže učenicima da uvide razliku. Preporuča se korištenje stupčastog grafikona, a ne linijskog, zbog nedostatne količine podataka.

Ovaj je model bolji od *Bolesti stajanja* jer uvodi varijabilnost u brzinu širenja bolesti. Budući da neki rezultati na kockici znače da nitko nije zaražen, to se može protumačiti kao da je došlo do kontakta s osobom koja je već imuna na bolest ili da se bolesnik odlučio izolirati.

**Modeli epidemije (video) i Grafovi epidemija (aktivnost)**

U video isječku dr. Julia Gog govori o pet značajnih epidemija: Crna kuga iz sredine 14. stoljeća u Ujedinjenom Kraljevstvu, epidemija kuge u Bombayu (današnji Mumbai) iz 1906., epidemija gripe H1N1 (svinjske gripe) iz 2009. U Engleskoj I Walesu, obična gripa od kraja 20. st. i početka 21. st. u Ujedinjenom Kraljevstvu, i ospice od 1940ih u Ujedinjenom Kraljevstvu.

U radnom listu aktivnosti nalazi se pet istih grafova kako bi učenici jasnije vidjeli podatke. Pitanja na radnom listiću namijenjena su za raspravu u razredu, koja možete raspravljati

**3**

**Epidemics:**



**Modelling with mathematics**

nakon odgovarajućeg trenutka u videu ili nakon što pogledate cijeli video.

Opisani su različiti stilovi epidemija, što prikazuje da se nijedan model ne može koristiti pri objašnjavanju svih epidemija i da je važno poznavanje socijalnih i ostalih faktora. Ovime pomažemo učenicima kako bi osvijestili što treba tražiti u grafovima kako bi ih što točnije protumačili.

Crna kuga:

* Broj stanovnika između 1300. i 1350. smanjio se za otprilike 1,25 milijuna, a između 1350. i 1400. porastao je za otprilike 0,5 milijuna. Budući da je 1300. bilo oko 3,5 milijuna stanovnika, dogodilo se smanjenje broja stanovnika između 30% i 40% (nemoguće je točnije izračunati ove postotke jer su brojke okvirne) – što znači da je 1 od 3 preminuo.

Usporedbe radi, danas bi broj stanovnika u Ujedinjenom Kraljevstvu pao sa 61 milijun na otprilike 40 milijuna. To je tada jako utjecalo na društveni i politički život, kao što bi i danas.

Kuga u Bombayu (današnji Mumbai):

* Epidemija je bila u vrhuncu tijekom travnja i svibnja 1906., kada je odnijela preko 900 života.
* Za porast od 100 smrtnih slučajeva do 700 bilo je potrebno 5 do 6 tjedana, što je primjer eksponencijalnog rasta u početku epidemije, a treba uzeti u obzir da ovaj graf prikazuje broj smrtnih slučajeva. Broj zaraženih osoba bio bi i veći, jer nisu svi zaraženi umrli, iako je ovo vrlo visoka stopa smrtnosti.
* Broj smrtnih slučajeva pao je ispod 100 nakon 25-26 tjedana, odnosno 6 mjeseci nakon početka epidemije.

H1N1:

* Glavni faktor kod brojnih zaraznih bolesti je škola. Škole su idealna mjesta za širenje zaraza zbog mnoštva ljudi koji su svakodnevno u međusobnom kontaktu, a mnogi putuju javnim prijevozom ujutro i navečer. U Ujedinjenom Kraljevstvu dobna skupina ljudi od 5 – 14 godina najviše je bila podložna zarazi.
* Moguće je da je u drugim zemljama bio drugačiji uzorak zaraženih, ako su djeca bila na praznicima, ili ako je više pogođena druga dobna skupina.
* Poslije je krajem listopada bio još jedan vrhunac s brojem oboljelih (otprilike je prijavljeno 84.000 slučajeva tjedno), ali bio je manji nego krajem srpnja (otprilike je prijavljeno 110.000 slučajeva tjedno). Do kraja godine epidemija je praktički završila.

Obična gripa:

* Epidemija gripe H1N1 nije bila poput epidemije obične gripe, koja ima svoj vrhunac u prva četiri mjeseca svake godine. Vrhunac nije svake godine isti, ali ima dobro uspostavljen godišnji ciklus.
* Najveća je epidemija od 1988. do danas bila je 1990., kada je 585 ljudi od 100.000 tražilo liječničku pomoć. Najmanja epidemija do sada bila je 2006., kada je svega 10 ljudi od 100.000 potražilo liječničku pomoć. Prosjek je 125-130 ljudi na 100.000. Možda bi bez pravih podataka najlakše izračunali prosjek tako što biste uzeli maksimum i minimum,

**4**

**Epidemics:**



**Modelling with mathematics**

što bi značilo da je u prosjeku zaraženo 280-290 ljudi na 100.000. Zatim biste shvatili da ste se preračunali jer je bilo više manjih epidemija nego većih. Drugi je način da zanemarite najveći broj zaraza i vrhunac iz 1999. od 270 ljudi uzmete za maksimum, čime dobijete prosjek od 130 ljudi na 100.000.

Ospice:

* Cjepivo za ospice uvedeno je 1968. u Ujedinjenom Kraljevstvu. Stoga se vrhunci bolesti naglo smanjuju, a broj oboljelih od tada je sve manji.
* Cjepivo MMR uvedeno je 1988.
* Graf u biti ne prikazuje što se događalo posljednjih godina, ali smanjenje broja cijepljenih ispod 95%, koliko je potrebno da se spriječi epidemija, znači da je moguća nova epidemija ospica. Ako vas zanima više o ovome, pogledajte naš paket o cijepljenju.

**Širenje bolesti s 26 karata**

Video koji prikazuje ovu aktivnost možete iskoristiti za pripremu ili ga prikažite učenicima.

Ovaj model jasno prikazuje učinak ljudi koji prebole bolest, a može prikazivati i što se dogodi kada ljudi postanu imuni, ako biste odmah u početku stavili nekoliko crnih karata u špil koji predstavlja populaciju.

S obzirom na to da je populacija uvijek 26 vidimo što se događa u zajednici određene veličine, a ne gledamo na to što bi se dogodilo kada bismo uzeli u obzir i moguće kontakte s onima izvan zajednice. I u slučaju kada bolesna osoba može potencijalno zaraziti dvoje ljudi, rijetko kada se dogodi da se epidemija raširi na cijelu populaciju. Ovo bi mogao biti razuman model koji prikazuje što bi se dogodilo u manjem gradiću u kojem ljudi žive i rade, i koji nema česte kontakte s ljudima izvan tog grada.

Vjerojatnost da nitko ne bude zaražen u Koraku 1 je 0. Prva crvena karta je zamijenjena crnom, ali dvije stavljamo na stol u Koraku 1, stoga najmanje jedna od njih mora biti crvena. Kako bismo vidjeli što bi se moglo dogoditi nakon toga, trebamo pronaći način da zabilježimo moguće ishode.

Ovdje su prva tri koraka (uzimajući u obzir da crna karta nije ostala na stolu već je zamijenjena u špilu koji predstavlja populaciju prije prelaska na sljedeći korak):

Crna karta – B (od black)

Crvena karta – R (od red)

**5**

**Epidemije:**

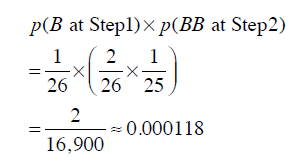


**Matematičko modeliranje**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Broj | Mogući |
|  | crnih karata | ishodi |
|  |  |  |
| Korak 0 | 0 | R |
|  |  |  |
| Korak 1 | 1 | RR |
|  |  | R(B) |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ishod | Broj | Mogući ishodi |
| u Koraku 1 | crnih karata | u Koraku 2 |
|  |  |  |
| RR | 3 | RRRR |
|  |  | RRR(B) |
|  |  | RR(BB) |
|  |  | R(BBB) |
|  |  |  |
| R | 2 | RR |
|  |  | R(B) |
|  |  | (BB) |
|  |  |  |

Vjerojatnost da epidemija nestane u drugom koraku prikazana je:



**Online aplikacija Zaraze žetona**

Prezentacija služi tome da pomogne učenicima da lakše razumiju animacije u online aplikaciji Zaraze žetona.

Slika prikazuje najjednostavniju verziju.

Učenici mogu odrediti (tablica u donjem lijevom uglu):

* Broj zelenih smješka podložnih bolesti
* Broj zaraženih crvenih smješka
* Broj plavih smješka koji su od početka imuni na bolest

Može se odrediti i vrijednosti kocke (tablica u gornjem lijevom uglu) kako bi se zaraze događale nasumično (provjerite gore Zarazu žetona za detalje). Kod bolesti gdje je očekivana brzina širenja zaraze veća od jedan može se očekivati da će se epidemija raširiti, da će se svi zeleni smješki (koji su podložni bolesti) zaraziti (postati crveni) i naposljetku ozdraviti (postati plavi). Kod bolesti gdje je očekivana brzina širenja zaraze manja od jedan može se očekivati da se epidemija neće raširiti i da će ostati zelenih smješaka i nakon što nestane epidemije. Kada je očekivana brzina širenja 1, rezultati su nepredvidljivi.

Nakon što učenici isprobaju jednostavnu verziju, mogu provjeriti verziju s dva razreda, koja prikazuje što se događa kada zaraza prelazi iz jednog razreda u drugi.

Model se može primijeniti i za dvije zajednice koje međusobno kontaktiraju.

|  |  |
| --- | --- |
|  | **6** |