

Trokut u nastavi matematike u osnovnoj školi

Stručni skup za pripravnike i njihove mentore

Zagreb, 17. siječnja 2014.

Sanja Stilinović, prof.

Nastavni plan i program za osnovnu školu (kolovoz 2006.)

- plan – tjedni i godišnji fond sati
- program - program obveznih nastavnih predmeta strukturno ujednačen za svaki nastavni predmet - s iznesenim ciljevima, zadaćama, odgojno-obrazovnim sadržajima i rezultatima koje treba postići poučavanjem/učenjem u svakoj temi (odgojno-obrazovna postignuća)

Što učenici trebaju naučiti o trokutu u osnovnoj školi?

- pojam trokuta
- (1. razred: prepoznati trokut, 2. razred: stranica trokuta je dužina, 3. razred: trokut je dio ravnine, 4. razred: vrhovi, stranice, kutovi trokuta, vrste trokuta obzirom na duljine stranica, pravokutan trokut, opseg trokuta)
- vrste trokuta
- unutarnji i vanjski kut trokuta
- odnos stranica i kutova trokuta
- trokutu opisana i upisana kružnica
- konstrukcije trokuta
- sukladnost trokuta
- sličnost trokuta
- pojam visine trokuta
- opseg i površina trokuta

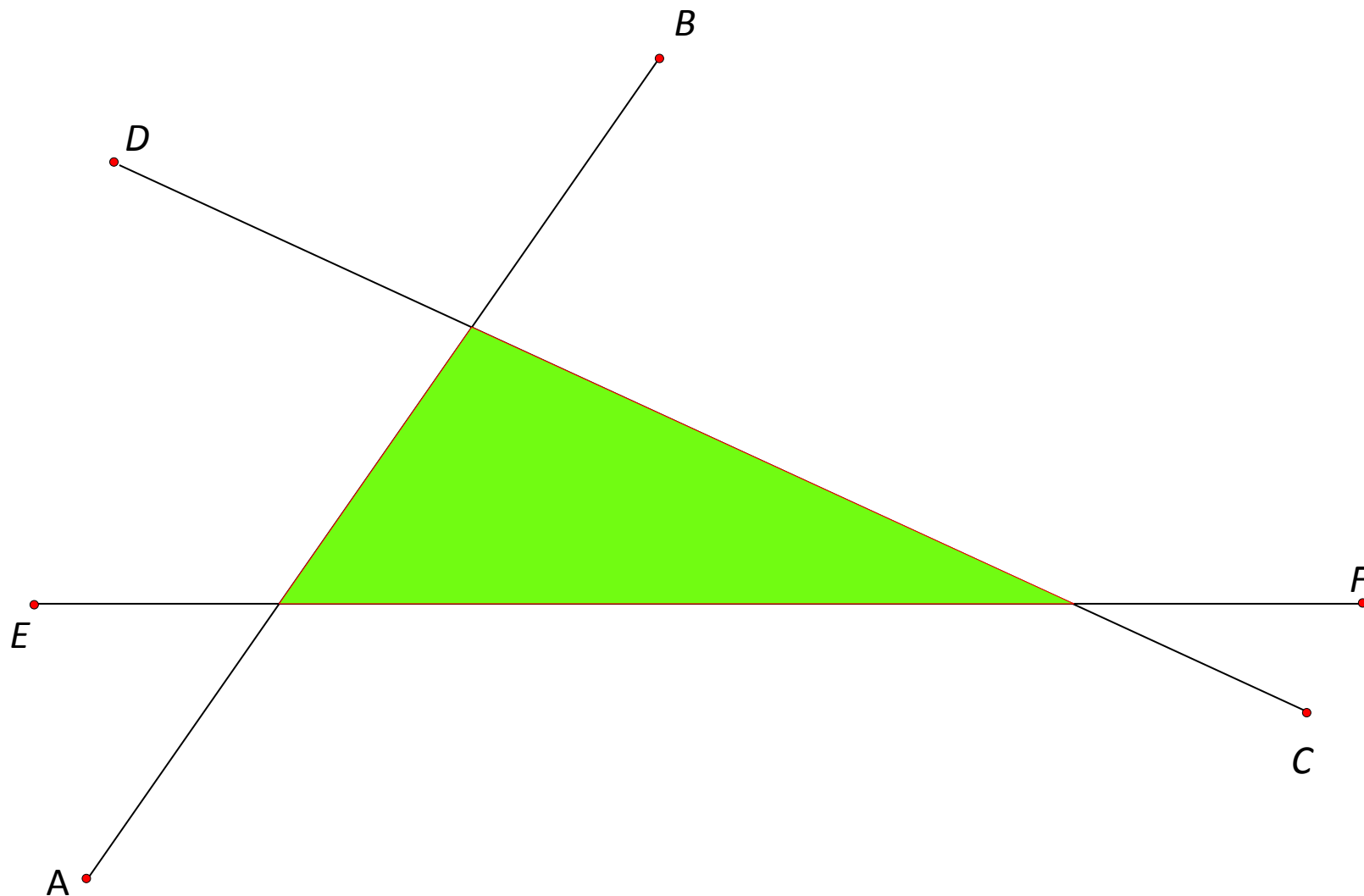
Trokut u nastavi matematike u osnovnoj školi

- osnosimetrični likovi
- pravilni mnogokut
- srednjica trokuta (sličnost trokuta)
- Talesov poučak o obodnom i središnjem kutu
- Pitagorin poučak
- zbrajanje vektora
- izometrije ravnine (određivanje slike trokuta)
- prizma
- piramida (težišnica)

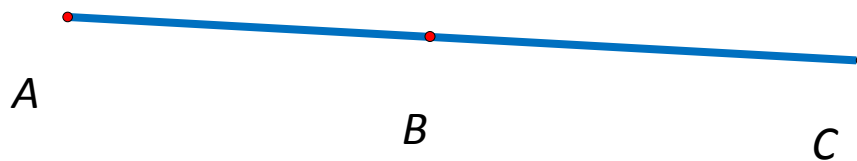
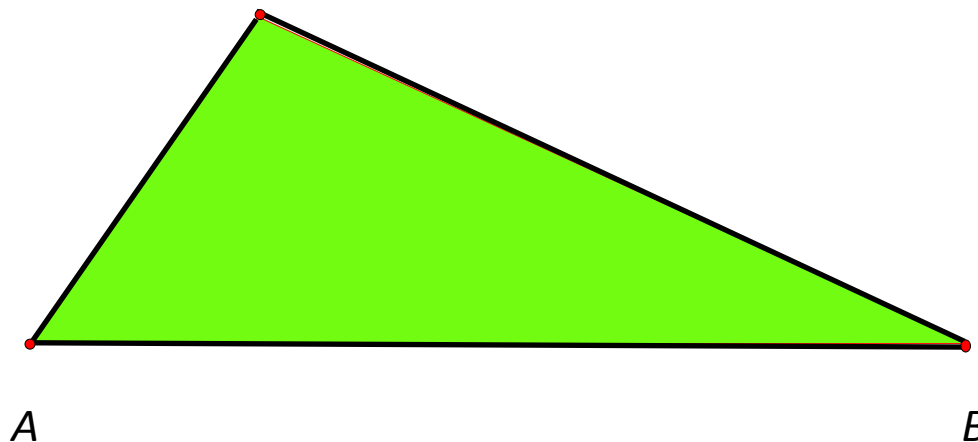
Pojam trokuta

- Definiramo li trokut?
- Odgovori na pitanje: Što je trokut?
 - Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine uključujući i točke tih dužina.
 - Trokut je skup svih točaka ravnine omeđenih s tri dužine (uključujući i točke tih dužina).
 - Trokut je geometrijski lik koji ima tri stranice.
 - Trokut ABC je dio ravnine omeđen dužinama \overline{AB} , \overline{BC} i \overline{AC} uključujući i sve točke tih dužina.

Pojam trokuta

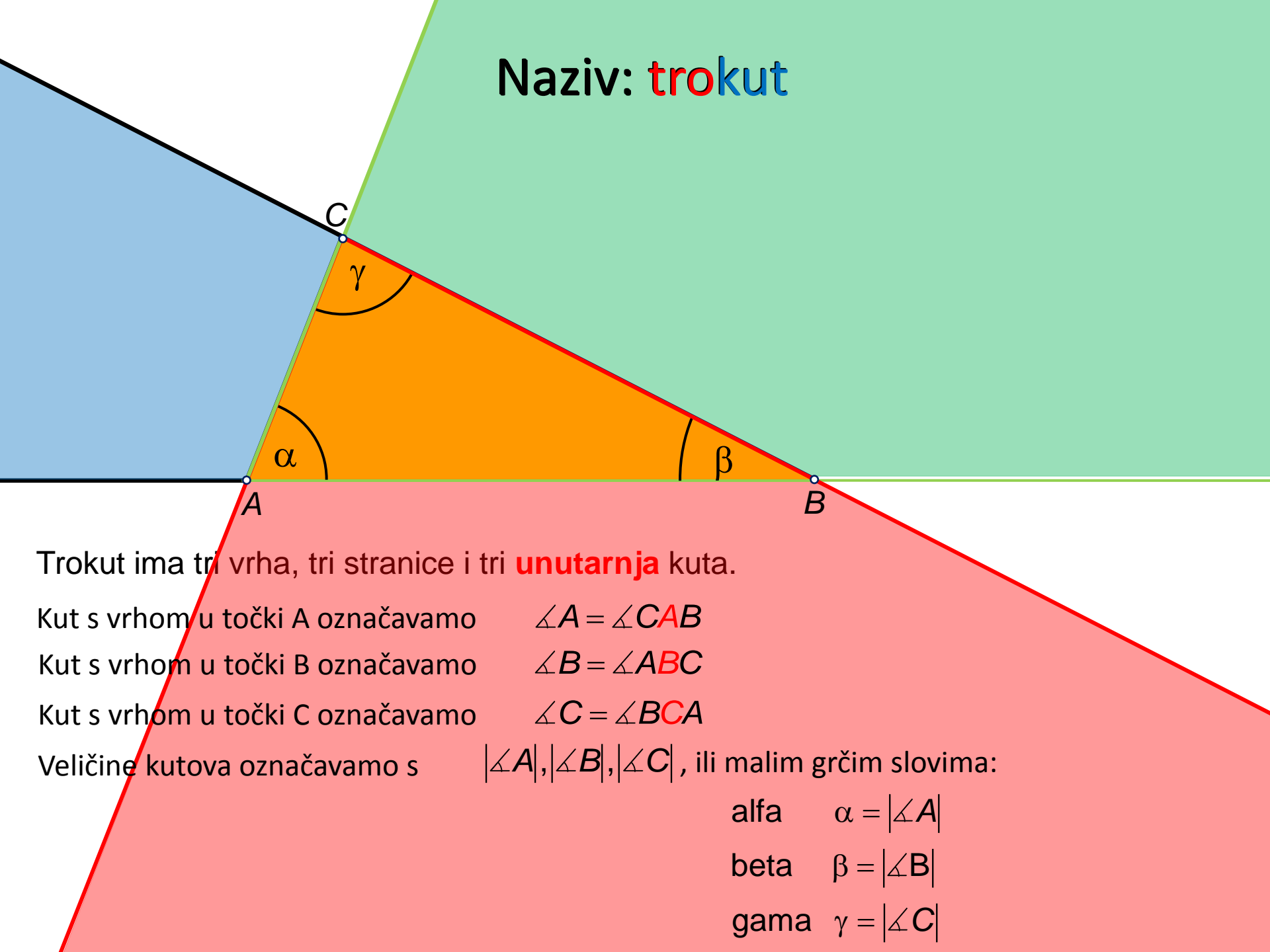


c Pojam trokuta



Neka su u ravnini zadane tri točke A , B , C koje ne pripadaju istom pravcu. Trokut ABC je dio ravnine omeđen dužinama \overline{AB} , \overline{BC} i \overline{AC} uključujući i točke tih dužina.

Naziv: **trokut**



Trokut ima tri vrha, tri stranice i tri **unutarnja** kuta.

Kut s vrhom u točki A označavamo $\angle A = \angle CAB$

Kut s vrhom u točki B označavamo $\angle B = \angle ABC$

Kut s vrhom u točki C označavamo $\angle C = \angle BCA$

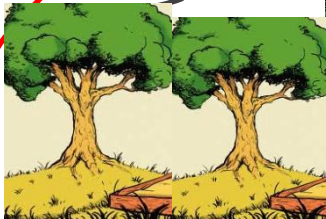
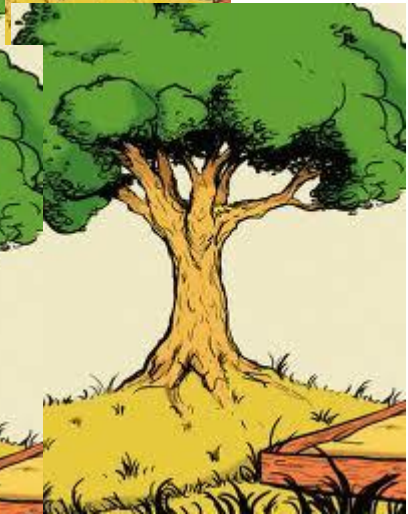
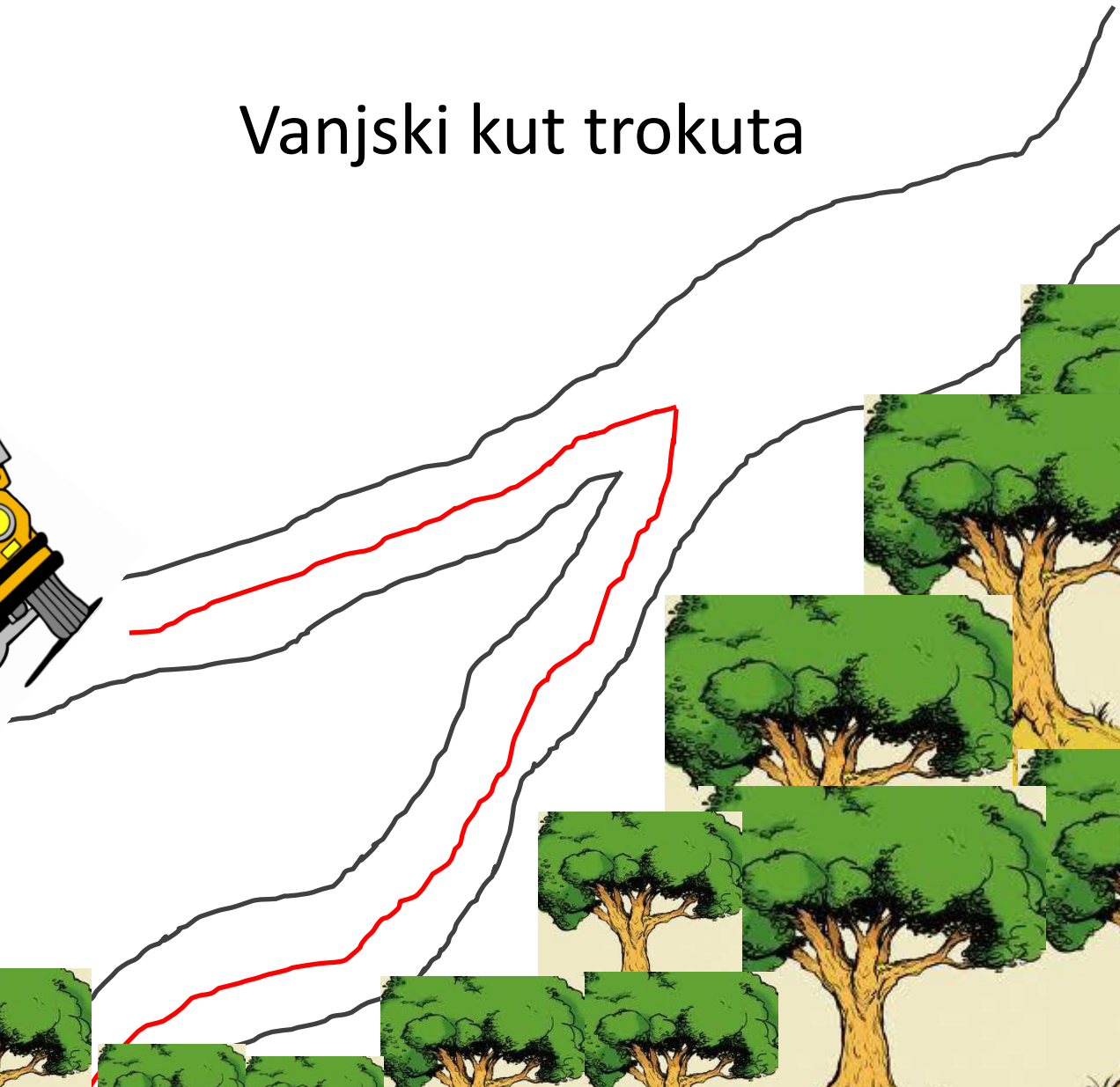
Veličine kutova označavamo s $|\angle A|, |\angle B|, |\angle C|$, ili malim grčim slovima:

alfa $\alpha = |\angle A|$

beta $\beta = |\angle B|$

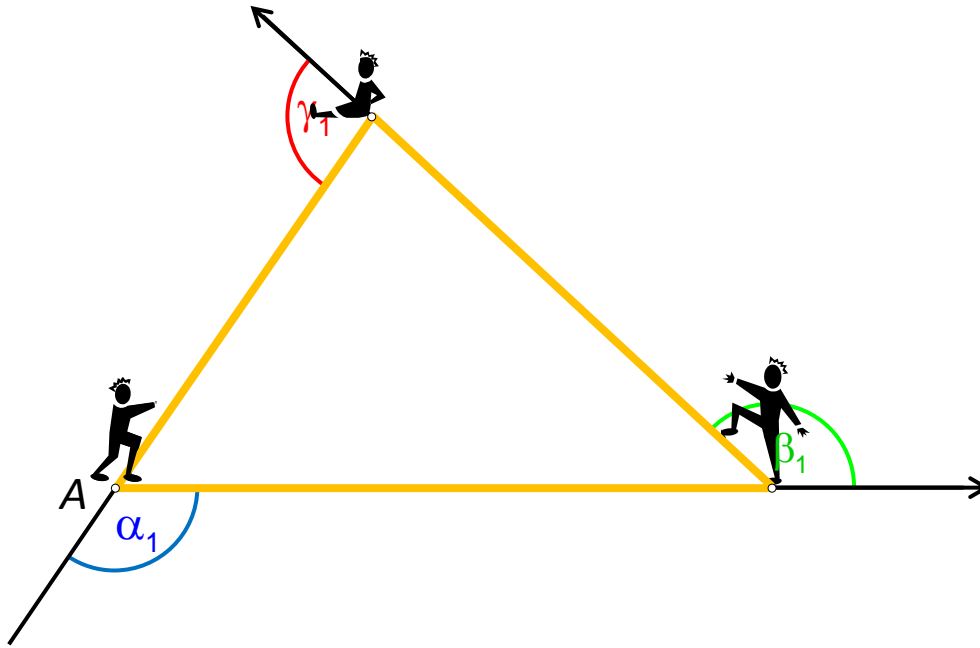
gama $\gamma = |\angle C|$

Vanjski kut trokuta

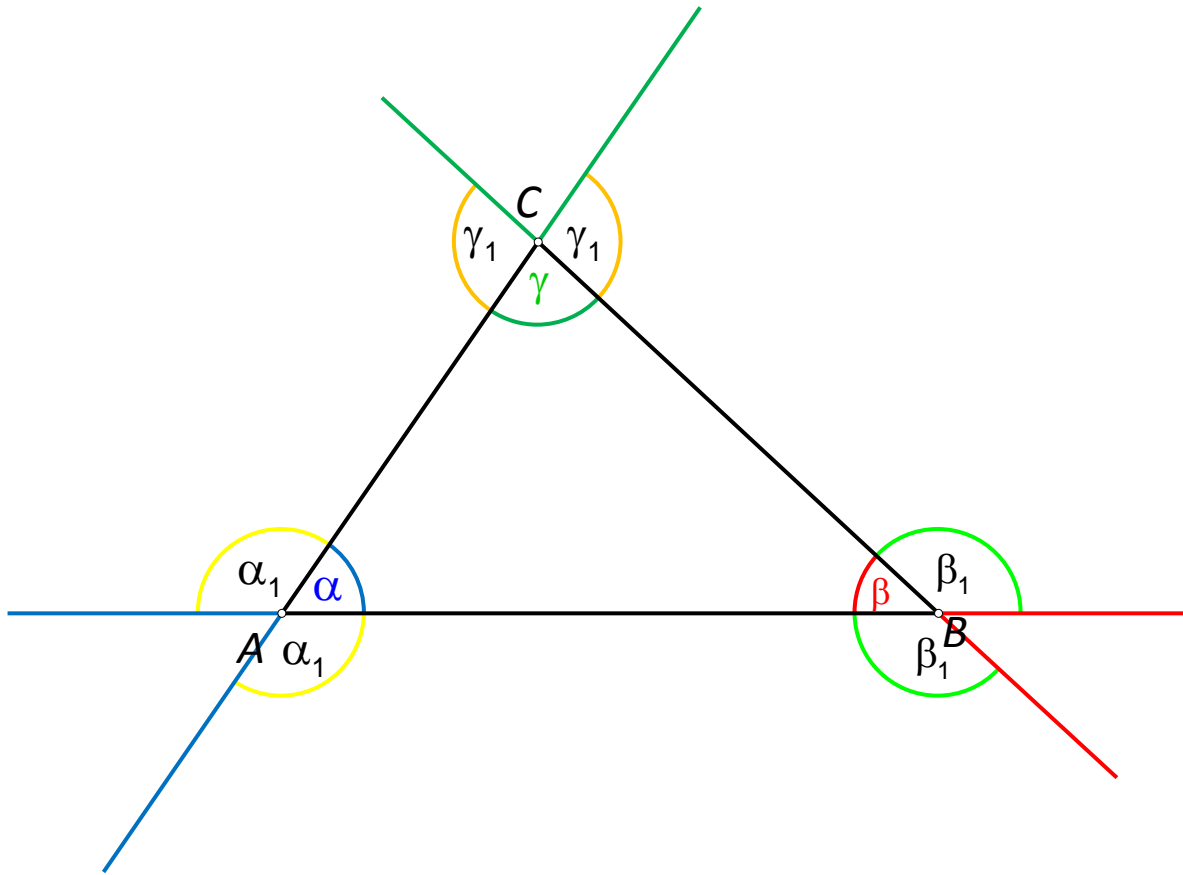


Obiđimo trokut ...

Vanjski kut trokuta



Vanjski kut trokuta



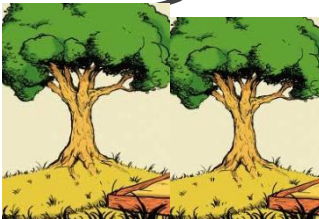
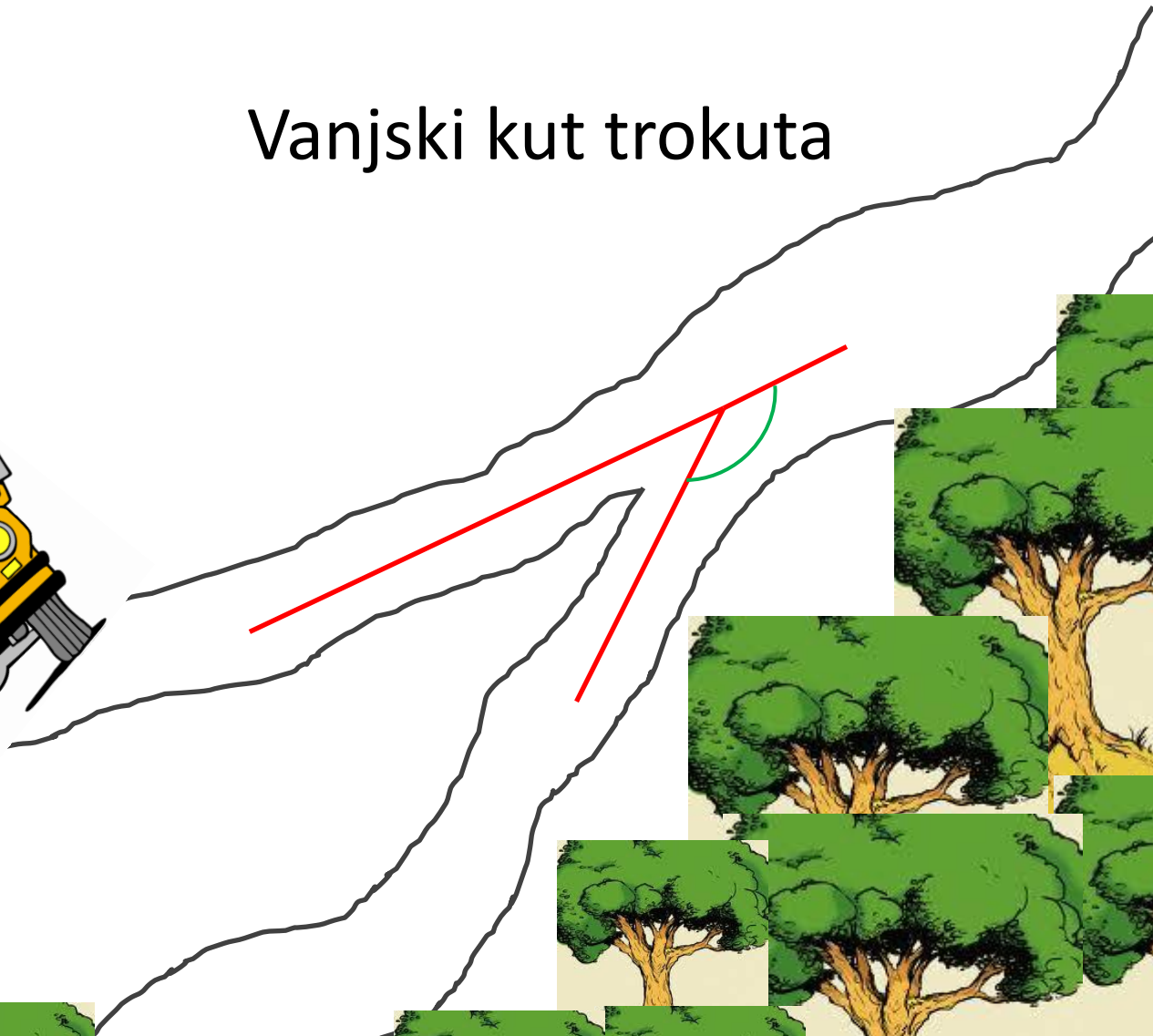
$$\alpha + \alpha_1 = 180^\circ$$

$$\beta + \beta_1 = 180^\circ$$

$$\gamma + \gamma_1 = 180^\circ$$

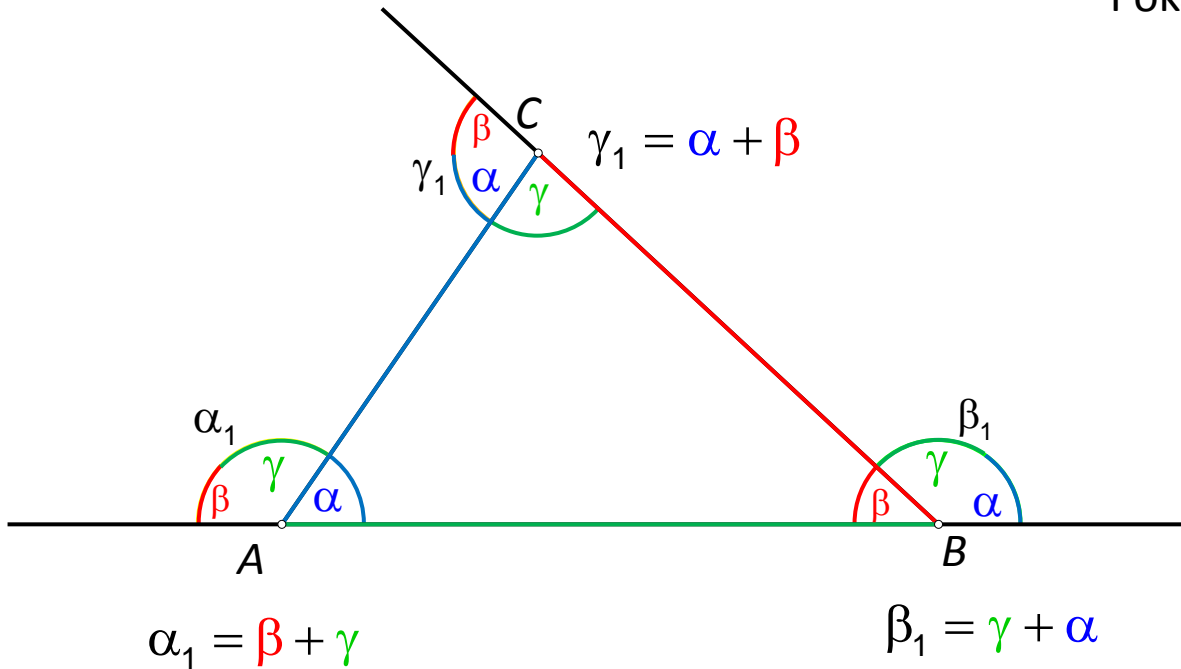
Vanjski kut trokuta je sukut unutarnjeg kuta trokuta.

Vanjski kut trokuta



Vanjski kut trokuta

Pokažimo da vrijedi: $\alpha_1 = \beta + \gamma$



$$\alpha + \alpha_1 = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\alpha + \alpha_1 = \alpha + \beta + \gamma$$

$$\alpha_1 = \beta + \gamma$$

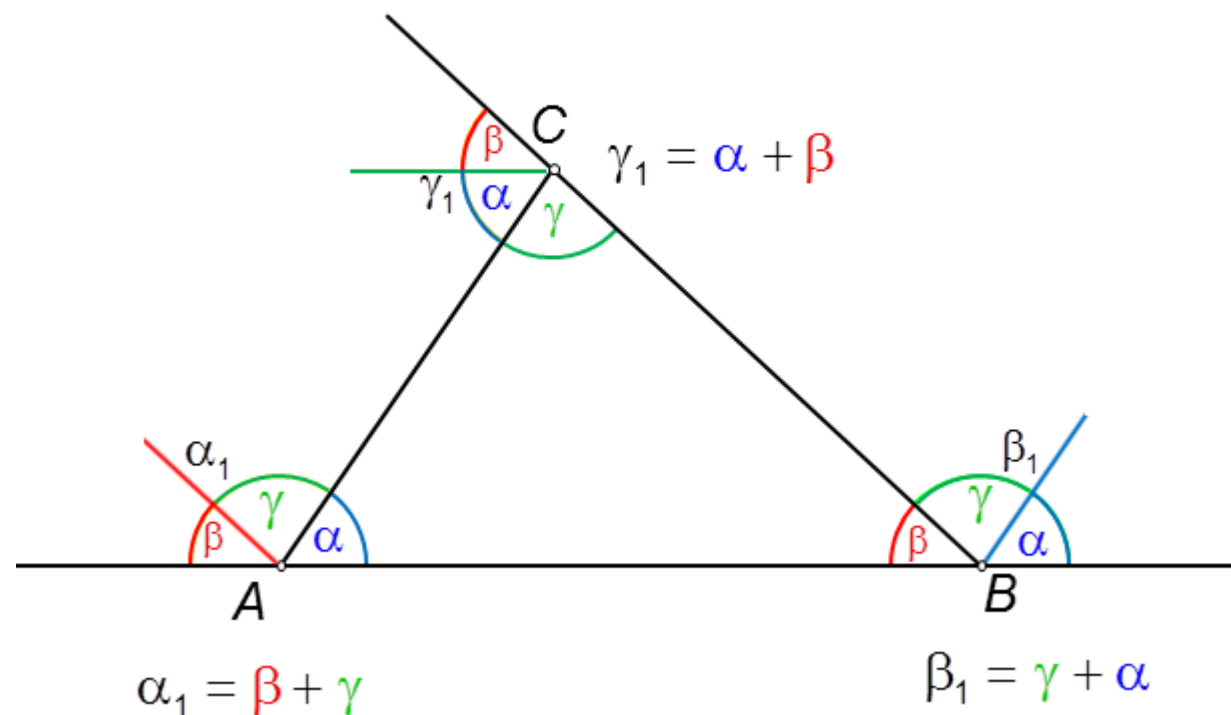
$$\alpha_1 = \beta + \gamma$$

$$\beta_1 = \gamma + \alpha$$

$$\gamma_1 = \alpha + \beta$$

Vanjski kut trokuta jednak je zbroju njemu nasuprotnih unutarnjih kutova.

Vanjski kut trokuta

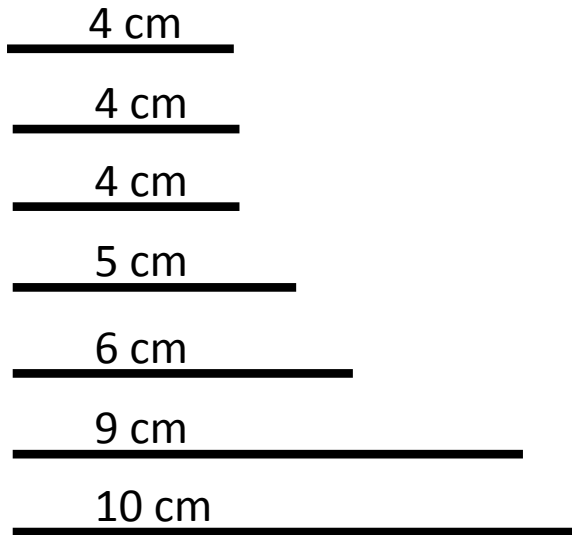


$$\begin{aligned}\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 &= \beta + \gamma + \gamma + \alpha + \alpha + \beta \\ &= (\alpha + \beta + \gamma) + (\alpha + \beta + \gamma) \\ &= 180^\circ + 180^\circ \\ &= 360^\circ\end{aligned}$$

Zbroj vanjskih kutova trokuta je 360° .

Nejednakost trokuta

Koristeći se danim štapićima pokušaj napraviti trokute sljedećih duljina stranica:

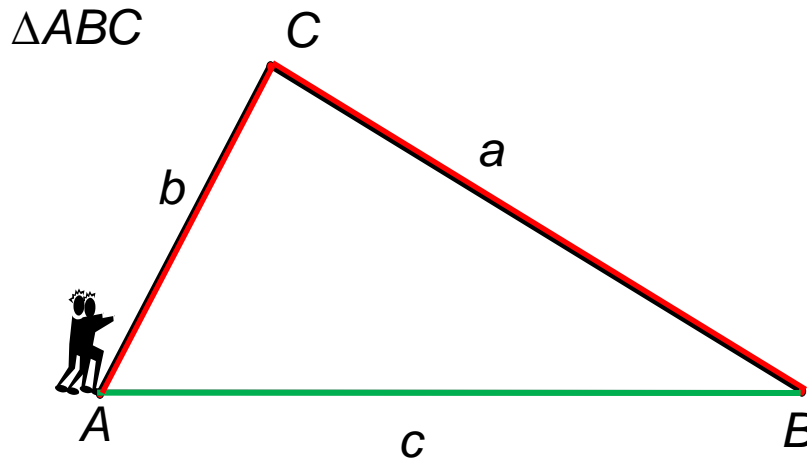


- a) 4 cm, 5 cm, 6 cm;
- b) 5 cm, 6 cm, 9 cm;
- c) 4 cm, 5 cm, 9 cm;
- d) 4 cm, 4 cm, 4 cm;
- e) 4 cm, 6 cm, 9 cm;
- f) 5 cm, 4 cm, 4 cm;
- g) 4 cm, 4 cm, 10 cm;
- h) 5 cm, 4 cm, 10 cm;
- i) 4 cm, 6 cm, 10 cm;
- j) 10 cm, 9 cm, 6 cm.

Trokut DA / NE	Duljina prve stranice	Duljina druge stranice	Zbroj duljina prve i druge stranice	Duljina treće stranice
a)	4	5		6
b)	5	6		9
c)	4	5		9
d)	4	4		4
e)	4	6		9
f)	5	4		4
g)	4	4		10
h)	5	4		10
i)	4	6		10
j)	10	9		6

Trokut DA / NE	Duljina prve stranice	Duljina druge stranice	Zbroj duljina prve i druge stranice	Duljina treće stranice
a) DA	4	5	9	6
b) DA	5	6	11	9
c) NE	4	5	9	9
d) DA	4	4	8	4
e) DA	4	6	10	9
f) DA	5	4	9	4
g) NE	4	4	8	10
h) NE	5	4	9	10
i) NE	4	6	10	10
j) DA	10	9	19	6

Nejednakost trokuta



Iz vrha A mogu ići preko vrha C i opet doći do vrha B tj. izlomljenom crtom $\overline{AC} - \overline{CB}$

Iz vrha A u vrh B mogu doći direktno, najkraćom spojnicom tj. dužinom \overline{AB}

Vrijedi: $|AB| < |AC| + |CB|$

Analogno zaključujemo da vrijede nejednakosti:

$$|BC| < |BA| + |AC| \text{ i } |AC| < |AB| + |BC|$$

To možemo zapisati i ovako:

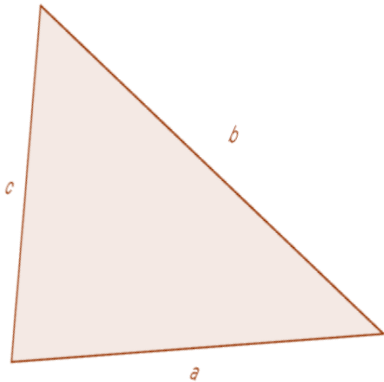
$$c < b + a, \quad a < c + b, \quad b < c + a.$$

Nejednakost trokuta

Zadatak: Napiši sve mogućnosti duljina stranica trokuta kojemu je opseg 12 cm, a duljine svih stranica su prirodni brojevi.

Opseg trokuta jednak je zbroju duljina svih stranica trokuta.

$$o = a + b + c \quad o = 12 \text{ cm}$$



$$a + b + c = 12$$

Jesu li sve duljine u tablici duljine stranica trokuta?

Ne!

Sjetimo se nejednakosti trokuta!

Nejednakost trokuta:

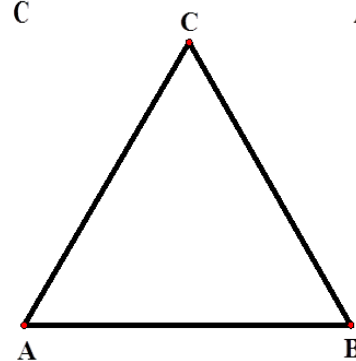
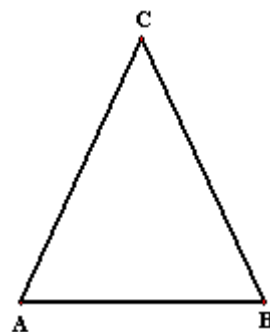
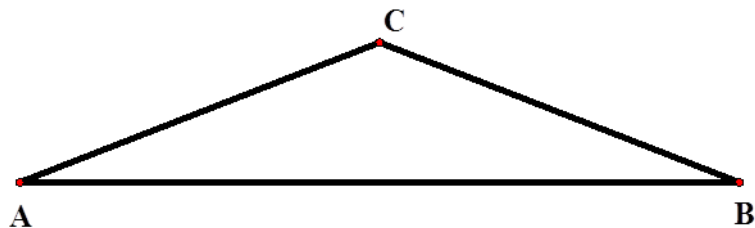
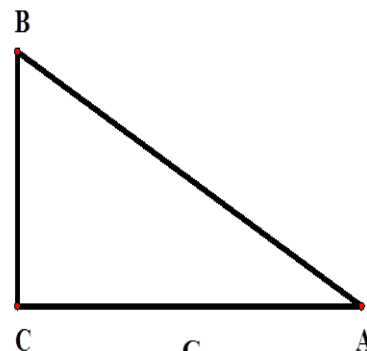
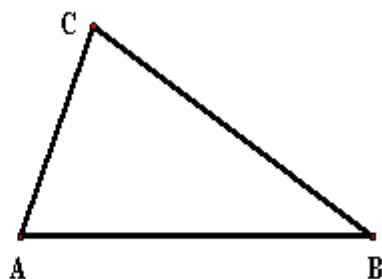
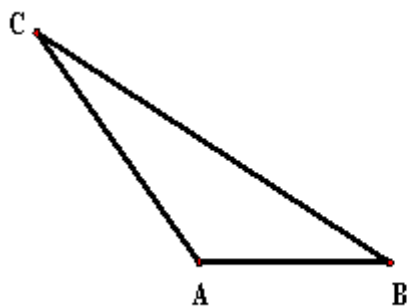
$$a < b + c ,$$

$$b < c + a ,$$

$$c < a + b .$$

a	b	c	$a + b + c$
1	1	10	12
1	2	9	12
1	3	8	12
1	4	7	12
1	5	6	12
2	2	8	12
2	3	7	12
2	4	6	12
2	5	5	12
3	3	6	12
3	4	5	12
4	4	4	12

Odnos stranica i kutova (radionica)



Listić 1: Izmjerite duljine stranica a , b i c te veličine kutova α , β i γ nacrtanih trokuta:
(_____ skupina).

Vrsta trokuta:

obzirom na duljine stranica: _____

obzirom na vrste unutarnjih kutova: _____

Trokut	a	b	c	α	β	γ
a)						
b)						
c)						
d)						
e)						
f)						

Listić 1: Izmjerite duljine stranica a , b i c te veličine kutova α , β i γ nacrtanih trokuta:
(peta skupina).

Vrsta trokuta:

obzirom na duljine stranica: _____

obzirom na vrste unutarnjih kutova: _____

Vrsta trokuta:

obzirom na duljine stranica: _____

obzirom na vrste unutarnjih kutova: _____

Trokut	a	b	c	α	β	γ
a)						
b)						
c)						
d)						
e)						
f)						

Listić 2: Usporedite duljine stranica a , b i c te veličine kutova α , β i γ nacrtanih trokuta i zapišite svoja opažanja:

a) $a \square b$ $\alpha \square \beta$
 $a \square c$ $\alpha \square \gamma$
 $b \square c$ $\beta \square \gamma$

b) $\alpha \square \beta$ $a \square b$
 $\alpha \square \gamma$ $a \square c$
 $\beta \square \gamma$ $b \square c$

c) $a \square b$ $\alpha \square \beta$
 $a \square c$ $\alpha \square \gamma$
 $b \square c$ $\beta \square \gamma$

d) $\alpha \square \beta$ $a \square b$
 $\alpha \square \gamma$ $a \square c$
 $\beta \square \gamma$ $b \square c$

e) $a \square b$ $\alpha \square \beta$
 $a \square c$ $\alpha \square \gamma$
 $b \square c$ $\beta \square \gamma$

f) $\alpha \square \beta$ $a \square b$
 $\alpha \square \gamma$ $a \square c$
 $\beta \square \gamma$ $b \square c$

Napomena: Rezultate mjerenja stranica zaokružiti na cijeli broj milimetara, a rezultate mjerenja kutova na cijeli broj kutnih stupnjeva.

Izmjerite duljine stranica i veličine kutova nacrtanih trokuta (prva skupina).

Raznostraničan, šiljastokutan trokut

U svakom raznostraničnom, šiljastokutnom trokutu vrijedi:

Nasuprot većoj stranici je veći kut.

Nasuprot većem kutu je veća stranica.

Nasuprot dvostruko većoj stranici nije dvostruko veći kut.

Nasuprot dvostruko većem kutu nije dvostruko veća stranica.

Trokut	a	b	c	α	β	γ
a)	12 cm	11 cm	9.6 cm	71°	60°	49°
b)	10 cm	12 cm	8.6 cm	55°	80°	45°
c)	7.7 cm	7.2 cm	10 cm	50°	45°	85°
d)	4 cm	9.1 cm	9.4 cm	25°	74°	81°
e)	4 cm	7.7 cm	8 cm	29°	72°	79°
f)	6.8 cm	10.3 cm	9.1 cm	40°	80°	60°

Izmjerite duljine stranica i veličine kutova nacrtanih trokuta (druga skupina).

Raznostraničan, pravokutan trokut

U svakom raznostraničnom, pravokutnom trokutu vrijedi:

Nasuprot većoj stranici je veći kut.

Nasuprot većem kutu je veća stranica.

Nasuprot dvostruko većoj stranici nije dvostruko veći kut.

Nasuprot dvostruko većem kutu nije dvostruko veća stranica.

Trokut	a	b	c	α	β	γ
a)	13 cm	5 cm	12 cm	90^0	22^0	68^0
b)	6 cm	8 cm	10 cm	36^0	54^0	90^0
c)	12 cm	15 cm	9 cm	54^0	90^0	36^0
d)	10.9 cm	8.5 cm	13.7 cm	53^0	37^0	90^0
e)	5 cm	10 cm	11.2 cm	27^0	63^0	90^0
f)	11.6 cm	10 cm	5.8 cm	90^0	60^0	30^0

Izmjerite duljine stranica i veličine kutova nacrtanih trokuta (treća skupina).

Raznostraničan, tupokutan trokut

U svakom raznostraničnom, tupokutnom trokutu vrijedi:

Nasuprot većoj stranici je veći kut.

Nasuprot većem kutu je veća stranica.

Nasuprot trostruko većoj stranici nije trostruko veći kut.

Nasuprot dvostruko većem kutu nije dvostruko veća stranica.

Trokut	a	b	c	α	β	γ
a)	12.4 cm	7 cm	8 cm	110°	32°	38°
b)	5 cm	13 cm	9 cm	17°	132°	31°
c)	10 cm	7 cm	13.1 cm	49°	32°	99°
d)	11 cm	7 cm	6 cm	115°	35°	30°
e)	4 cm	12 cm	14 cm	15°	51°	114°
f)	14 cm	5.6 cm	10.4 cm	120°	20°	40°

Izmjerite duljine stranica i veličine kutova nacrtanih trokuta (četvrta skupina).

Jednakokračan, šiljastokutan trokut

U svakom jednakokračnom, šiljastokutnom trokutu vrijedi:

Nasuprot većoj stranici je veći kut.

Nasuprot većem kutu je veća stranica.

Nasuprot jednakim stranicama su jednaki kutovi.

Nasuprot jednakim kutovima su jednake stranice.

Nasuprot dvostruko većoj stranici nije dvostruko veći kut.

Nasuprot dvostruko većem kutu nije dvostruko veća stranica.

Trokut	a	b	c	α	β	γ
a)	8 cm	8 cm	6 cm	68°	68°	44°
b)	10.6 cm	10.6 cm	7 cm	70°	70°	40°
c)	5 cm	9 cm	9 cm	32°	74°	74°
d)	13 cm	13 cm	4 cm	81°	81°	18°
e)	8 cm	8 cm	4 cm	75°	75°	30°
f)	12.8 cm	8 cm	12.8 cm	72°	36°	72°

Izmjerite duljine stranica i veličine kutova nacrtanih trokuta (peta skupina).

Jednakokračan, pravokutan i jednakostraničan trokut

U svakom jednakokračnom, pravokutnom trokutu vrijedi:

Nasuprot većoj stranici je veći kut.

Nasuprot većem kutu je veća stranica.

Nasuprot jednakim stranicama su jednaki kutovi.

Nasuprot jednakim kutovima su jednake stranice.

Nasuprot dvostruko većoj stranici nije dvostruko veći kut.

Nasuprot dvostruko većem kutu nije dvostruko veća stranica.

U svakom jednakostraničnom trokutu vrijedi:

Nasuprot jednakim stranicama su jednaki kutovi.

Nasuprot jednakim kutovima su jednake stranice.

Veličina svakog unutarnjeg kuta je 60°

Trokut	a	b	c	α	β	γ
a)	9.8 cm	7 cm	7 cm	90°	45°	45°
b)	8.5 cm	12 cm	8.5 cm	45°	90°	45°
c)	5.7 cm	5.7 cm	8 cm	45°	45°	90°
d)	5 cm	7 cm	5 cm	45°	90°	45°
e)	7.6 cm	7.6 cm	7.6 cm	60°	60°	60°
f)	10 cm	10 cm	10 cm	60°	60°	60°

Izmjerite duljine stranica i veličine kutova nacrtanih trokuta (šesta skupina).

Jednakokračan, tupokutan trokut

U svakom jednakokračnom, tupokutnom trokutu vrijedi:

Nasuprot većoj stranici je veći kut.

Nasuprot većem kutu je veća stranica.

Nasuprot jednakim stranicama su jednaki kutovi.

Nasuprot jednakim kutovima su jednake stranice

Nasuprot 1.5 puta većoj stranici nije 1.5 puta veći kut.

Nasuprot 2.5 puta većem kutu nije 2.5 puta veća stranica.

Trokut	a	b	c	α	β	γ
a)	13.1 cm	8 cm	8 cm	110°	35°	35°
b)	5.5 cm	8.4 cm	5.5 cm	40°	100°	40°
c)	4.5 cm	4.5 cm	8.9 cm	10°	10°	160°
d)	8 cm	8 cm	12 cm	96°	42°	42°
e)	7.9 cm	7.9 cm	12 cm	40°	40°	100°
f)	6 cm	6 cm	9 cm	43°	43°	94°

U svakom trokutu vrijedi:

- Nasuprot većoj stranici nalazi se veći kut i obrnuto.
- Nasuprot jednakim stranicama nalaze se jednaki kutovi i obrnuto.
- Nasuprot n puta većoj stranici **ne** nalazi se n puta veći kut i obrnuto.

Ako je $a > b > c$ tada je $\alpha > \beta > \gamma$

Ako je $a = b$ tada je $\alpha = \beta$.

Ako je $a = c$ tada je $\alpha = \gamma$.

Ako je $b = c$ tada je $\beta = \gamma$.

Ne vrijedi: $a = n \cdot b$ tada je $\alpha = n \cdot \beta$



Ako je $\alpha > \beta > \gamma$ tada je $a > b > c$

Ako je $\alpha = \beta$ tada je $a = b$.

Ako je $\alpha = \gamma$ tada je $a = c$.

Ako je $\beta = \gamma$ tada je $b = c$.

Ne vrijedi: $\alpha = n \cdot \beta$ tada je $a = n \cdot b$

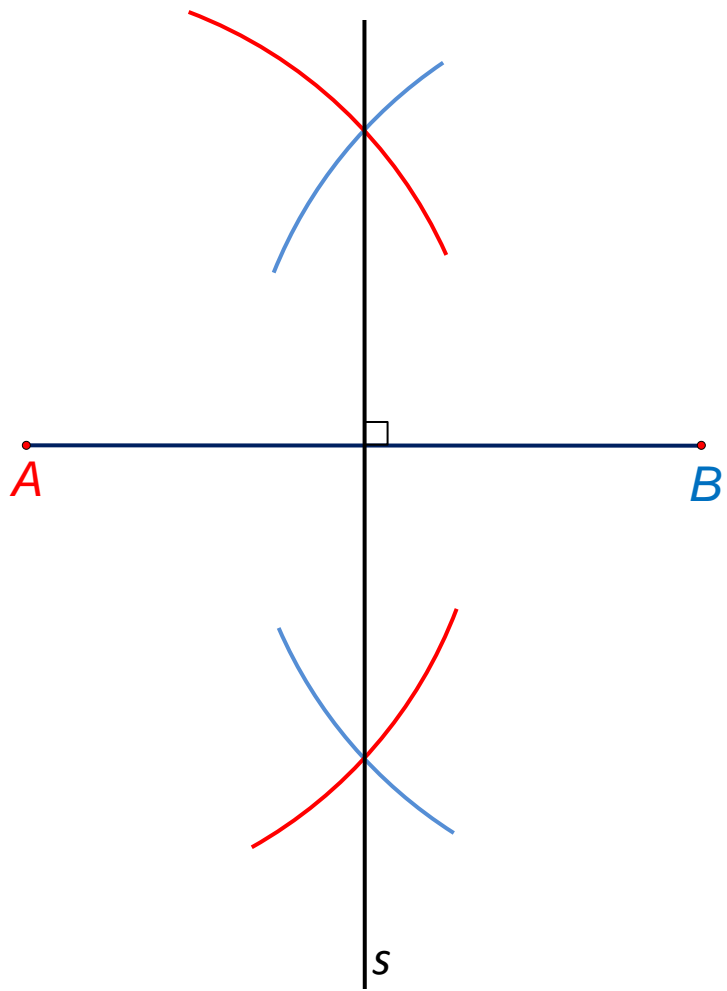


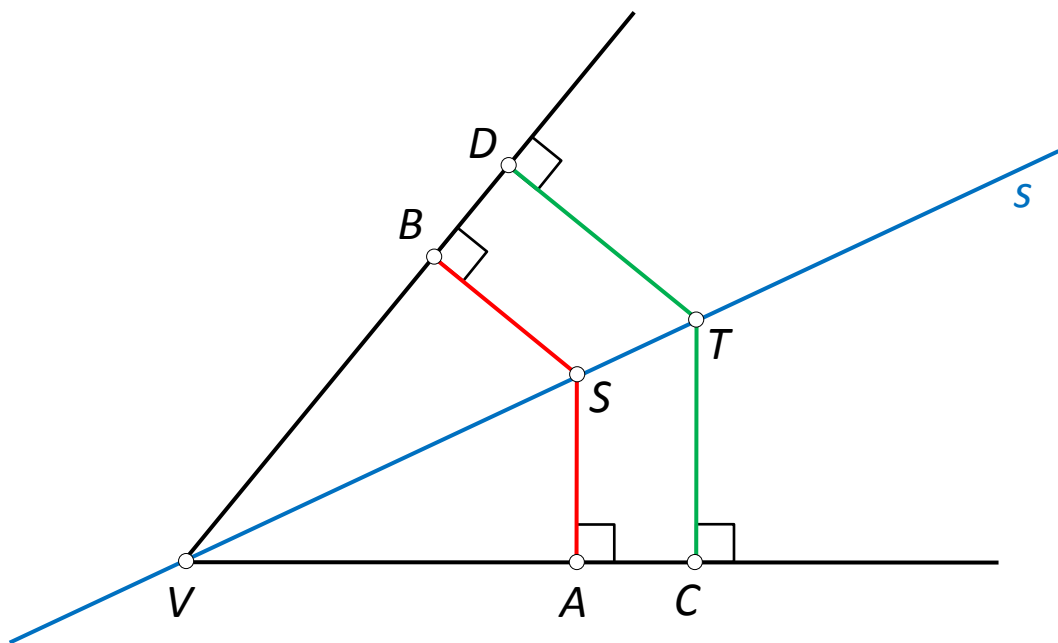
Opisana i upisana kružnica (radionica)

- Simetrala dužine.
- Svojstva simetrale dužine.
- Simetrala kuta.
- Svojstva simetrale kuta.
- Mjerenje udaljenosti točke koja pripada simetrali od krakova kuta.

1. skupina: raznostraničan, šiljastokutan trokut
2. skupina: raznostraničan pravokutan trokut
3. skupina: raznostraničan tupokutan trokut
4. skupina: jednakokračan, šiljastokutan trokut
5. skupina: jednakokračan, pravokutan trokut i jednakostraničan trokut
6. skupina: jednakokračan, tupokutan trokut

Svaka skupina dobiva 6 različitih trokuta, svaki član skupine radi na svom trokutu.





$$|SA| = |SB|$$

$$|TC| = |TD|$$

Listić 3: Odredite vrstu trokuta obzirom na duljine stranica i vrstu unutarnjih kutova. Svakom trokutu konstruirajte simetrale svih stranica i zapišite svoja opažanja. (_____ skupina).

Vrsta trokuta:

obzirom na duljine stranica: _____

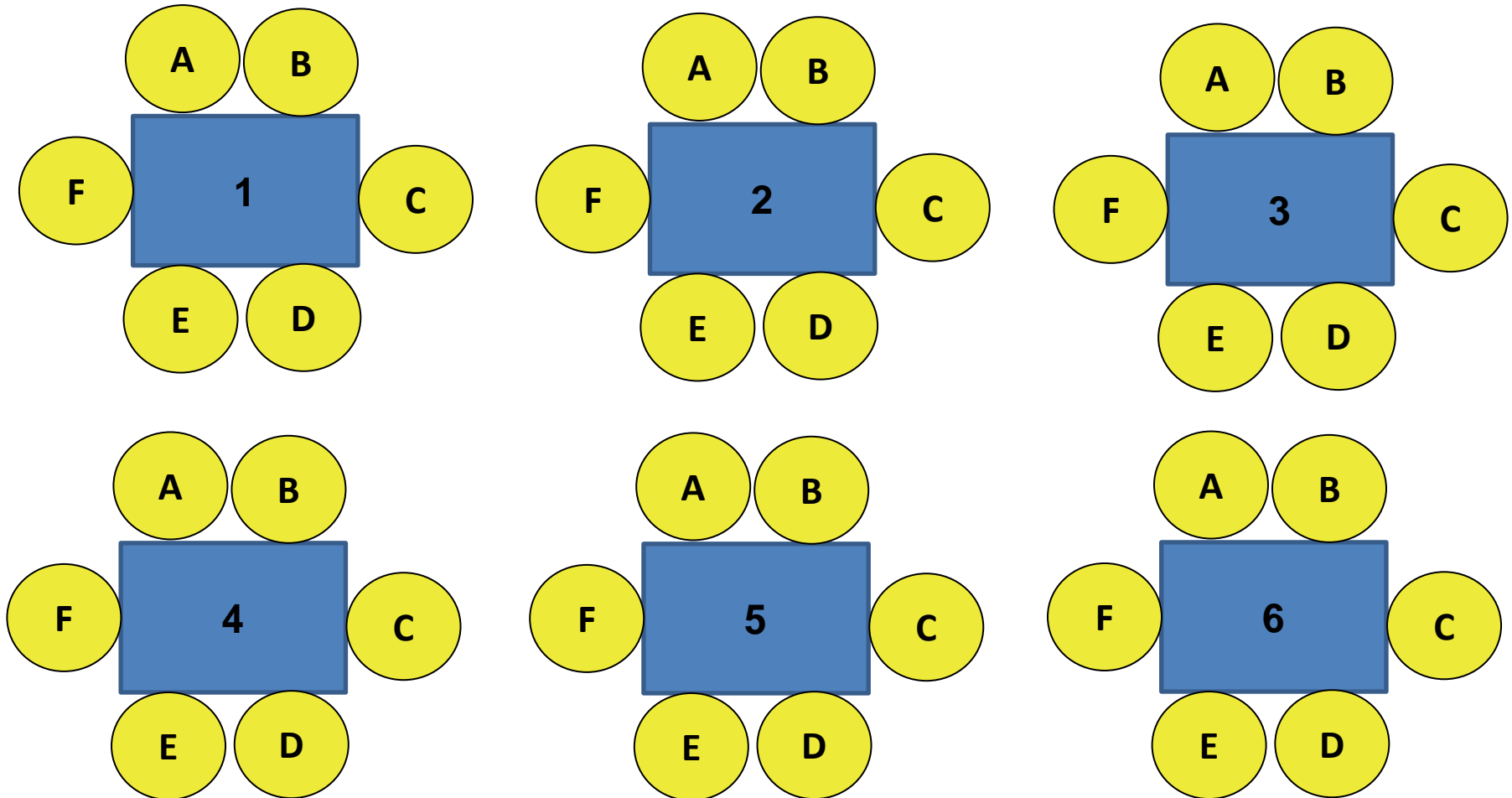
obzirom na vrste unutarnjih kutova: _____

Zapažanja:



Oblik suradničkog rada: „gostionica”

1. faza: rad u skupini, svaki član skupine radi na različitom trokutu ali su svi trokuti iste vrste



Zapažanja nakon 1. faze:

1. skupina:

☺ Simetrale stranica svih raznostraničnih, šiljastokutnih trokuta sijeku se u istoj točki.

☺ Ta točka pripada trokutu.

2. skupina:

☺ Simetrale stranica svih raznostraničnih, pravokutnih trokuta sijeku se u istoj točki.

☺ Ta točka pripada trokutu i nalazi se na polovištu hipotenuze.

3. skupina

☺ Simetrale stranica svih raznostraničnih, tupokutnih trokuta sijeku se u istoj točki.

☺ Ta točka ne pripada trokutu.

4. skupina

☺ Simetrale stranica svih jednakokračnih, šiljastokutnih trokuta sijeku se u istoj točki.

☺ Ta točka pripada trokutu.

5. skupina

☺ Simetrale stranica svih jednakokračnih, pravokutnih trokuta sijeku se u istoj točki.

☺ Ta točka pripada trokutu i nalazi se na polovištu hipotenuze.

☺ Simetrale stranica svih jednakostraničnih trokuta sijeku se u istoj točki.

☺ Ta točka pripada trokutu.

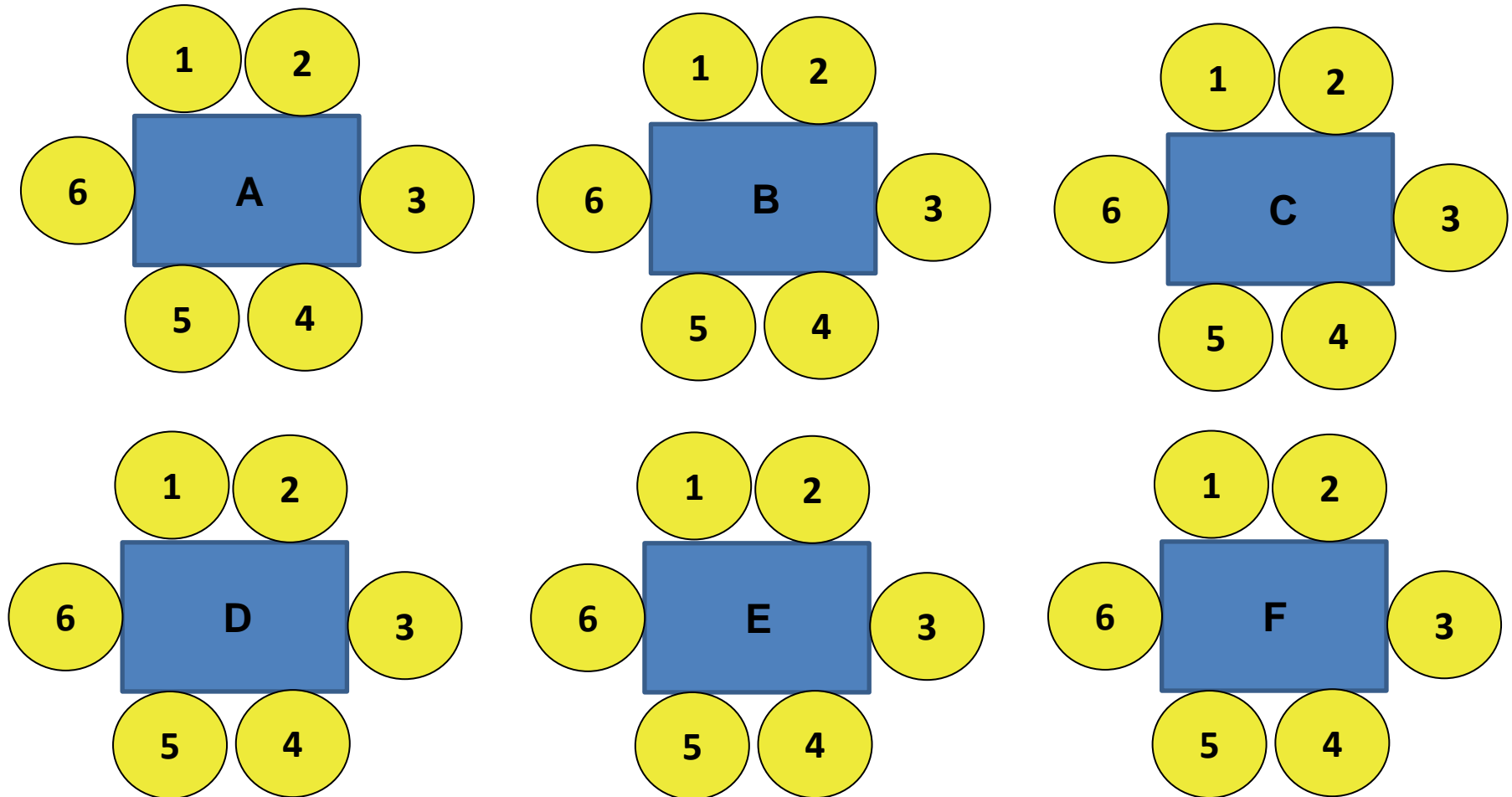
6. skupina:

☺ Simetrale stranica svih jednakokračnih, tupokutnih trokuta sijeku se u istoj točki.

☺ Ta točka ne pripada trokutu.

Oblik suradničkog rada: „gostionica“

2. faza: Diskusija članova koji su radili u različitim skupinama, svaki član iznosi zaključak svoje skupine.



Zaključci nakon 2. faze:

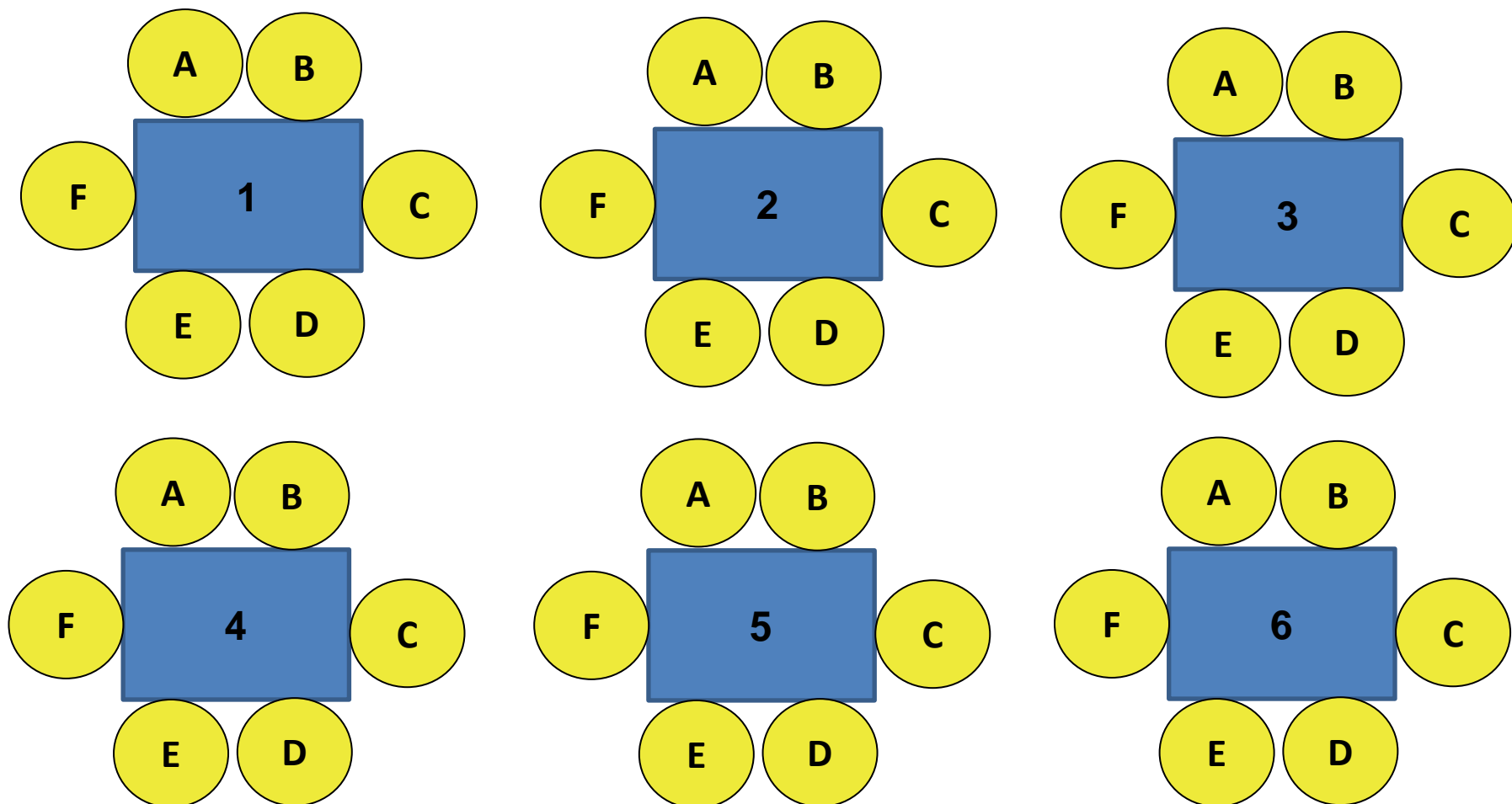
A. skupina:

- ☺ Simetrale stranica svih trokuta sijeku se u istoj točki.
- ☺ Ta točka pripada trokutu kod šiljastokutnog i pravokutnog trokuta.
- ☺ Ta točka ne pripada trokutu kod tupokutnog trokuta.
- ☺ Ta točka je polovište hipotenuze pravokutnog trokuta.

Iste zaključke imaju i ostale skupine.

Oblik suradničkog rada: „gostionica”

3. faza: Povratak u svoju skupinu. Svaki član iznosi zaključke skupine gdje je bio u gostima.

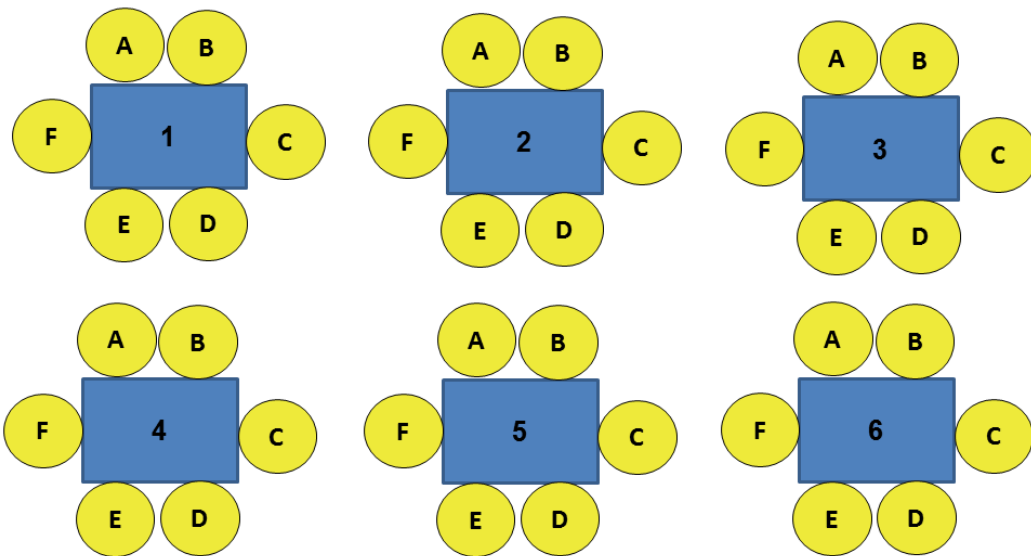


Izvješća u 3. fazi:

Sve skupine:

- ☺ Simetrale stranica svih trokuta sijeku se u istoj točki.
- ☺ Ta točka pripada trokutu kod šiljastokutnog i pravokutnog trokuta.
- ☺ Ta točka ne pripada trokutu kod tupokutnog trokuta.
- ☺ Ta točka je polovište hipotenuze pravokutnog trokuta.

Nakon treće faze može se napraviti sistematizacija (npr. frontalno)



Simetrale stranica svakog trokuta sijeku se u istoj točki.

Ta točka je jednako udaljena od svih vrhova trokuta.

Središte trokutu opisane kružnice je sjecište simetrala stranica.

Središte opisane kružnice pripada šiljastokutnom i pravokutnom trokutu, a ne pripada tupokutnom trokutu.

Središte pravokutnom trokutu opisane kružnice je polovište hipotenuze.

Listić 4: Odredite vrstu trokuta obzirom na duljine stranica i vrstu unutarnjih kutova. Svakom trokutu konstruirajte simetrale svih unutarnjih kutova i zapišite svoja opažanja. (_____ skupina).

Vrsta trokuta:

obzirom na duljine stranica: _____

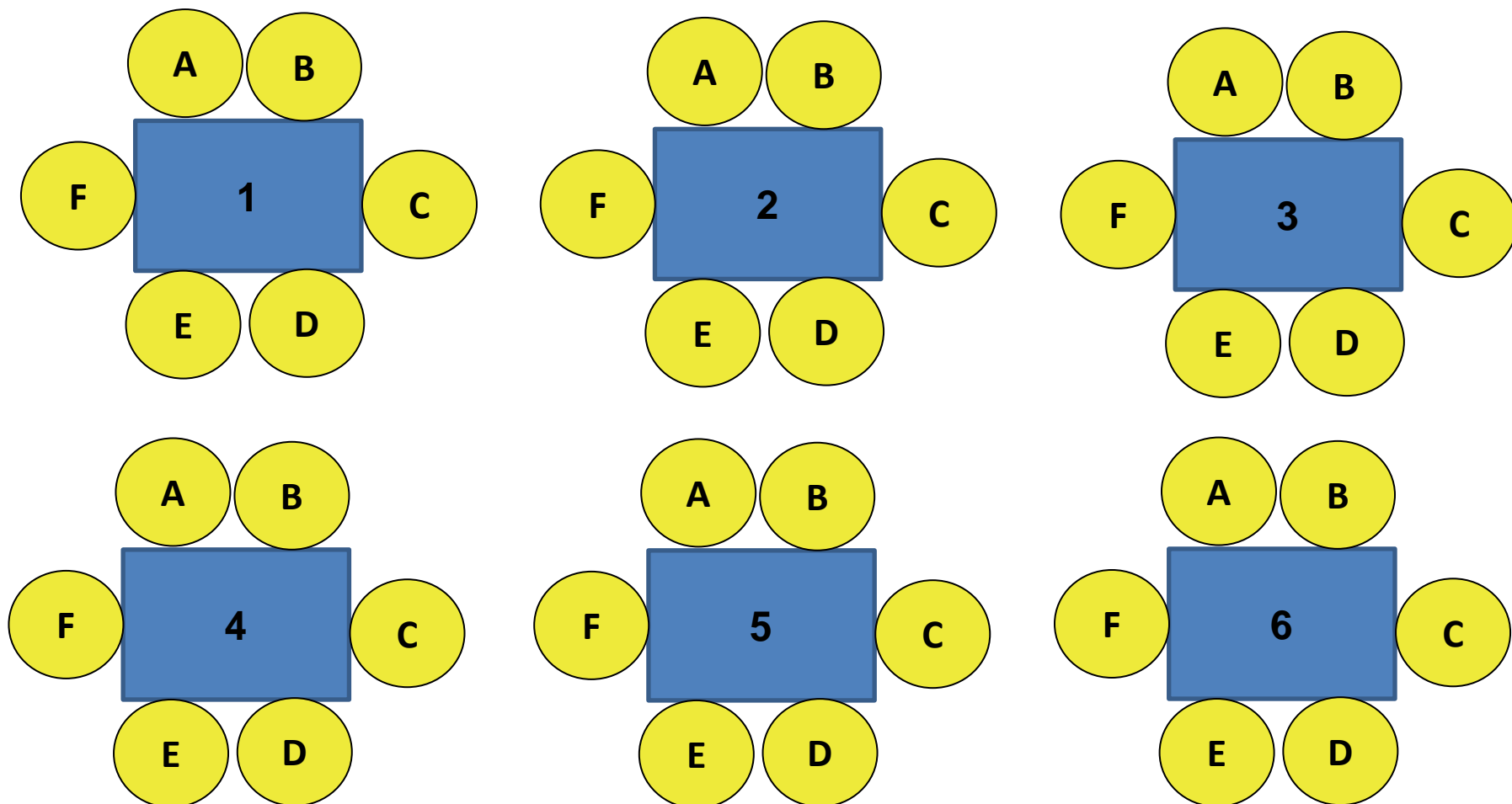
obzirom na vrste unutarnjih kutova: _____

Zapažanja:



Oblik suradničkog rada: „gostionica“

1. faza:



Zapažanja nakon 1. faze:

1. skupina:

☺ Simetrale kutova svih raznostraničnih, šiljastokutnih trokuta sijeku se u istoj točki.

☺ Ta točka pripada trokutu.

2. skupina:

☺ Simetrale kutova svih raznostraničnih, pravokutnih trokuta sijeku se u istoj točki.

☺ Ta točka pripada trokutu

3. skupina

☺ Simetrale kutova svih raznostraničnih, tupokutnih trokuta sijeku se u istoj točki.

☺ Ta točka pripada trokutu.

4. skupina

☺ Simetrale kutova svih jednakokračnih, šiljastokutnih trokuta sijeku se u istoj točki.

☺ Ta točka pripada trokutu.

5. skupina

☺ Simetrale kutova svih jednakokračnih, pravokutnih trokuta sijeku se u istoj točki.

☺ Ta točka pripada trokutu.

☺ Simetrale kutova svih jednakostraničnih trokuta sijeku se u istoj točki.

☺ Ta točka pripada trokutu.

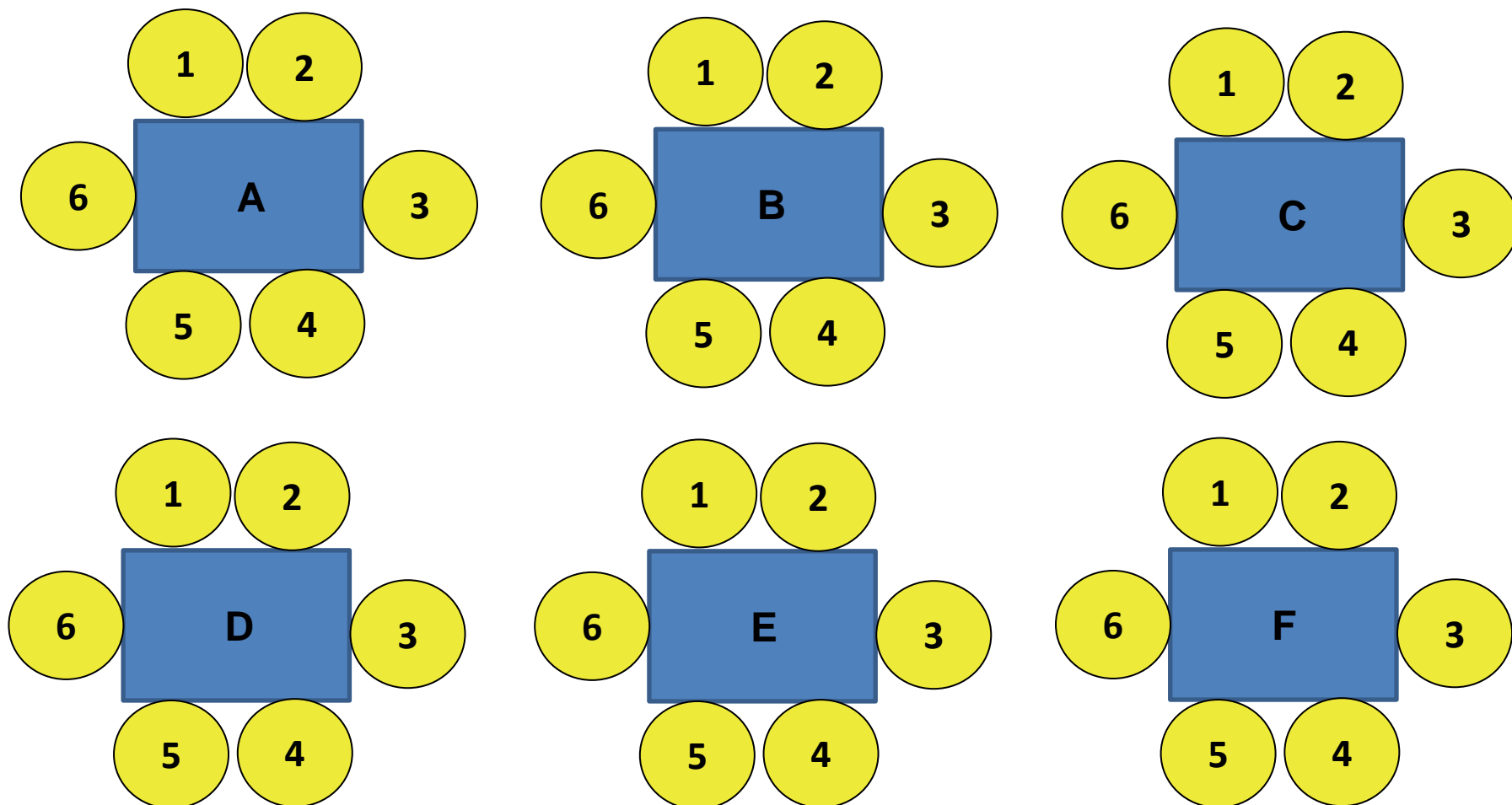
6. skupina:

☺ Simetrale kutova svih jednakokračnih, tupokutnih trokuta sijeku se u istoj točki.

☺ Ta točka pripada trokutu.

Oblik suradničkog rada: „gostionica“

2. faza:



Zaključci nakon 2. faze:

A. skupina:

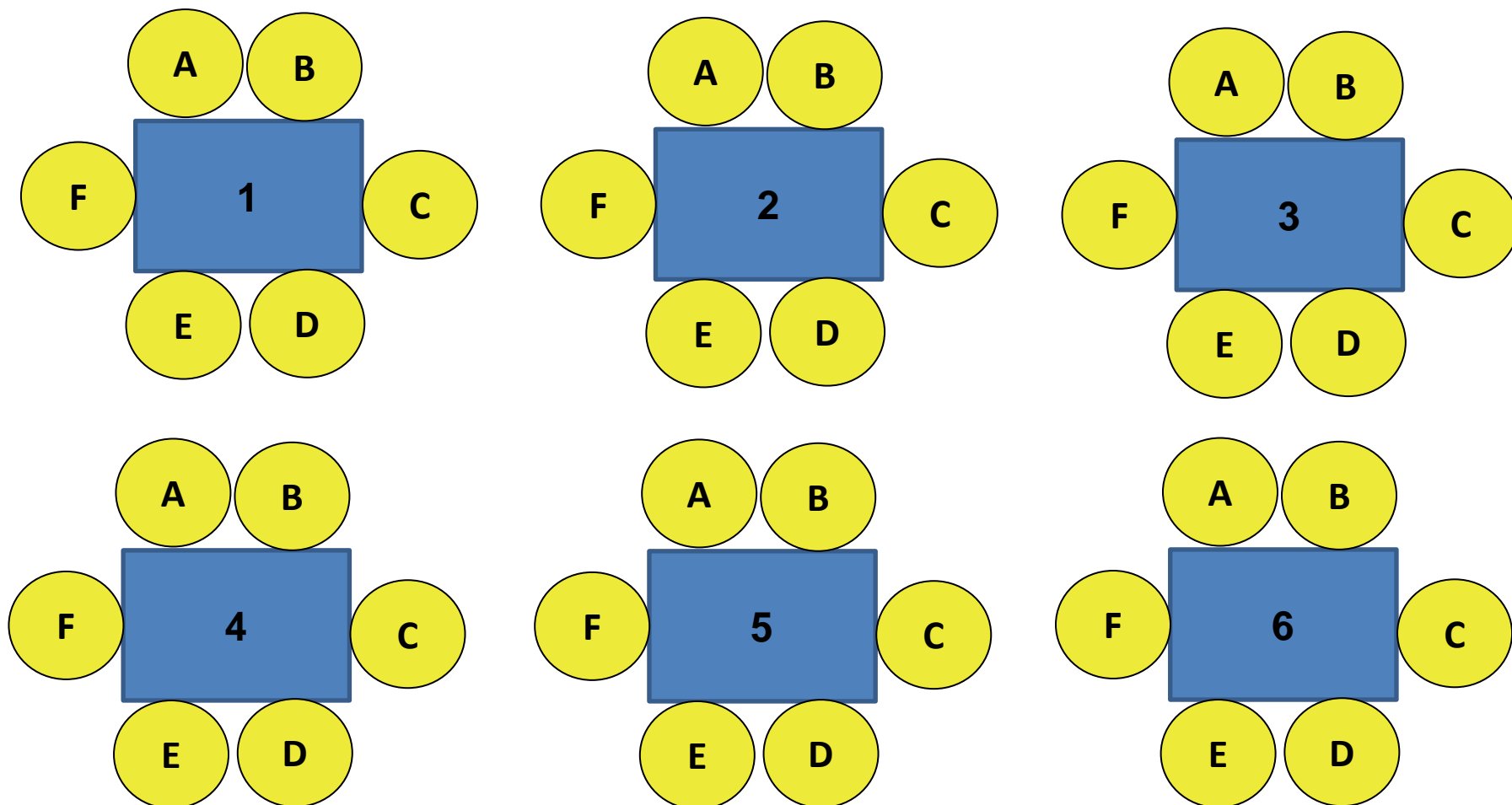
☺ Simetrale kutova svih trokuta sijeku se u istoj točki.

☺ Ta točka pripada trokutu

Iste zaključke imaju i ostale skupine.

Oblik suradničkog rada: „gostionica“

3. faza:



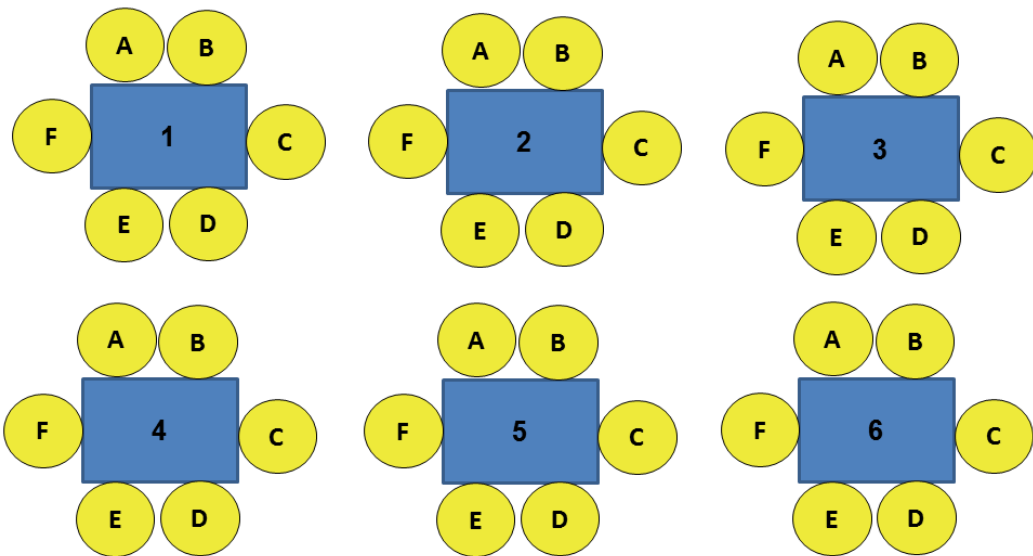
Izvješća u 3. fazi:

Sve skupine:

☺ Simetrale kutova svih trokuta sijeku se u istoj točki.

☺ Ta točka pripada trokutu

Nakon treće faze može se napraviti sistematizacija (npr. frontalno)



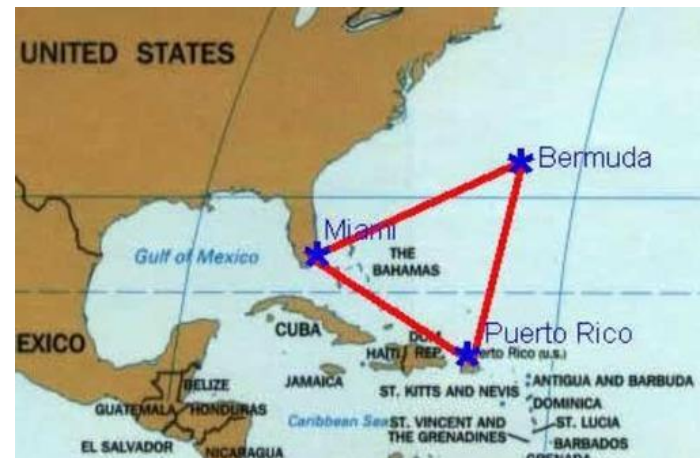
Simetrale unutarnjih kutova svakog trokuta sijeku se u istoj točki. Ta točka je jednako udaljena od krakova svakog unutarnjeg kuta. Središte trokutu upisane kružnice je sjecište simetrala unutarnjih kutova. Središte upisane kružnice pripada trokutu. Polumjer upisane kružnice je najkraća spojnica središta i bilo koje stranice (okomica).

Pojam visine trokuta

Na slikama nacrtajte dužine koje je potrebno izmjeriti kako bi odredili visine objekata na slikama.

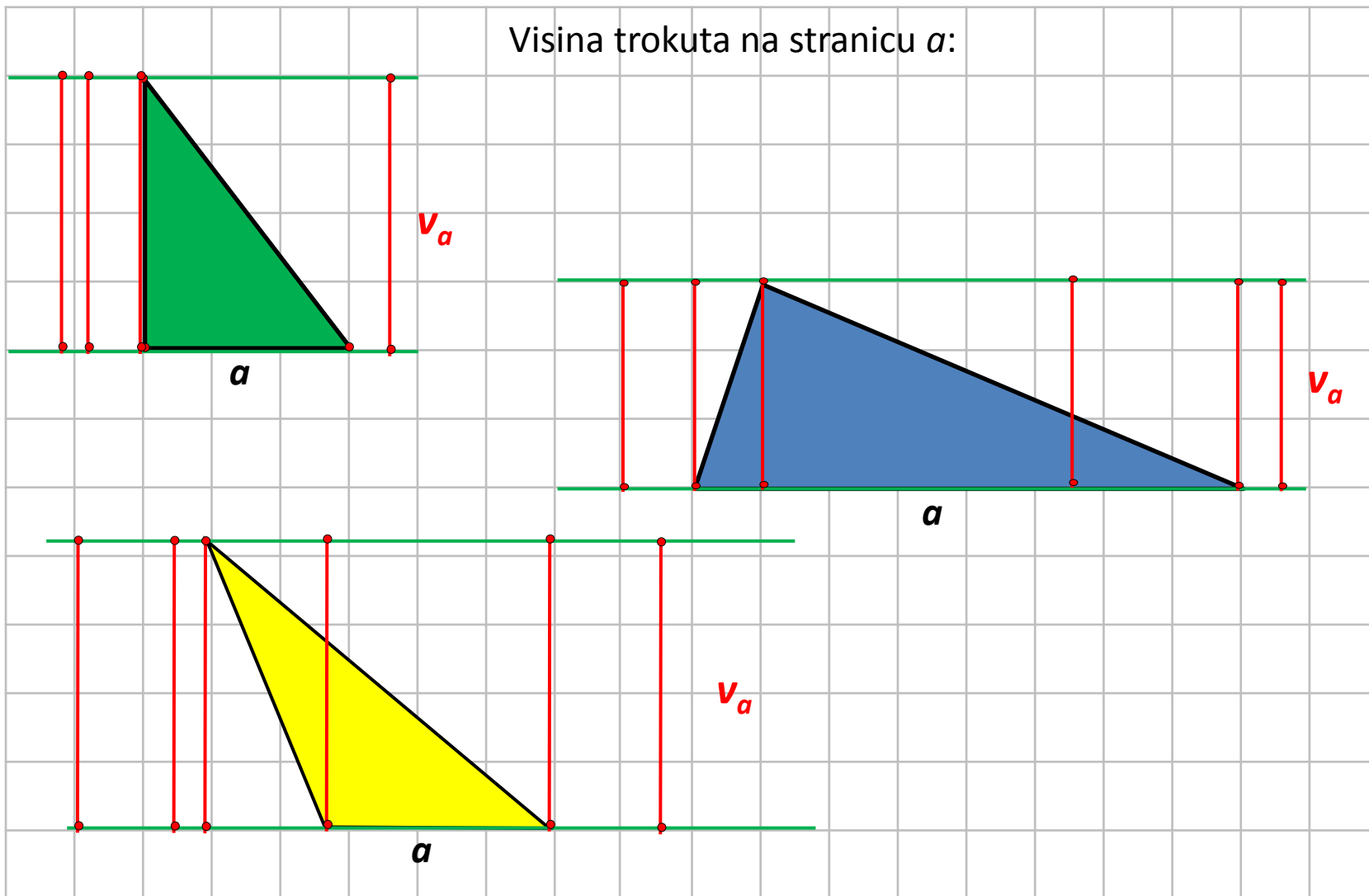


Pojam visine trokuta



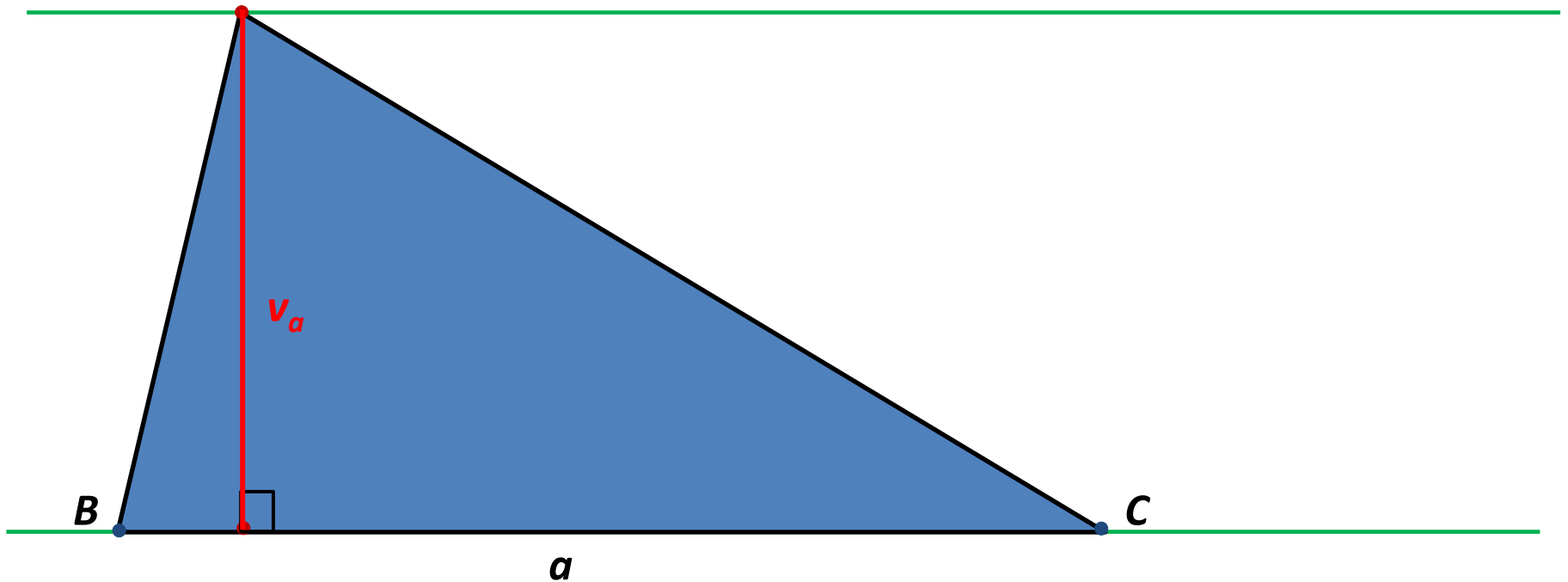
Pojam visine trokuta

Visina trokuta na stranicu a :



Napomena: Kad kažemo stranica a podrazumijevamo dužinu duljine a

Pojam visine trokuta

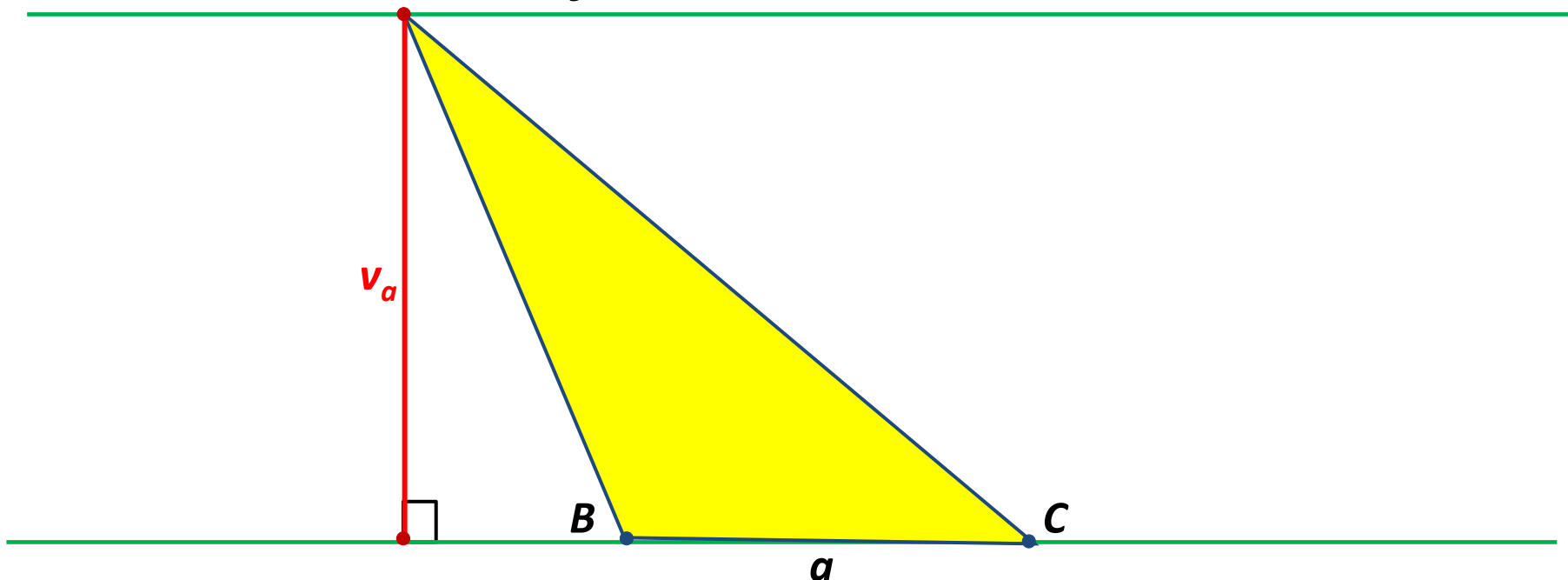


Visina na stranicu a

- dužina okomita na stranicu a
- jedna krajnja točka na pravcu kojem pripada stranica a
- druga krajnja točka na paralelnom pravcu koji sadrži vrh A

Visinu na stranicu a najčešće crtamo kao dužinu s krajnjom točkom A .
Visina je najkraća spojnica vrha i pravca kojem pripada nasuprotna stranica.

Pojam visine trokuta



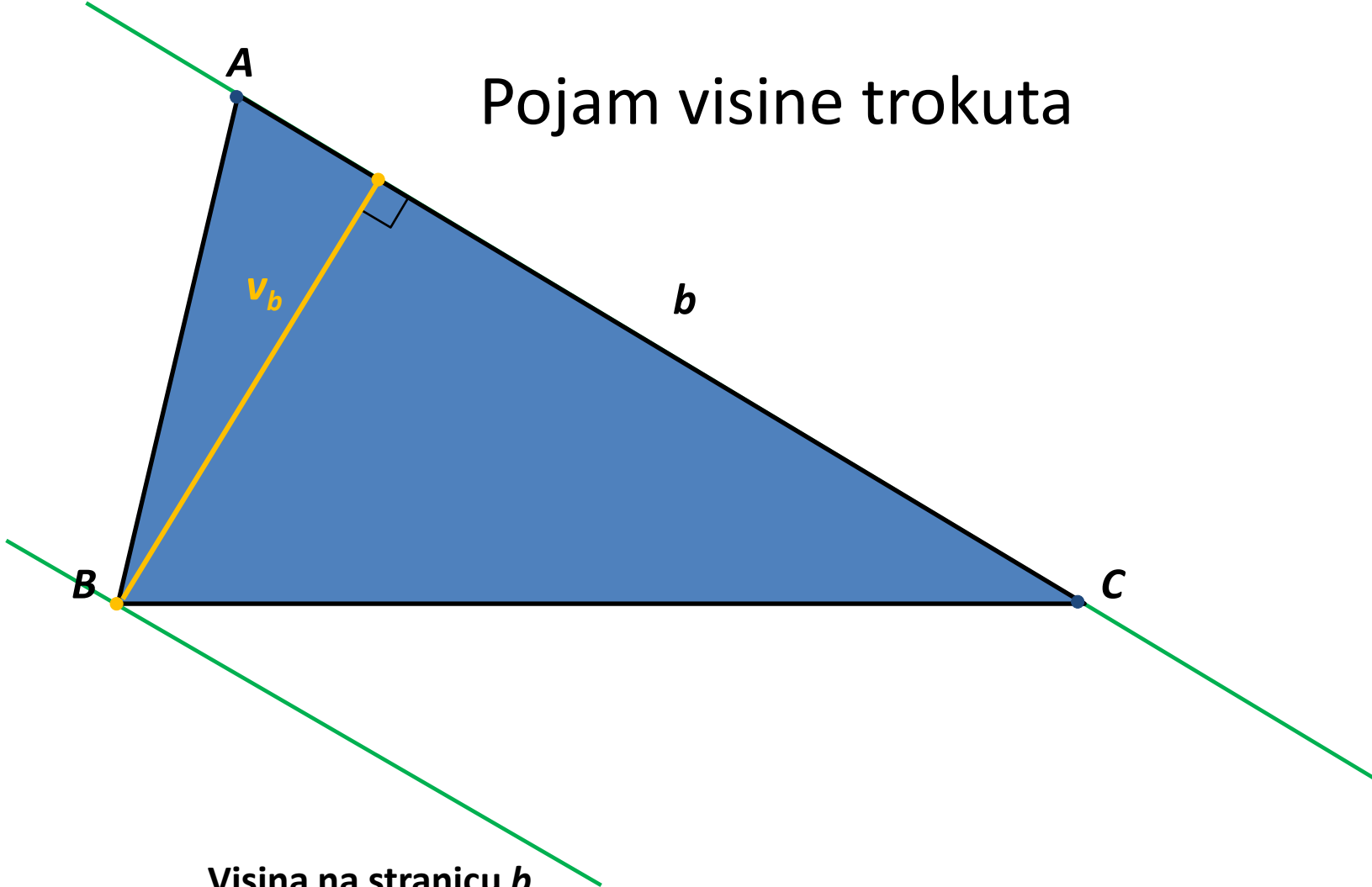
Visina na stranicu a

- dužina okomita na stranicu a
- jedna krajnja točka na pravcu kojem pripada stranica a
- druga krajnja točka na paralelnom pravcu koji sadrži vrh A

Visinu na stranicu a najčešće crtamo kao dužinu s krajnjom točkom A .

Visina je najkraća spojnica vrha i pravca kojem pripada nasuprotna stranica.

Pojam visine trokuta



Visina na stranicu b

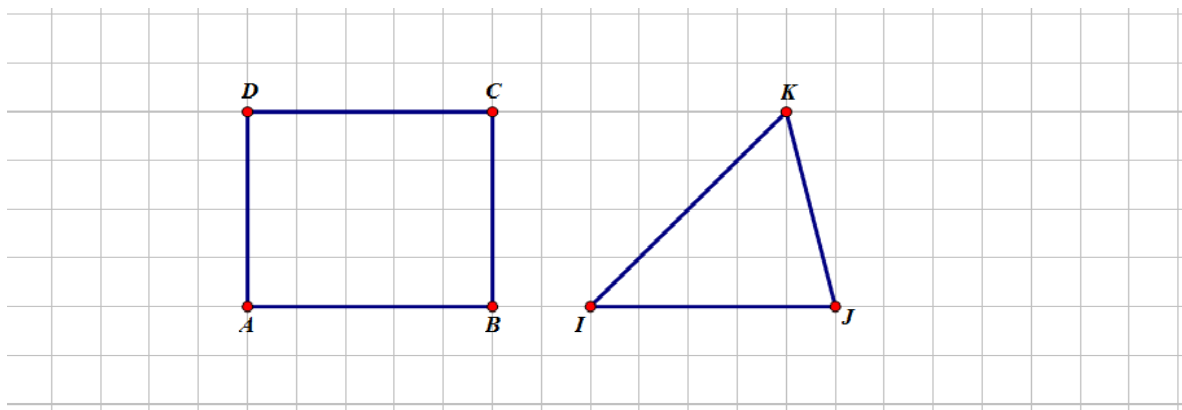
- dužina okomita na stranicu b
- jedna krajnja točka na pravcu kojem pripada stranica b
- druga krajnja točka na paralelnom pravcu koji sadrži vrh B

Visinu na stranicu b najčešće crtamo kao dužinu s krajnjom točkom B .

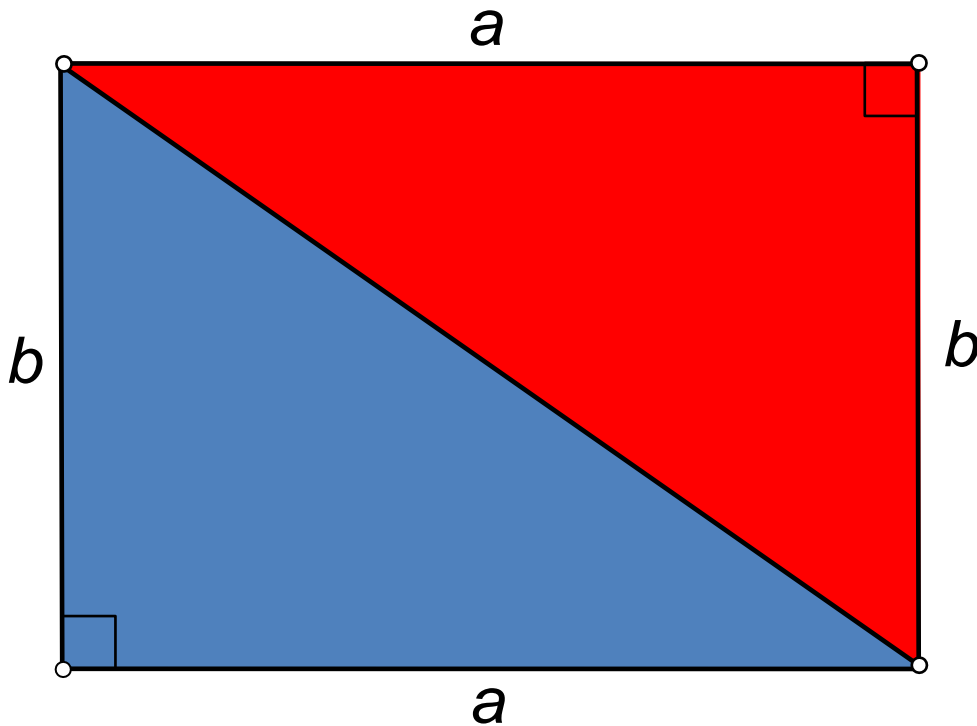
Visina je najkraća spojnica vrha i pravca kojem pripada nasuprotna stranica.

Površina trokuta

Koristimo kvadratnu mrežu i činjenicu da su učenici usvojili površinu kvadrata i pravokutnika.



Površina trokuta



Površina pravokutnika kojemu su a i b duljine susjednih stranica, jednaka je:

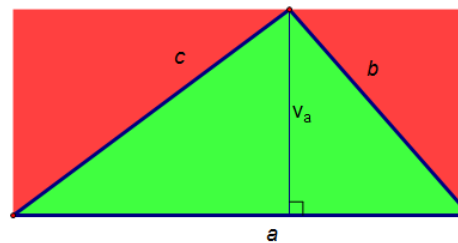
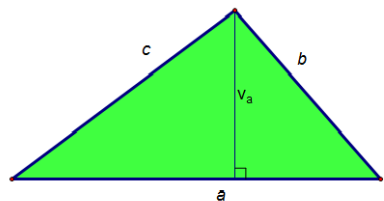
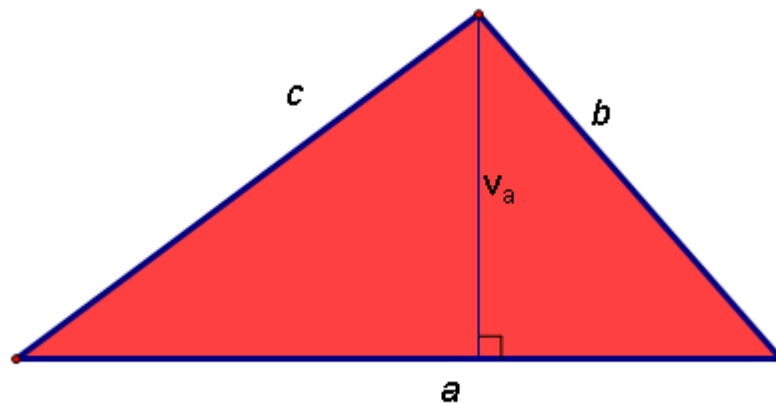
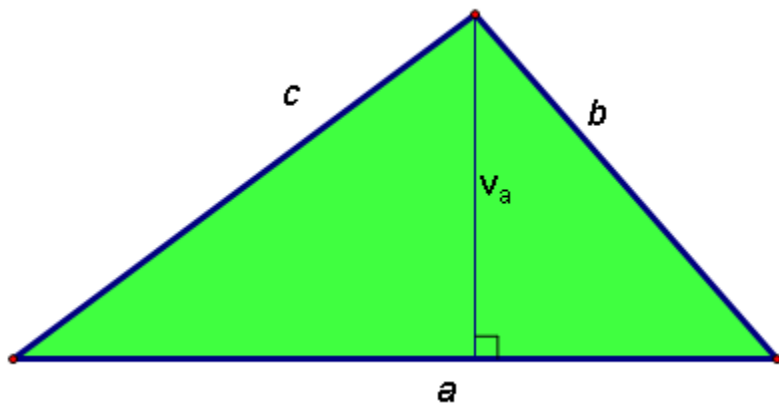
$$P = a \cdot b$$

Površina pravokutnog trokuta s katetama duljine a i b , jednaka je:

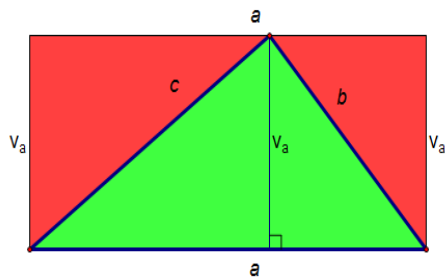
$$P = (a \cdot b) : 2$$

$$P = \frac{a \cdot b}{2}$$

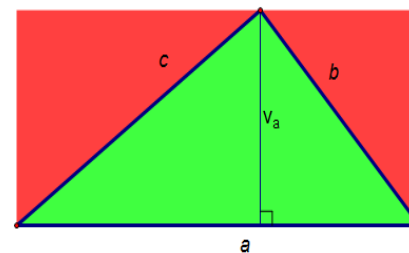
Površina trokuta



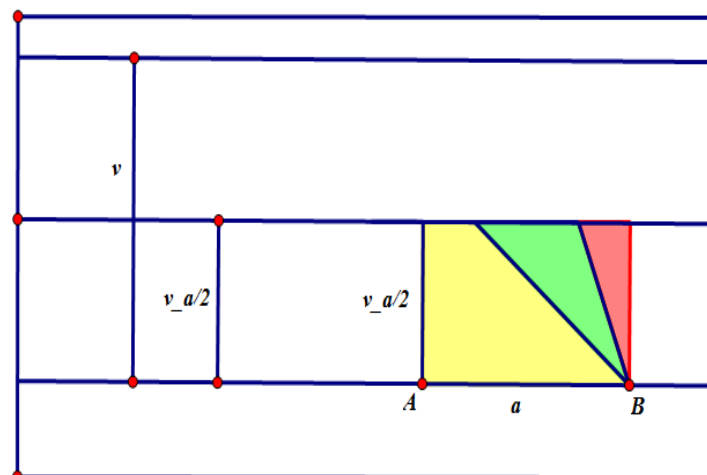
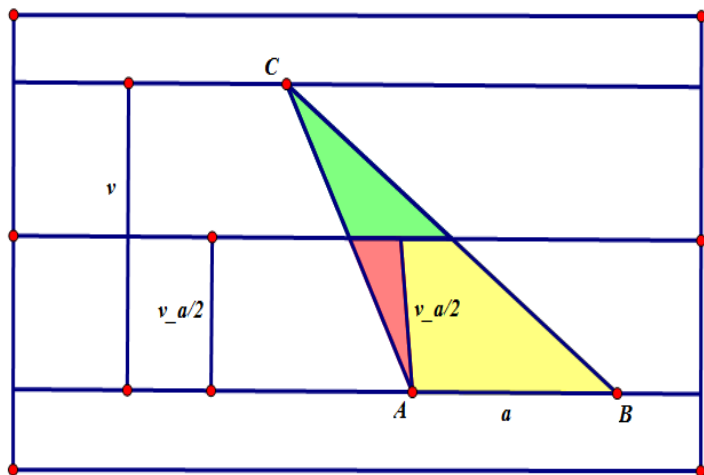
Površina pravokutnika: $P = a \cdot v_a$



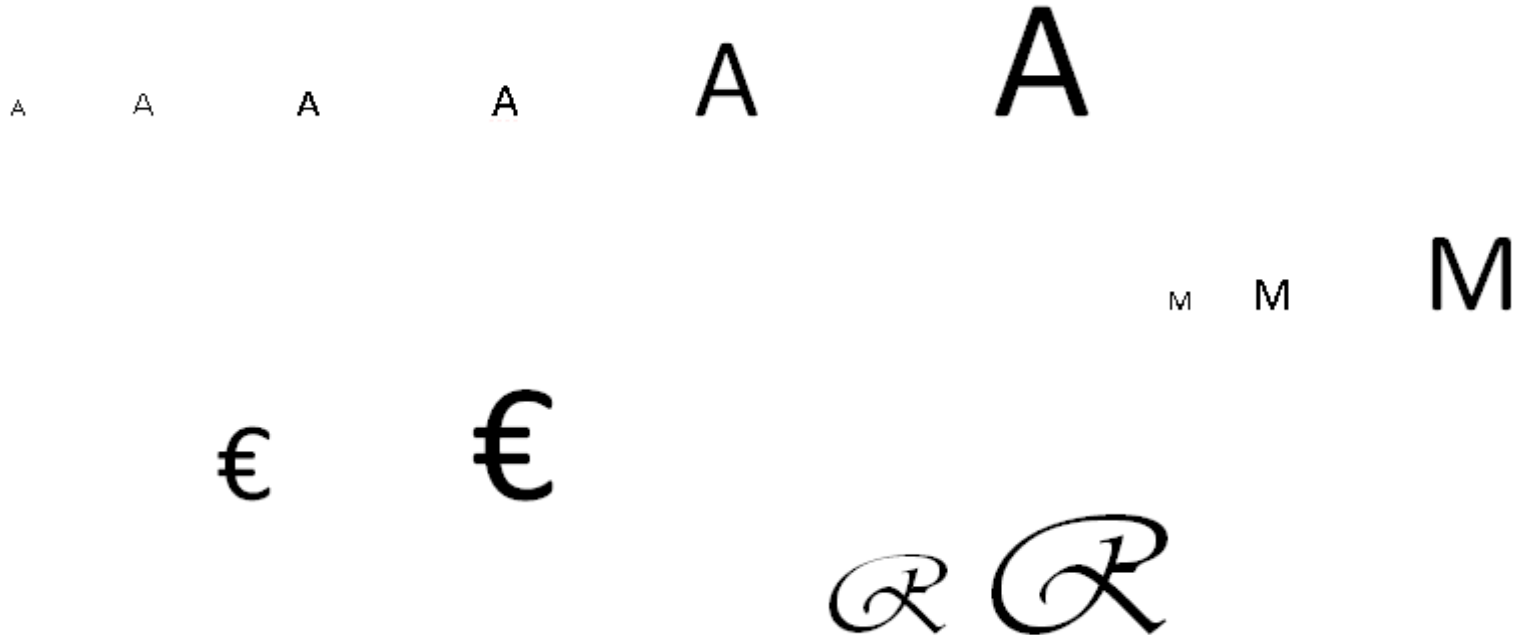
Površina trokuta: $P = \frac{a \cdot v_a}{2}$



Površina trokuta



Sličnost trokuta motivacijski primjeri



Na svakoj od slika znakovi su **istog oblika**, a različite veličine.

Sličnost trokuta motivacijski primjeri



Za osobe na slici kažemo da su slične.

Promjena veličine, ali isti oblik – slično.





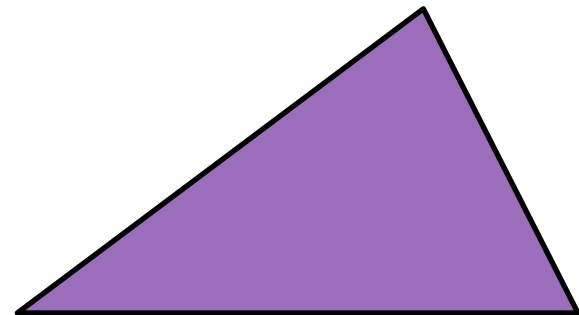
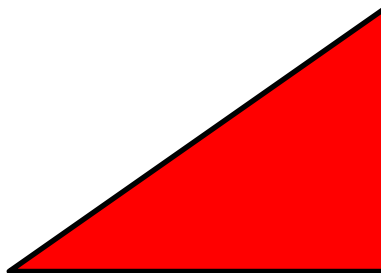
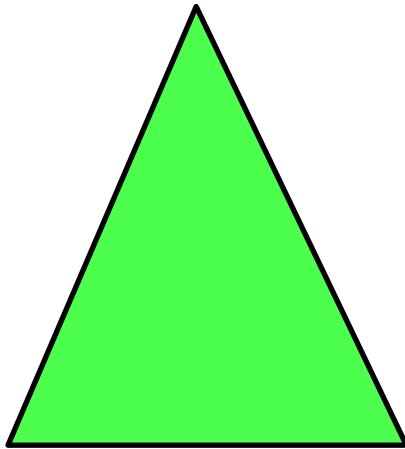
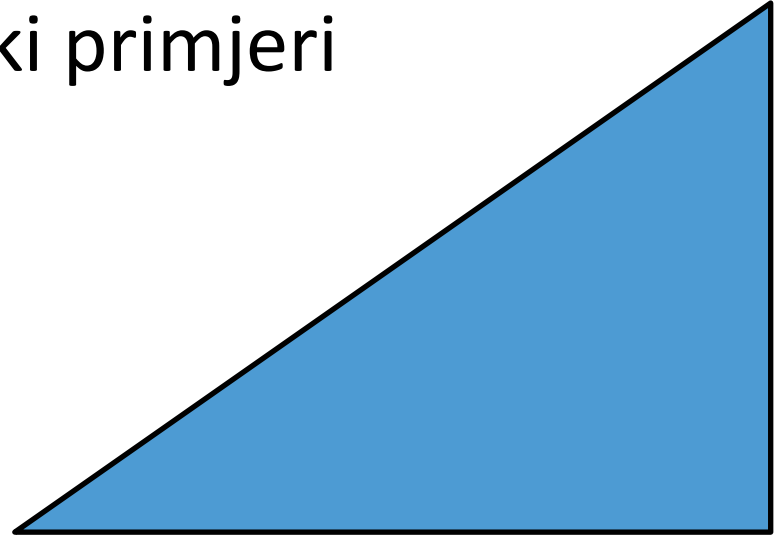
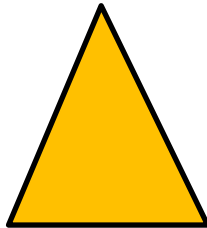
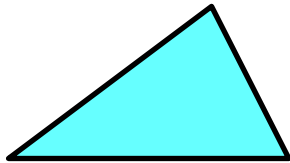
A *A*

5 5

1 1

Promjena oblika – nije slično.

Sličnost trokuta motivacijski primjeri

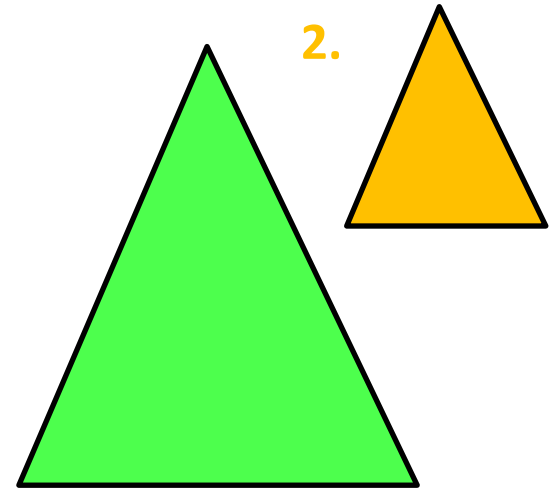
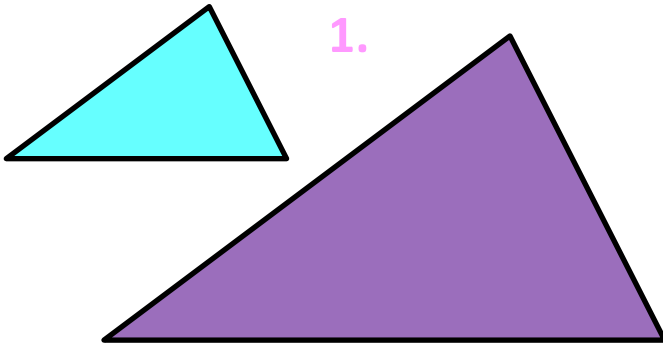


Izdvojite parove trokuta koji imaju isti oblik.

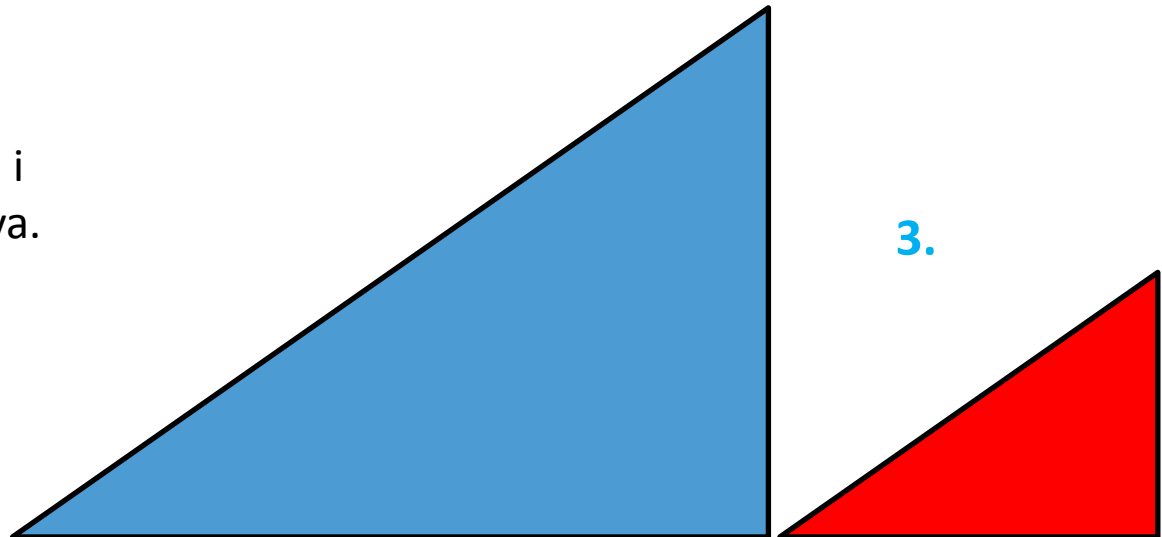
Sličnost trokuta

uočavanje svojstava

Trokuti istog oblika – slični trokuti.



Svim parovima trokuta
izmjerite duljine stranica i
veliĉine unutarnjih kutova.



Popunite tablicu i zapišite svoja opažanja:

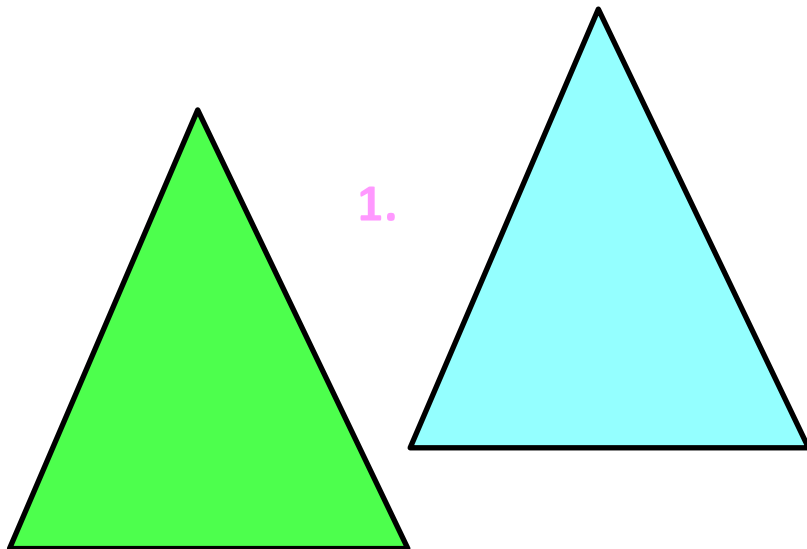
Listić 5:

Trokut	a	b	c	$a:b$	$a:c$	$b:c$	α	β	γ
1a									
1b									
2a									
2b									
3a									
3b									

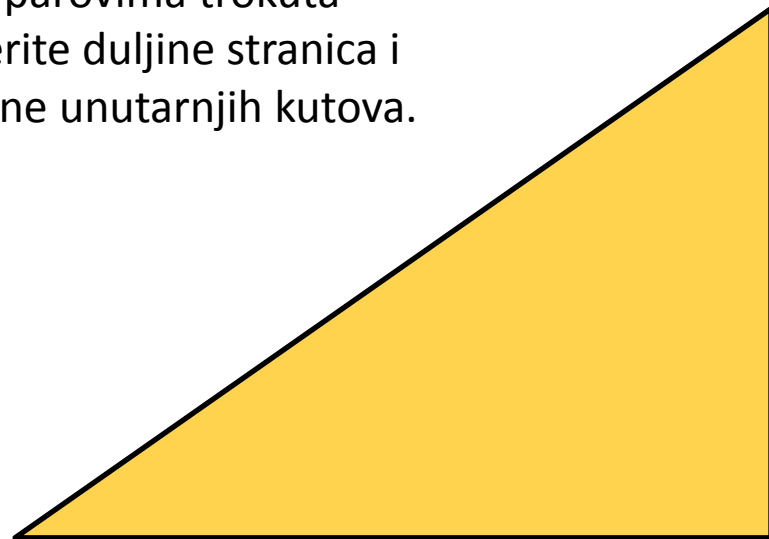
Svaka dva slična trokuta imaju **odgovarajuće kutove sukladne** i **jednake omjere odgovarajućih stranica**.

Svim parovima trokuta
izmjerite duljine stranica i
veliĉine unutarnjih kutova.

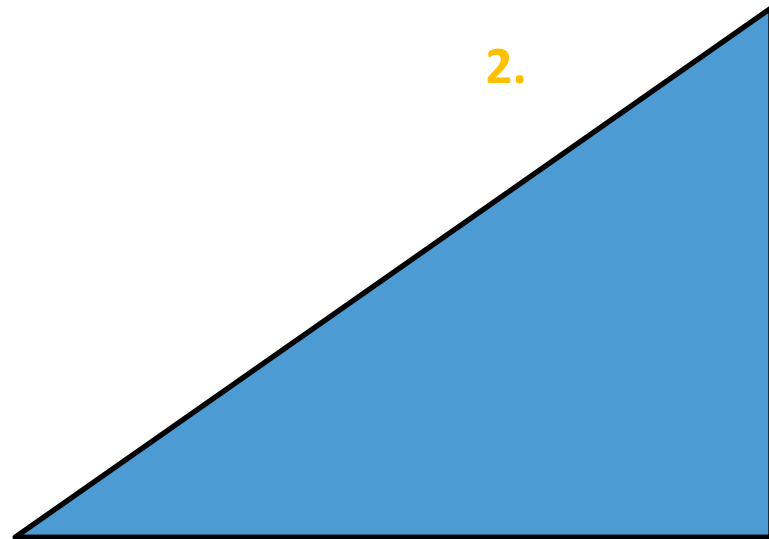
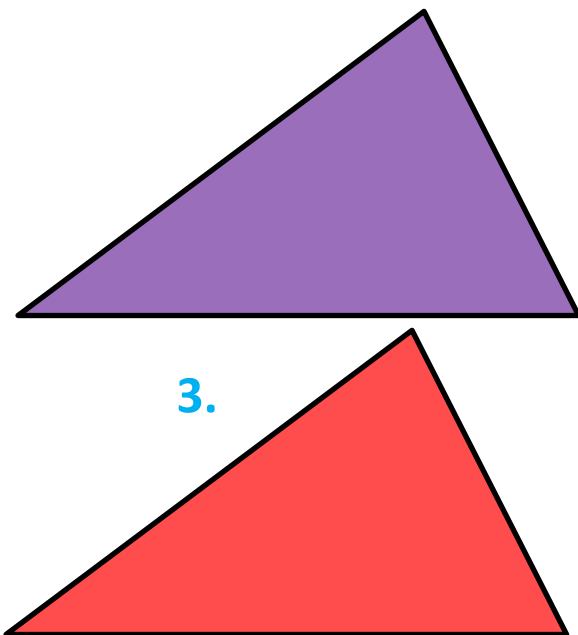
1.



2.



3.



Popunite tablicu i zapišite svoja opažanja:

Listić 6:

Trokut	a	b	c	$a:b$	$a:c$	$b:c$	α	β	γ
1a									
1b									
2a									
2b									
3a									
3b									

Trokuti su sukladni.

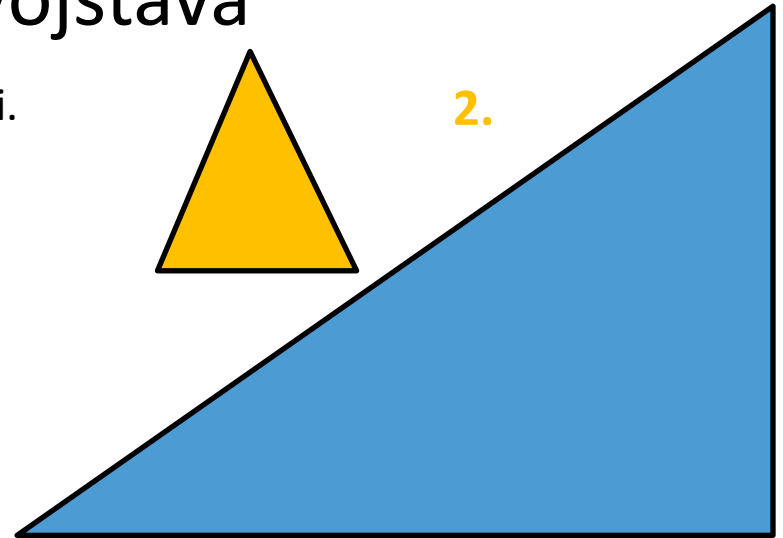
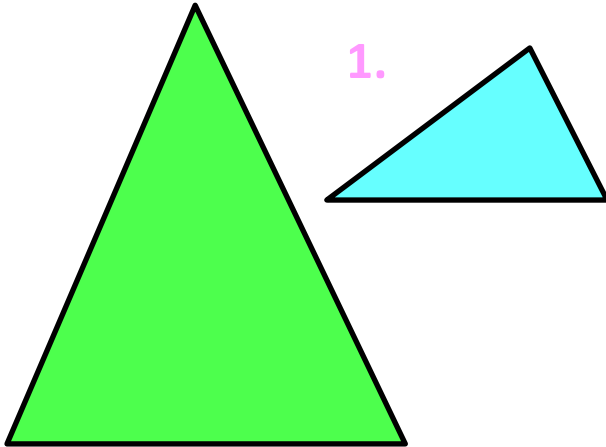
Svaka dva sukladna trokuta imaju **jednake omjere odgovarajućih stranica**.

Sukladni trokuti su i slični trokuti, ali slični trokuti ne moraju biti sukladni.

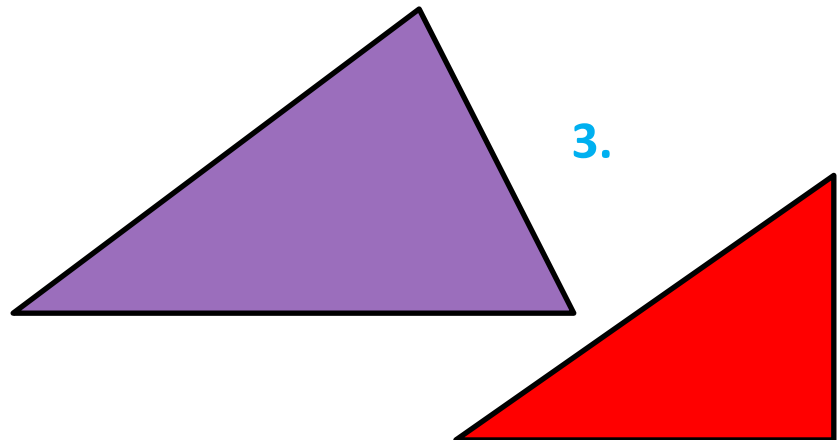
Sličnost trokuta

uočavanje svojstava

Trokuti koji nisu istog oblika – nisu slični trokuti.



Svim parovima trokuta
izmjerite duljine stranica i
veliĉine unutarnjih kutova.



Popunite tablicu i zapišite svoja opažanja:

Listić 7:

Trokut	a	b	c	$a:b$	$a:c$	$b:c$	α	β	γ
1a									
1b									
2a									
2b									
3a									
3b									

Trokuti **nemaju** tri para sukladnih kutova i
nemaju tri para jednakih omjera stranica.

Trokuti nisu slični (nemaju isti oblik).

Literatura:

- G. Polya: Matematičko otkriće, HMD,Zagreb, 2003., 436 str.
- B. Pavković, D. Veljan: Elementarna matematika 1, Školska knjiga, Zagreb, 2004., 424 str.
- PowerPoint prezentacije - materijali za nastavu (Drago Begić, prof., Željka Orčić, prof. i Sanja Stilinović, prof.)
- materijali za ogledne sate metodičke prakse studentica PMF-a (Lucija Baljkas, Ivana Martić i Dijana Soldić)
- www.mzos.hr – Nastavni plan i program za osnovnu školu, 370 str.
- www.google.hr - slike