

SURADNIČKO UČENJE I METODE AKTIVNE NASTAVE MATEMATIKE U OSNOVNOJ ŠKOLI

Primjer: NEKI SKUPOVI BROJEVA

prof. dr. sc. Aleksandra Čižmešija

Prirodoslovno-matematički fakultet, Matematički odsjek

Sveučilište u Zagrebu

cizmesij@math.hr

17. siječnja 2014.

1. ŠTO ZNAČI „UČITI MATEMATIKU”?

- kratki osvrt na teorije učenja
(matematike) -**

KONSTRUKTIVISTIČKA TEORIJA

KONSTRUKTIVIZAM

- izvire iz kognitivne škole psihologije
- oslanja se na rezultate Jeana Piageta (1930-te godine)
 - uveo koncept mentalne sheme
 - razvio teoriju kognitivnog razvoja djeteta (1930-te godine)
- **glavna teza: učenici (= svi oni koji uče) su kreatori svoga učenja i svoje znanje konstruiraju na temelju postojećeg znanja**

Dva osnovna principa (Ernst von Glasersfeld, 1987.):

1. Učenik sam **aktivno** gradi (konstruira) svoje znanje, a ne prima ga pasivno iz svog okoliša.
2. Dolaženje do spoznaje (znanja) je proces adaptacije, zasnovan na učenikovom iskustvu svijeta što ga okružuje i njime stalno modificiran.

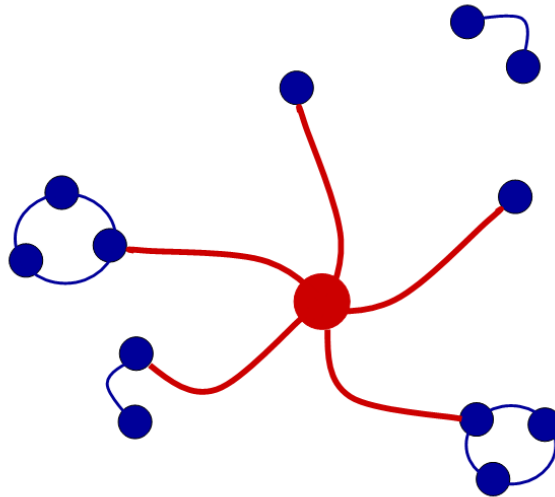
(1) - trivijalni konstruktivizam

(1) & (2) - radikalni konstruktivizam

KONSTRUKTIVISTIČKA TEORIJA (2)

KOGNITIVNE SHEME

- proizvod su:
 - konstruiranog znanja
 - alata pomoću kojih se može izgraditi dodatno novo znanje
- pri učenju dolazi do reorganizacije, nadopunjavanja ili nekog drugog oblika modifikacije postojeće sheme (mreže)



KONSTRUKTIVISTIČKA TEORIJA (3)

KOGNITIVNE SHEME (nastavak)

Dva načina promjene kognitivne sheme (J. Piaget):

- **asimilacija** - javlja se kada novi koncept pristaje uz (tj. „paše uz”) postojeće znanje (mrežu) te nove informacije samo proširuju postojeću mrežu
- **akomodacija** - javlja se kada novi koncept ne pristaje uz (tj. „paše uz”) postojeće znanje pa mozak mora preurediti postojeću kognitivnu mrežu ili ju nadomjestiti novom
 - do toga učenik dolazi **refleksivnim mišljenjem** (Fosnot, 1996.)

Refleksivno mišljenje = propitivanje postojećih ideja (tzv. prethodno znanje, odnosno postojeće kognitivne sheme) s ciljem pronalaženja onih koje izgledaju da bi mogle biti povezane s trenutnom misli, idejom ili zadatkom.

PRIMJER: MOGUĆA MREŽA IDEJA KOJE MOGU PRIDONIJETI RAZUMIJEVANJU POJMA OMJERA

Dijeljenje: Omjer 3 : 4 jednak je 0.75.

Mjerilo karte: mjerilo geografske karte pokazuje da udaljenost od 1 cm na karti predstavlja udaljenost od 50 km u prirodi.

Trigonometrija: sve trigonometrijske funkcije kuta su omjeri.

Uspoređivanje: omjer sunčanih i kišnih dana veći je na jugu nego na sjeveru Hrvatske.

OMJER

Nagib pravca i nagib ceste: Omjer ordinate i apscise svake točke pravca je -0.8. Omjer visine brda i horizontalne udaljenosti podnožja brda od njegovog vrha je 10%.

Jedinična cijena: Cijena paketa od 5 kg kestena je 24.95 kn. To je 49,90 kn za 10 kg kestena, tj. 4.99 kn za 1 kg kestena.

Gospodarstvo: Profit i gubitak računaju se kao omjer prihoda i ukupnog troška.

Geometrija: Omjer opsega i promjera svake kružnice je π ili približno 22 : 7. "Odgovarajuće" mjere sličnih likova imaju isti omjer.

SOCIOKULTURALNA TEORIJA

SOCIOKULTURALNA TEORIJA (SOCIJALNI KONSTRUKTIVIZAM)

- proizlazi iz rezultata Leva Vygotskog (Lev Vygotsky, 1920-te i 1930-te, Rusija)
- dijeli mnoge postavke s konstruktivizmom
 - npr. proces učenja je aktivno traženje smisla i značenja od strane učenika
- ima i svoje originalne temeljne koncepte

Temeljni postulati:

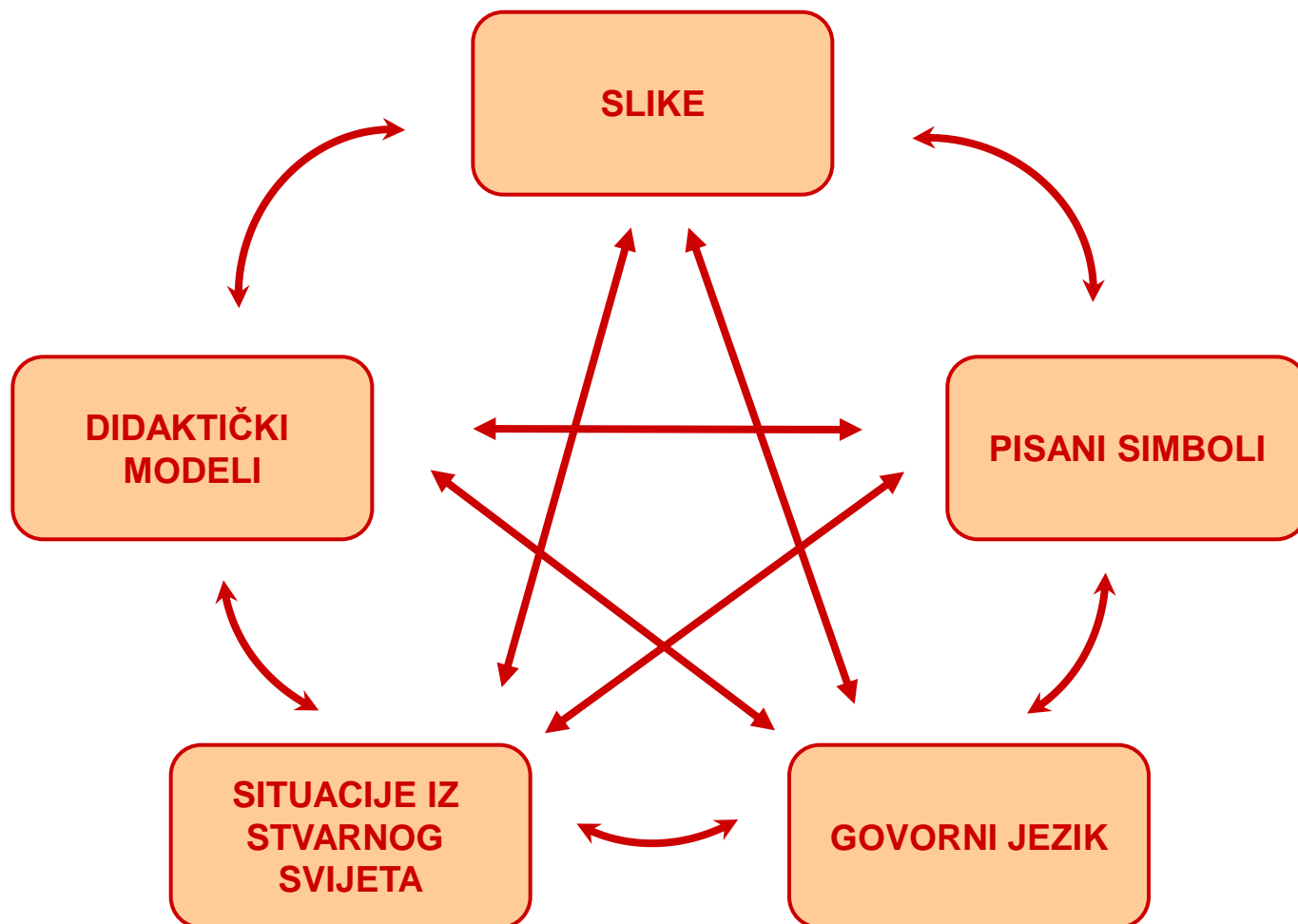
- **mentalni procesi odvijaju se među ljudima u socijalnim okruženjima učenja, iz kojih učenici ideje preuzimaju u svoj psihološki sklop (interioriziraju ih, pounutrašnjuju ih)**
- način na koji se informacija interiorizira (ili uči) ovosi o tome nalazi li se u tzv. **zoni najbližeg razvoja** (ZPD = *zone of proximal development*)
 - **zona najbližeg razvoja** = razlika između učenikovog potpomognutog (asistiriranog) i nepotpomognutog (neasistiriranog) odgovora (ponašanja ili postupanja) na zadatak, tj. raspon znanja koje učenik ne bi mogao naučiti ili mu prići bez pomoći drugih s više znanja („boljih znalaca”)

SOCIOKULTURALNA TEORIJA (2)

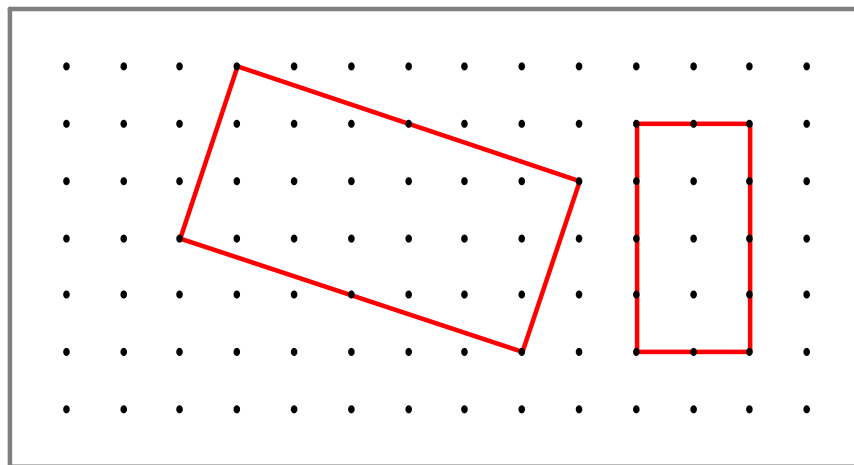
Temeljni postulati (nastavak):

- **semiotička medijacija** – način na koji informacija prelazi iz socijalnog u individualni prostor
 - mehanizam pomoću kojeg se utječe na individualna uvjerenja, stavove i ciljeve i pomoću kojeg oni utječu na sociokulturalne prakse
 - uključuje interakciju putem jezika, dijagrama, slika i djelovanja (alati medijacije)
- **socijalna interakcija** – ključna za medijaciju
- **postavljanje skela** (eng. *scaffolding*) – početna pomoć učitelja/drugih tijekom procesa postupno se smanjuje

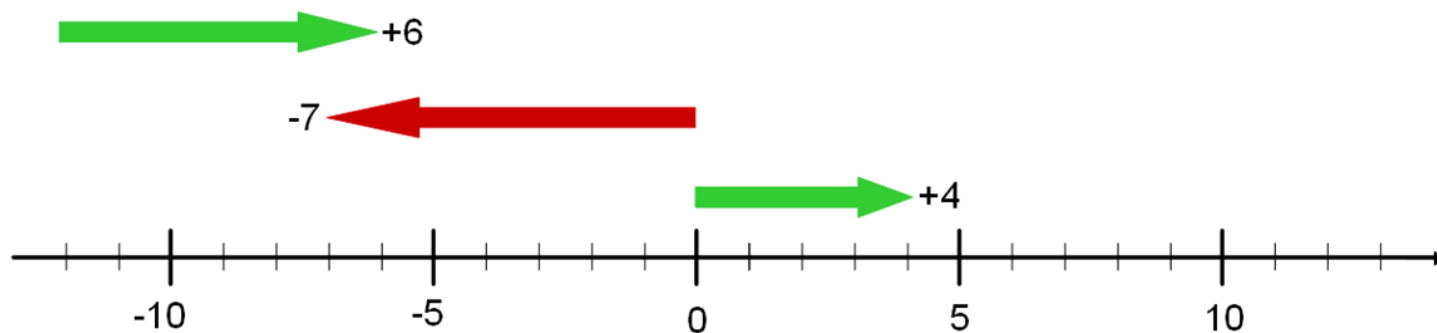
PET RAZLIČITIH NAČINA PRIKAZIVANJA MATEMATIČKIH IDEJA
prelaženje iz jednih u druge ili mijenjanje prikaza istim načinom može
pridonijeti razvoju novih koncepata



I OVO SU DIDAKTIČKI MODELI



GEOPLOČA



BROJEVNI PRAVAC

2. ŠTO ZNAČI „RAZUMJETI MATEMATIKU”?

**- kratki osvrt na pojam
matematičke kompetencije -**

RAZUMIJEVANJE MATEMATIKE

RAZUMIJEVANJE (MATEMATIKE)

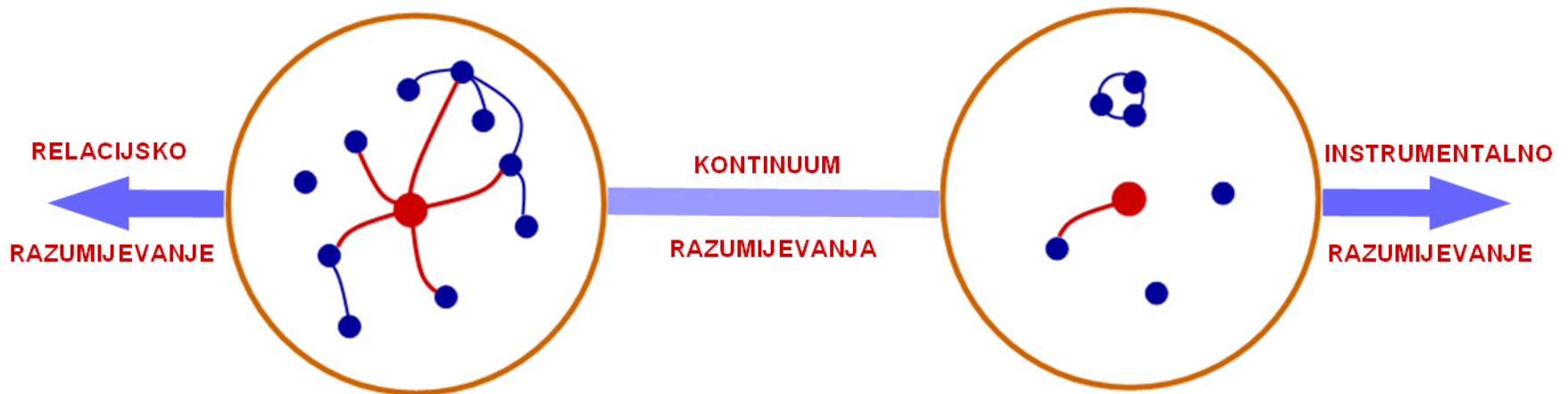
- mjera kvalitete i kvantitete veza koje ideja ima s postojećim idejama
- ovisi o postojanju odgovarajućih ideja i kreiranju novih veza
- razlikuje se od osobe do osobe

KONTINUUM RAZUMIJEVANJA (Richard Skemp, 1978.)

- ekstremi:
 - relacijsko razumijevanje
 - instrumentalno razumijevanje

RAZUMIJEVANJE MATEMATIKE (2)

KONTINUUM RAZUMIJEVANJA (nastavak):



KONCEPTUALNO I PROCEDURALNO ZNANJE

KONCEPTUALNO ZNANJE

- znanje o odnosima i temeljnim idejama promatrane teme

PROCEDURALNO ZNANJE

- znanje o pravilima i procedurama koje se primjenjuju u matematičkim procesima te simbolizam koji se koristi za prikazivanje matematike

Primjer

$$47 \cdot 21$$

Konceptualno znanje:

- množenje je uzastopno pribrajanje jednakih pribrojnika
- zapis $47 \cdot 21$ može se interpretirati kao površina pravokutnika stranica duljina 47 cm i 21 cm

Proceduralno znanje:

- standardni algoritam množenja

MATEMATIČKA KOMPETENCIJA

PREPORUKE EUROPSKOG PARLAMENTA I VIJEĆA o ključnim kompetencijama za cjeloživotno učenje

(prosinac 2006.)

Europski referentni okvir navodi osam ključnih kompetencija:

- komunikacija na materinskom jeziku
- komunikacija na stranim jezicima
- **matematička kompetencija** i osnovne kompetencije u prirodoslovlju i tehnologiji
- digitalna kompetencija
- kompetencija *učiti kako učiti*
- socijalna i građanska kompetencija
- inicijativnost i poduzetništvo
- kulturna svijest i izražavanje

MATEMATIČKA KOMPETENCIJA (2)

DEFINICIJA

Matematička kompetencija je **sposobnost razvoja i primjene matematičkog mišljenja** kako bi se riješio **niz problema** u svakodnevnim situacijama.

Uz dobro vladanje brojevima (tzv. **numerička pismenost**), naglasak je na **procesu i aktivnosti**, kao i na **znanju**.

Matematička kompetencija uključuje, na različitim stupnjevima, **sposobnost i volju za korištenjem matematičkih načina mišljenja** (logičko i prostorno mišljenje) i **prikazivanja** (formule, modeli, konstrukcije, grafovi, grafikoni).

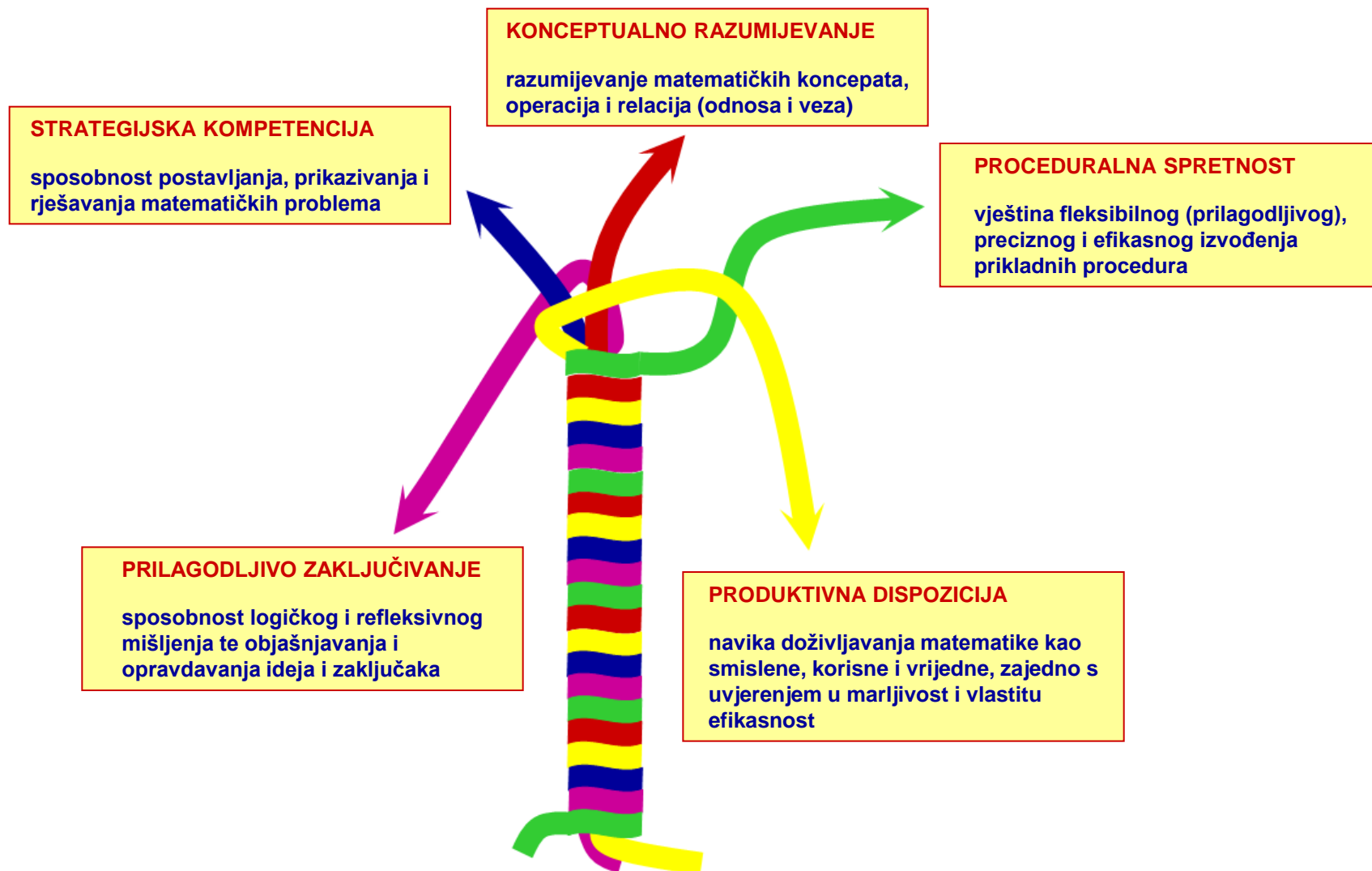
MATEMATIČKA KOMPETENCIJA (3)

TEMELJNA ZNANJA, VJEŠTINE I STAVOVI povezani s ovom kompetencijom:

- **Potrebno znanje** u matematici uključuje čvrsto znanje brojeva, mjera i struktura, osnovnih operacija i osnovnih matematičkih prikaza, razumijevanje matematičkih izraza i pojmova, te svijest o pitanjima na koje matematika može dati odgovore.
- Osoba bi trebala moći **primijeniti matematička načela i procese** u svakodnevnom kontekstu kod kuće i na poslu, te moći slijediti i vrednovati nizove argumenata. Osoba bi trebala biti sposobna **matematički rasuđivati, razumjeti matematičke dokaze i komunicirati** na matematičkom jeziku, te **koristiti primjerena pomagala**.
- **Pozitivan stav u matematici** zasnovan je na poštivanju istine, te volji za traženjem razloga i procjeni njihove valjanosti.

PET STANDARDA MATEMATIČKE KOMPETENCIJE (SAD)

Prema: *Adding it up: Helping Children Learn Mathematics*, 2001.



3. KAKO ORGANIZIRATI NASTAVU MATEMATIKE?

**- suradničko učenje i metode
aktivne nastave matematike -**

UČENIČKE AKTIVNOSTI U NASTAVI MATEMATIKE

Nastava matematike treba biti strukturirana od niza planiranih, organiziranih i svrsishodnih **učeničkih aktivnosti** u kojima učenici **rade matematiku**:

- uočavaju i istražuju pravilnosti i zakonitosti
- uspostavljaju i istražuju veze i odnose (relacije) među promatranim objektima i situacijama
- povezuju matematičke koncepte s njima bliskim smislenim situacijama i problemima iz realnog svijeta i svakodnevnog života
- odabiru i primjenjuju različite matematičke strategije i metode
- uvježbavaju različite matematičke postupke (algoritme) i tehnike

AKTIVNI GLAGOLI KOJIMA OPISUJEMO UČENIČKE AKTIVNOSTI

Dok rade matematiku, učenici:

- istražuju
- ispituju
- naslućuju
- rješavaju
- potvrđuju
- opravdavaju
- uvjeravaju se
- predstavljaju / prikazuju
- primjenjuju
- iskazuju / formuliraju
- otkrivaju
- konstruiraju
- objašnjavaju / argumentiraju
- predviđaju
- razvijaju
- opisuju
- rabe / koriste
- dokazuju
- ...

METODE UČENJA I POUČAVANJA MATEMATIKE

Navedeni opći glagoli jasno određuju metode učenja i poučavanja matematike.

Učeničke aktivnosti moraju biti takve da od učenika zahtijevaju:

- višu razinu mišljenja, tzv. **refleksivno mišljenje**
- razumijevanje problema, odnosno situacije
- misaono predstavljanje (vizualizaciju) problema, odnosno situacije
- **aktivno razmišljanje i zaključivanje** o matematičkim idejama uključenima u aktivnost

Važno!!

Učenje i poučavanje matematike **ne smije** se svesti na učeničko:

- slušanje nastavnika
- prepisivanje tuđih (nastavnikovih ili drugih učenika) ideja i rješenja s ploče
- memoriranje definicija, pravila i gotovih algoritama
- drilanje pojedinih (tipova) zadataka

METODE UČENJA I POUČAVANJA MATEMATIKE (2)

Zadaća je nastavnika stvoriti pozitivno ozračje u kojem se učenike potiče na:

- **istraživanje i primjenu matematičkih ideja i koncepata**
- **suradnju i učenje jednih od drugih**

Produktivna kultura nastave matematike uključuje i ova načela:

- **učničke matematičke ideje su “razredna valuta”**
 - ideja svakog učenika ima potencijal pridonijeti nečijem učenju matematike i kao takva zaslužuje uvažavanje i povratnu informaciju od nastavnika
- **učenici imaju autonomiju u izboru metoda za rješavanje problemskih zadataka**
 - više različitih metoda omogućuje njihovu usporedbu i raspravu o njihovoj efikasnosti i racionalnosti u drugim (matematičkim) situacijama
- **učničke pogreške vrijedna su prilika za učenje**
 - učničke pogreške otvaraju mogućnost za ispitivanje pogrešnih koncepcija (miskoncepcija) i pogrešaka u zaključivanju i podižu razinu analitičkih sposobnosti svih učenika
 - pogreške ne smijemo “gurati pod tepih” već ih treba konstruktivno upotrijebiti u učenju i poučavanju matematike

DVIJE IDEJE ZA SURADNIČKO UČENJE

Dvije efikasne metode suradničkog rada učenika na istraživanju matematičkih koncepata i postupaka:

- **aktivnost „gostiona”**
- **aktivnost radnih centara (ili radnih stanica)**

U obje aktivnosti učenici:

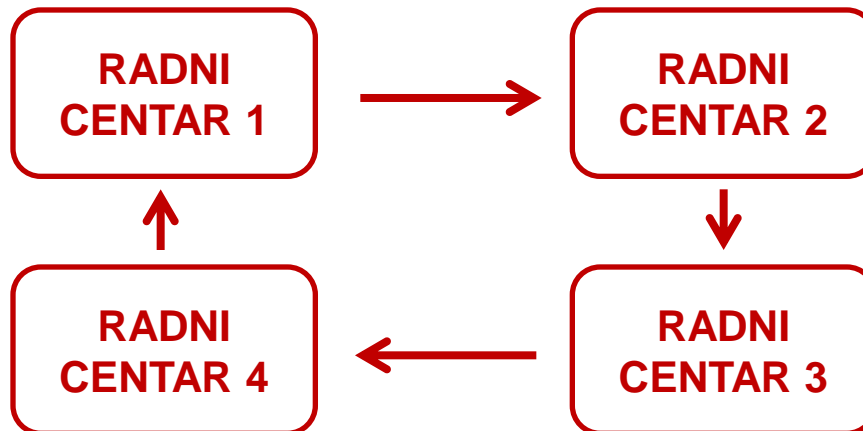
- suradnički, u timovima,
- uz razmjenu ideja i uzajamnu pomoć

rade na postavljenom problemu, zadacima, nastavnom listiću i sl.

RADNI CENTRI (RADNE STANICE)

Organizacija rada:

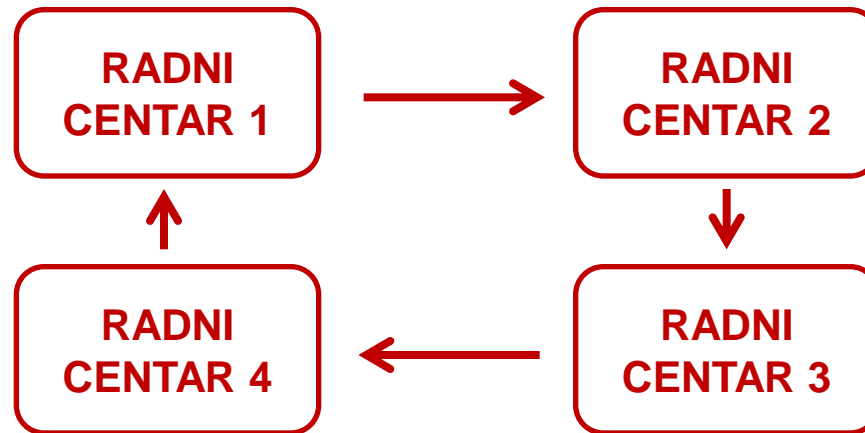
- radni materijal za učenike podijeljen je u međusobno nezavisne aktivnosti, koje se mogu odvijati proizvoljnim redoslijedom
- aktivnosti moraju biti planirane tako da imaju jednako trajanje
- učenici su podijeljeni u podjednako velike skupine (4 – 5 učenika) čiji je broj jednak broju pripremljenih radnih centara
- na početku rada, svaka od skupina učenika zauzima mjesto u jednom radnom centru
- učenici zadanim kružnim redoslijedom obilaze radne centre i izvode pripadne aktivnosti, sve dok ih sve ne obiđu
- nastavnik nadzire rad u centrima i oglašava vrijeme promjene centra
- umjesto premještanja učenika, mogu se premještati radni materijali



RADNI CENTRI (RADNE STANICE) (2)

Ova aktivnost osobito je pogodna za uvježbavanje i usustavljivanje gradiva.

Pri planiranju ove aktivnosti mora se voditi računa o vremenu: svaka skupina učenika mora obići sve radne centre.



„GOSTIONA”

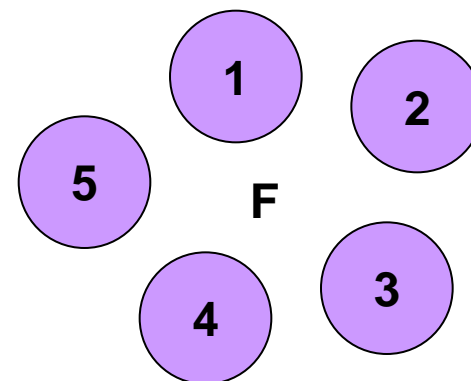
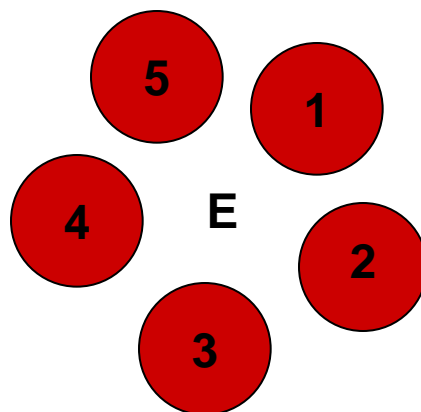
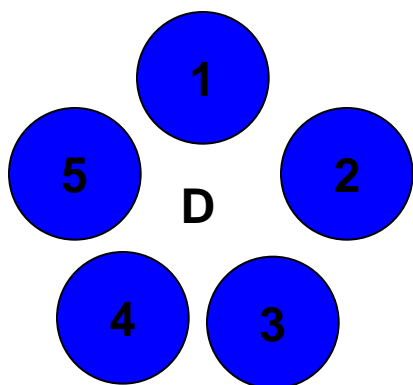
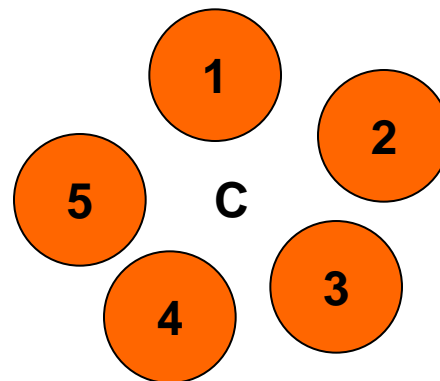
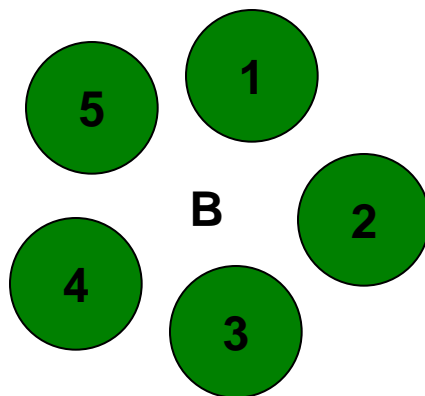
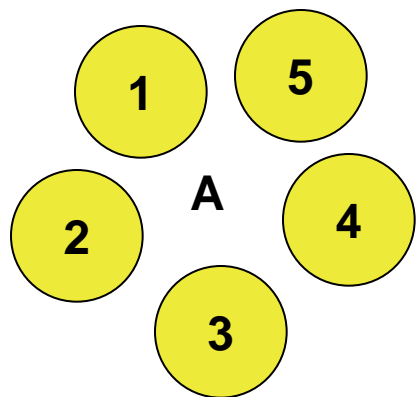
Organizacija rada:

- radni materijal za učenike podijeljen je u dijelove, tako da se na njemu radi u tri etape
- učenici su podijeljeni u skupine A, B, C, D..., svaka s 4 do 5 učenika, a svaki učenik dobiva i svoj broj 1, 2, 3, 4...
- skupine dobivaju različite, ali analogne zadatke na kojima rade
- nastavnik nadzire rad u svakoj skupini, a nakon određenog, planiranog vremena najavljuje promjenu sastava grupa, prema brojevima 1, 2, 3, 4..., tj. najavljuje odlazak „u goste”
- u svakoj skupini sada je po jedan učenik svake „originalne” skupine
- razmjenjuju se ideje, rezultati i zaključci do kojih je došla svaka „originalna” skupina i donose zajednički zaključci
- nakon planiranog vremena, nastavnik oglašava „povratak kući” u „originalne” skupine
- učenici svake skupine sada usklađuju zaključke i završavaju svoj rad na zadacima.

Ova aktivnost osobito je pogodna pri otkrivanju novih matematičkih koncepata i njihovih svojstava jer omogućuje:

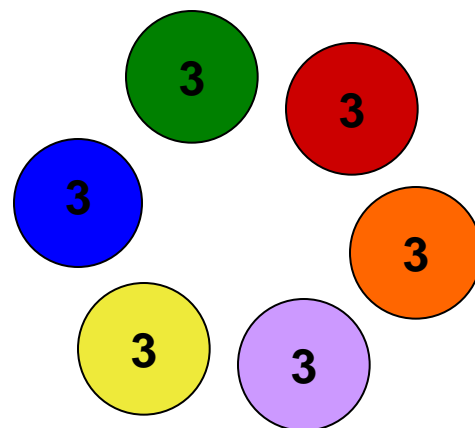
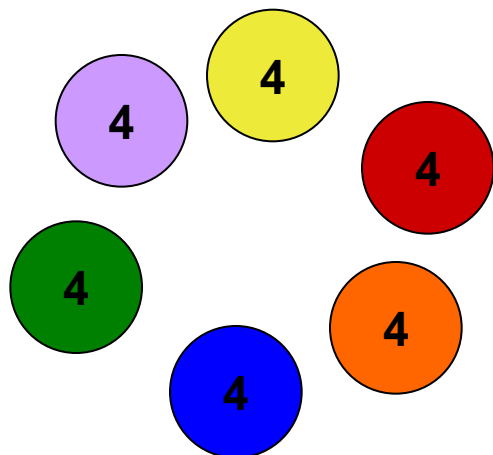
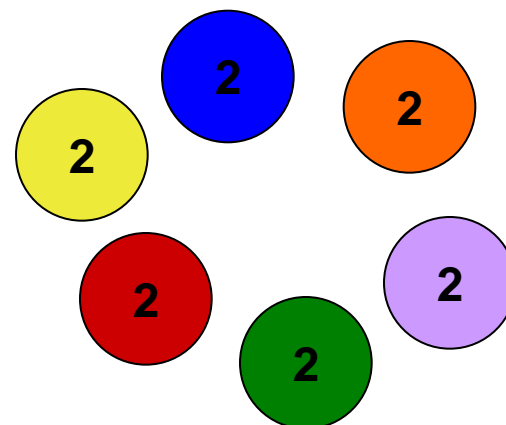
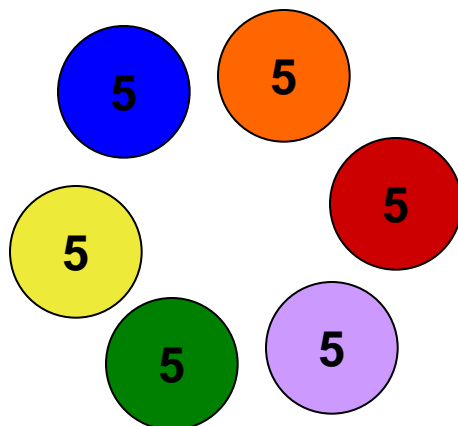
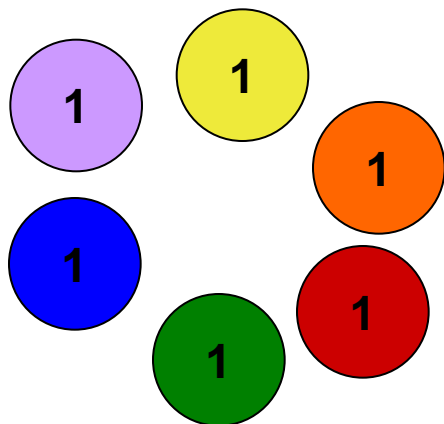
- dovoljno velik i reprezentativan uzorak podataka, primjera ili analognih slučajeva na temelju kojih učenici **nepotpunom indukcijom donose opći zaključak**
- razmjenu učeničkih spoznaja i ideja te njihovu neposrednu međusobnu komunikaciju matematičkim jezikom

1. faza – RAD U SKUPINAMA A, B, C, D, E, F

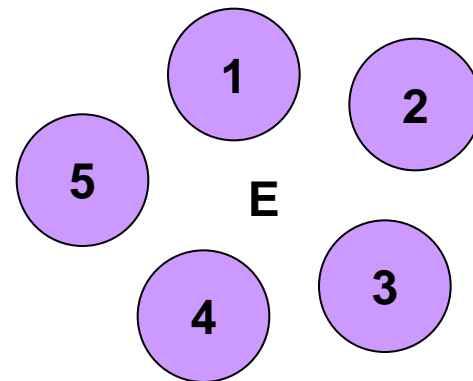
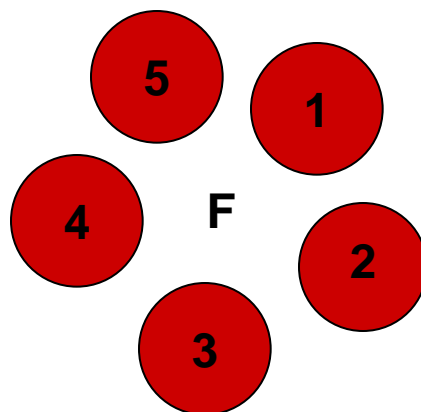
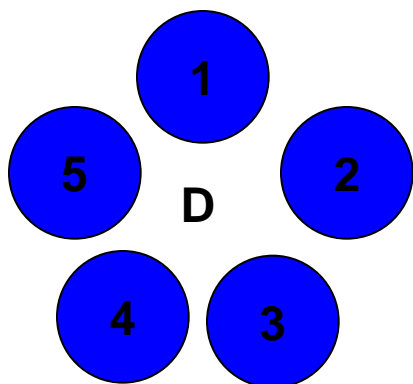
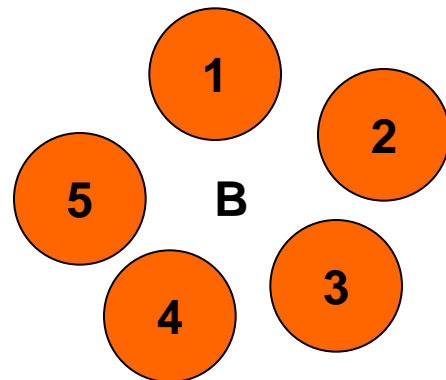
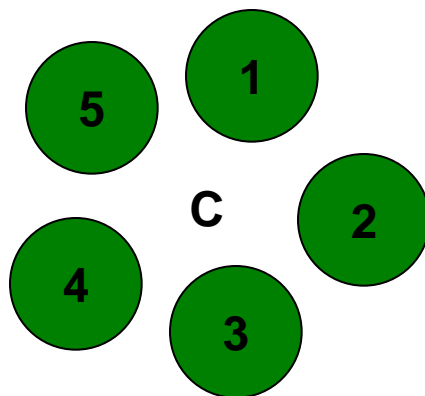
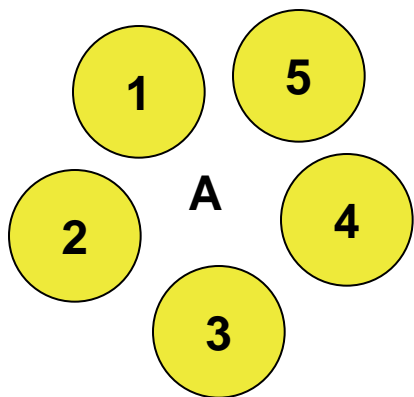


2. faza – IDEMO U GOSTE NA KAVU

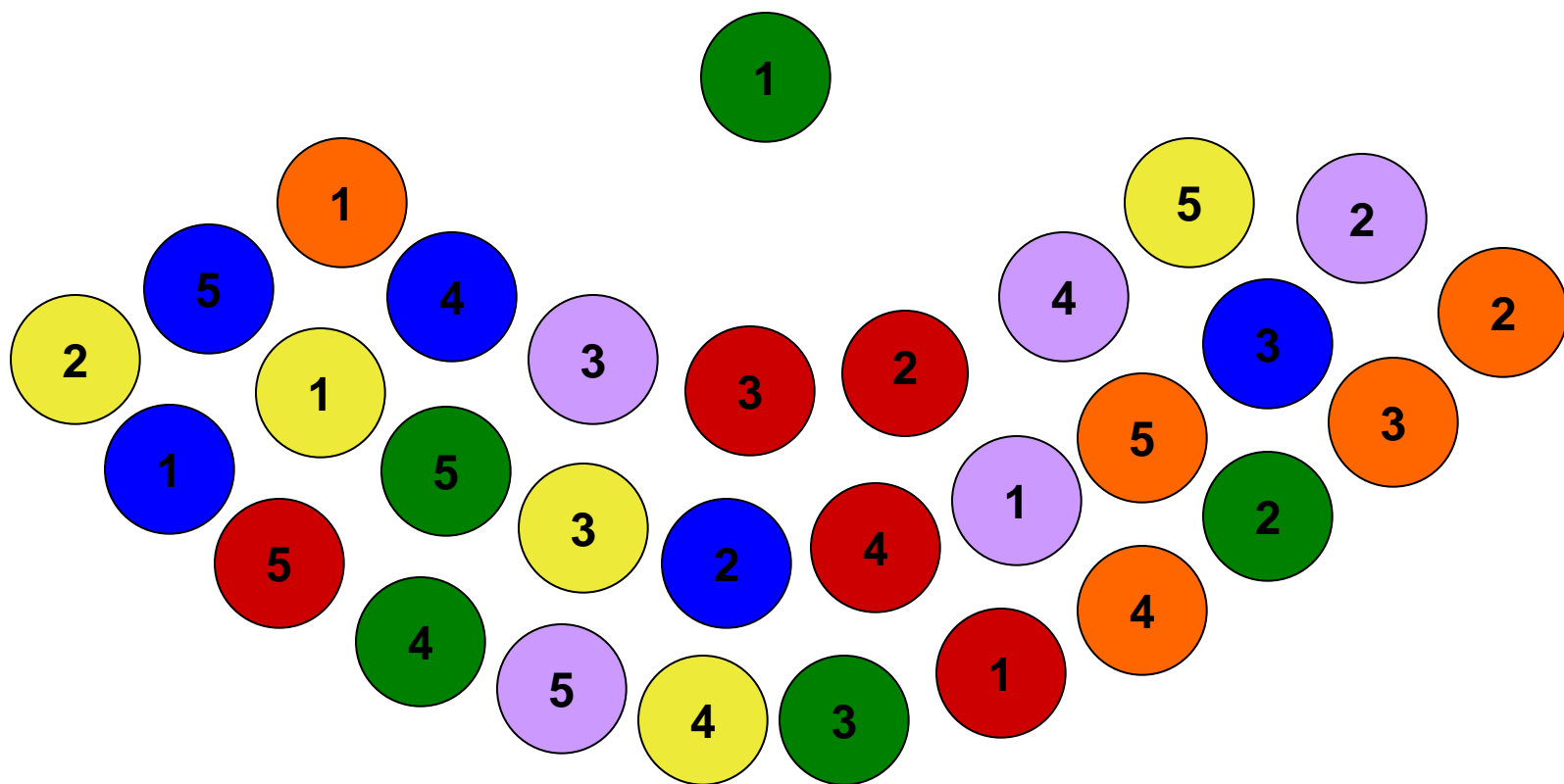
1, 2, 3, 4, 5



3. faza – POVRATAK KUĆI U SKUPINE A, B, C, D, E, F



4. faza (opcionalno) – ZAJEDNIČKA RAZREDNA DISKUSIJA I ZAKLJUČCI



„GOSTIONA” (2)

Ova aktivnost osobito je pogodna pri otkrivanju novih matematičkih koncepata i njihovih svojstava jer omogućuje:

- dovoljno velik i reprezentativan uzorak podataka, primjera ili analognih slučajeva na temelju kojih učenici **nepotpunom indukcijom donose opći zaključak**
- razmjenu učeničkih spoznaja i ideja te njihovu neposrednu međusobnu komunikaciju matematičkim jezikom.

4. Primjeri: NEKI SKUPOVI BROJEVA

- prirodni i cijeli brojevi -

4.1. POJAM PROSTOG BROJA

AKTIVNOST. Otkrivanje pojma prostog broja

Cilj aktivnosti: učenici će, primjenjujući pravila djeljivosti, “otkriti” proste brojeve

Oblik rada: suradnički rad učenika u šest četveročlanih timova i četiri šesteročlana tima, u obliku gostionice

Potrebni materijal:

- nastavni listić broj 1 za svakog učenika, s time da po dvije skupine imaju isti nastavni listić (skupine A i D; skupine B i E; skupine C i F)
- nastavni listić broj 2 s tablicom prirodnih brojeva od 1 do 30, za svakog učenika
- nastavni listić broj 3 s pitanjima, za svakog učenika

NASTAVNI LISTIĆ BROJ 1 ZA SKUPINE A i D

Odredite sve djelitelje prirodnih brojeva iz prvog stupca tablice, ispišite ih i odredite njihov broj.

PRIRODAN BROJ	SVI DJELITELJI BROJA	BROJ DJELITELJA
1		
3		
4		
7		
10		
15		
18		
23		
27		
28		
30		

1. Koji od brojeva u tablici ima najmanje djelitelja? Koliko?
2. Koji prirodni broj je djelitelj svakog od brojeva u tablici?
3. Koliko najmanje djelitelja imaju brojevi u tablici koji su različiti od 1?
4. Odredite brojeve u tablici s točno 2 djelitelja. Kojim su brojevima djeljivi ti brojevi?
5. Ispišite sve brojeve iz tablice koji imaju više od 2 djelitelja.

NASTAVNI LISTIĆ BROJ 1 ZA SKUPINE B i E

Odredite sve djelitelje prirodnih brojeva iz prvog stupca tablice, ispišite ih i odredite njihov broj.

PRIRODAN BROJ	SVI DJELITELJI BROJA	BROJ DJELITELJA
1		
2		
5		
6		
11		
14		
20		
21		
24		
26		
29		

1. Koji od brojeva u tablici ima najmanje djelitelja? Koliko?
2. Koji prirodni broj je djelitelj svakog od brojeva u tablici?
3. Koliko najmanje djelitelja imaju brojevi u tablici koji su različiti od 1?
4. Odredite brojeve u tablici s točno 2 djelitelja. Kojim su brojevima djeljivi ti brojevi?
5. Ispišite sve brojeve iz tablice koji imaju više od 2 djelitelja.

NASTAVNI LISTIĆ BROJ 1 ZA SKUPINE C i F

Odredite sve djelitelje prirodnih brojeva iz prvog stupca tablice, ispišite ih i odredite njihov broj.

PRIRODAN BROJ	SVI DJELITELJI BROJA	BROJ DJELITELJA
1		
8		
9		
12		
13		
16		
17		
19		
22		
23		
25		

1. Koji od brojeva u tablici ima najmanje djelitelja? Koliko?
2. Koji prirodni broj je djelitelj svakog od brojeva u tablici?
3. Koliko najmanje djelitelja imaju brojevi u tablici koji su različiti od 1?
4. Odredite brojeve u tablici s točno 2 djelitelja. Kojim su brojevima djeljivi ti brojevi?
5. Ispišite sve brojeve iz tablice koji imaju više od 2 djelitelja.

NASTAVNI LISTIĆ BROJ 2 ZA SVAKOG UČENIKA

PRIRODAN BROJ	SVI DJELITELJI BROJA	BROJ DJELITELJA
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		
26		
27		
28		
29		
30		

1. Koji od brojeva u tablici ima najmanje djelitelja? Koliko?
2. Koji prirodni broj je djelitelj svakog od brojeva u tablici?
3. Koliko najmanje djelitelja imaju brojevi u tablici koji su različiti od 1?
4. Odredite brojeve u tablici s točno 2 djelitelja. Kojim su brojevima djeljivi ti brojevi?
5. Ispišite sve brojeve iz tablice koji imaju više od 2 djelitelja.

NASTAVNI LISTIĆ BROJ 3 ZA SVAKOG UČENIKA

1. Koliko najmanje djelitelja može imati neki prirodni broj?
2. Koji prirodni broj ima najmanje djelitelja?
3. Koliko najmanje djelitelja može imati prirodni broj različit od 1?
4. Kojim je brojevima sigurno djeljiv svaki prirodni broj različit od 1?
5. Koji od prirodnih brojeva u tablici imaju točno 2 djelitelja?
6. Koji od prirodnih brojeva u tablici imaju više od 2 djelitelja?
7. Koji od prirodnih brojeva u tablici ima najviše djelitelja?

AKTIVNOST. Otkrivanje pojma prostog broja (2)

Tijek aktivnosti:

1. faza (10 min):

Učenike podijelimo u šest četveročlanih skupina.

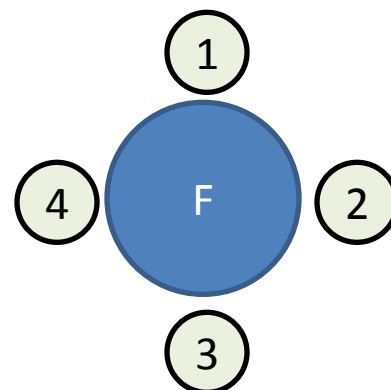
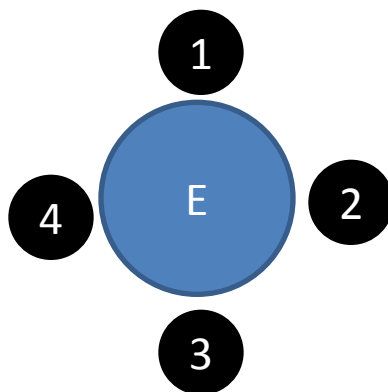
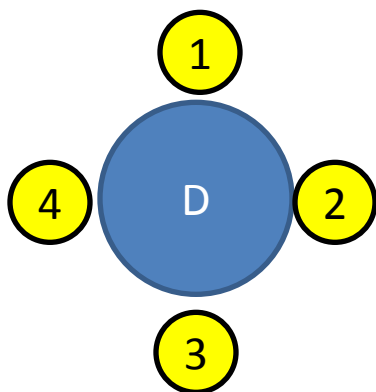
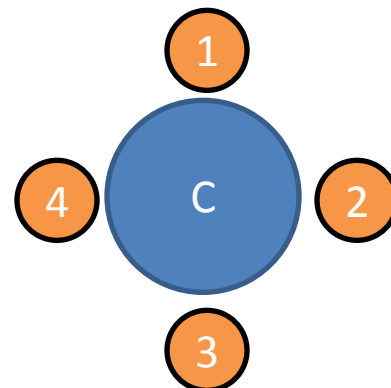
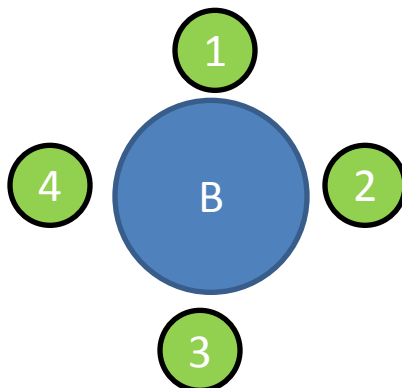
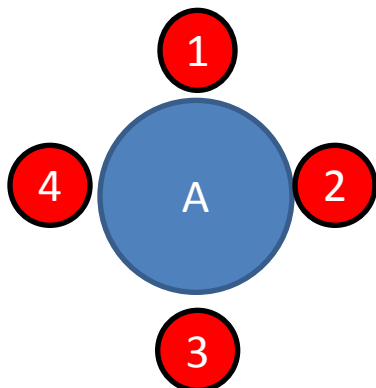
Svaka skupina dobije oznaku A, B, C, D, E ili F.

Svaki član svake skupine dobije jedan od brojeva 1, 2, 3 ili 4.

AKTIVNOST. Otkrivanje pojma prostog broja (3)

Tijek aktivnosti:

1. faza (10 min) - učenici u skupinama ispunjavaju nastavni listić broj 1 za tu skupinu



ISPUNJENI NASTAVNI LISTIĆ BROJ 1 ZA SKUPINE A I D

Odredite sve djelitelje prirodnih brojeva iz prvog stupca tablice, ispišite ih i odredite njihov broj.

PRIRODAN BROJ	SVI DJELITELJI BROJA	BROJ DJELITELJA
1	1	1
3	1, 3	2
4	1, 2, 4	3
7	1, 7	2
10	1, 2, 5, 10	4
15	1, 3, 5, 15	4
18	1, 2, 3, 6, 9, 18	6
23	1, 23	2
27	1, 3, 9, 27	4
28	1, 2, 4, 7, 14, 28	6
30	1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30	8

1. Koji od brojeva u tablici ima najmanje djelitelja? Koliko?
Broj 1 ima najmanje djelitelja, samo samoga sebe.
2. Koji prirodni broj je djelitelj svakog od brojeva u tablici?
Broj 1 je djelitelj svakog od brojeva u tablici.
3. Koliko najmanje djelitelja imaju brojevi u tablici koji su različiti od 1?
Brojevi u tablici koji su različiti od 1 imaju najmanje 2 djelitelja.
4. Odredite brojeve u tablici s točno 2 djelitelja. Kojim su brojevima djeljivi ti brojevi?
To su brojevi 3, 7 i 23. Svaki od njih djeljiv je samo s 1 i samim sobom.
5. Ispišite sve brojeve iz tablice koji imaju više od 2 djelitelja.
To su brojevi 4, 10, 15, 18, 27, 28 i 30.

ISPUNJENI NASTAVNI LISTIĆ BROJ 1 ZA SKUPINE B I E

Odredite sve djelitelje prirodnih brojeva iz prvog stupca tablice, ispišite ih i odredite njihov broj.

PRIRODAN BROJ	SVI DJELITELJI BROJA	BROJ DJELITELJA
1	1	1
2	1, 2	2
5	1, 5	2
6	1, 2, 3, 6	4
11	1, 11	2
14	1, 2, 7, 14	4
20	1, 2, 4, 5, 10, 20	6
21	1, 3, 7, 21	4
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24	8
26	1, 2, 13, 26	4
29	1, 29	2

1. Koji od brojeva u tablici ima najmanje djelitelja? Koliko?

Broj 1 ima najmanje djelitelja, samo samoga sebe.

2. Koji prirodni broj je djelitelj svakog od brojeva u tablici?

Broj 1 je djelitelj svakog od brojeva u tablici.

3. Koliko najmanje djelitelja imaju brojevi u tablici koji su različiti od 1?

Brojevi u tablici koji su različiti od 1 imaju najmanje 2 djelitelja.

4. Odredite brojeve u tablici s točno 2 djelitelja. Kojim su brojevima djeljivi ti brojevi?

To su brojevi 2, 5, 11 i 29. Svaki od njih djeljiv je samo s 1 i samim sobom.

5. Ispišite sve brojeve iz tablice koji imaju više od 2 djelitelja.

To su brojevi 6, 14, 20, 21, 24 i 26.

ISPUNJENI NASTAVNI LISTIĆ BROJ 1 ZA SKUPINE C I F

Odredite sve djelitelje prirodnih brojeva iz prvog stupca tablice, ispišite ih i odredite njihov broj.

PRIRODAN BROJ	SVI DJELITELJI BROJA	BROJ DJELITELJA
1	1	1
8	1, 2, 4, 8	4
9	1, 3, 9	3
12	1, 2, 3, 4, 6, 12	6
13	1, 13	2
16	1, 2, 4, 8, 16	5
17	1, 17	2
19	1, 19	2
22	1, 2, 11, 22	4
23	1, 23	2
25	1, 5, 25	3

1. Koji od brojeva u tablici ima najmanje djelitelja? Koliko?

Broj 1 ima najmanje djelitelja, samo samoga sebe.

2. Koji prirodni broj je djelitelj svakog od brojeva u tablici?

Broj 1 je djelitelj svakog od brojeva u tablici.

3. Koliko najmanje djelitelja imaju brojevi u tablici koji su različiti od 1?

Brojevi u tablici koji su različiti od 1 imaju najmanje 2 djelitelja.

4. Odredite brojeve u tablici s točno 2 djelitelja. Kojim su brojevima djeljivi ti brojevi?

To su brojevi 13, 17, 19 i 23. Svaki od njih djeljiv je samo s 1 i samim sobom.

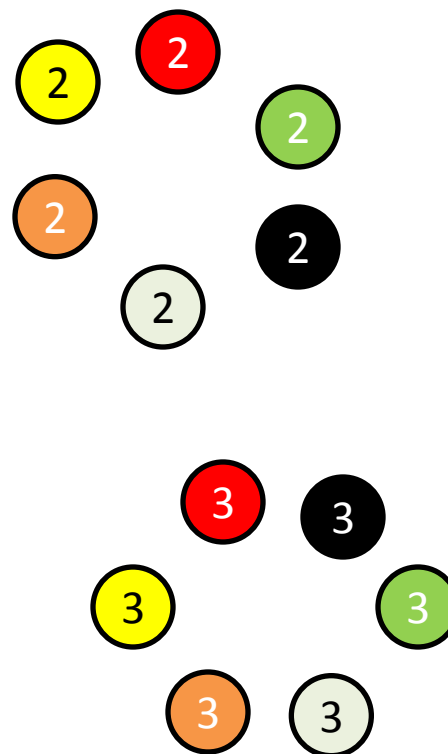
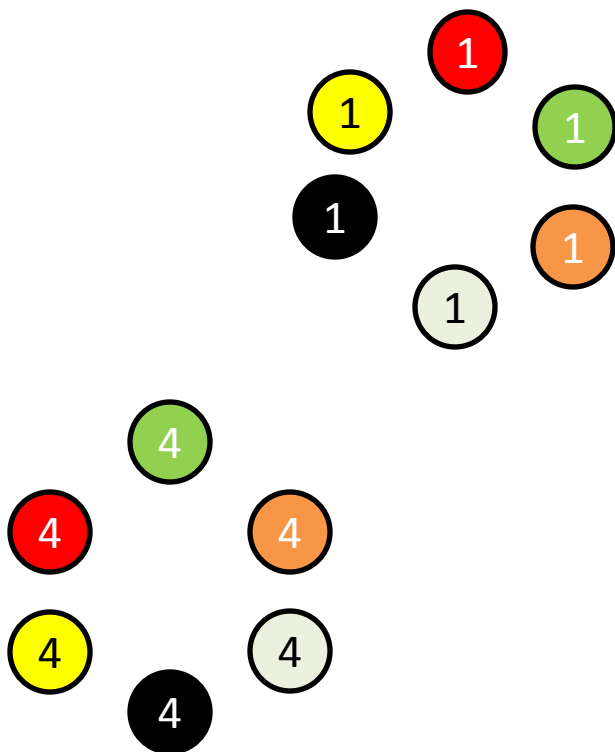
5. Ispišite sve brojeve iz tablice koji imaju više od 2 djelitelja.

To su brojevi 8, 9, 12, 16, 22 i 25.

AKTIVNOST. Otkrivanje pojma prostog broja (4)

Tijek aktivnosti:

2. faza – Idemo u goste na kavu (10 min)



AKTIVNOST. Otkrivanje pojma prostog broja (5)

Tijek aktivnosti:

2. faza – Idemo u goste na kavu **(10 min)**

- Učenici međusobno uspoređuju nastavne listiće broj 1 te primjećuju da dva po dva učenika imaju isti listić.
- Dva po dva učenika koji imaju isti nastavni listić broj 1 uspoređuju svoje tablice i zaključke te usklađene zaključke prezentiraju članovima ostalih četiriju skupina.
- Svaki učenik dobije nastavni listić broj 2.
- Zajednički, uz razmjenu ideja i mišljenja, diskusijom rješavaju cijeli nastavni listić broj 2.

ISPUNJENI NASTAVNI LISTIĆ BROJ 2

PRIRODAN BROJ	SVI DJELITELJI BROJA	BROJ DJELITELJA
1	1	1
2	1, 2	2
3	1, 3	2
4	1, 2, 4	3
5	1, 5	2
6	1, 2, 3, 6	4
7	1, 7	2
8	1, 2, 4, 8	4
9	1, 3, 9	3
10	1, 2, 5, 10	4
11	1, 11	2
12	1, 2, 3, 4, 6, 12	6
13	1, 13	2
14	1, 2, 7, 14	4
15	1, 3, 5, 15	4
16	1, 2, 4, 8, 16	5
17	1, 17	2
18	1, 2, 3, 6, 9, 18	6
19	1, 19	2
20	1, 2, 4, 5, 10, 20	6
21	1, 3, 7, 21	4
22	1, 2, 11, 22	4
23	1, 23	2
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24	8
25	1, 5, 25	3
26	1, 2, 13, 26	4
27	1, 3, 9, 27	4
28	1, 2, 4, 7, 14, 28	6
29	1, 29	2
30	1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30	8

1. Koji od brojeva u tablici ima najmanje djelitelja?
Koliko?

Broj 1 ima najmanje djelitelja, samo samoga sebe.

2. Koji prirodni broj je djelitelj svakog od brojeva u tablici?

Broj 1 je djelitelj svakog od brojeva u tablici.

3. Koliko najmanje djelitelja imaju brojevi u tablici koji su različiti od 1?

Brojevi u tablici koji su različiti od 1 imaju najmanje 2 djelitelja.

4. Odredite brojeve u tablici s točno 2 djelitelja.
Kojim su brojevima djeljivi ti brojevi?

To su brojevi 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 i 29.

Svaki od njih djeljiv je samo s 1 i samim sobom.

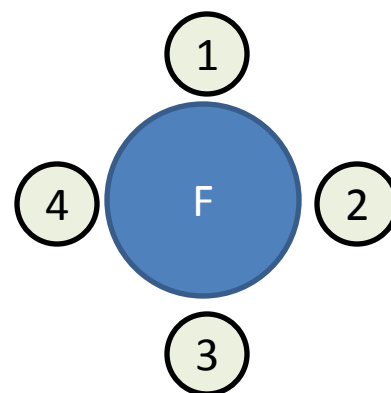
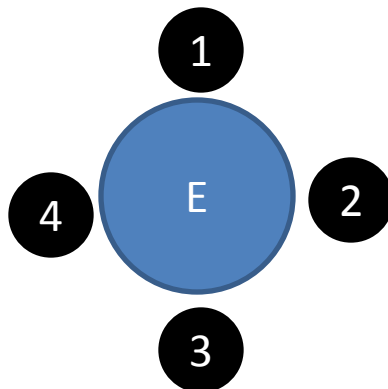
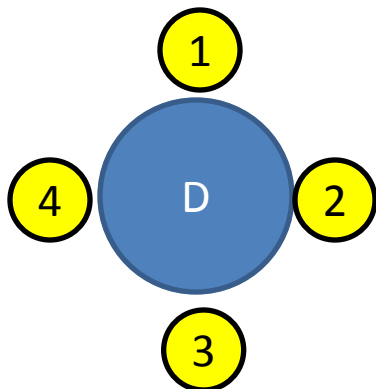
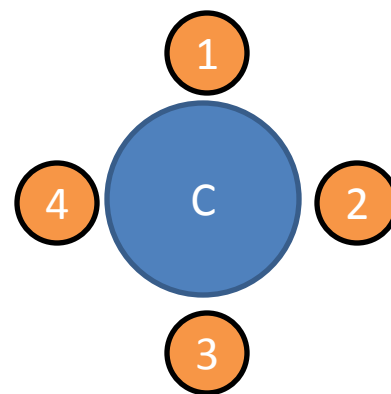
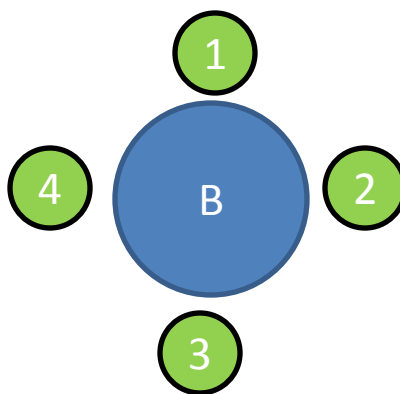
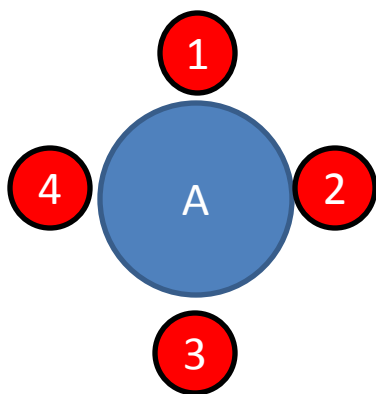
5. Ispišite sve brojeve iz tablice koji imaju više od 2 djelitelja.

To su brojevi 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28 i 30.

AKTIVNOST. Otkrivanje pojma prostog broja (6)

Tijek aktivnosti:

3. faza – Povratak kući u skupinu A, B, C, D, E **(10 min)**



AKTIVNOST. Otkrivanje pojma prostog broja (7)

Tijek aktivnosti:

3. faza – Povratak kući u skupinu A, B, C, D, E (10 min)

- Upućujemo učenike da na nastavnom listiću broj 2 zaokruže sve brojeve koji imaju točno dva djelitelja.
- Učenici u svakoj skupini usporede i provjere označene tablice.

PRIRODAN BROJ	SVI DJELITELJI BROJA	BROJ DJELITELJA
1	1	1
2	1, 2	2
3	1, 3	2
4	1, 2, 4	3
5	1, 5	2
6	1, 2, 3, 6	4
7	1, 7	2
8	1, 2, 4, 8	4
9	1, 3, 9	3
10	1, 2, 5, 10	4
11	1, 11	2
12	1, 2, 3, 4, 6, 12	6
13	1, 13	2
14	1, 2, 7, 14	4
15	1, 3, 5, 15	4
16	1, 2, 4, 8, 16	5
17	1, 17	2
18	1, 2, 3, 6, 9, 18	6
19	1, 19	2
20	1, 2, 4, 5, 10, 20	6
21	1, 3, 7, 21	4
22	1, 2, 11, 22	4
23	1, 23	2
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24	8
25	1, 5, 25	3
26	1, 2, 13, 26	4
27	1, 3, 9, 27	4
28	1, 2, 4, 7, 14, 28	6
29	1, 29	2
30	1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30	8

AKTIVNOST. Otkrivanje pojma prostog broja (8)

Tijek aktivnosti:

3. faza – Povratak kući u skupinu A, B, C, D, E **(10 min)**

- Svakom učeniku podijelimo nastavni listić broj 3 s pitanjima. Učenici u timu diskutiraju i rješavaju nastavni listić broj 3 te donose zaključke.

ISPUNJENI NASTAVNI LISTIĆ BROJ 3

1. Koliko najmanje djelitelja može imati neki prirodni broj?

Prirodni broj može imati najmanje jednog djelitelja. To je broj 1.

2. Koji prirodni broj ima najmanje djelitelja?

Broj 1 ima najmanje djelitelja, samo samoga sebe.

3. Koliko najmanje djelitelja može imati prirodni broj različit od 1?

Prirodni broj različit od 1 može imati najmanje 2 djelitelja, broj 1 i samoga sebe.

4. Kojim je brojevima sigurno djeljiv svaki prirodni broj različit od 1?

Svaki prirodni broj različit od 1 sigurno je djeljiv s 1 i samim sobom.

5. Koji od prirodnih brojeva u tablici imaju točno 2 djelitelja?

Prirodni brojevi u tablici koji imaju točno 2 djelitelja su: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 i 29.

6. Koji od prirodnih brojeva u tablici imaju više od 2 djelitelja?

Prirodni brojevi u tablici koji imaju više od 2 djelitelja su: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28 i 30.

7. Koji od prirodnih brojeva u tablici ima najviše djelitelja?

Brojevi 24 i 30 imaju najviše djelitelja, točno osam.

AKTIVNOST. Otkrivanje pojma prostog broja (9)

Tijek aktivnosti:

3. faza – Povratak kući u skupinu A, B, C, D, E **(10 min)**

- Slijedi usmena diskusija u razredu o zajedničkim zaključcima svih skupina.
- Učenicima prikazujemo ispunjenu tablicu iz nastavnog listića broj 2.

PRIRODAN BROJ	SVI DJELITELJI BROJA	BROJ DJELITELJA
1	1	1
2	1, 2	2
3	1, 3	2
4	1, 2, 4	3
5	1, 5	2
6	1, 2, 3, 6	4
7	1, 7	2
8	1, 2, 4, 8	4
9	1, 3, 9	3
10	1, 2, 5, 10	4
11	1, 11	2
12	1, 2, 3, 4, 6, 12	6
13	1, 13	2
14	1, 2, 7, 14	4
15	1, 3, 5, 15	4
16	1, 2, 4, 8, 16	5
17	1, 17	2
18	1, 2, 3, 6, 9, 18	6
19	1, 19	2
20	1, 2, 4, 5, 10, 20	6
21	1, 3, 7, 21	4
22	1, 2, 11, 22	4
23	1, 23	2
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24	8
25	1, 5, 25	3
26	1, 2, 13, 26	4
27	1, 3, 9, 27	4
28	1, 2, 4, 7, 14, 28	6
29	1, 29	2
30	1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30	8

AKTIVNOST. Otkrivanje pojma prostog broja (10)

Tijek aktivnosti:

Završna diskusija (5 min)

Učenici dolaze do zaključaka:

- Broj 1 je djelitelj svakog prirodnog broja.
- Svaki prirodni broj veći od 1 ima barem dva djelitelja, a to su broj 1 i sam taj broj.
- Postoje prirodni brojevi s točno dva djelitelja, tj. oni koji su djeljivi samo s 1 i samim sobom.
- Postoje prirodni brojevi koji su, osim s 1 i samim sobom, djeljivi još nekim prirodnim brojem.

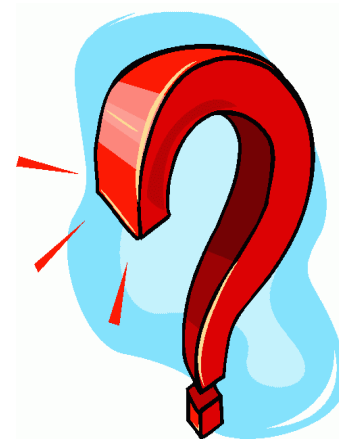
AKTIVNOST. Otkrivanje pojma prostog broja (11)

Tijek aktivnosti:

Završna diskusija (5 min)

Postavljamo pitanja:

- Koji su brojevi jednostavniji, a koji složeniji?
- Kako biste nazvali brojeve s točno dva djelitelja?
- A kako one s više od dva djelitelja?



Uvođenje novih pojmova:

Prirodni brojevi koji imaju točno dva djelitelja zovu se **PROSTI BROJEVI**.

Prirodni brojevi koji imaju više od dva djelitelja zovu se **SLOŽENI BROJEVI**.

Broj **1** ima samo jednog djelitelja. **Taj broj nije ni prost, niti složen.**

4.2. PRIMJENA RASTAVA BROJA NA PROSTE FAKTORE PRI ODREĐIVANJU NAJVEĆEG ZAJEDNIČKOG DJELITELJA I NAJMANJEG ZAJEDNIČKOG VIŠEKRAATNIKA DVAJU PRIRODNIH BROJEVA

Zadatak:

Odredite najveći zajednički djelitelj i najmanji zajednički višekratnik brojeva 660 i 468.



Rješenje.

Prethodno naučeni postupak:

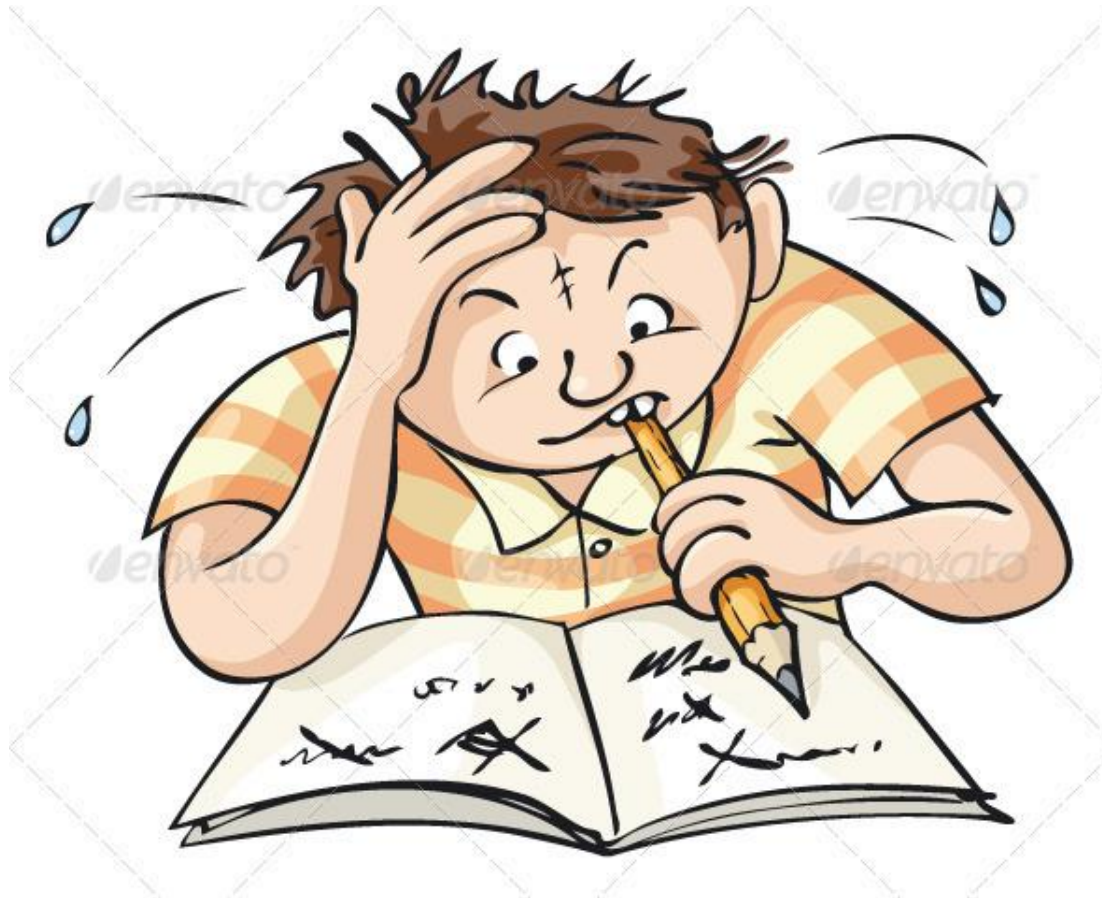
BROJ	660	468
SVI DJELITELJI BROJA	1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 11, 12, 15, 20, 22, 30, 33, 44, 55, 60, 66, 110, 132, 165, 220, 330, 660	1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 13, 18, 26, 36, 39, 52, 78, 117, 156, 234, 468
ZAJEDNIČKI DJELITELJI BROJEVA	1, 2, 3, 4, 6, 12	
NAJVEĆI ZAJEDNIČKI DJELITELJ BROJEVA	12	

Rješenje.

Prethodno naučeni postupak:

BROJ	660	468
VIŠEKRAVNICI BROJA	660, 1320, 1980, 2640, 3300, 3960, 4620, 5280, 5940, 6600, 7260, 7920, 8580, 9240, 9900, 10560, ...	468, 936, 1404, 1872, 2340, 2808, 3276, 3744, 4212, 4680, 5148, 5616, 6084, 6552, 7020, 7488, 7956, 8424, 8892, 9360, 9828, 10296, ...
ZAJEDNIČKI VIŠEKRAVNICI BROJEVA	???	
NAJMANJI ZAJEDNIČKI VIŠEKRAVNIK BROJEVA	???	

Uočimo da je takav način neefikasan jer zahtijeva puno vremena.



Pitamo se, postoji li efikasniji način određivanja najvećeg zajedničkog djelitelja i najmanjeg zajedničkog višekratnika?



AKTIVNOST.

Određivanje najvećeg zajedničkog djelitelja pomoću rastava broja na proste faktore

- Cilj aktivnosti: učenici će, radeći u paru, “otkriti” vezu između najvećeg zajedničkog djelitelja dvaju brojeva i njihovih rastava na proste faktore
- Oblik rada: suradnički rad učenika u paru (12 parova)
- Potrebni materijal:
 - nastavni listić s tablicom za svaki par učenika, ukupno 12 listića (po 4 para dobiju isti listić)

Primjer nastavnog listića

1. Ispišite sve djelitelje brojeva u tablici te odredite njihov najveći zajednički djelitelj.
2. Rastavite brojeve na proste faktore.

Broj	Svi djelitelji broja	Najveći zajednički djelitelj brojeva	Rastav broja na proste faktore
36			
90			

Primjer nastavnog listića

1. Ispišite sve djelitelje brojeva u tablici te odredite njihov najveći zajednički djelitelj.
2. Rastavite brojeve na proste faktore.

Broj	Svi djelitelji broja	Najveći zajednički djelitelj brojeva	Rastav broja na proste faktore
60			
210			

Primjer nastavnog listića

1. Ispišite sve djelitelje brojeva u tablici te odredite njihov najveći zajednički djelitelj.
2. Rastavite brojeve na proste faktore.

Broj	Svi djelitelji broja	Najveći zajednički djelitelj brojeva	Rastav broja na proste faktore
72			
360			

AKTIVNOST.

Određivanje najvećeg zajedničkog djelitelja pomoću rastava broja na proste faktore (2)

- Tijek aktivnosti:
 - učenici u parovima nalaze djelitelje i najveći zajednički djelitelj zadanih brojeva i upisuju ih u tablicu
 - predstavnik para dobivene vrijednosti upisuje u tablicu na ploču, parovi koji su imali iste te brojeve kontroliraju točnost, a ostali dopisuju nove vrijednosti

Primjer djelomično ispunjene tablice na ploči

Broj	Djelitelji broja	Najveći zajednički djelitelj brojeva	Rastav broja na proste faktore
72	1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72	72	
360	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180, 360		
36	1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36	18	
90	1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90		
60	1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60	30	
210	1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70, 105, 210		

AKTIVNOST.

Određivanje najvećeg zajedničkog djelitelja pomoću rastava broja na proste faktore (3)

- Tijek aktivnosti (nastavak) :
 - učenici u parovima rastavljaju zadane brojeve na proste faktore i rastav upisuju u tablicu
 - predstavnik para dobivene vrijednosti upisuje u tablicu na ploču, parovi koji su imali iste te brojeve kontroliraju točnost, a ostali dopisuju nove vrijednosti

Primjer ispunjene tablice na ploči

Broj	Djelitelji broja	Najveći zajednički djelitelj brojeva	Rastav broja na proste faktore
72	1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72	72	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
360	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180, 360		$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
36	1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36	18	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
90	1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90		$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
60	1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60	30	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$
210	1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70, 105, 210		$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

AKTIVNOST.

Određivanje najvećeg zajedničkog djelitelja pomoću rastava broja na proste faktore (4)

- učitelj kaže učenicima da u rastavima na proste faktore zadanih parova brojeva zaokruže i upare jednake faktore
- učenici u parovima pronalaze zajedničke proste faktore, predstavnici timova dolaze pred ploču, a ostali zapisuju i kontroliraju

Primjer tablice na ploči

Broj	Djelitelji broja	Najveći zajednički djelitelj	Rastav broja na proste faktore
72	1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72	72	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
360	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180, 360		$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
36	1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36	18	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
90	1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90		$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
60	1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60	30	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$
210	1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70, 105, 210		$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

AKTIVNOST.

Određivanje najvećeg zajedničkog djelitelja pomoću rastava broja na proste faktore (5)

- prema uputi učitelja, učenici pomnože zajedničke proste faktore u rastavima obaju brojeva (svaki faktor pojavljuje se samo jednom)

AKTIVNOST.

Određivanje najvećeg zajedničkog djelitelja pomoću rastava broja na proste faktore (6)

- na temelju tablice učenici uočavaju:
 - zajednički prosti faktori brojeva 72 i 360 su: 2, 2, 2, 3 i 3
 - njihov umnožak je: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 72$
 - otprije znaju da je 72 najveći zajednički djelitelj brojeva 72 i 360

Broj	Djelitelji broja	Najveći zajednički djelitelj	Rastav broja na proste faktore
72	1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72	72	$\begin{array}{ccccccc} \textcircled{2} & \cdot & \textcircled{2} & \cdot & \textcircled{2} & \cdot & \textcircled{3} & \cdot & \textcircled{3} \\ & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow & & & \\ \textcircled{2} & \cdot & \textcircled{2} & \cdot & \textcircled{2} & \cdot & \textcircled{3} & \cdot & \textcircled{3} & \cdot & 5 \end{array}$
360	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180, 360		
36	1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36	18	$\begin{array}{ccccccc} \textcircled{2} & \cdot & 2 & \cdot & \textcircled{3} & \cdot & \textcircled{3} \\ & \swarrow & & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \\ \textcircled{2} & \cdot & \textcircled{3} & \cdot & \textcircled{3} & \cdot & 5 \end{array}$
90	1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90		
60	1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60	30	$\begin{array}{ccccccc} \textcircled{2} & \cdot & 2 & \cdot & \textcircled{3} & \cdot & \textcircled{5} \\ & \swarrow & & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \\ \textcircled{2} & \cdot & \textcircled{3} & \cdot & \textcircled{5} & \cdot & 7 \end{array}$
210	1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70, 105, 210		

AKTIVNOST 6.

Određivanje najvećeg zajedničkog djelitelja pomoću rastava broja na proste faktore (7)

- na temelju tablice učenici uočavaju:
 - zajednički prosti faktori brojeva 36 i 90 su: 2, 3 i 3
 - njihov umnožak je: $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$
 - otprije znaju da je 18 najveći zajednički djelitelj brojeva 36 i 90

Broj	Djelitelji broja	Najveći zajednički djelitelj	Rastav broja na proste faktore
72	1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72	72	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
360	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180, 360		$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
36	1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36	18	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
90	1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90		$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
60	1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60	30	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$
210	1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70, 105, 210		$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

AKTIVNOST.

Određivanje najvećeg zajedničkog djelitelja pomoću rastava broja na proste faktore (8)

- na temelju tablice učenici uočavaju:
 - zajednički prosti faktori brojeva 60 i 210 su: 2, 3 i 5
 - njihov umnožak je: $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$
 - otprije znaju da je 30 najveći zajednički djelitelj brojeva 60 i 210

Broj	Djelitelji broja	Najveći zajednički djelitelj	Rastav broja na proste faktore
72	1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72	72	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
360	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180, 360		$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
36	1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36	18	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
90	1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90		$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
60	1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60	30	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$
210	1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70, 105, 210		$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

AKTIVNOST.

Određivanje najvećeg zajedničkog djelitelja pomoću rastava broja na proste faktore (9)

*Učenici zaključuju da je **najveći zajednički djelitelj** dvaju prirodnih brojeva jednak umnošku svih zajedničkih prostih faktora tih brojeva.*

AKTIVNOST.

Određivanje najmanjeg zajedničkog višekratnika pomoću rastava broja na proste faktore

- Cilj aktivnosti: učenici će, radeći u paru, “otkriti” vezu između najmanjeg zajedničkog višekratnika dvaju brojeva i njihovih rastava na proste faktore
- Oblik rada: suradnički rad učenika u paru (12 parova)
- Potrebni materijal:
 - nastavni listić s tablicom za svaki par učenika, ukupno 12 listića (po 4 para dobiju isti listić)

Primjer nastavnog listića

1. Ispišite sve višekratnike brojeva u tablici te odredite njihov najmanji zajednički višekratnik.
2. Rastavite brojeve na proste faktore.

Broj	Višekratnici broja	Najmanji zajednički višekratnik brojeva	Rastav broja na proste faktore
36			
90			

Primjer nastavnog listića

1. Ispišite sve višekratnike brojeva u tablici te odredite njihov najmanji zajednički višekratnik.
2. Rastavite brojeve na proste faktore.

Broj	Višekratnici broja	Najmanji zajednički višekratnik brojeva	Rastav broja na proste faktore
60			
210			

Primjer nastavnog listića

1. Ispišite sve višekratnike brojeva u tablici te odredite njihov najmanji zajednički višekratnik.
2. Rastavite brojeve na proste faktore.

Broj	Višekratnici broja	Najmanji zajednički višekratnik brojeva	Rastav broja na proste faktore
72			
360			

AKTIVNOST.

Određivanje najmanjeg zajedničkog višekratnika pomoću rastava broja na proste faktore (2)

- Tijek aktivnosti:
 - učenici u parovima nalaze višekratnike i najmanji zajednički višekratnik zadanih brojeva i upisuju ih u tablicu
 - predstavnik para dobivene vrijednosti upisuje u tablicu na ploču, parovi koji su imali iste te brojeve kontroliraju točnost, a ostali dopisuju nove vrijednosti

Primjer djelomično ispunjene tablice na ploči

Broj	Višekratnici broja	Najmanji zajednički višekratnik brojeva	Rastav broja na proste faktore
72	72, 144, 216, 288, 360, 432, ...	360	
360	360, 720, ...		
36	72, 108, 144, 180, 216, 252, ...	180	
90	180, 270, 360, 450, ...		
60	120, 180, 240, 300, 360, 420, 480, 540, ...	420	
210	210, 420, 630, 740, 850, 960, ...		

AKTIVNOST.

Određivanje najmanjeg zajedničkog višekratnika pomoću rastava broja na proste faktore (3)

- Tijek aktivnosti (nastavak) :
 - učenici u parovima rastavljaju zadane brojeve na proste faktore i rastav upisuju u tablicu
 - predstavnik para dobivene vrijednosti upisuje u tablicu na ploču, parovi koji su imali iste te brojeve kontroliraju točnost, a ostali dopisuju nove vrijednosti

Primjer ispunjene tablice na ploči

Broj	Višekratnici broja	Najmanji zajednički višekratnik brojeva	Rastav broja na proste faktore
72	72, 144, 216, 288, 360, 432, ...	360	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
360	360, 720, ...		$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
36	72, 108, 144, 180, 216, 252, ...	180	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
90	180, 270, 360, 450, ...		$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
60	120, 180, 240, 300, 360, 420, 480, 540, ...	420	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$
210	210, 420, 630, 740, 850, 960, ...		$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

AKTIVNOST.

Određivanje najmanjeg zajedničkog višekratnika pomoću rastava broja na proste faktore (4)

- učitelj kaže učenicima da u rastavima na proste faktore zadanih parova brojeva zaokruže plavom bojom i upare jednake faktore, a crvenom bojom zaokruže ostale, neuparene faktore
- predstavnici timova dolaze pred ploču, a ostali zapisuju i kontroliraju

Primjer tablice na ploči

Broj	Višekratnici broja	Najmanji zajednički višekratnik brojeva	Rastav broja na proste faktore
72	72, 144, 216, 288, 360, 432, ...	360	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
360	360, 720, ...		$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
36	72, 108, 144, 180, 216, 252, ...	180	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
90	180, 270, 360, 450, ...		$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
60	120, 180, 240, 300, 360, 420, 480, 540, ...	420	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$
210	210, 420, 630, 740, 850, 960, ...		$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

AKTIVNOST.

Određivanje najmanjeg zajedničkog višekratnika pomoću rastava broja na proste faktore (5)

- prema uputi učitelja, učenici pomnože zajedničke proste faktore u rastavima obaju brojeva te sve ostale faktore u oba broja

AKTIVNOST.

Određivanje najmanjeg zajedničkog višekratnika pomoću rastava broja na proste faktore (6)

- na temelju tablice učenici uočavaju:
 - zajednički prosti faktori brojeva 72 i 360 su: 2, 2, 2, 3 i 3
 - preostali prosti faktor je: 5
 - njihov umnožak je: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 360$
 - otprije znaju da je 360 najmanji zajednički višekratnik brojeva 72 i 360

Broj	Višekratnici broja	Najmanji zajednički višekratnik brojeva	Rastav broja na proste faktore
72	72, 144, 216, 288, 360, 432, ...	360	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
360	360, 720, ...		$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
36	72, 108, 144, 180, 216, 252, ...	180	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
90	180, 270, 360, 450, ...		$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
60	120, 180, 240, 300, 360, 420, 480, 540, ...	420	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$
210	210, 420, 630, 740, 850, 960, ...		$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

AKTIVNOST.

Određivanje najmanjeg zajedničkog višekratnika pomoću rastava broja na proste faktore (7)

- na temelju tablice učenici uočavaju:
 - zajednički prosti faktori brojeva 36 i 90 su: 2, 3 i 3
 - preostali prosti faktori u oba broja su: 2 i 5
 - njihov umnožak je: $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 180$
 - otprije znaju da je 180 najmanji zajednički višekratnik brojeva 36 i 90

Broj	Višekratnici broja	Najmanji zajednički višekratnik brojeva	Rastav broja na proste faktore
72	72, 144, 216, 288, 360, 432, ...	360	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
360	360, 720, ...		$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
36	72, 108, 144, 180, 216, 252, ...	180	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
90	180, 270, 360, 450, ...		$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
60	120, 180, 240, 300, 360, 420, 480, 540, ...	420	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$
210	210, 420, 630, 740, 850, 960, ...		$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

AKTIVNOST.

Određivanje najmanjeg zajedničkog višekratnika pomoću rastava broja na proste faktore (8)

- na temelju tablice učenici uočavaju:
 - zajednički prosti faktori brojeva 60 i 210 su: 2, 3 i 5
 - preostali prosti faktori u oba broja su: 2 i 7
 - njihov umnožak je: $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7 = 420$
 - otprije znaju da je 420 najmanji zajednički višekratnik brojeva 60 i 210

Broj	Višekratnici broja	Najmanji zajednički višekratnik brojeva	Rastav broja na proste faktore
72	72, 144, 216, 288, 360, 432, ...	360	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
360	360, 720, ...		$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
36	72, 108, 144, 180, 216, 252, ...	180	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
90	180, 270, 360, 450, ...		$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
60	120, 180, 240, 300, 360, 420, 480, 540, ...	420	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$
210	210, 420, 630, 740, 850, 960, ...		$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

AKTIVNOST.

Određivanje najmanjeg zajedničkog višekratnika pomoću rastava broja na proste faktore (9)

*Učenici zaključuju da je **najmanji zajednički višekratnik** dvaju prirodnih brojeva jednak umnošku svih zajedničkih i preostalih prostih faktora tih brojeva (tj. jednak je umnošku najvećeg zajedničkog djelitelja i preostalih prostih faktora tih brojeva).*

Sjetimo se zadatka:

Odredite najveći zajednički djelitelj i najmanji zajednički višekratnik brojeva 660 i 468.



Riješimo ga na prethodno opisane načine:

Broj	Rastav broja na proste faktore	Najveći zajednički djelitelj brojeva	Najmanji zajednički višekratnik brojeva
660	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$	$2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13$ $= 25\,740$
468	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13$		

Uočimo...

Najveći zajednički djelitelj i najmanji zajednički višekratnik brojeva možemo **brže** i **jednostavnije** naći pomoću rastava brojeva na proste faktore.



Zadatak:

Odredite najveći zajednički djelitelj i najmanji zajednički višekratnik brojeva 10 i 21.



Rješenje.

Broj	Rastav broja na proste faktore	Najveći zajednički djelitelj brojeva	Najmanji zajednički višekratnik brojeva
10	$2 \cdot 5$		
21	$3 \cdot 7$		

Koji su zajednički prosti faktori brojeva 10 i 21?

Nema ih!

Koji je najveći zajednički djelitelj brojeva 10 i 21?

Jedini zajednički djelitelj brojeva 10 i 21 je broj 1.
Dakle, broj 1 je i najveći zajednički djelitelj brojeva
10 i 21.

Prirodne brojeve koji nemaju zajedničkog djelitelja osim broja 1 zovemo **RELATIVNO PROSTI BROJEVI**.

Uočimo da oni svaki za sebe nisu prosti: 10 i 21 su složeni brojevi.

Rješenje.

Broj	Rastav broja na proste faktore	Najveći zajednički djelitelj brojeva	Najmanji zajednički višekratnik brojeva
10	$2 \cdot 5$	1	$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$
21	$3 \cdot 7$		

Čemu je jednak najmanji zajednički višekratnik relativno prostih brojeva 10 i 21?

Najmanji zajednički višekratnik relativno prostih brojeva 10 i 21 jednak je njihovom umnošku, tj. broju 210.

Očito je da to vrijedi općenito:

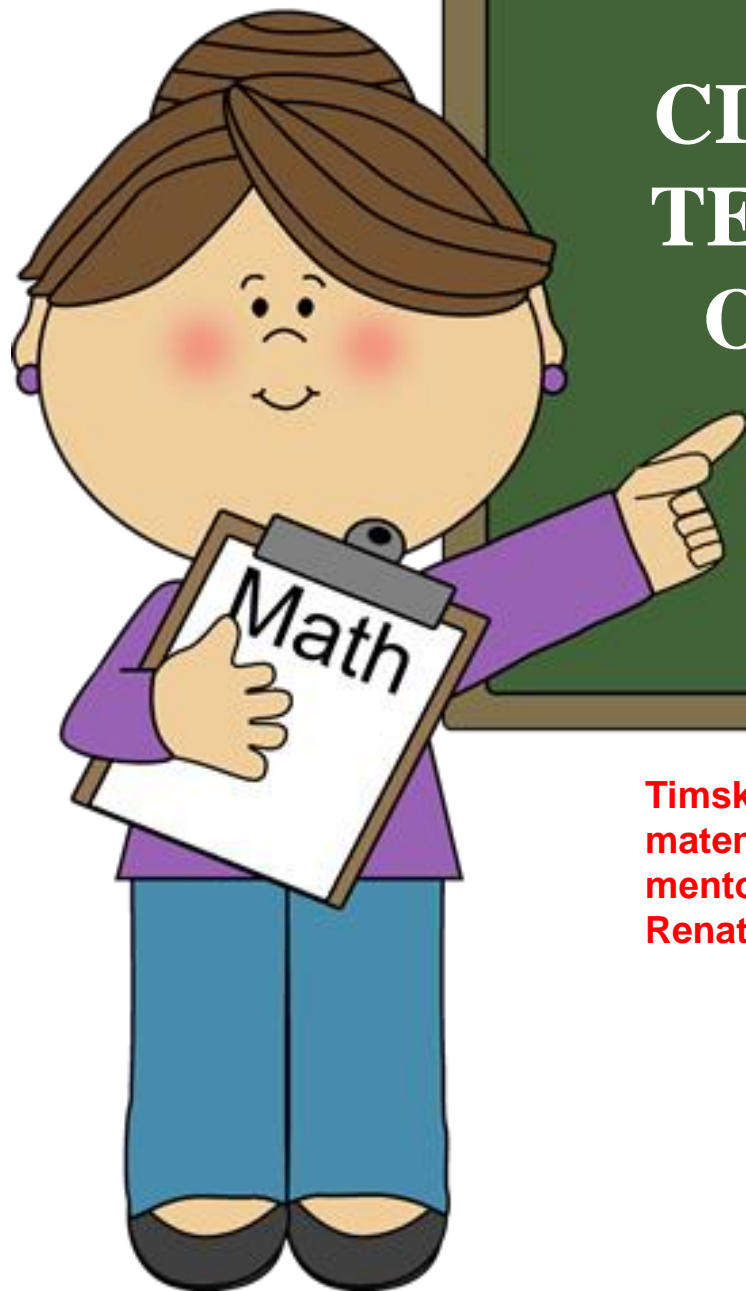
Najmanji zajednički višekratnik relativno prostih brojeva jednak je umnošku tih brojeva.

Radi lakšeg zapisivanja, uvodimo kraće oznake:

Najveći zajednički djelitelj prirodnih brojeva a, b označavamo oznakom $D(a, b)$.

Najmanji zajednički višekratnik prirodnih brojeva a, b označavamo oznakom $V(a, b)$.

4.3. CIJELI BROJEVI, ZBRAJANJE I ODUZIMANJE CIJELIH BROJEVA



CIJELI BROJEVI TE ZBRAJANJE I ODUZIMANJE CIJELIH BROJEVA

Timski projektni rad studenata Metodike nastave matematike 1 u akad. godini 2012./2013., nastao uz mentorstvo prof. dr. sc. Aleksandre Čižmešije, Renate Svedrec, prof. i Sanje Antoliš, prof.

Marina Kos, Kristina Košćević,
Tanja Kralj, Davor Kucelj, Marta
Kvesić i Ivana Laštro

Cilj seminara / ishodi nastavne teme

Učenik/ca:

- prepoznaje cijele brojeve i razlikuje ih od decimalnih brojeva i razlomaka
- razlikuje pozitivne i negativne cijele brojeve na modelima termometra, nadmorske visine, lifta te u matematičkom kontekstu
- određuje suprotan broj i apsolutnu vrijednost cijelog broja, uz interpretaciju
- prikazuje cijele brojeve i njima suprotne brojeve na brojevnom pravcu s prikladnom jediničnom dužinom
- uspoređuje cijele brojeve
- zbraja i oduzima cijele brojeve metodama pisanog i misaonog računa te uz primjenu džepnog računala
- sigurno i učinkovito zbraja i oduzima s cijelim brojevima primjenom svojstava tih računskih operacija
- rješava probleme iz matematike i svakodnevnog života pomoću cijelih brojeva te operacija zbrajanja i oduzimanja cijelih brojeva
- komunicira ideje, argumente i zaključke vezane uz cijele brojeve i operacije zbrajanja i oduzimanja s njima jasnim i preciznim govornim i matematičkim jezikom, uz primjenu odgovarajuće terminologije i notacije



CIJELI BROJEVI (KONCEPT)

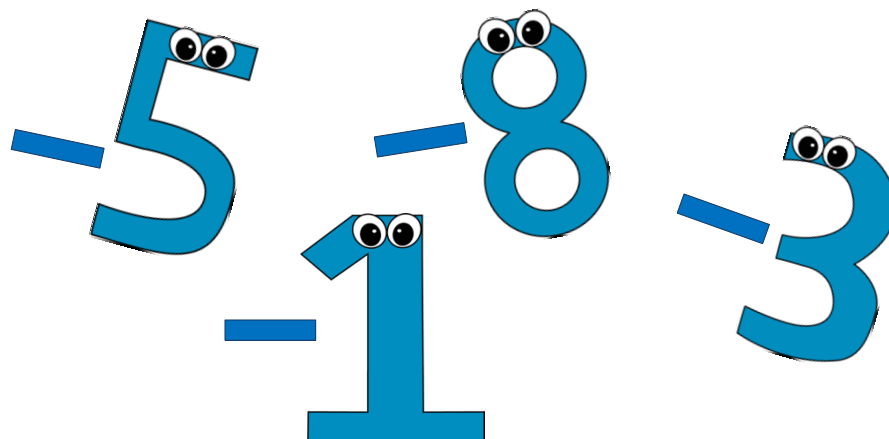


Uvod i motivacija

Ovi brojevi mi sliče
prirodnim brojevima, ali
imaju crticu ispred sebe.

Kakvi su to brojevi?

Gdje sam ih prije
vidjela?!?



Uvod i motivacija

Velik dio Hrvatske jutros ispod nule, za vikend puno hladnije!

Zagreb, 07.12.2012., 07:31 | T.V. | [9 komentara](#)

Sada je već jasno da je Hrvatskoj započela prava zima. Temperature padaju ispod ništice, a za vikend se očekuje značajnije pogoršanje vremena.

 Podijeli

376

 Sviđa mi se

376

 Tweet

2

 +1

0



Niske temperature u većini Hrvatske (Foto: Pixsell, arhiva)

Uvod i motivacija

Vremenska prognoza >

7. PROSINCA 2012. 08:23h

LEDENI VIKEND Temperature ispod -10, a past će i snijeg!



Foto ☐

Hrvatska

Komentari

Share  1

 +1 0

Tekst

Svaki dan nova

Za vikend nam stiže prava zima sa snijegom i jakim vjetrom stiže nam za vikend!

Uvod i motivacija



TEMPERATURE PADAJU ISPOD -10

Za vikend nam stiže ciča zima i snijeg!

Zagreb

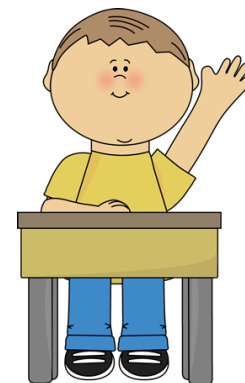
		Tmin	Tmax	vjetar
Utorak 11.12.2012.		-12 °C 10°F	0 °C 32 °F	○
Srijeda 12.12.2012.		-14 °C 7°F	-2 °C 28 °F	○
Četvrtak 13.12.2012.		-12 °C 10°F	-1 °C 30 °F	○
Petak 14.12.2012.		-3 °C 27°F	4 °C 39 °F	↗
Subota 15.12.2012.		3 °C 37°F	6 °C 43 °F	↗
Nedjelja 16.12.2012.		2 °C 36°F	6 °C 43 °F	○
Ponedjeljak 17.12.2012.		1 °C 34°F	3 °C 37 °F	↙



Za vikend nam stiže prava zima sa snijegom i jakim vjetrom, koji će osobito u Gorskom kotaru i Lici stvarati nanose i probleme u prometu. Pa ako nije

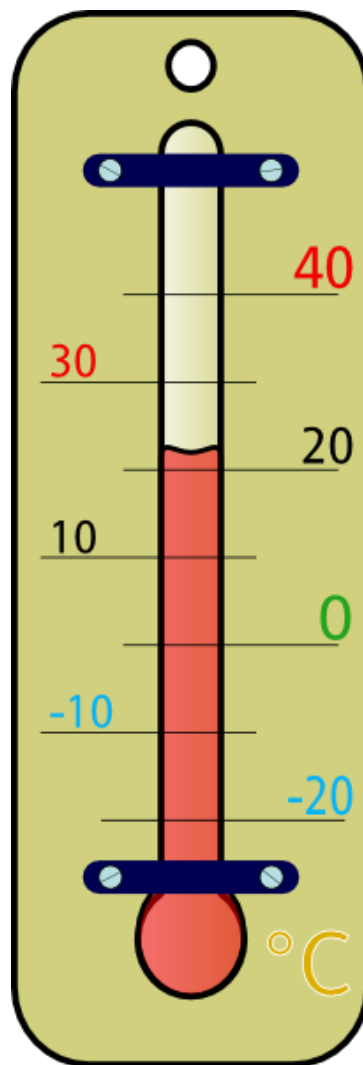
Aktivnost - Uvod i motivacija

- **Cilj aktivnosti:** učenici će na primjerima (modelima) iz svakodnevnog života osvijestiti postojanje negativnih brojeva
- **Oblik rada:** frontalni, demonstracija
- **Potrebni materijal:** slike termometra, lifta, nadmorske visine i bankovnog računa
- **Tijek aktivnosti:**
Nastavnik pokazuje slike kojima potiče refleksivno mišljenje učenika.



Aktivnost - Uvod i motivacija

Model termometra



Aktivnost - Uvod i motivacija

Model termometra

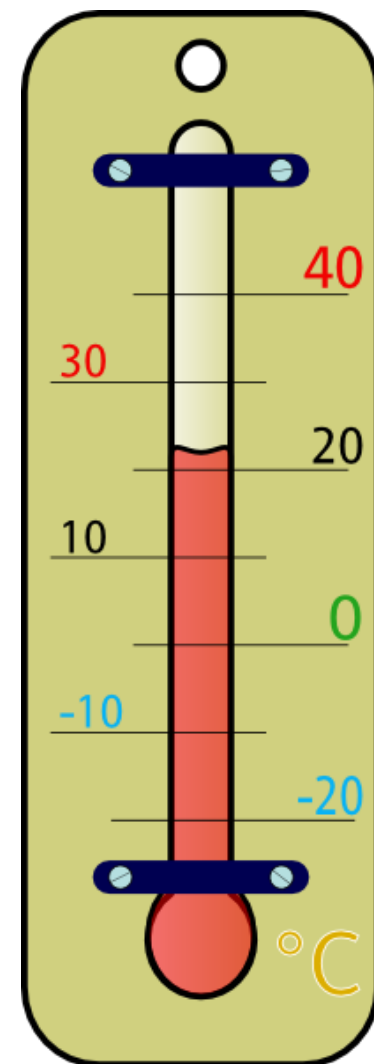
- Što prikazuje slika? **Slika prikazuje termometar.**
- Što njime mjerimo? **Termometrom mjerimo temperaturu.**
- Kojim ju jedinicama mjerimo? **Stupnjevima Celzijusa ($^{\circ}\text{C}$).**
- Kada nosimo kratke hlače i majicu bez rukava? Kakva je tada temperatura?

Kratke hlače i majicu bez rukava nosimo ljeti. Tada je temperatura npr. 30°C .

- Kako zovemo takvu temperaturu? **Visoka temperatura.**
- Kada nosimo šal i rukavice? Kakva je tada temperatura?

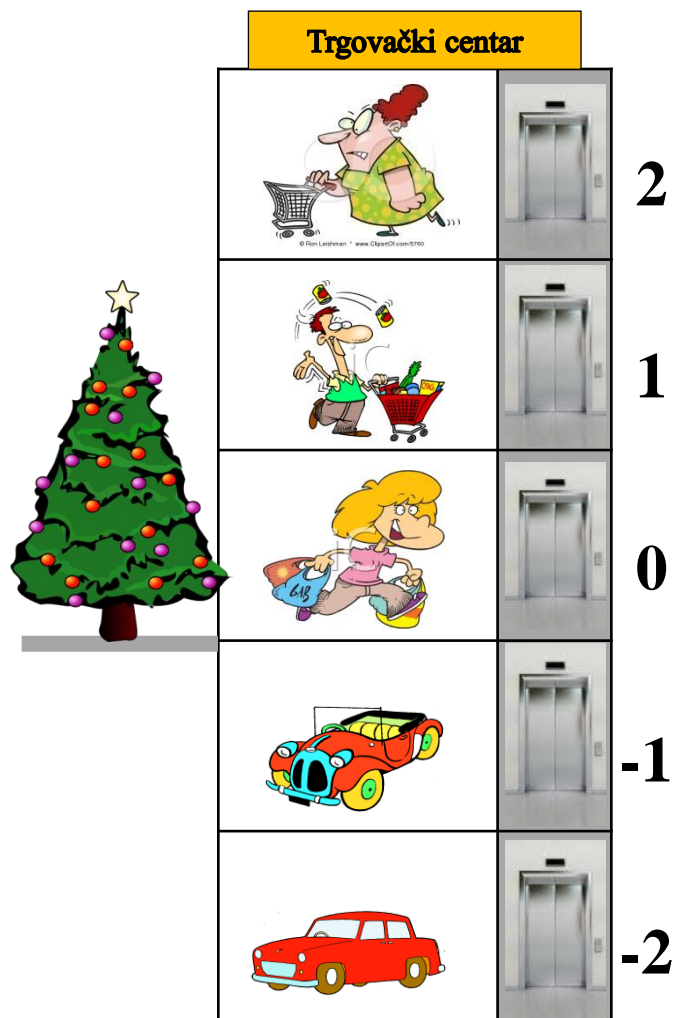
Šal i rukavice nosimo zimi. Tada je temperatura npr. -10°C .

- Kako zovemo takvu temperaturu? **Niska temperatura.**



Aktivnost - Uvod i motivacija

Model lifta



Aktivnost - Uvod i motivacija

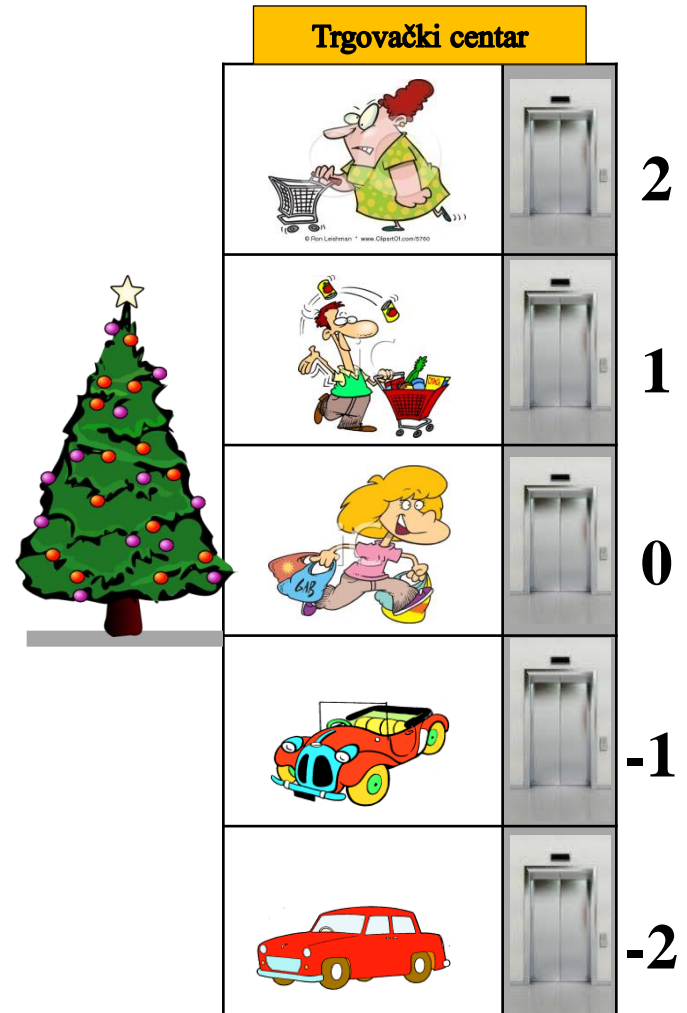
Model lifta

- Što prikazuje slika? **Trgovački centar.**
- Kako prelazimo s jednog na neki drugi kat trgovačkog centra? **Liftom.**
- Gdje se nalaze trgovine u trgovačkom centru?

U prizemlju / na prvom / drugom katu.

- Gdje parkiramo automobil unutar trgovačkog centra?

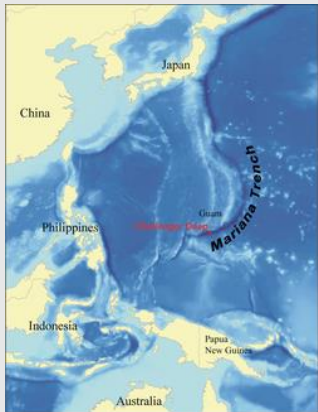











U podrumu / na katu – 1 / na katu – 2.



Aktivnost - Uvod i motivacija

Model nadmorske visine

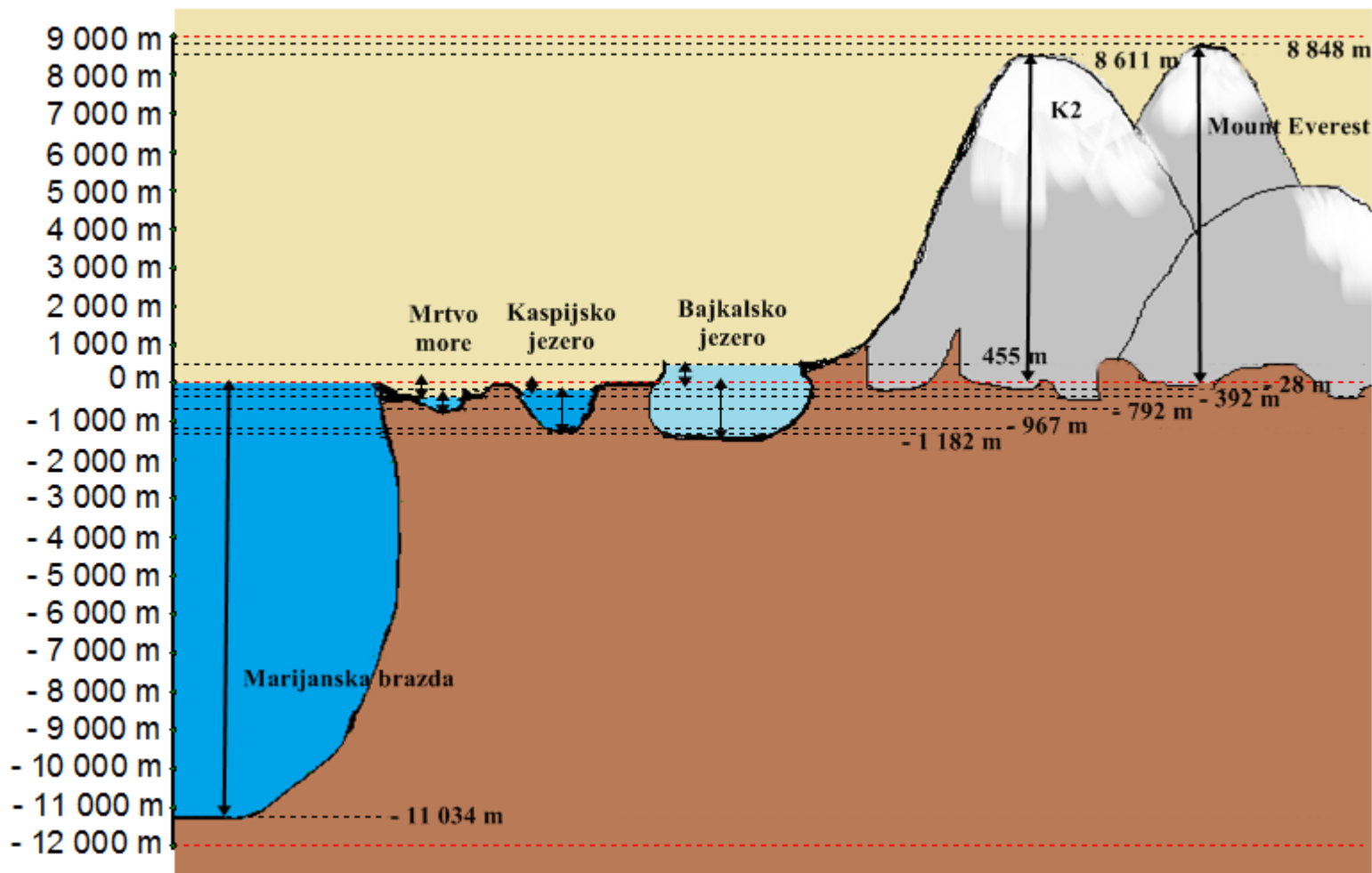
1. Svijet (1) (nadmorske visine dna jezera i vrha planina obzirom na površinu mora)

	 <p>Zemljopisni položaj Bajkalskog jezera</p>				
					
<p>Marijanska brazda</p>	<p>Bajkalsko jezero</p>	<p>Kaspijsko jezero</p>	<p>Mrtvo more</p>	<p>K2</p>	<p>Mount Everest</p>
<p>- 11 034 m</p>	<p>-1 182 m</p>	<p>- 967 m</p>	<p>- 792 m</p>	<p>8 611 m</p>	<p>8 848 m</p>

Aktivnost - Uvod i motivacija

Model nadmorske visine

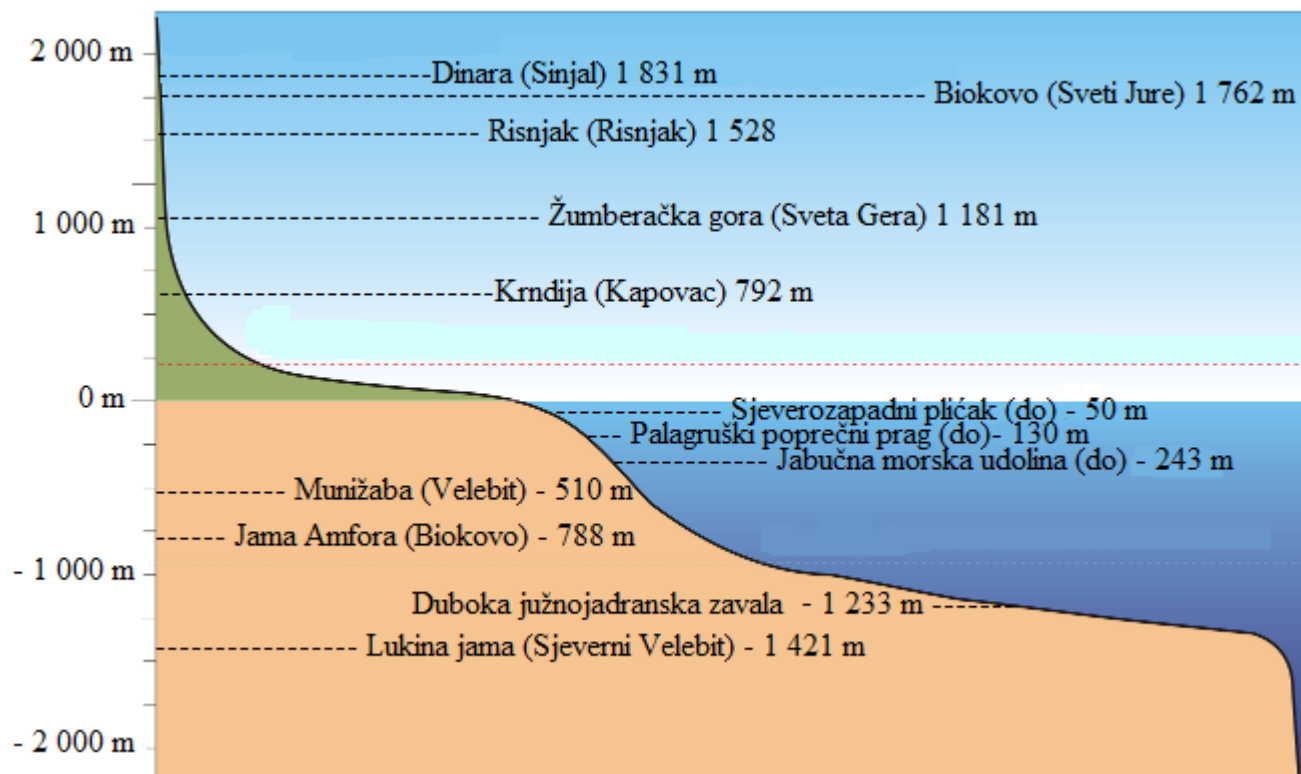
1. Svijet (2)



Aktivnost - Uvod i motivacija

Model nadmorske visine

2. Hrvatska



Aktivnost - Uvod i motivacija

Model nadmorske visine

3.



Aktivnost - Uvod i motivacija

Model nadmorske visine

- Što prikazuju slike?

Slike prikazuju nadmorske visine određenih planina, jama i mora.

- S prve slike očitajte, na kojoj se nadmorskoj visini nalazi Marijanska brazda, a na kojoj nadmorskoj visini se nalazi Mount Everest?

Marijanska brazda se nalazi na – 11 034 m, a Mount Everest se nalazi na 8 848 m.

- Koje sve vrijednosti možete očitati s druge slike? Navedite nekoliko primjera.

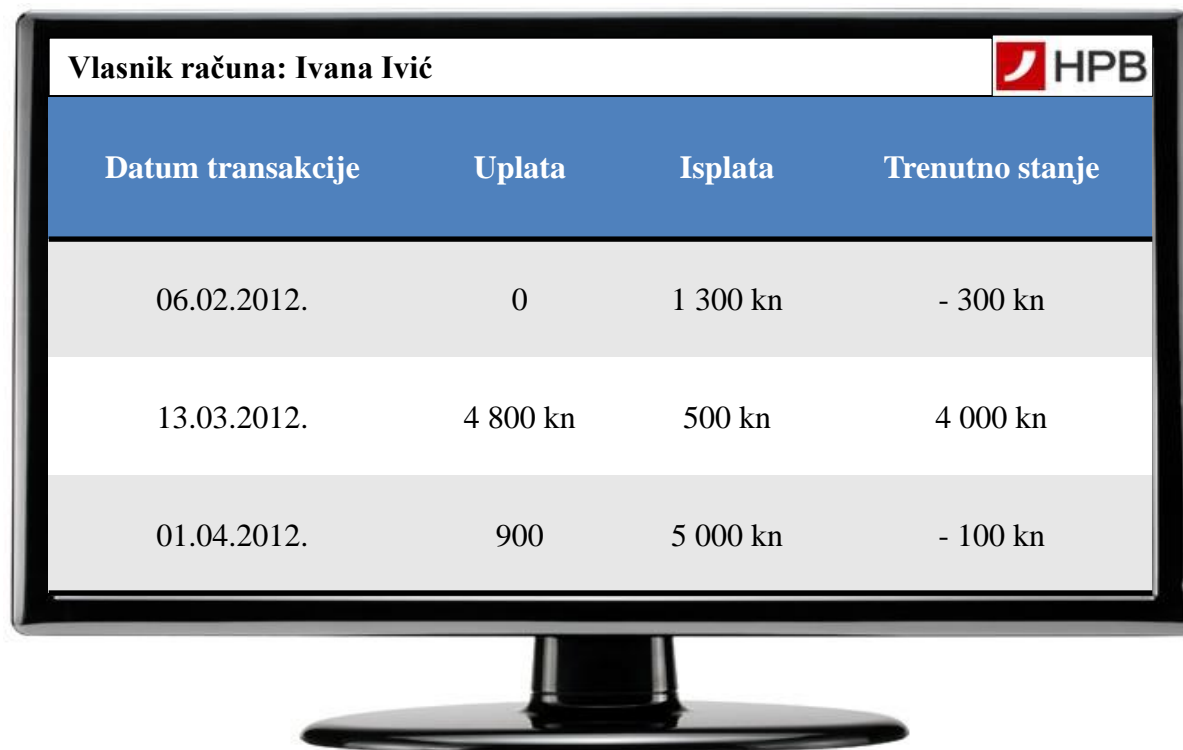
Npr. 1 528 m, - 243 m, 1 762 m, - 1 233 m itd.

- Očitajte s druge slike koja je najviša, a koja najniža točka ucrtana na slici?


Najviša točka je Dinara (Sinjal) 1 831m, a najniža Lukina jama (Sjeverni Velebit) – 1 421 m.

Aktivnost - Uvod i motivacija

Model salda na računu




The image shows a computer monitor displaying a bank account balance statement. The header of the statement includes the account owner's name, 'Vlasnik računa: Ivana Ivić', and the HPB logo. The table below lists three transactions with their dates, deposits (Uplata), withdrawals (Isplata), and the resulting current balance (Trenutno stanje).


Vlasnik računa: Ivana Ivić		 HPB	
Datum transakcije	Uplata	Isplata	Trenutno stanje
06.02.2012.	0	1 300 kn	- 300 kn
13.03.2012.	4 800 kn	500 kn	4 000 kn
01.04.2012.	900	5 000 kn	- 100 kn

Aktivnost - Uvod i motivacija

Model salda na računu

- Što je prikazano na slici / na monitoru? **Bankovni račun.**
- Koje iznose / stanja možete pročitati s računa? **- 300 kn, 500 kn itd.**
- Što označava – 300kn ili – 100 kn? **Znači da smo podigli više novca nego smo imali na računu i da smo sada „u minusu”, tj. dužni smo banci.**



Vlasnik računa: Ivana Ivić			
Datum transakcije	Uplata	Isplata	Trenutno stanje
06.02.2012.	0	1 300 kn	- 300 kn
13.03.2012.	4 800 kn	500 kn	4 000 kn
01.04.2012.	900	5 000 kn	- 100 kn

Aktivnost - Uvod i motivacija

- **Zaključak:**

Učenici uočavaju gdje se sve u realnom životu pojavljuju prirodni brojevi sa “crticom” (minusom) ispred sebe.

Znak – ispred broja naziva se **negativan predznak** broja.

Brojeve ispred kojih pišemo znak minus (-) nazivamo
negativnim brojevima.



Aktivnost - Uvod i motivacija

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- prikazati matematičke ideje riječima
- izraziti ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom

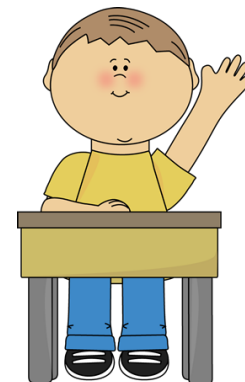
(Povezivanje)

- povezati matematiku s vlastitim iskustvom i svakodnevnim životom

II. Matematički koncepti

(Podatci)

- pročitati i protumačiti podatke prikazane slikama



Aktivnost – **Razlikujemo prirodne i cijele brojeve**

- **Cilj aktivnosti:** učenici će, pomoću njihovog zapisa, razlikovati prirodne od negativnih cijelih brojeva
- **Oblik rada:** suradnički rad u paru
- **Potrebni materijal:** nastavni listići sa zadacima
- **Tijek aktivnosti:**

Nastavnik podijeli nastavne listiće.

Učenici u paru diskutiraju, uspoređuju i razlikuju prirodne i negativne cijele brojeve.



Aktivnost – Razlikujemo prirodne i cijele brojeve

- **Zadatak:**

Među navedenim brojevima zaokruži prirodne brojeve.

$$\frac{1}{2} \quad \textcircled{5} \quad -7 \quad \textcircled{2} \quad 0 \quad -3 \quad 8.23 \quad \frac{6}{7}$$

- **Diskusija:**

Kako ste odabrali prirodne brojeve? Što s nulom?

Prirodni brojevi nisu razlomci niti decimalni brojevi (cijeli su) te nemaju minus ispred sebe i različiti su od 0.



Aktivnost – Razlikujemo prirodne i cijele brojeve

- **Zaključak:**

Prirodne brojeve stoga nazivamo **pozitivnim cijelim brojevima**.

Ispred pozitivnih cijelih brojeva možemo pisati znak plus, ali ga izostavljamo.

A koji bi bili negativni cijeli brojevi?

Prirodne brojeve ispred kojih piše znak minus nazivamo
negativnim cijelim brojevima.

Nabrojite nekoliko negativnih brojeva. **Npr.** – 11, - 468, - 2.



Aktivnost – Razlikujemo prirodne i cijele brojeve

- **Zaključak:**

Zašto cijeli brojevi?

U primjeru smo vidjeli da su to brojevi koji označavaju **cjelinu**, nisu razlomljeni (razlomci) i nisu decimalni.

Je li broj nula pozitivan ili negativan cijeli broj?

Broj 0 nije ni pozitivan ni negativan cijeli broj.



Aktivnost – Razlikujemo prirodne i cijele brojeve

- Redom ispišite pozitivne cijele brojeve.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 ...

- Redom ispišite negativne cijele brojeve.

- 1, - 2, - 3, - 4, - 5, - 6, - 7, - 8, - 9, - 10, - 11, - 12, - 13 ...



- Koliko ima pozitivnih cijelih (prirodnih) brojeva? **Pozitivnih cijelih brojeva (prirodnih) ima beskonačno.**
- Koliko ima negativnih cijelih brojeva? Objasnite. **Negativnih cijelih brojeva također ima beskonačno jer svaki prirodan broj kojemu ispred dodamo znak minusa postaje negativni cijeli broj.**

Aktivnost – Razlikujemo prirodne i cijele brojeve

Prisjetimo se skupa prirodnih brojeva.

$$\mathbf{N} = \{1, 2, 3, \dots\}.$$

Skup sastavljen od prirodnih brojeva: 1, 2, 3, ..., nule i negativnih cijelih brojeva: -1, -2, -3, ... označava se sa **Z**, tj.

$$\mathbf{Z} = \{ 0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4, \dots \}$$

Skup **Z** zove se **SKUP CIJELIH BROJEVA**.

Drugi zapis:

$$\mathbf{Z} = \{ \dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}.$$



Aktivnost – **Razlikujemo prirodne i cijele brojeve**

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- prikazivati matematičke ideje i rješenja riječima, brojevima i misaono
- izražavati ideje, rezultate i znanje jasnim govornim i matematičkim jezikom
- raditi u paru uz razmjenu i sučeljavanje ideja, mišljenja i stavova

(Povezivanje)

- uspostavljati i razumjeti veze i odnose među matematičkim objektima
- uspoređivati, grupirati i klasificirati objekte prema zadanom ili izabranom kriteriju

(Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)

- obrazložiti odabir matematičkih postupaka



Aktivnost – Čitamo i zapisujemo cijele brojeve

- **Cilj aktivnosti:** učenici će s različitih modela (termometra, karte, lifta, nadmorske visine, bankovnog računa) očitavati cijele brojeve, zapisati ih i pročitati naglas
- **Oblik rada:** frontalni rad, rad u paru
- **Potrebni materijal:** slike modela termometra, karte, lifta, nadmorske visine, bankovnog računa, nastavni listići
- **Tijek aktivnosti:**

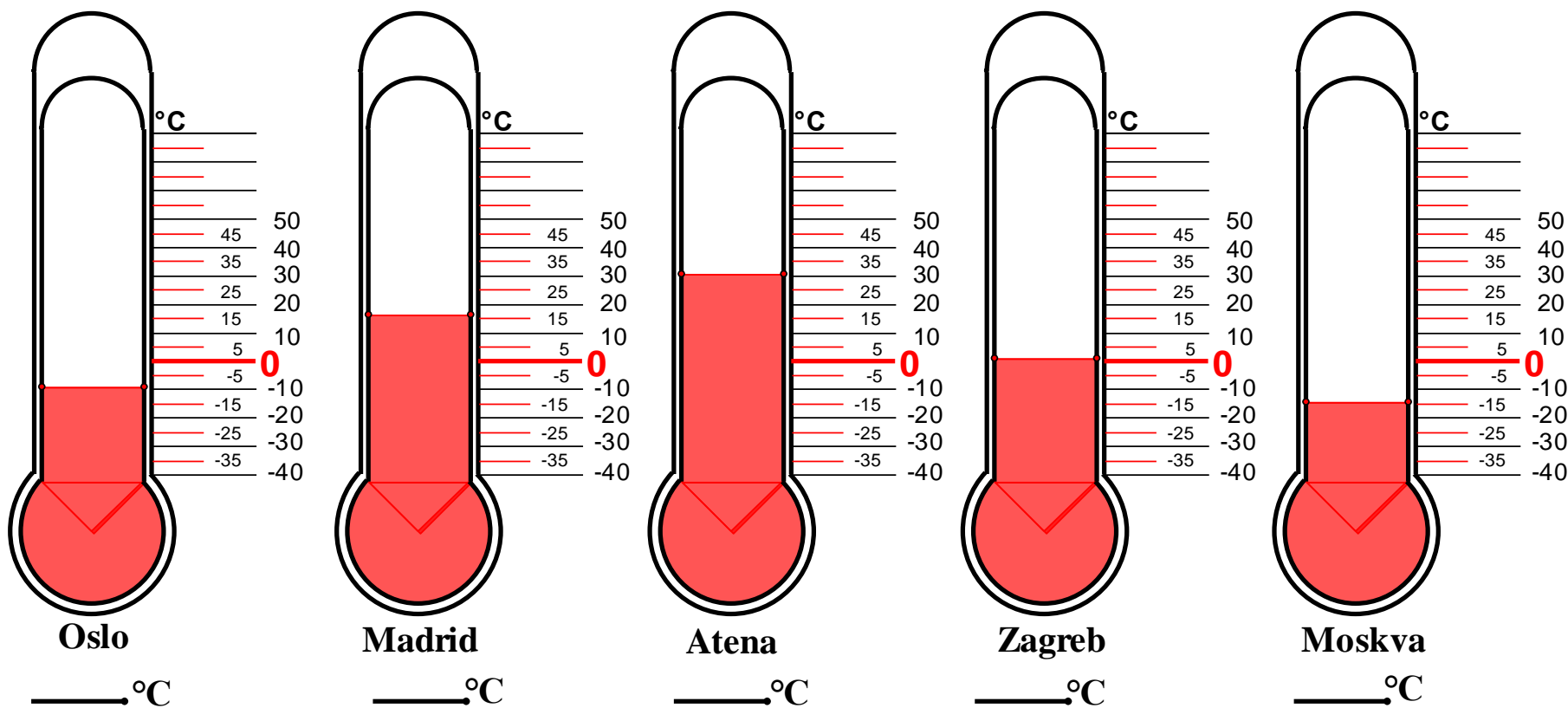
Nastavnik učenicima u paru dijeli različite nastavne listiće s kojih učenici očitavaju cijele brojeve i pravilno ih zapisuju. Nakon toga zamijene nastavne listiće i čitajući naglas provjeravaju točnost rješenja svog para.



Aktivnost – Čitamo i zapisujemo cijele brojeve

Model termometra

Zadatak: Očitajte sa slike i zapišite na crtu ispod slike temperature koje prikazuju termometri. U paru, naglas pročitajte rješenja i provjerite točnost.

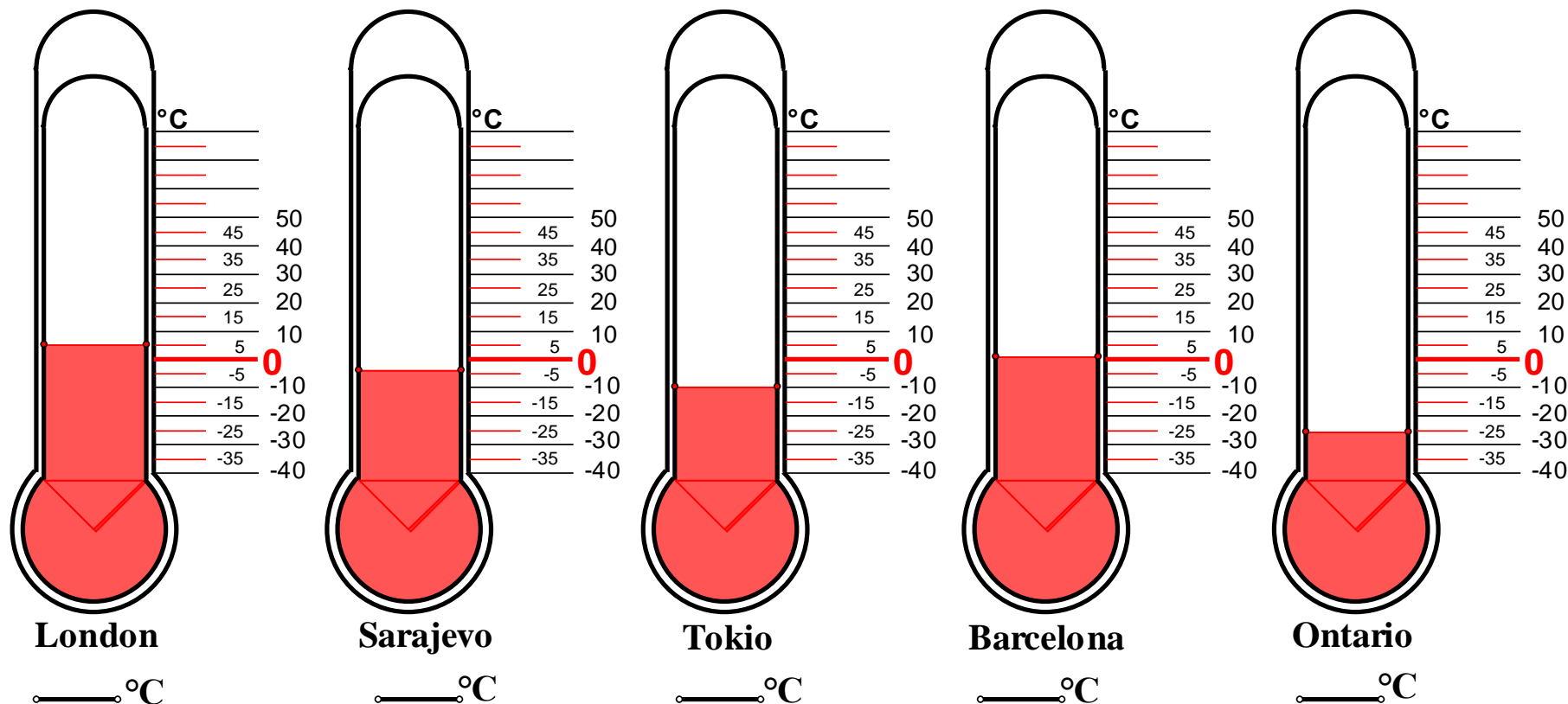


Aktivnost – Čitamo i zapisujemo cijele brojeve

Model termometra



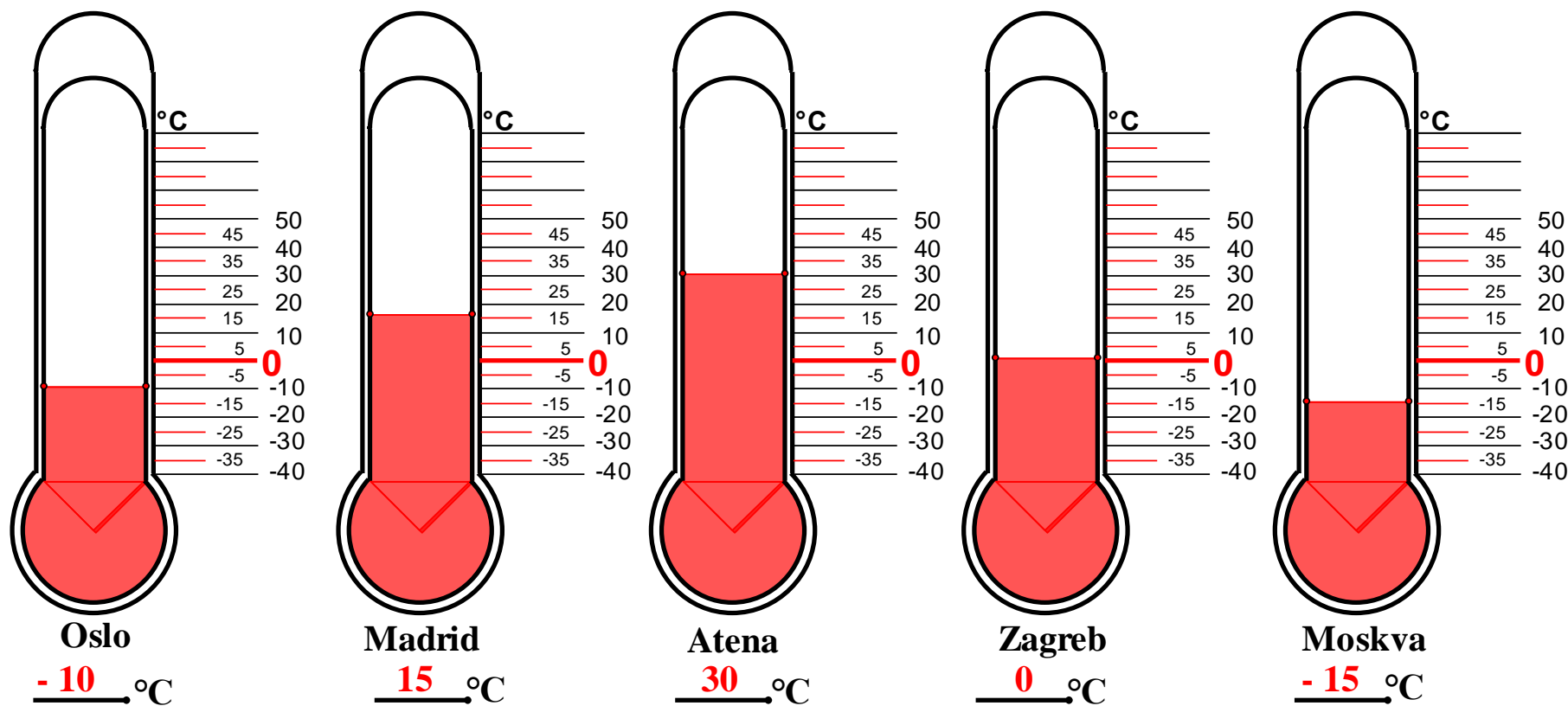
Zadatak: Očitajte sa slike i zapišite na crtu ispod slike temperature koje prikazuju termometri. U paru, naglas pročitajte rješenja i provjerite točnost.



Aktivnost – Čitamo i zapisujemo cijele brojeve

Model termometra

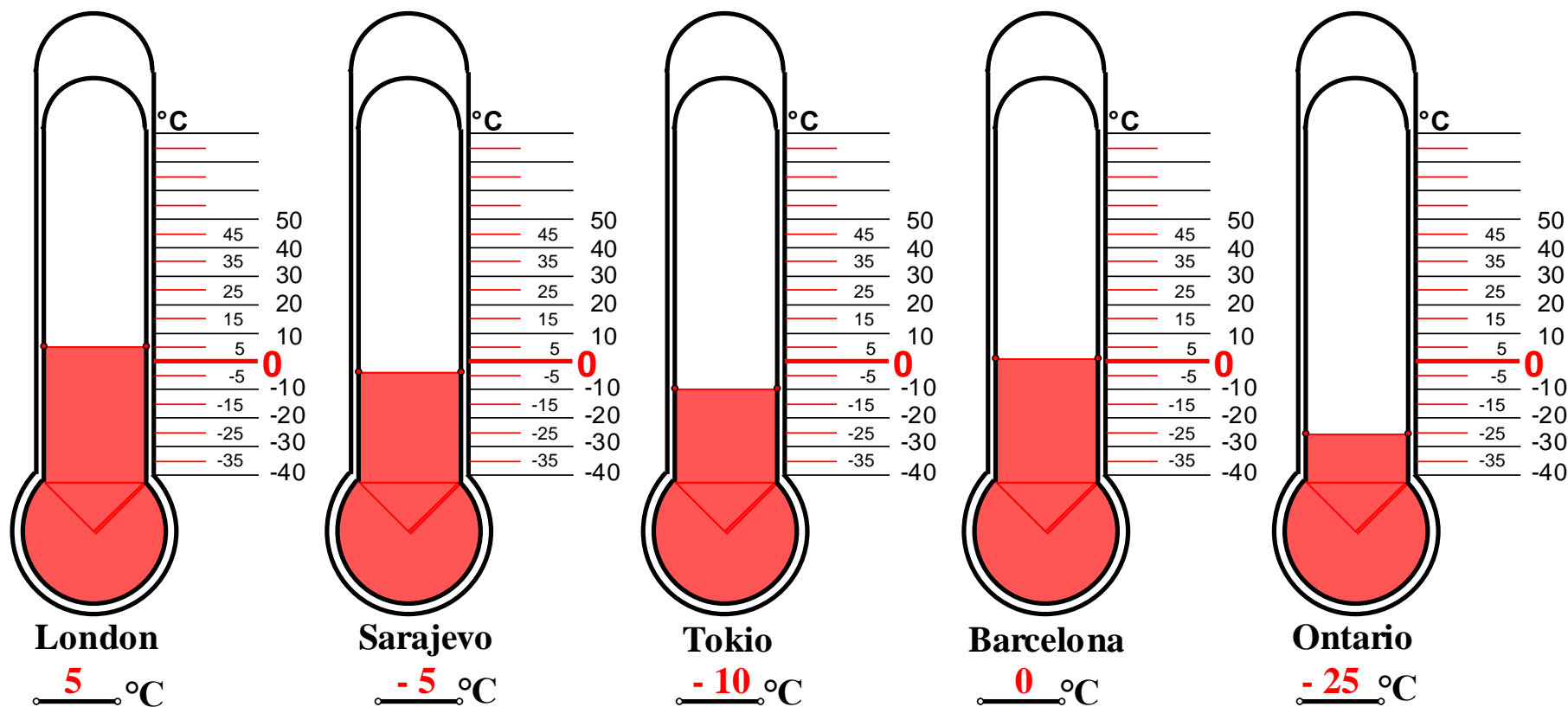
Rješenje:



Aktivnost – Čitamo i zapisujemo cijele brojeve

Model termometra

Rješenje:







Aktivnost – Čitamo i zapisujemo cijele brojeve



Model lifta



Zadatak: Očitajte sa slike i zapišite na crtu ispod slike na kojem katu se nalazi lift.

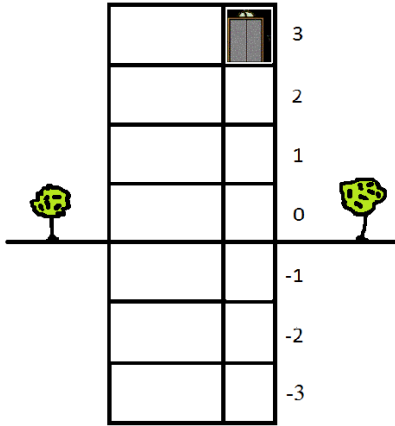
U paru, naglas pročitajte rješenja i provjerite točnost.

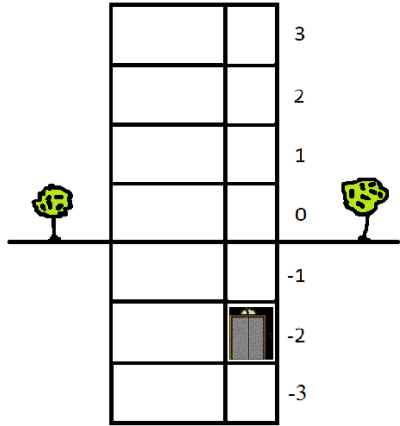


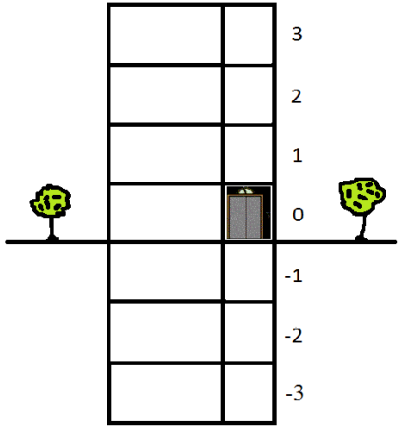


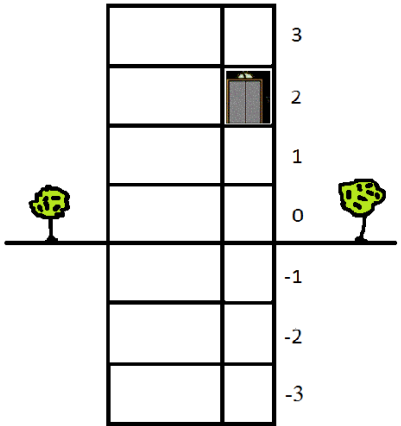












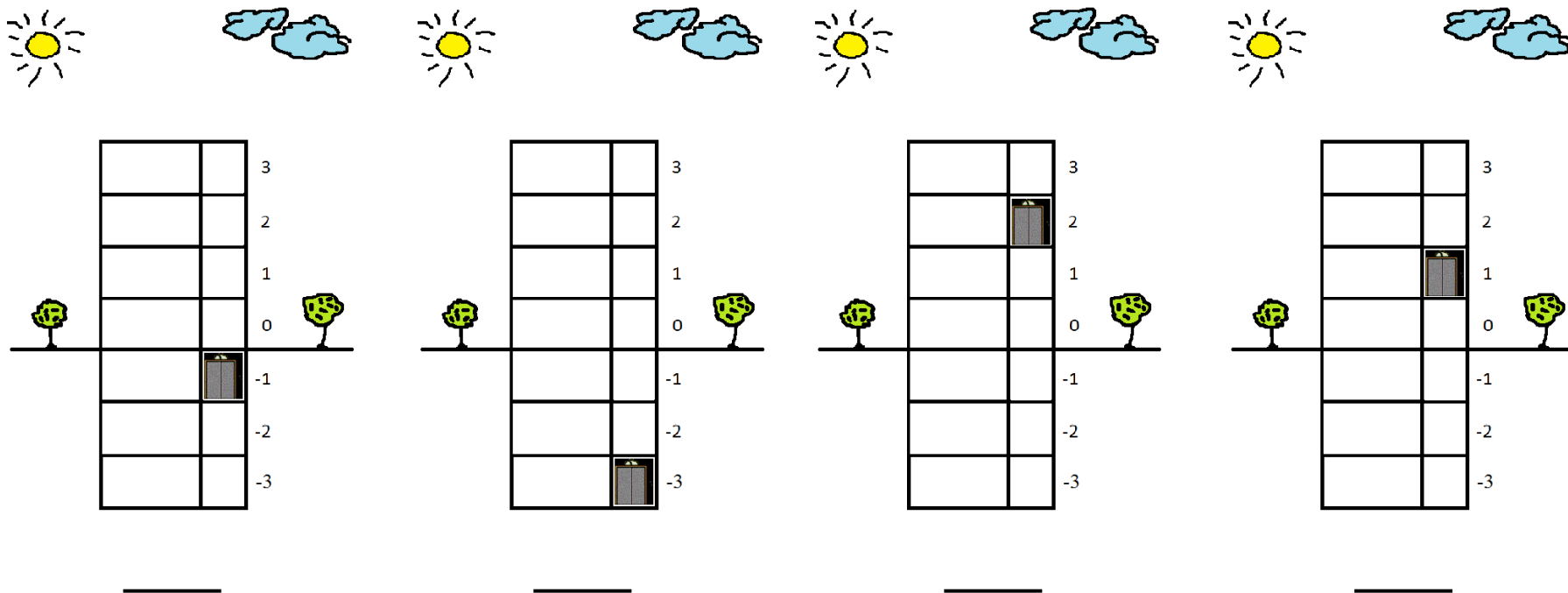
The image shows four elevator models, each represented by a 7-row grid with floors numbered 3, 2, 1, 0, -1, -2, and -3. The grid is divided into two columns. The lift is represented by a small brown rectangle with a yellow light. In the first model, the lift is at floor 3. In the second model, the lift is at floor -2. In the third model, the lift is at floor 0. In the fourth model, the lift is at floor 2. Each model is flanked by a sun icon and a clouds icon, and has a horizontal line below it for the answer.

Aktivnost – Čitamo i zapisujemo cijele brojeve

Model lifta

Zadatak: Očitajte sa slike i zapišite na crtu ispod slike na kojem katu se nalazi lift.

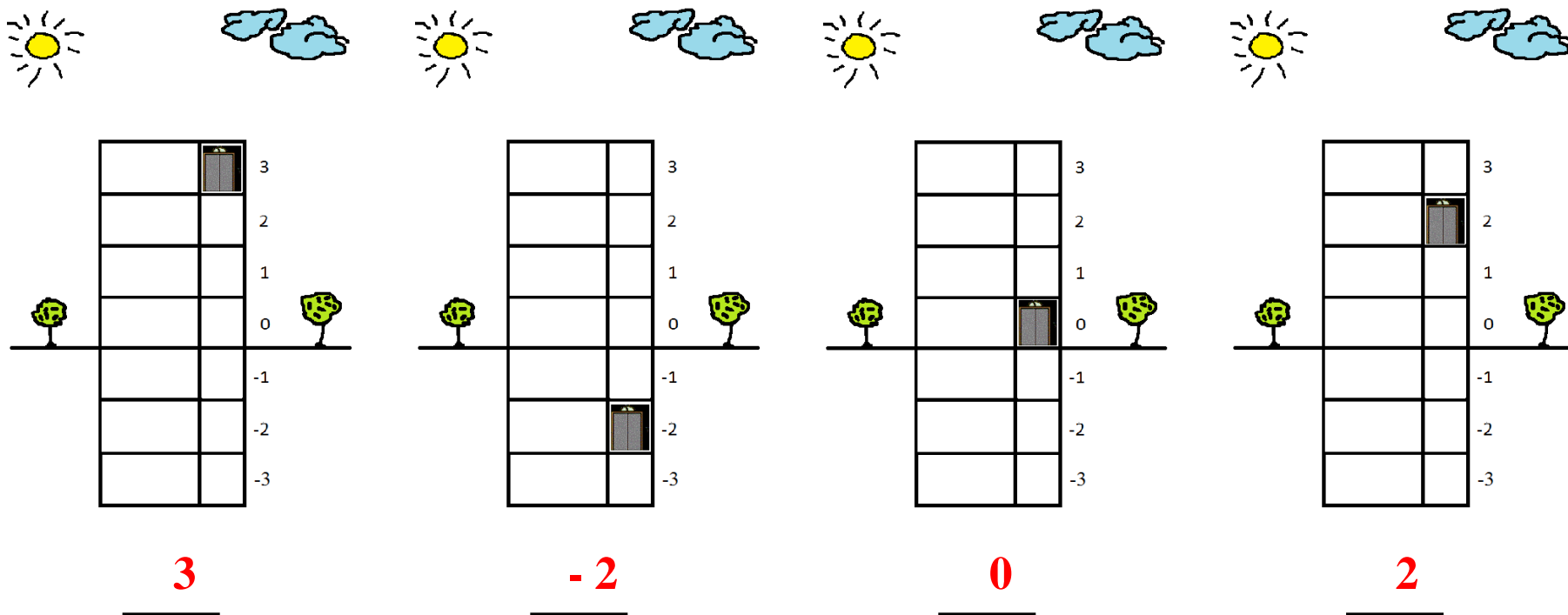
U paru, naglas pročitajte rješenja i provjerite točnost.



Aktivnost – Čitamo i zapisujemo cijele brojeve

Model lifta

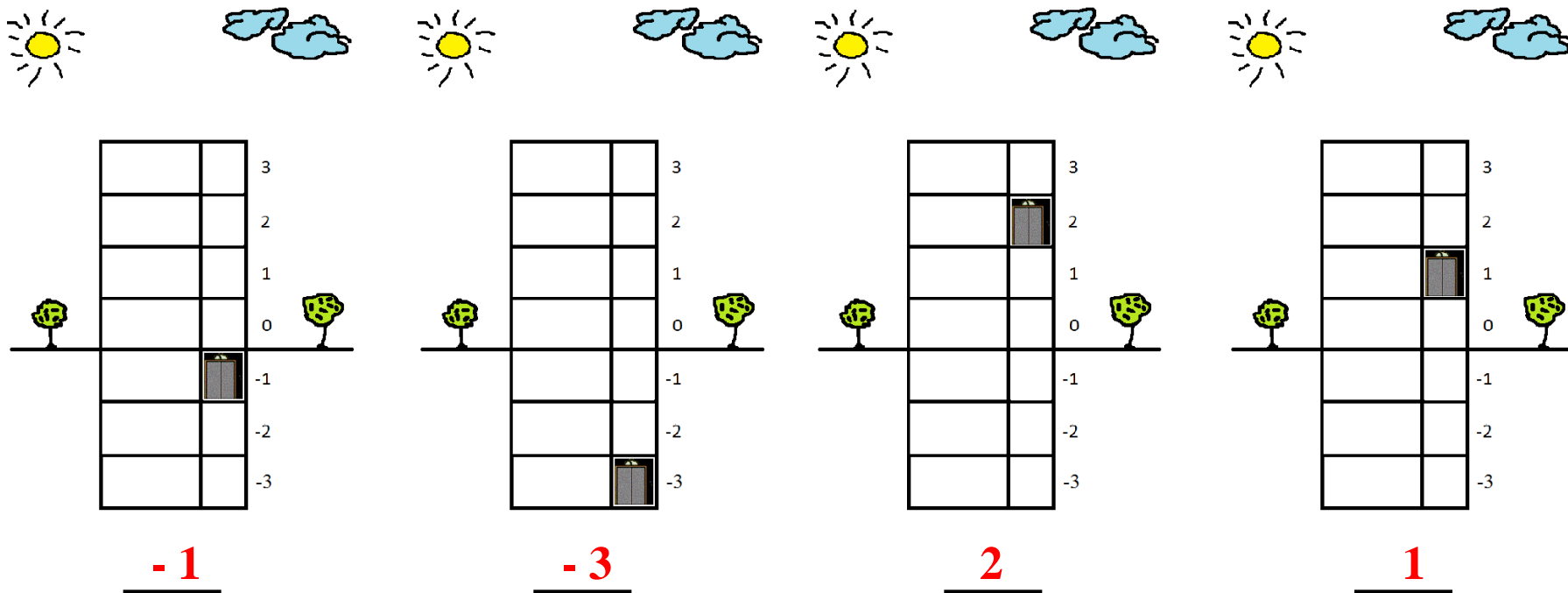
Rješenje:



Aktivnost – Čitamo i zapisujemo cijele brojeve

Model lifta

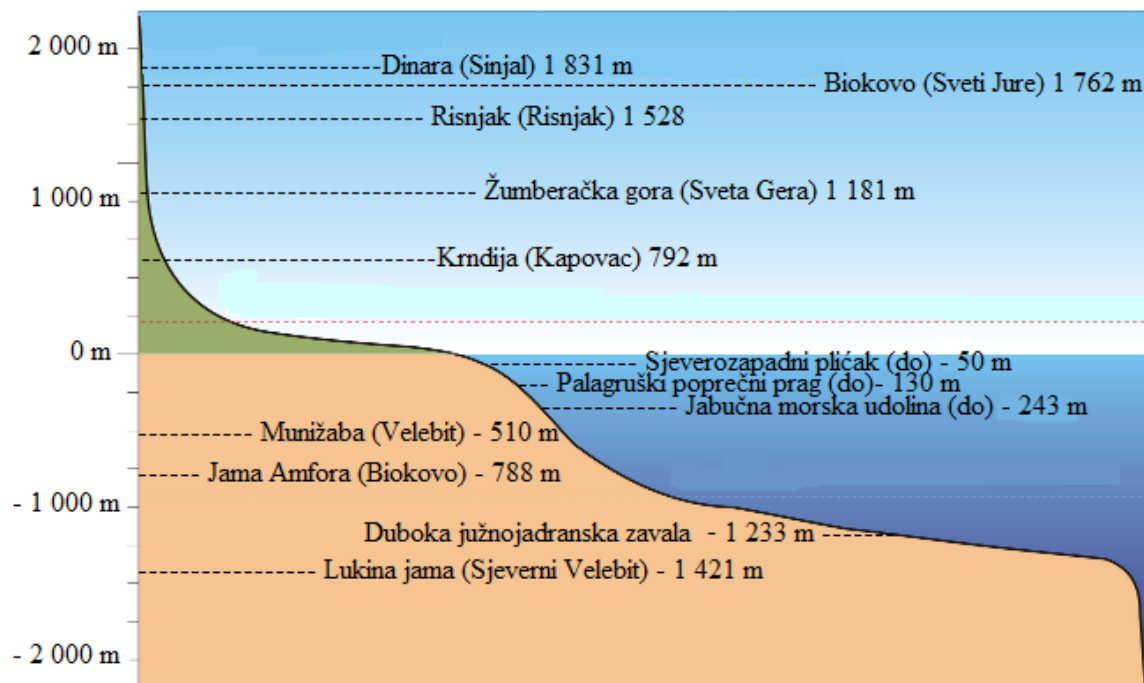
Rješenje:



Aktivnost – Čitamo i zapisujemo cijele brojeve

Model nadmorske visine

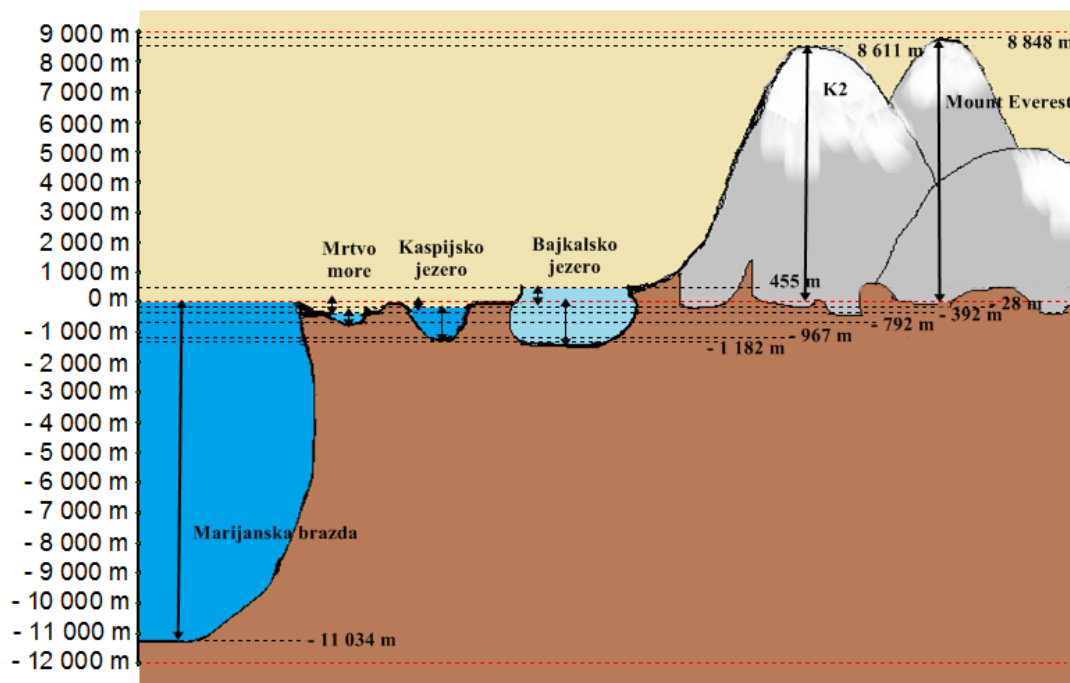
Zadatak: Očitajte sa slike i zapišite na prvu crtu ispod slike nadmorsku visinu najviše ucrtane točke, a na drugu crtu nadmorsku visinu najniže ucrtane točke. U paru, naglas pročitajte rješenja i provjerite točnost.



Aktivnost – Čitamo i zapisujemo cijele brojeve

Model nadmorske visine

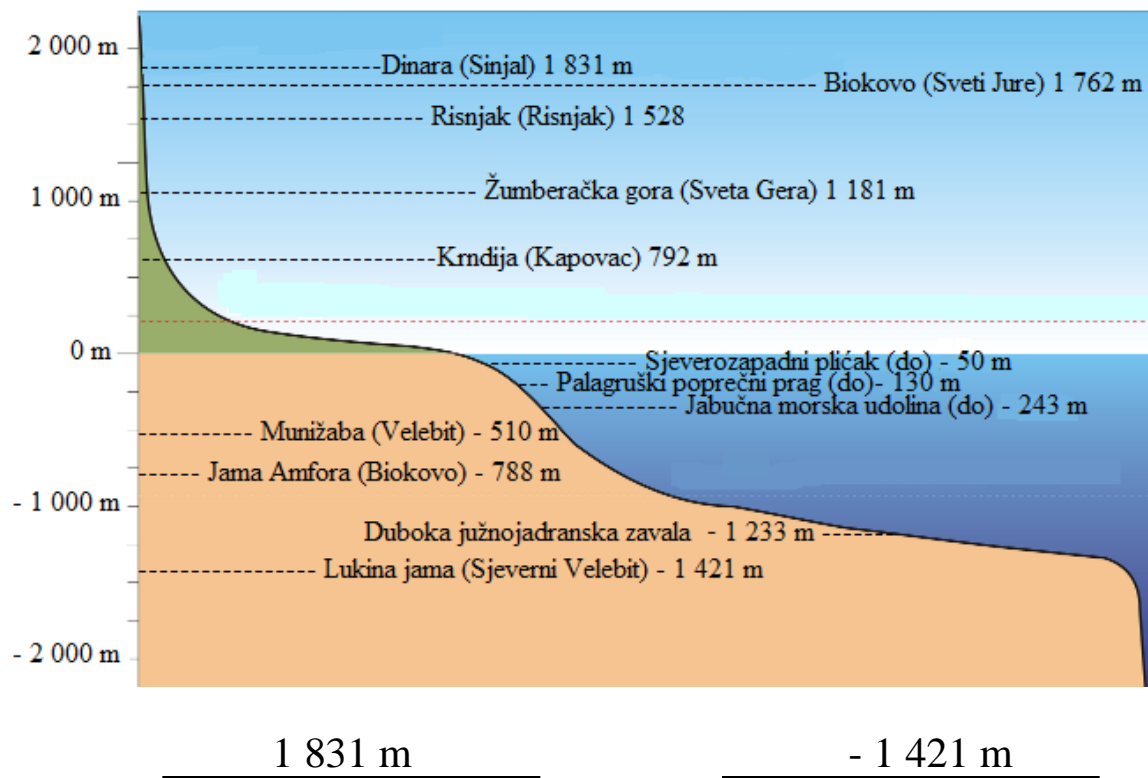
Zadatak: Očitajte sa slike i zapišite na prvu crtu ispod slike nadmorsku visinu najviše ucrtane točke, a na drugu crtu nadmorsku visinu najniže ucrtane točke. U paru, naglas pročitajte rješenja i provjerite točnost.



Aktivnost – Čitamo i zapisujemo cijele brojeve

Model nadmorske visine

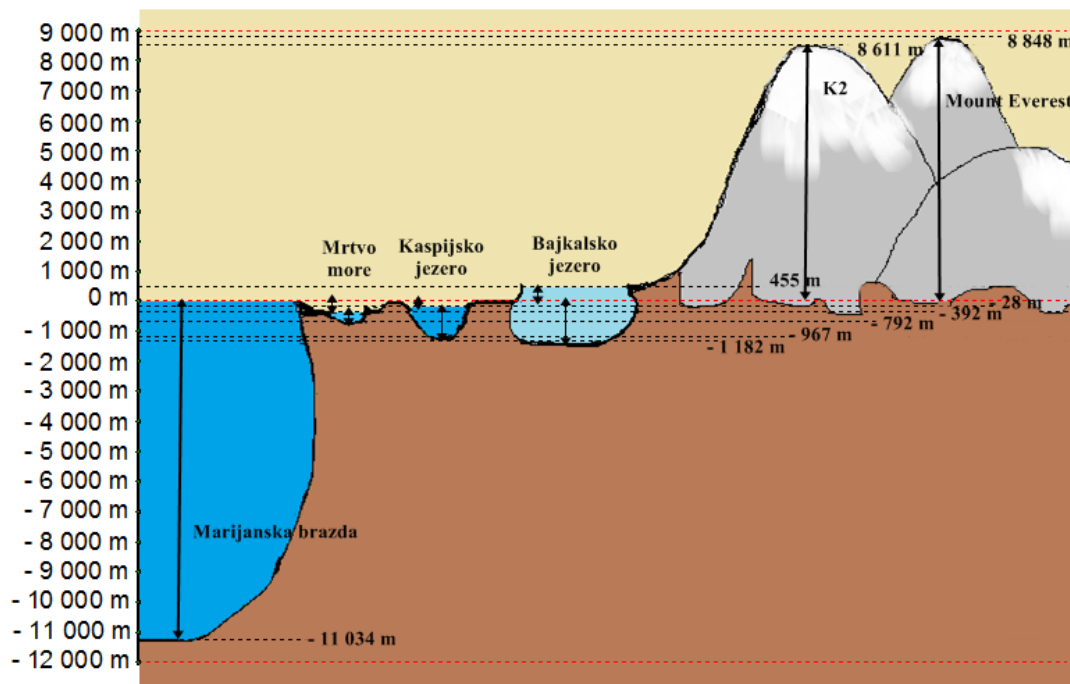
Rješenje:



Aktivnost – Čitamo i zapisujemo cijele brojeve

Model nadmorske visine

Rješenje:



8 848 m

- 11 034 m



Aktivnost – Čitamo i zapisujemo cijele brojeve

Model salda na računu

- **Zadatak:** Koje sve iznose u kunama možete očitati s priloženog računa?

2 000 HRK

- 875 HRK



Aktivnost – Čitamo i zapisujemo cijele brojeve

- **Zaključak:**

Učenici na modelima termometra, lifta, nadmorske visine i salda na računu čitaju i zapisuju cijele brojeve te kroz diskusiju (“temperatura ispod/iznad nule”, “ispod/iznad razine mora”) indirektno osvješčuju položaj pozitivnih i negativnih cijelih brojeva u odnosu na nulu.



Aktivnost – Čitamo i zapisujemo cijele brojeve

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- prikazati matematičke ideje i rješenja brojevima, simbolima i misaono
- izraziti ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom (usmeno i pisano)

(Povezivanje)

- povezati matematiku s vlastitim iskustvom i svakodnevnim životom

II. Matematički koncepti

(Brojevi)

- pročitati i zapisati cijele brojeve



Aktivnost – Vremenska prognoza

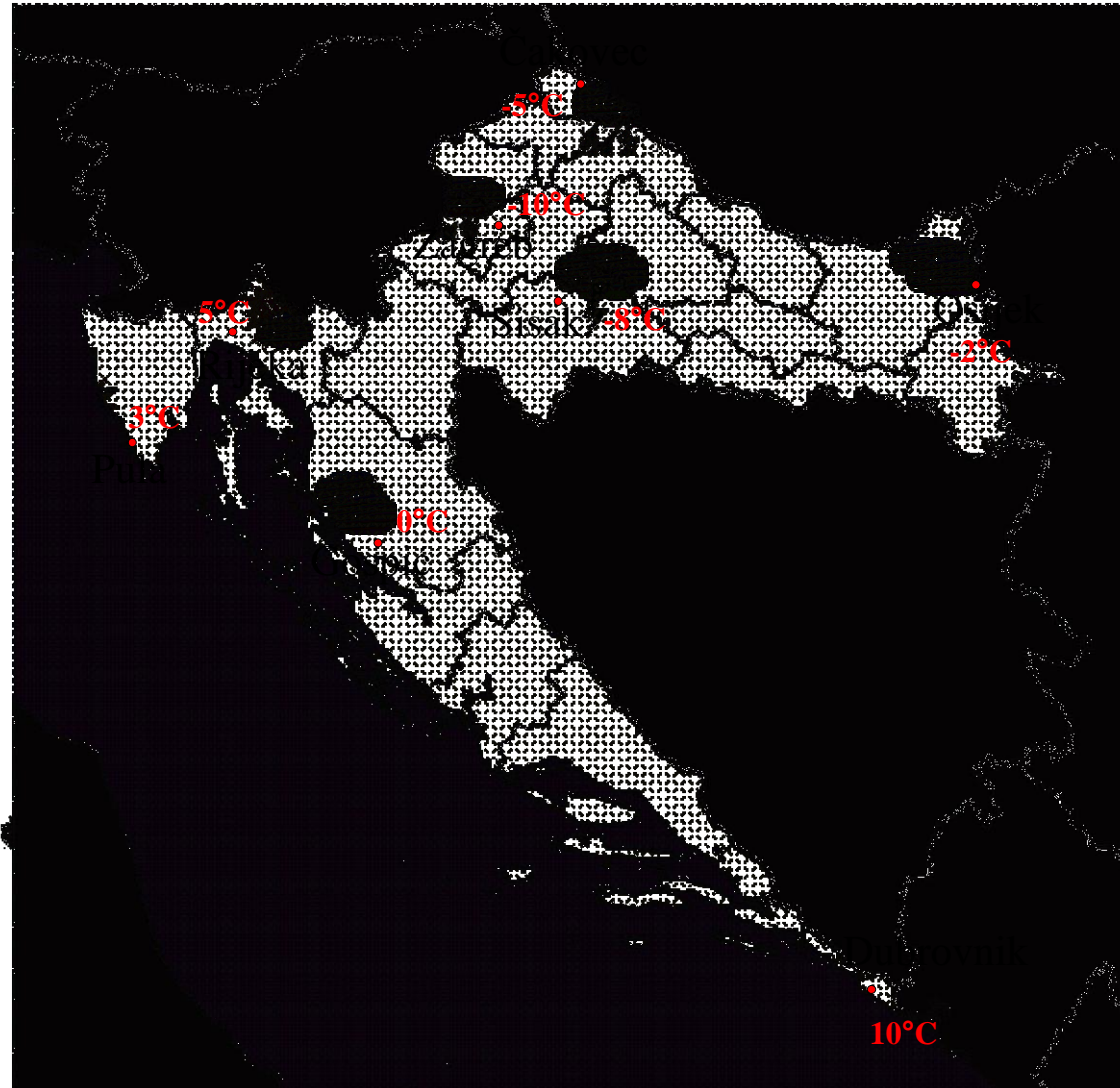
- **Cilj aktivnosti:** učenici će očitati temperature s modela karte i prikazati ih bojenjem na modelu termometra
- **Oblik rada:** suradnički rad u paru
- **Potrebni materijal:** nastavni listići, bojice
- **Tijek aktivnosti:**



Nastavnik podijeli nastavne listiće sa zemljopisnom kartom Hrvatske i označenim temperaturama u osam hrvatskih gradova te osam praznih modela termometara.

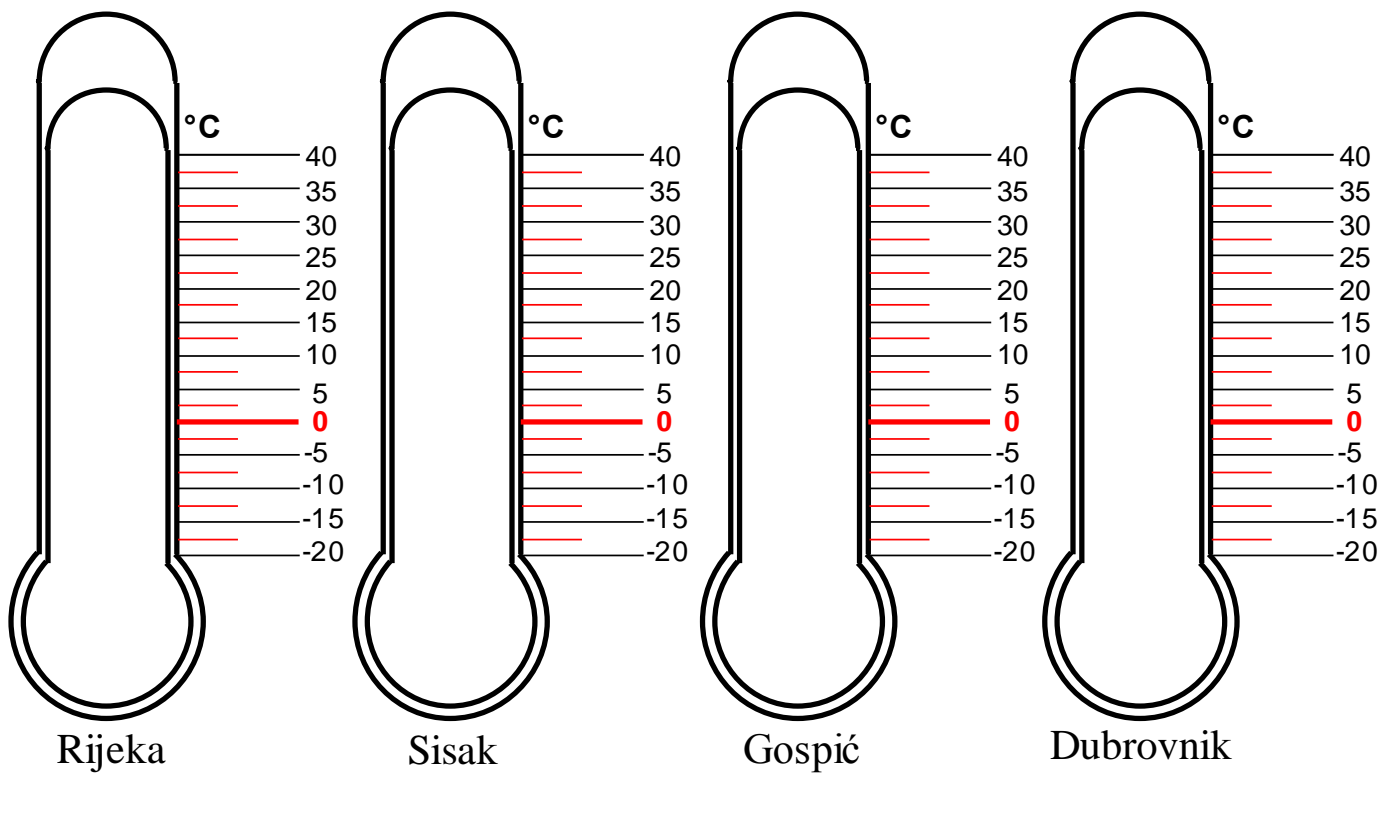
Učenici, u paru, bojenjem termometara do odgovarajuće visine prikazuju temperature gradova na pripadajućim modelima termometara i zapisuju ih na crtu.

Aktivnost – Vremenska prognoza



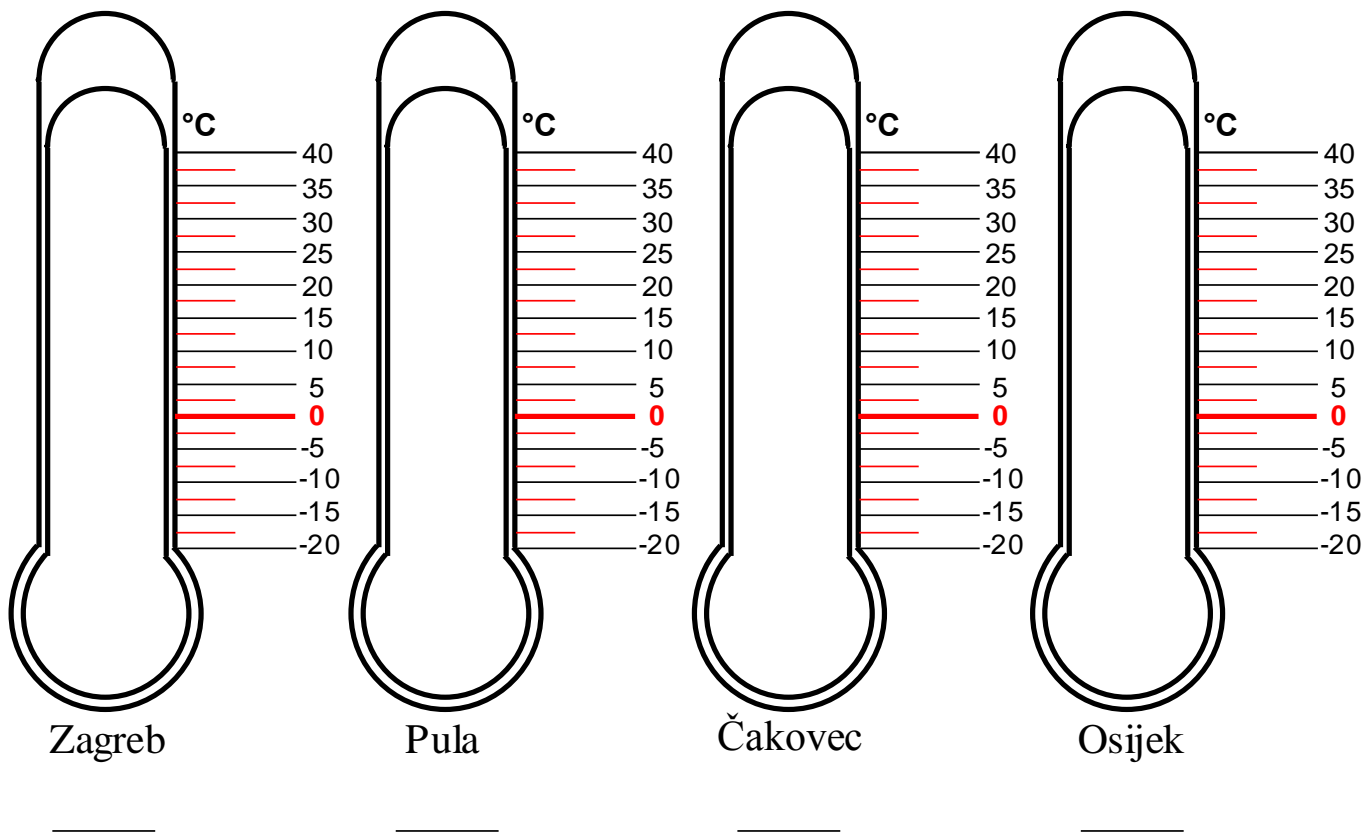
Aktivnost – Vremenska prognoza

- **Nastavni listić:**



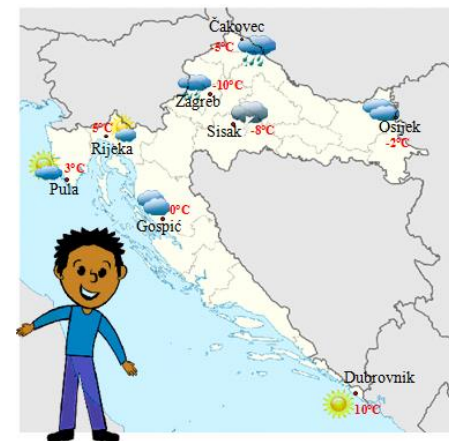
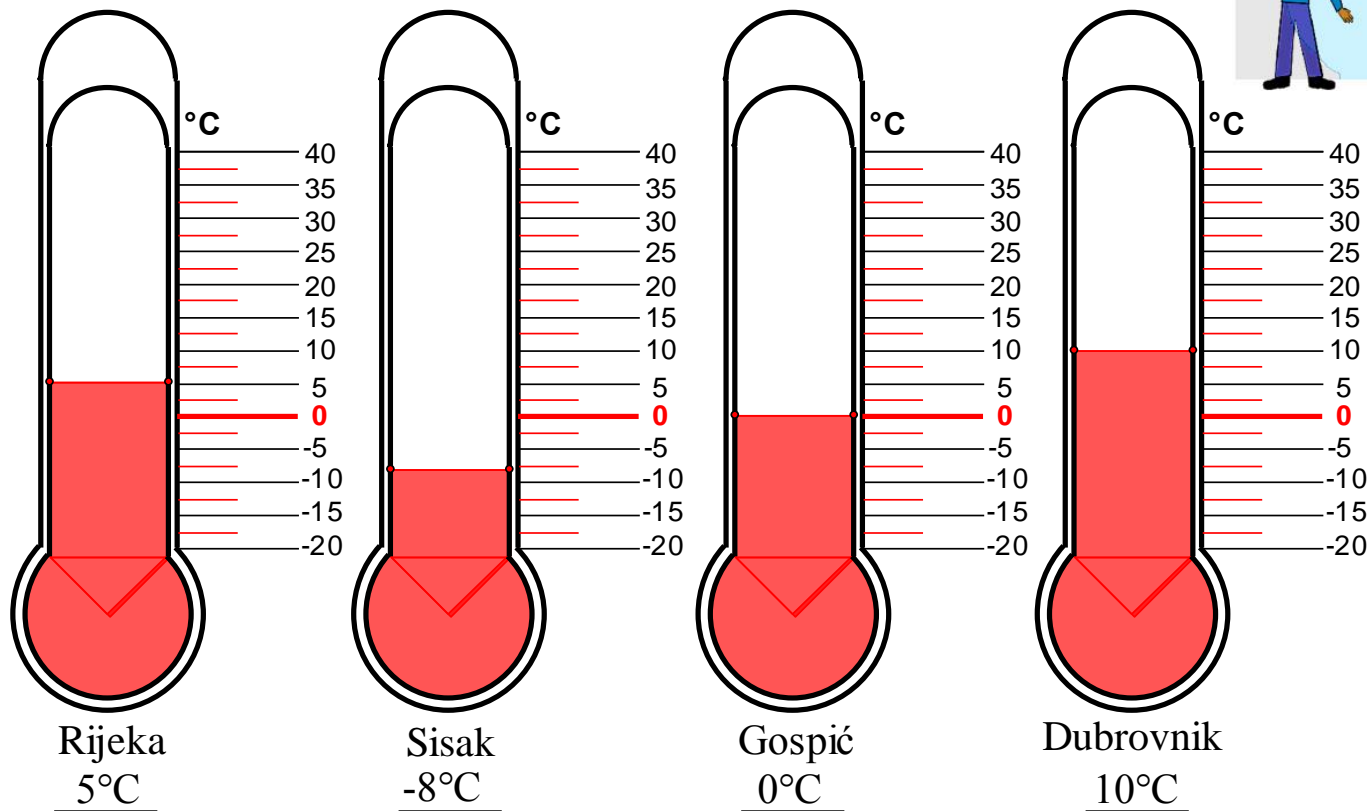
Aktivnost – Vremenska prognoza

- **Nastavni listić:**



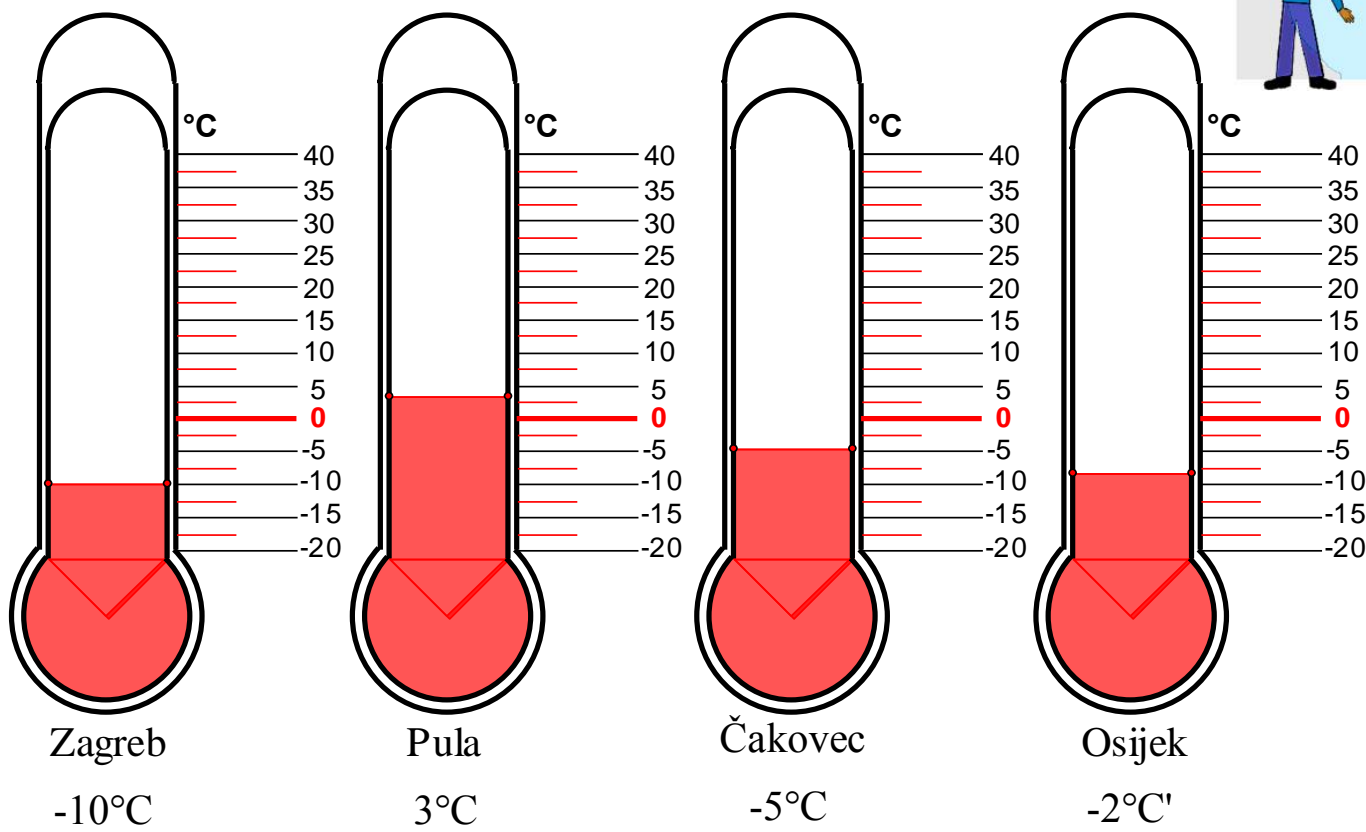
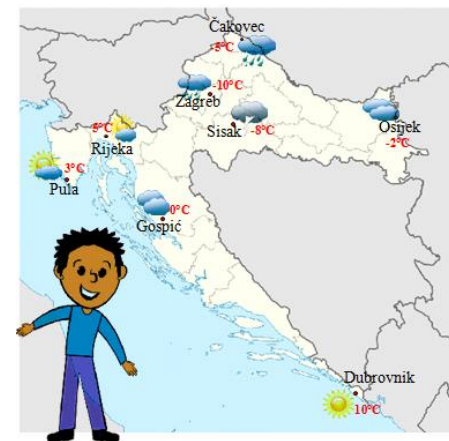
Aktivnost – Vremenska prognoza

- Rješenje:



Aktivnost – Vremenska prognoza

- Rješenje:



Aktivnost – Vremenska prognoza

- **Diskusija:**

Kakvim brojevima najčešće označavamo temperature ljeti, odnosno zimi?

Temperature ljeti najčešće označavamo pozitivnim (cijelim) brojevima, a temperature zimi najčešće negativnim (cijelim) brojevima.

U kojem je gradu bilo najtoplije/najhladnije?

Najtoplije je bilo u Dubrovniku, a najhladnije u Zagrebu.

- **Zaključak aktivnosti:**

Učenici su, ucrtavajući temperature u termometre, indirektno, zapisivali brojeve na brojevni pravac.



Aktivnost – Vremenska prognoza

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- prikazati matematičke ideje i rješenja riječima, brojevima i misaono
- izraziti ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom
- saslušati i razmjenjivati matematičke ideje i objašnjenja te suradnički raditi u timu

(Povezivanje)

- povezati matematiku s vlastitim iskustvom i svakodnevnim životom

II. Matematički koncepti

(Brojevi)

- pročitati i zapisati (označiti) cijele brojeve



Aktivnost – Termometar kao brojevni pravac

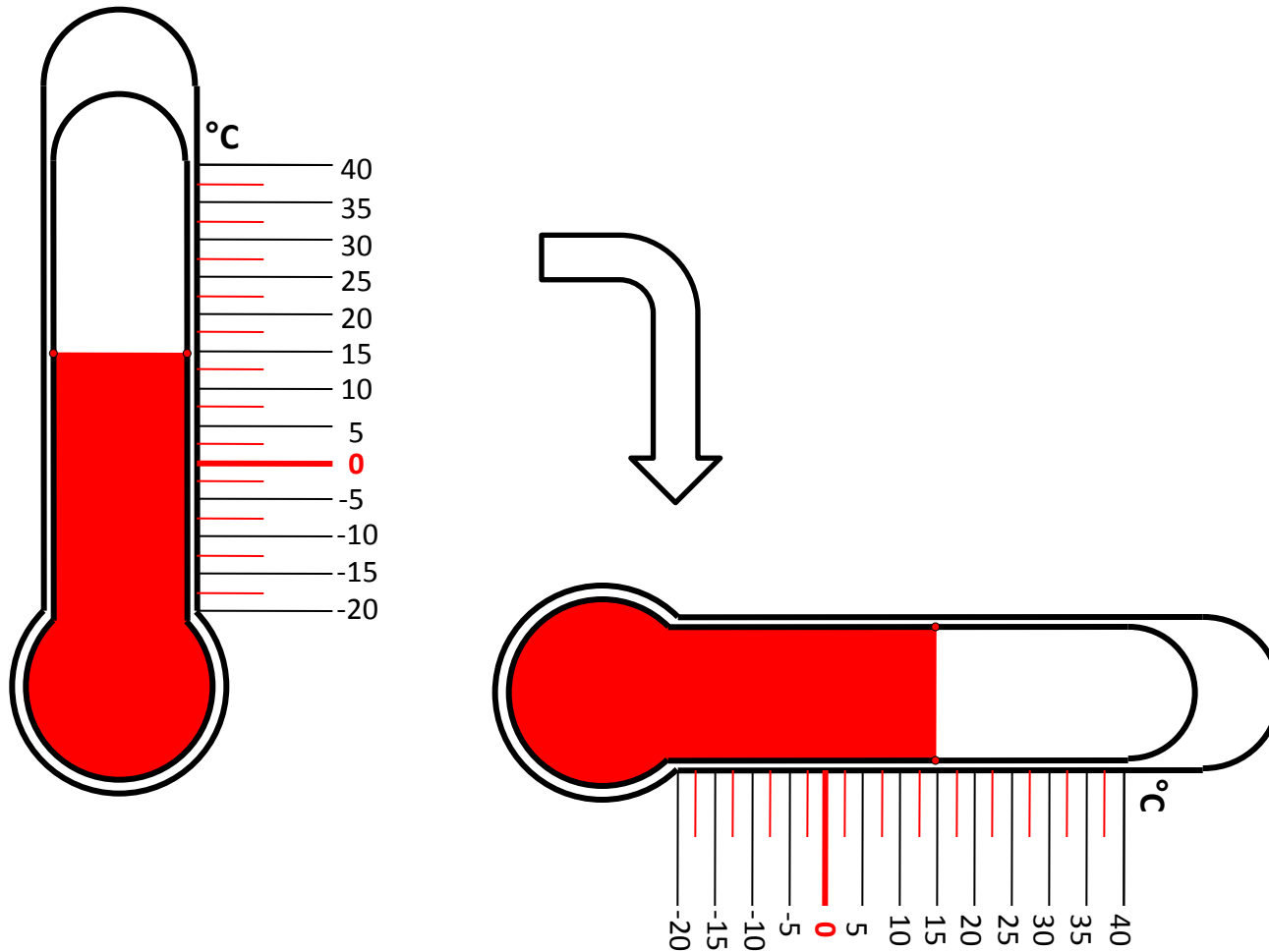
- **Cilj aktivnosti:** učenici će uočiti da se temperature s termometra mogu prikazati na brojevnom pravcu
- **Oblik rada:** frontalni rad
- **Potrebni materijal:** kartonski model termometra
- **Tijek aktivnosti:**

Nastavnik će uspravni kartonski model termometra zarotirati za 90° oko njegovog ruba u horizontalni položaj.

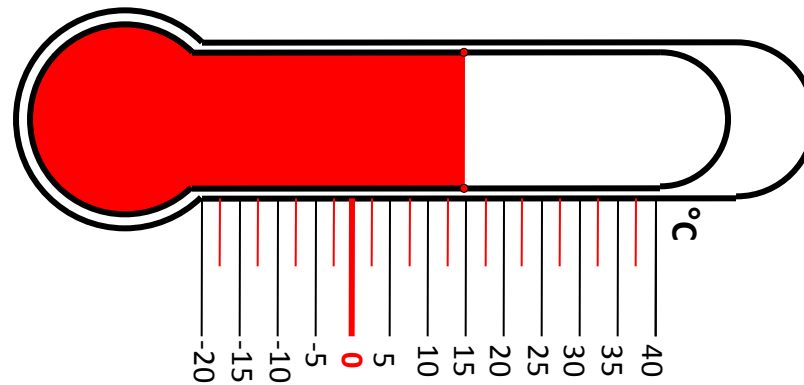
Učenici će promatrati kako model termometra postaje brojevni pravac.



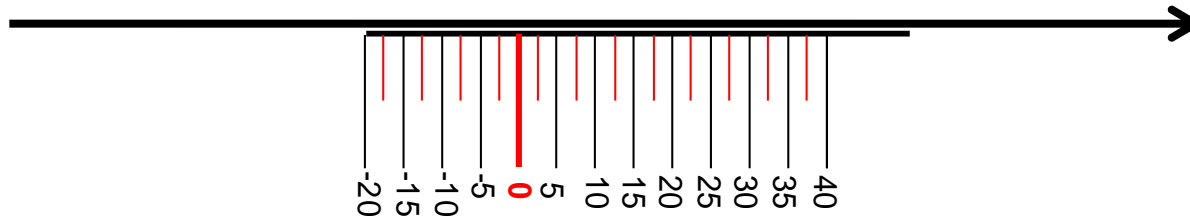
Aktivnost – Termometar kao brojevni pravac



Aktivnost – Termometar kao brojevni pravac

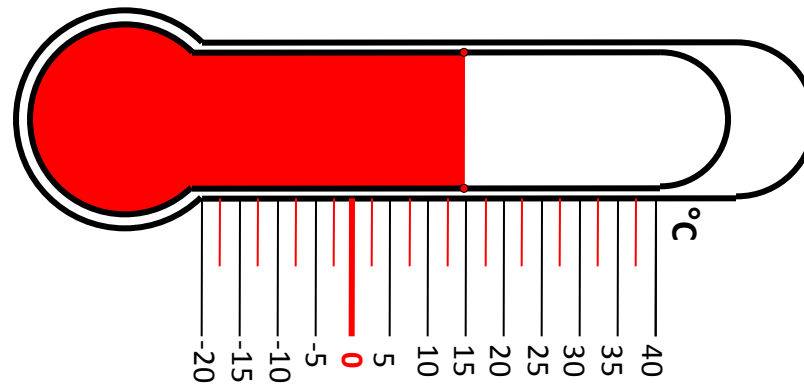


Temperature na termometru!

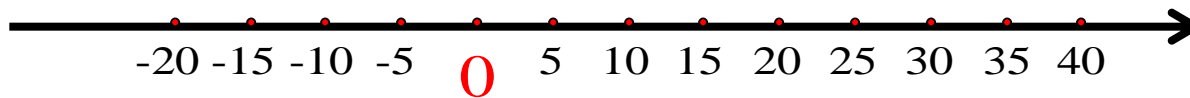


Temperature na brojevnom pravcu!

Aktivnost – Termometar kao brojevni pravac



Temperature na termometru!



Temperature na brojevnom pravcu!

Aktivnost – Termometar kao brojevni pravac

- **Diskusija:**

Na što vas asocira polegnuti termometar? **Asocira nas na brojevni pravac.**

Možemo li i na polegnutom termometru očitati pozitivne i negativne temperature? **Možemo.**

Gdje se, s obzirom na nulu, na **polegnutom termometru** nalaze pozitivne temperature? **Pozitivne temperature nalaze se desno od nule.**

Gdje se, s obzirom na nulu, na **polegnutom termometru** nalaze negativne temperature? **Negativne temperature nalaze se lijevo od nule.**



Aktivnost – Termometar kao brojevni pravac

- **Diskusija:**

Gdje se, s obzirom na nulu, na **brojevnom pravcu** nalaze pozitivni, a gdje negativni brojevi?

Isto kao i na polegnutom termometru. Na brojevnom pravcu se pozitivni brojevi nalaze desno od nule, a negativni lijevo od nule.

- **Zaključak aktivnosti:**

Točkama brojevnog pravca, osim pozitivnih brojeva, možemo pridružiti i negativne brojeve.



Aktivnost – Termometar kao brojevni pravac

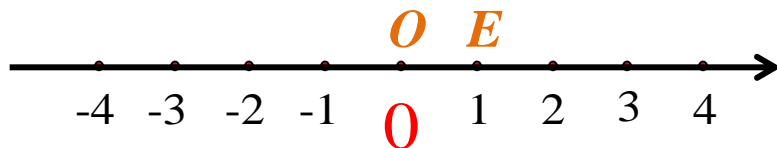
Točku kojoj je, na brojevnom pravcu, pridružen broj 0 nazivamo **ishodište** brojevnog pravca.

Dužina \overline{OE} naziva se **jedinična dužina** brojevnog pravca.

Svaka dva susjedna cijela broja na brojevnom su pravcu udaljena točno jednu jediničnu duljinu.

Desno od ishodišta nalaze se točke kojima su pridruženi **pozitivni** cijeli brojevi.

Lijevo od ishodišta nalaze se točke kojima su pridruženi **negativni** cijeli brojevi.



Aktivnost – Termometar kao brojevni pravac

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- izražavati ideje i znanje jasnim govornim i matematičkim jezikom

(Povezivanje)

- uspostavljati i razumjeti veze i odnose među matematičkim objektima, prikazima i postupcima
- povezivati matematiku s vlastitim iskustvom, svakodnevnim životom u kući i zajednici

(Rješavanje problema i matematičko modeliranje)

- izgrađivati novo matematičko znanje modeliranjem situacije

II. Matematički koncepti

(Algebra i funkcije)

- prikazati cijele brojeve na brojevnom pravcu s prikladnom jediničnom dužinom



Aktivnost – Smještanje cijelih brojeva na brojevni pravac

- **Cilj aktivnosti:** učenici će smjestiti cijele brojeve na brojevni pravac
- **Oblik rada:** individualni rad
- **Potrebni materijal:** nastavni listići
- **Tijek aktivnosti:**

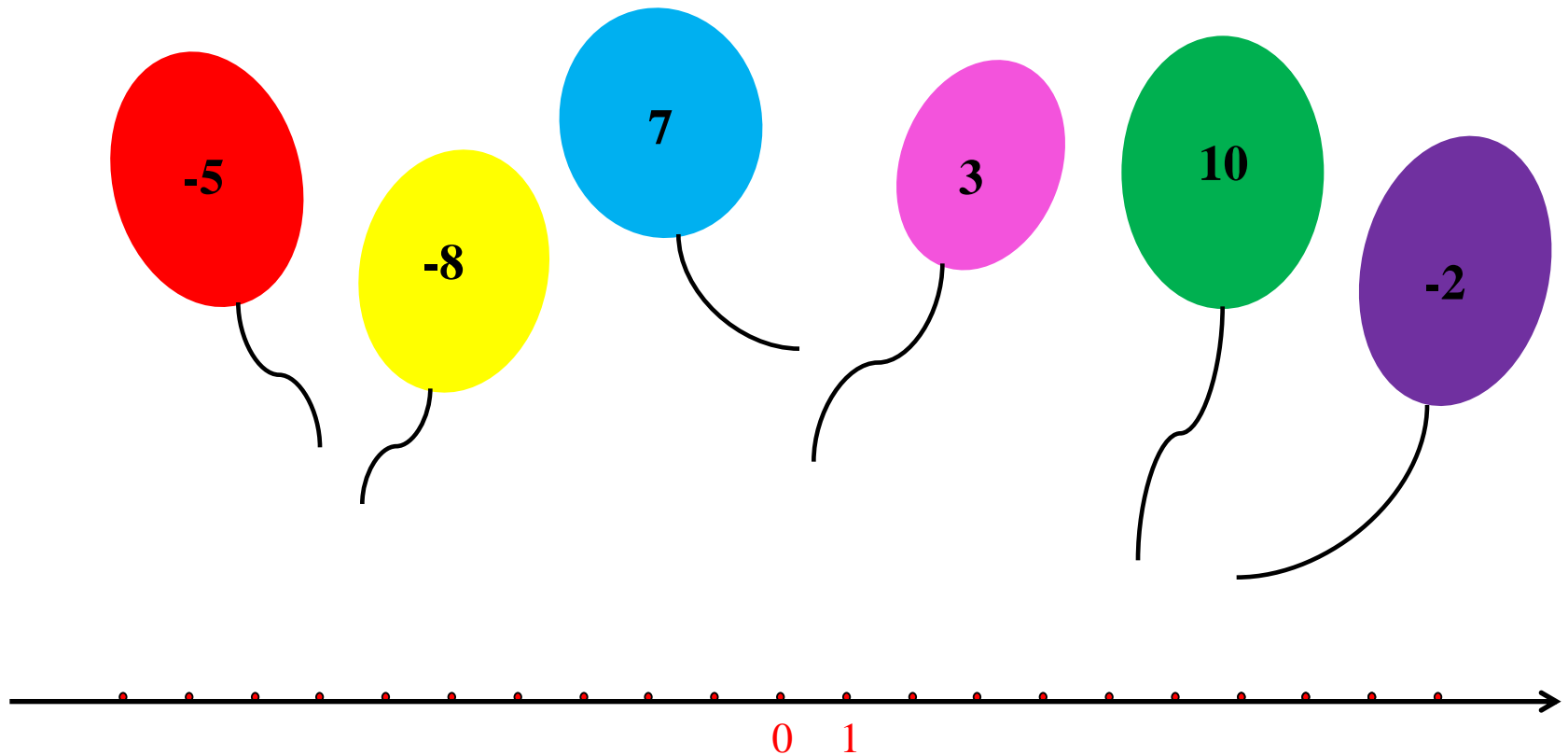
Nastavnik će podijeliti nastavne listiće sa zadatkom.

Učenici će smjestiti zadane brojeve na brojevni pravac.



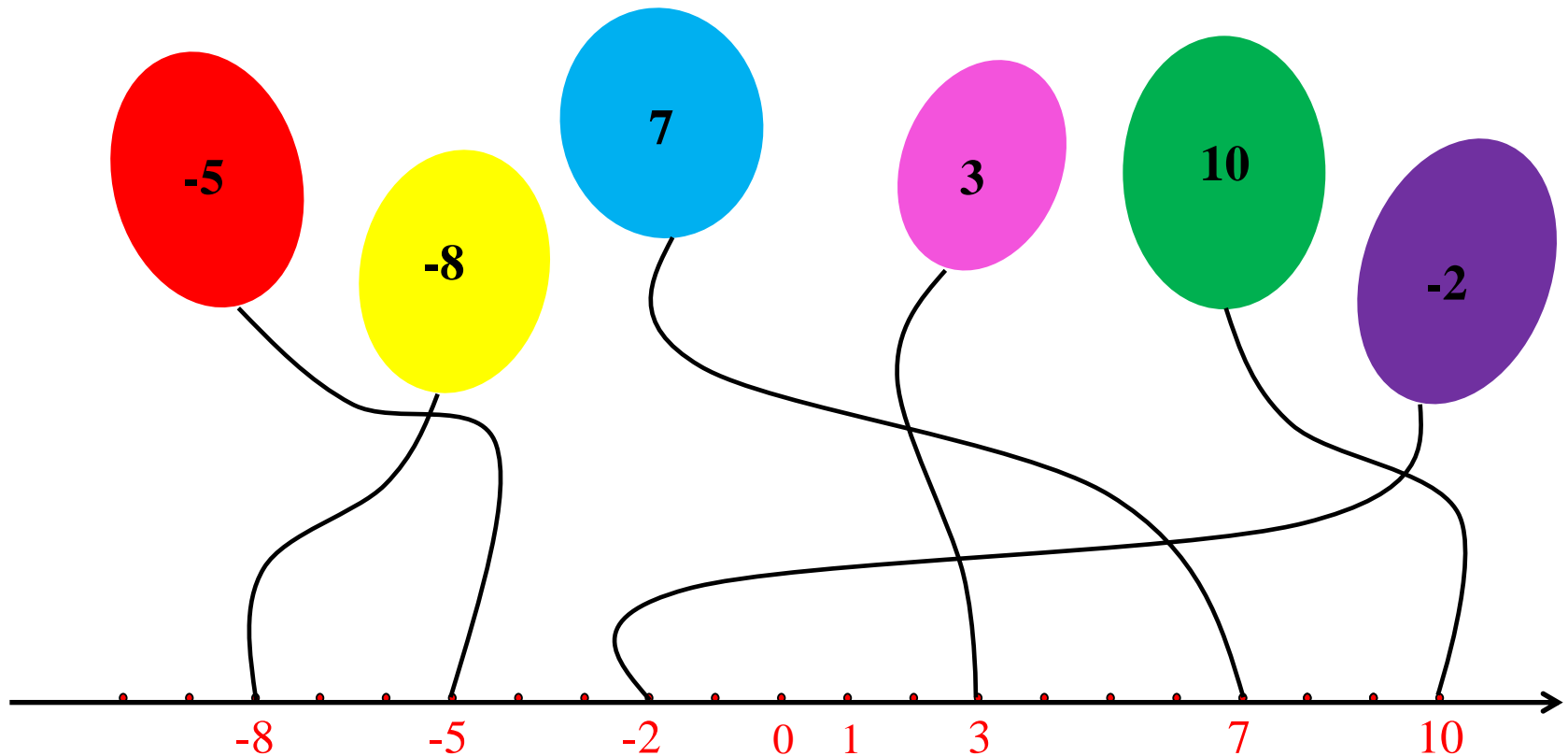
Aktivnost – Smještanje cijelih brojeva na brojevni pravac

- **Zadatak:**



Aktivnost – Smještanje cijelih brojeva na brojevni pravac

- Rješenje:

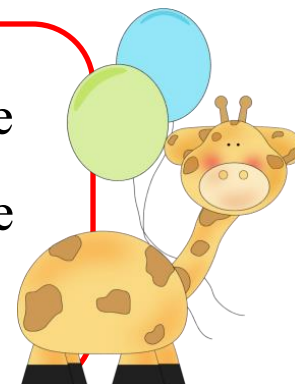


Aktivnost – Smještanje cijelih brojeva na brojevni pravac

- Diskusija i zaključak:**

Na koji način ste odredili gdje ćete smjestiti zadane brojeve na brojevni pravac?

Brojeve smještamo na brojevni pravac brojeći jedinične dužine, za pozitivne brojeve udesno od 0, a za negativne brojeve ulijevo od 0.



Jeste li mogli zadane brojeve smjestiti nekako drugačije na brojevni pravac? **Ne, jer svaki broj ima jedinstven prikaz na brojevnom pravcu.**

Aktivnost – Smještanje cijelih brojeva na brojevni pravac

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- prikazivati matematičke ideje i rješenja riječima, crtežima, brojevima i misaono
- izražavati ideje i rezultate jasnim govornim i matematičkim jezikom

(Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)

- obrazlagati odabir matematičkih postupaka i utvrđivati smislenost dobivenoga rezultata

(Rješavanje problema i matematičko modeliranje)

- analizirati problem, planirati njegovo rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih postupaka, rješavati ga te ga protumačiti

II. Matematički koncepti

(Algebra i funkcije)

- prikazati cijele brojeve na brojevnom pravcu s prikladnom jediničnom dužinom

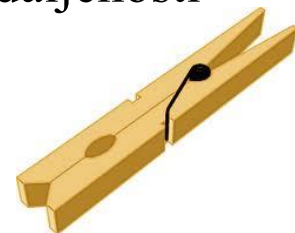


Aktivnost – Smještanje cijelih brojeva (kvačica) na brojevni pravac (špagu) (1)

- **Cilj aktivnosti:** učenici će smjestiti kvačice, na kojima su napisani cijeli brojevi, na špagu koja predstavlja brojevni pravac
- **Oblik rada:** frontalni
- **Potrebni materijal:** špaga, kvačice s napisanim brojevima
- **Tijek aktivnosti:**

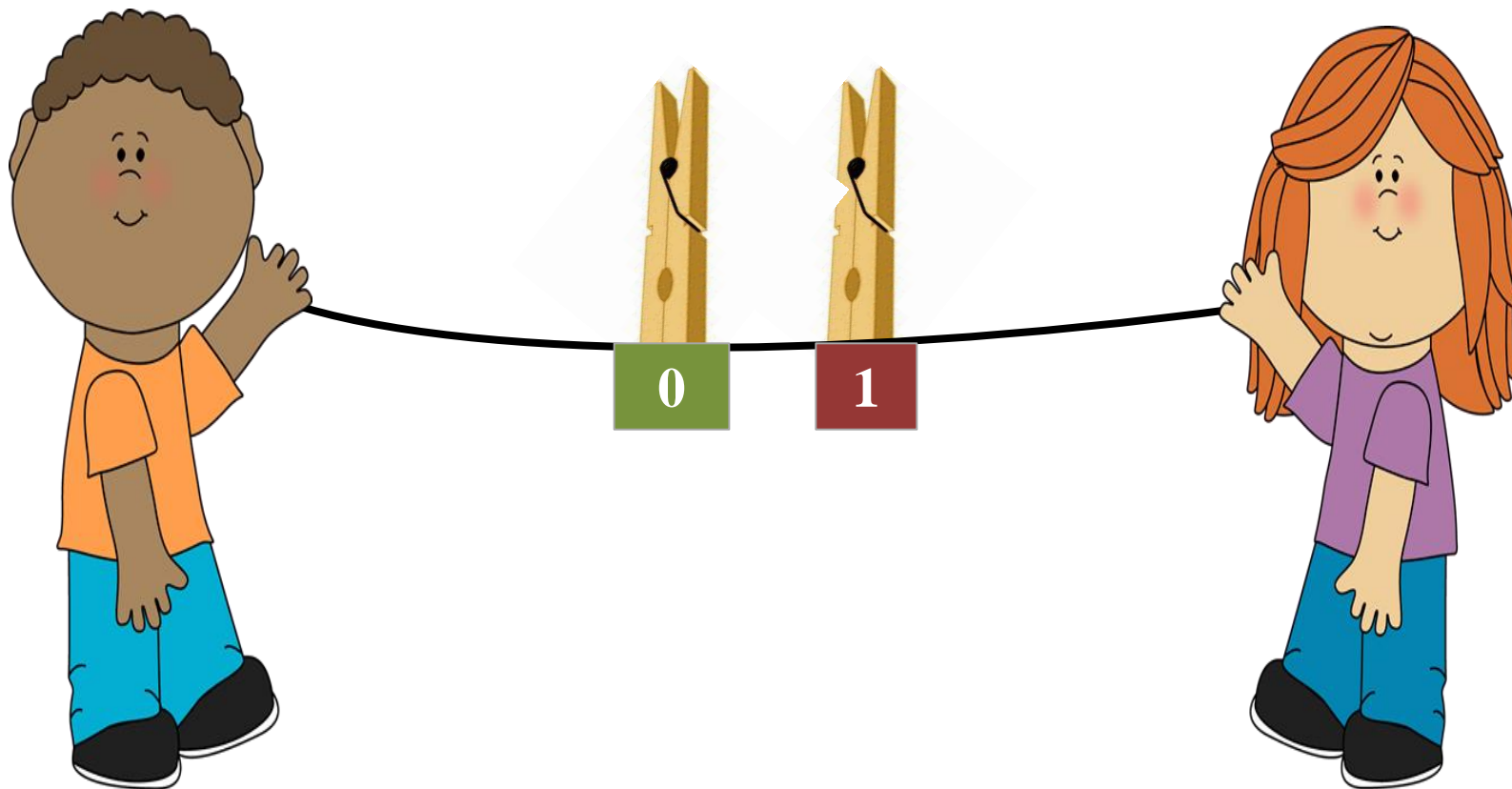
Nastavnik će izabrati dva učenika koji će držati špagu na kojoj su označena dva broja, 0 i 1.

Učenici će, jedan po jedan, uzimati kvačice sa brojevima (brojevi u rasponu od - 10 do 10) iz kutije i smještati ih na špagu, na odgovarajuće udaljenosti od nule.



Aktivnost – Smještanje cijelih brojeva (kvačica) na brojevni pravac (špagu) (1)

- Tijek aktivnosti:



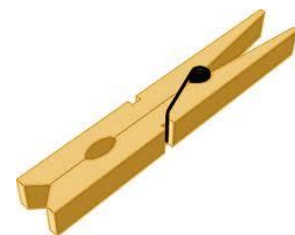
Aktivnost – Smještanje cijelih brojeva (kvačica) na brojevni pravac (špagu) (1)

- **Diskusija i zaključak:**

Na koji način ste odredili gdje ćete smjestiti zadane brojeve na brojevni pravac?

Brojeve smještamo na brojevni pravac mjereći jedinične dužine, za pozitivne brojeve u desno od 0, a za negativne brojeve u lijevo od 0.

Jeste li mogli zadane brojeve smjestiti nekako drugačije na brojevni pravac? **Ne, jer svaki broj ima jedinstven prikaz na brojevnom pravcu.**



Aktivnost – Smještanje cijelih brojeva (kvačica) na brojevni pravac (špagu) (1)

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- prikazivati matematičke ideje i rješenja riječima, crtežima, brojevima i misaono
- izražavati ideje i rezultate jasnim govornim i matematičkim jezikom

(Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)

- obrazlagati odabir matematičkih postupaka i utvrđivati smislenost dobivenoga rezultata

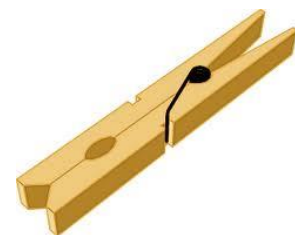
(Rješavanje problema i matematičko modeliranje)

- analizirati problem, planirati njegovo rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih postupaka, rješavati ga te ga protumačiti

II. Matematički koncepti

(Algebra i funkcije)

- prikazati cijele brojeve na brojevnom pravcu s prikladnom jediničnom dužinom

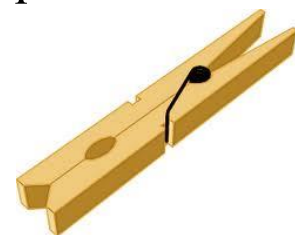


Aktivnost – Smještanje cijelih brojeva (kvačica) na brojevni pravac (špagu) (2)

- **Cilj aktivnosti:** učenici će smjestiti kvačice, na kojima su napisani cijeli brojevi, na špagu koja predstavlja brojevni pravac
- **Oblik rada:** frontalni
- **Potrebni materijal:** špaga, kvačice s napisanim brojevima
- **Tijek aktivnosti:**

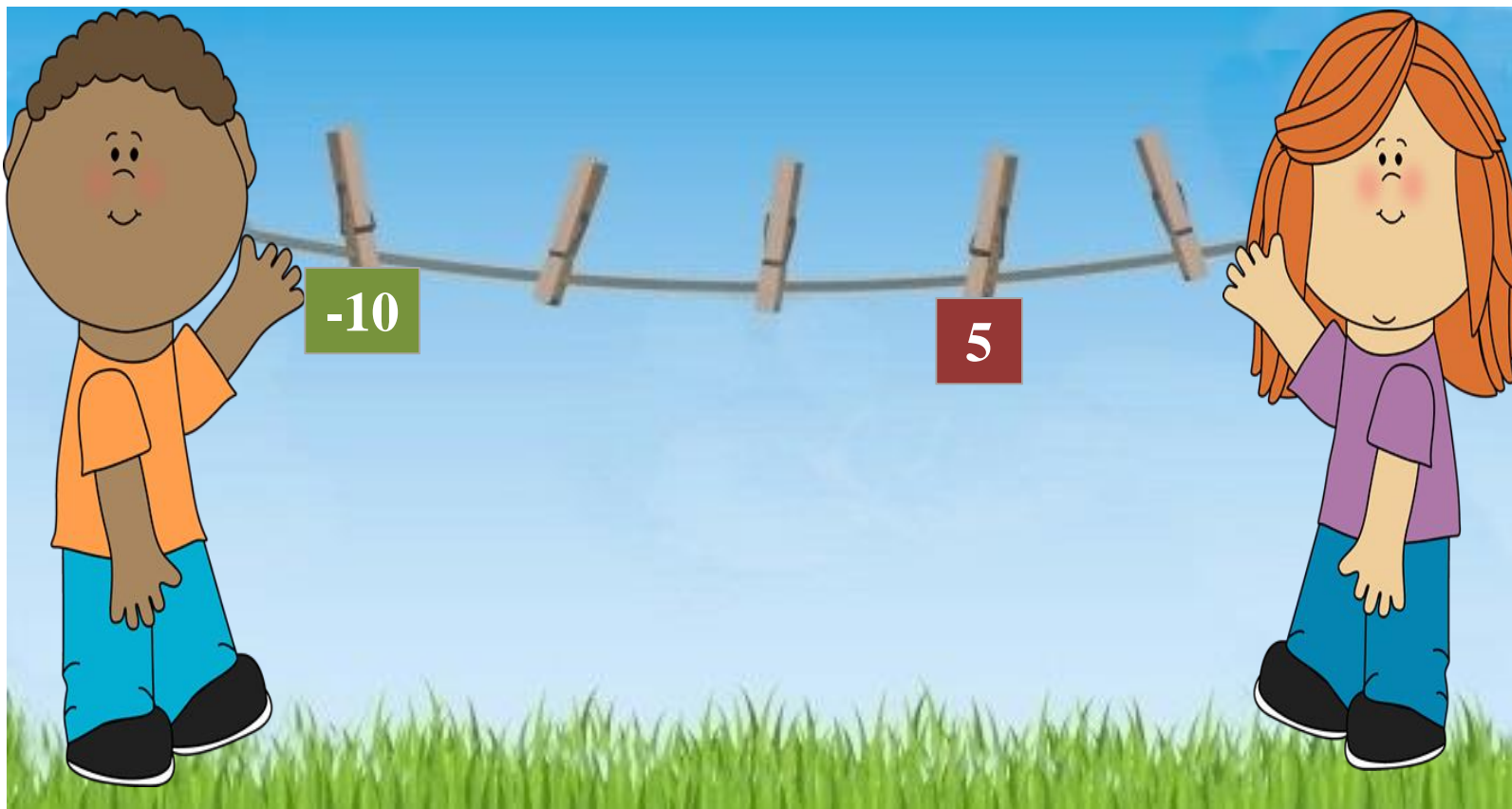
Nastavnik će izabrati dva učenika koji će držati špagu na kojoj su zavezani jednako udaljeni čvorovi (udaljenost dva čvora predstavlja duljinu jedinične dužine). Na špagi su označena tri broja.

Učenici će, jedan po jedan, uzimati kvačice sa brojevima iz kutije i smještati ih na špagu, na odgovarajući čvor.



Aktivnost – Smještanje cijelih brojeva (kvačica) na brojevni pravac (špagu) (2)

- Tijek aktivnosti:



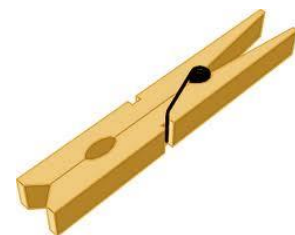
Aktivnost – Smještanje cijelih brojeva (kvačica) na brojevni pravac (špagu) (2)

- **Diskusija i zaključak:**

Na koji način ste odredili gdje ćete smjestiti zadane brojeve na brojevni pravac?

Brojeve smještamo na brojevni pravac brojeći jedinične dužine, za pozitivne brojeve u desno od 0, a za negativne brojeve u lijevo od 0.

Jeste li mogli zadane brojeve smjestiti nekako drugačije na brojevni pravac? **Ne, jer svaki broj ima jedinstven prikaz na brojevnom pravcu.**



Aktivnost – Smještanje cijelih brojeva (kvačica) na brojevni pravac (špagu) (2)

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- prikazivati matematičke ideje i rješenja riječima, crtežima, brojevima i misaono
- izražavati ideje i rezultate jasnim govornim i matematičkim jezikom

(Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)

- obrazlagati odabir matematičkih postupaka i utvrđivati smislenost dobivenoga rezultata

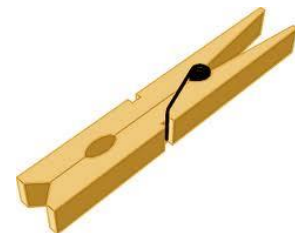
(Rješavanje problema i matematičko modeliranje)

- analizirati problem, planirati njegovo rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih postupaka, rješavati ga te ga protumačiti

II. Matematički koncepti

(Algebra i funkcije)

- prikazati cijele brojeve na brojevnom pravcu s prikladnom jediničnom dužinom

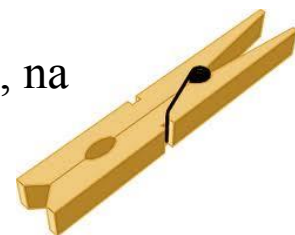


Aktivnost – Smještanje cijelih brojeva (kvačica) na brojevni pravac (špagu) (3)

- **Cilj aktivnosti:** učenici će smjestiti kvačice, na kojima su napisani cijeli brojevi, na špagu koja predstavlja brojevni pravac
- **Oblik rada:** frontalni
- **Potrebni materijal:** špaga, kvačice s napisanim brojevima
- **Tijek aktivnosti:**

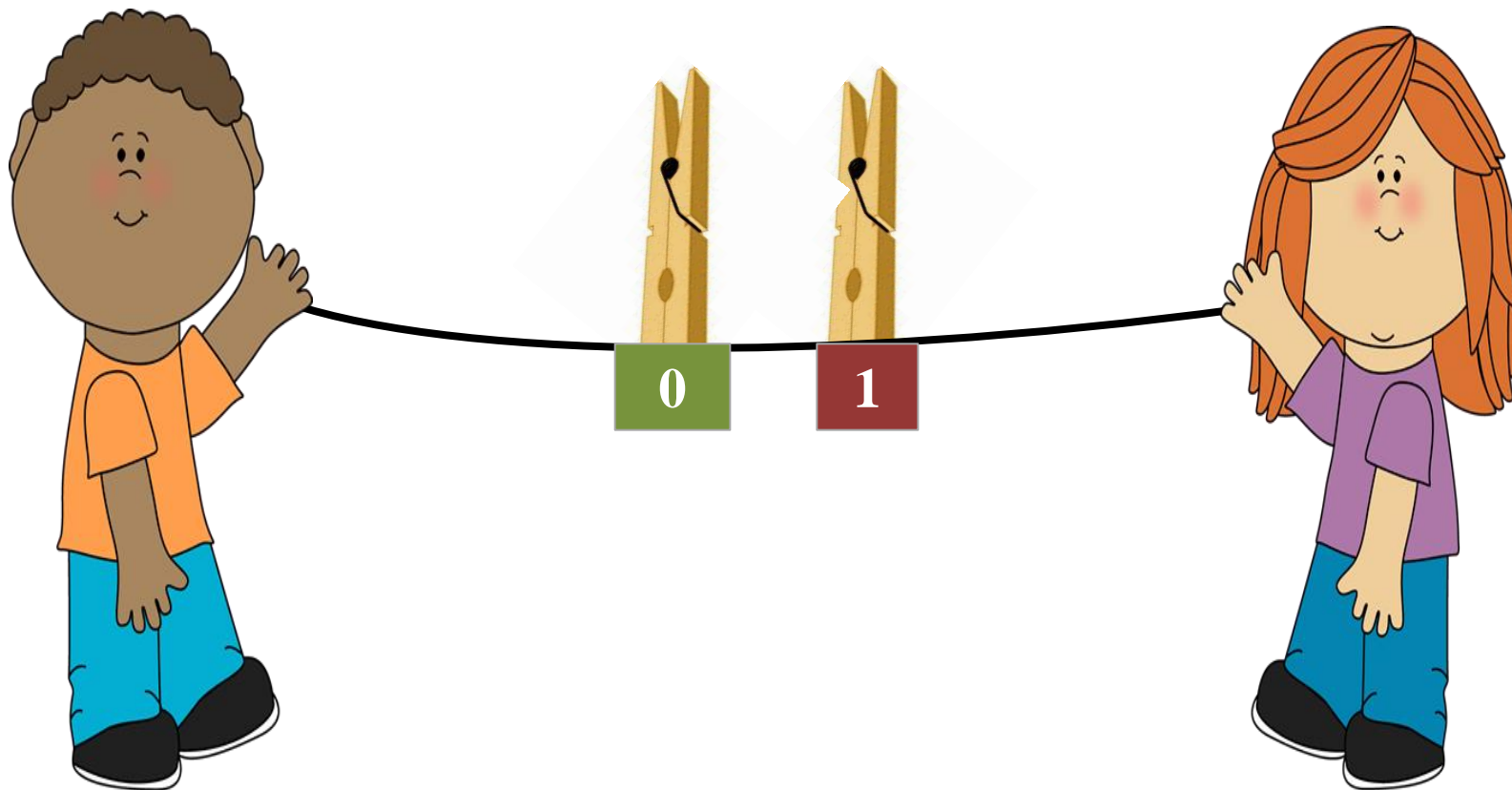
Nastavnik će na ploču napisati raspon brojeva napisanih na kvačicama (više negativnih brojeva nego pozitivnih brojeva, npr. u rasponu od -6 do 3) koje će učenici morati smjestiti na špagu. Nastavnik će izabrati dva učenika koji će držati špagu i jednog učenika koji će uzimajući u obzir raspon zadanih brojeva odrediti jediničnu dužinu smještanjem kvačica s brojevima 0 i 1 .

Učenici će, jedan po jedan, uzimati kvačice iz kutije i smještati ih na špagu, na odgovarajuće udaljenosti od nule.



Aktivnost – Smještanje cijelih brojeva (kvačica) na brojevni pravac (špagu) (3)

- Tijek aktivnosti:



Aktivnost – Smještanje cijelih brojeva (kvačica) na brojevni pravac (špagu) (3)

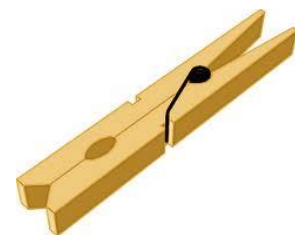
- **Diskusija i zaključak:**

Na koji način ste odredili gdje ćete smjestiti zadane brojeve na brojevni pravac?

Brojeve smještamo na brojevni pravac mjereći jedinične dužine, za pozitivne brojeve u desno od 0, a za negativne brojeve u lijevo od 0.

Je li procjena jedinične dužine koju je odredio prvi učenik bila dobro određena s obzirom na zadane brojeve?

Ukoliko je odgovor **ne**, u čemu je učenik pogriješio (je li jedinična dužina bila premala ili prevelika)?



Aktivnost – Smještanje cijelih brojeva (kvačica) na brojevni pravac (špagu) (3)

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- prikazivati matematičke ideje i rješenja riječima, crtežima, brojevima i misaono
- izražavati ideje i rezultate jasnim govornim i matematičkim jezikom

(Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)

- obrazlagati odabir matematičkih postupaka i utvrđivati smislenost dobivenoga rezultata

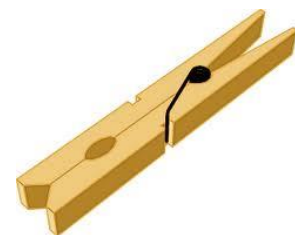
(Rješavanje problema i matematičko modeliranje)

- analizirati problem, planirati njegovo rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih postupaka, rješavati ga te ga protumačiti

II. Matematički koncepti

(Algebra i funkcije)

- prikazati cijele brojeve na brojevnom pravcu s prikladnom jediničnom dužinom



Aktivnost – Očitavanje cijelih brojeva s brojevnog pravca

- **Cilj aktivnosti:** učenici će očitati brojeve s brojevnog pravca
- **Oblik rada:** individualni rad
- **Potrebni materijal:** nastavni listići
- **Tijek aktivnosti:**

Nastavnik će podijeliti nastavne listiće sa zadacima.

Učenici će rješavati zadatke s listića.

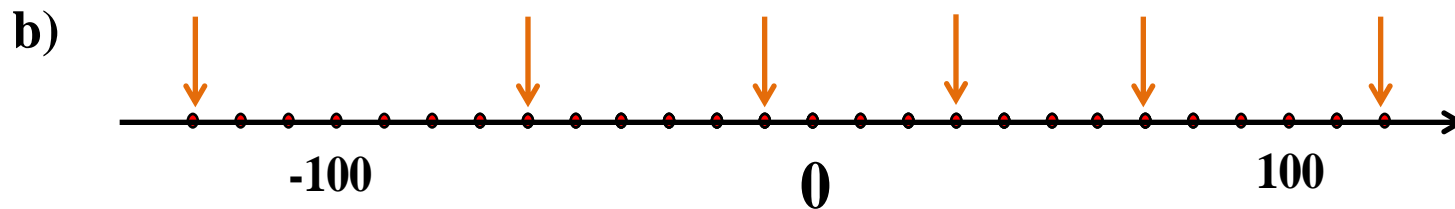
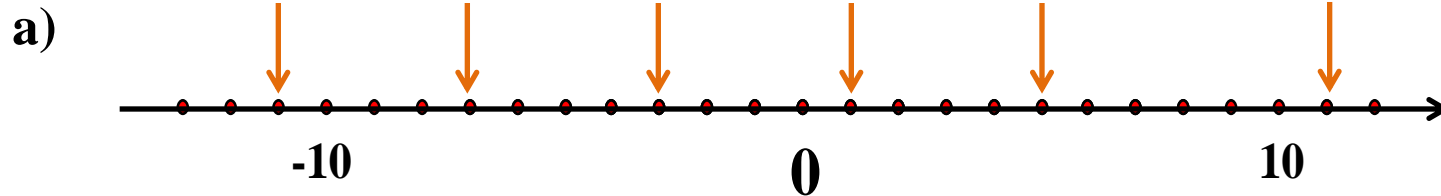


Aktivnost – Očitavanje cijelih brojeva s brojevnog pravca

- Zadatak:**

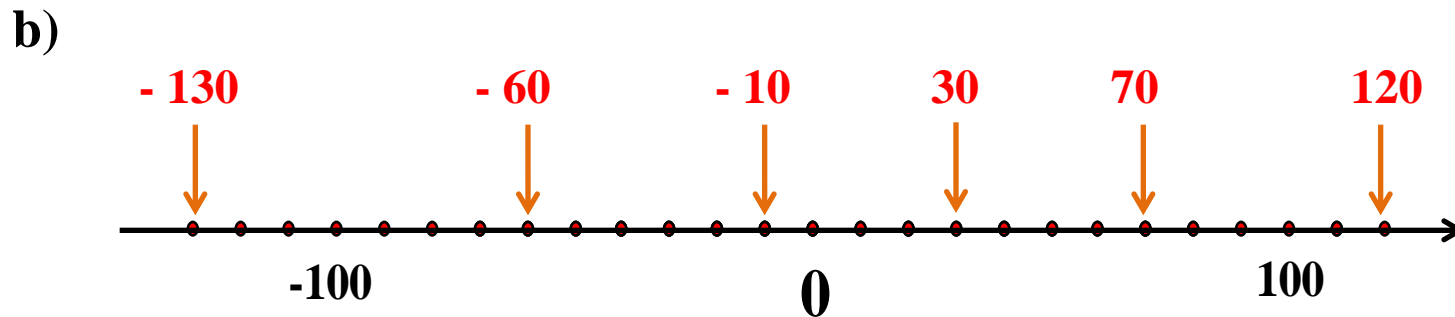
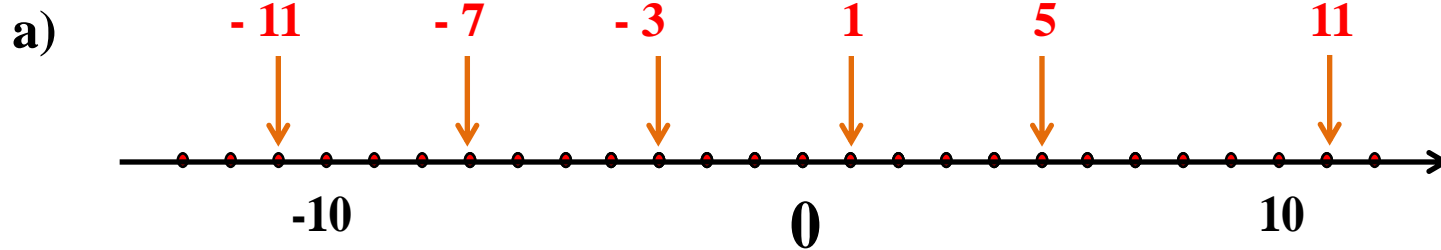
Koji su brojevi na brojevnom pravcu označeni narančastom strelicom?

Zapiši ih redom na radni listić iznad odgovarajućih strelica.



Aktivnost – Očitavanje cijelih brojeva s brojevnog pravca

- Rješenje:.



Aktivnost – Očitavanje cijelih brojeva s brojevnog pravca

- **Diskusija:**

Po čemu se razlikuje pravac iz zadatka a) od pravca u zadatku b)?

Brojevni pravci imaju jedinične dužine različitih duljina.

Koliko je puta duljina jedinične dužine u b) zadatku manja od duljine jedinične dužine u a) zadatku?

Duljina jedinične dužine u b) zadatku je deset puta manja od duljine jedinične dužine u a) zadatku.



Aktivnost – Očitavanje cijelih brojeva s brojevnog pravca

- **Zaključak aktivnosti:**

Jediničnu dužinu određujemo ovisno o brojevima koje želimo istaknuti na brojevnom pravcu.



Aktivnost – Očitavanje cijelih brojeva s brojevnog pravca

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- izražavati ideje i rezultate jasnim govornim i matematičkim jezikom

(Povezivanje)

- uspostavljati i razlikovati veze i odnose među matematičkim objektima i prikazima

(Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)

- obrazlagati odabir matematičkih postupaka i utvrđivati smislenost dobivenoga rezultata

(Rješavanje problema i matematičko modeliranje)

- analizirati problem, planirati njegovo rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih postupaka, rješavati da te ga protumačiti

II. Matematički koncepti

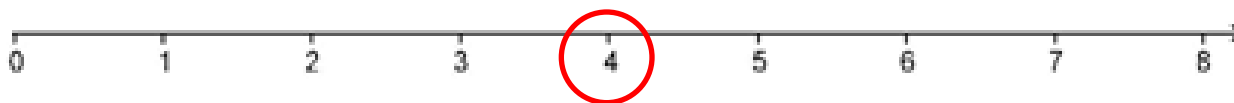
(Brojevi)

- pročitati (očitati) cijele brojeve



Neposredni prethodnik i sljedbenik prirodnog broja

- Prisjetimo se neposrednog prethodnika i sljedbenika prirodnog broja.
- **Primjer:**



Koji je neposredni prethodnik broja 4? **Broj 3.**

Koji je neposredni sljedbenik broja 4? **Broj 5.**



- **Zaključak:**

Neposredni **prethodnik** prirodnog broja je prvi prirodni broj koji se nalazi lijevo od njega na brojevnom pravcu.

Neposredni **sljedbenik** prirodnog broja je prvi prirodni broj koji se nalazi desno od njega na brojevnom pravcu.

Aktivnost – **Neposredni prethodnik i sljedbenik**

- **Cilj aktivnosti:** učenici će, očitavajući s brojevnog pravca, odrediti neposredni prethodnik i sljedbenik danog cijelog broja
- **Oblik rada:** individualni rad
- **Potrebni materijal:** nastavni listići
- **Tijek aktivnosti:**

Nastavnik će podijeliti nastavne listiće na kojima se nalazi tablica.

Učenici će nacrtati brojevni pravac u svoje bilježnice i pomoću njega popuniti tablicu.



Aktivnost – Neposredni prethodnik i sljedbenik

- Zadatak:**

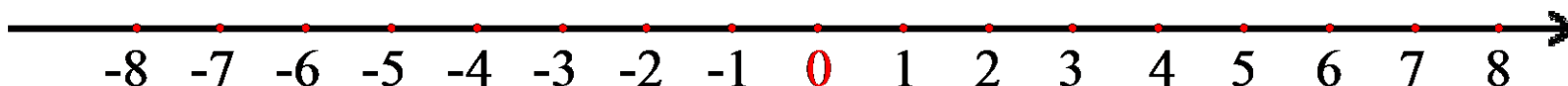
U bilježnicu nacrtaj brojevni pravac kojemu je duljina jedinične dužine 1 cm i uz pomoć brojevnog pravca popuni tablicu.

Neposredni prethodnik	BROJ	Neposredni sljedbenik
	- 5	
- 1		
		2
	- 1	
- 7		
		- 1
	3	



Aktivnost – Neposredni prethodnik i sljedbenik

- Rješenje:



Neposredni prethodnik	BROJ	Neposredni sljedbenik
- 6	- 5	- 4
- 1	0	1
0	1	2
- 2	- 1	0
- 7	- 6	- 5
- 3	- 2	- 1
2	3	4



Aktivnost – **Neposredni prethodnik i sljedbenik**

- **Diskusija:**

Pitanja za učenike:

Gdje se nalazi neposredni prethodnik zadanog broja na brojevnom pravcu?

Gdje se nalazi neposredni sljedbenik zadanog broja na brojevnom pravcu?



Aktivnost – **Neposredni prethodnik i sljedbenik**

- **Zaključak aktivnosti:**

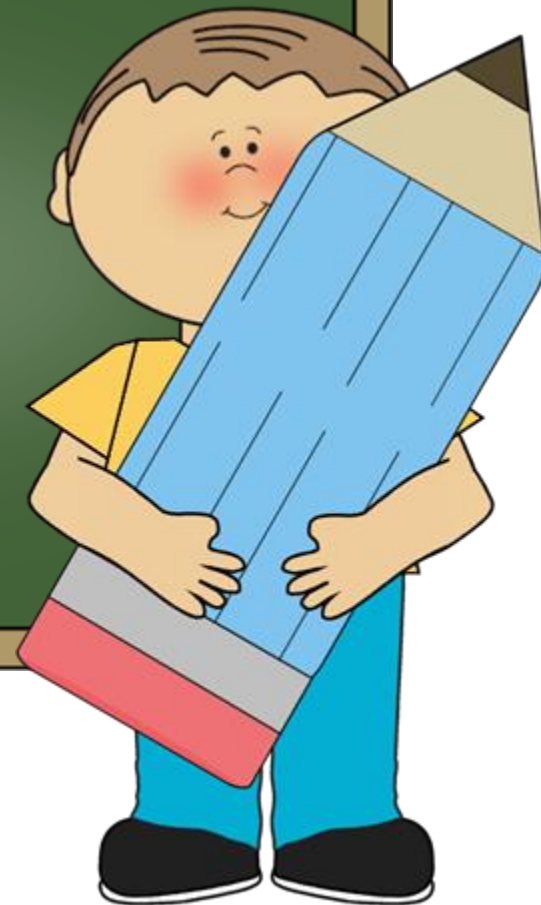
Analogno kao kod prirodnih brojeva zaključujemo:

Neposredni **prethodnik** cijelog broja je prvi cijeli broj koji se nalazi lijevo od njega na brojevnom pravcu.

Neposredni **sljedbenik** cijelog broja je prvi cijeli broj koji se nalazi desno od njega na brojevnom pravcu.

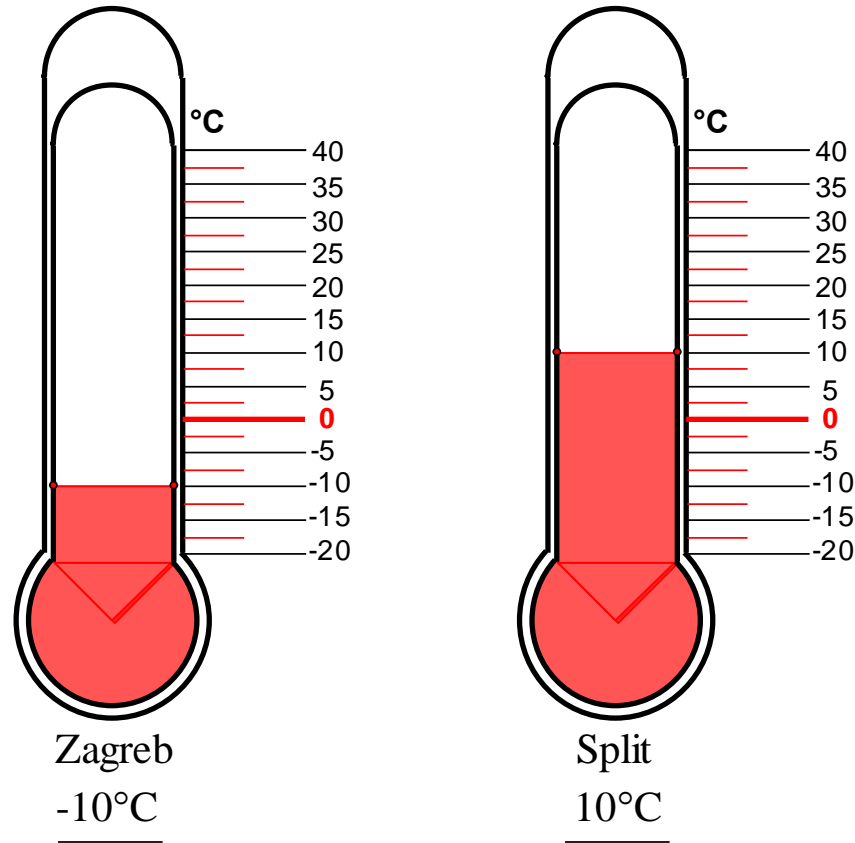


SUPROTNI BROJEVI



Suprotni brojevi na modelima

- Model termometra



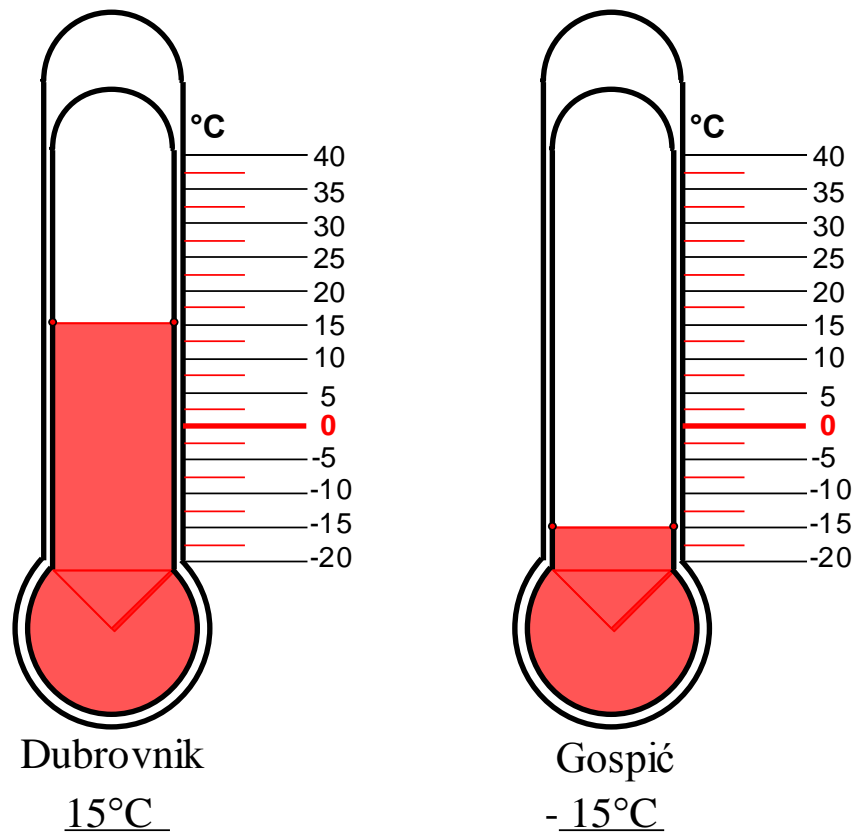
U kakvom su odnosu temperature u Zagrebu i Splitu (s obzirom na 0 °C)? **Temperature u Zagrebu i Splitu su sa suprotnih strana s obzirom na nulu.**

Za koliko se temperatura na prvom termometru treba podići da bi došla do 0°C? **Treba se podići za 10°C.**

Za koliko se temperatura na drugom termometru treba spustiti da bi došla do 0°C? **Treba se spustiti za 10°C.**

Suprotni brojevi na modelima

- Model termometra



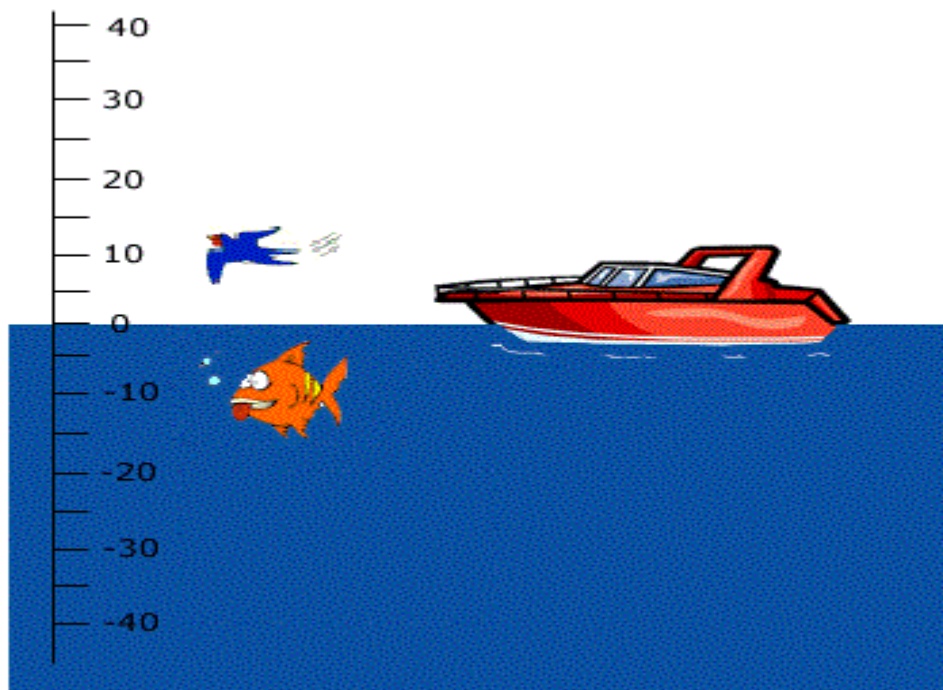
U kakvom su odnosu temperature u Dubrovniku i Gospiću (s obzirom na 0 °C)? **Temperature u Dubrovniku i Gospiću su sa suprotnih strana s obzirom na nulu.**

Za koliko se temperatura na prvom termometru treba spustiti da bi došla do 0°C? **Treba se spustiti za 15°C.**

Za koliko se temperatura na drugom termometru treba podići da bi došla do 0°C? **Treba se podići za 15°C.**

Suprotni brojevi na modelima

- Model nadmorske visine

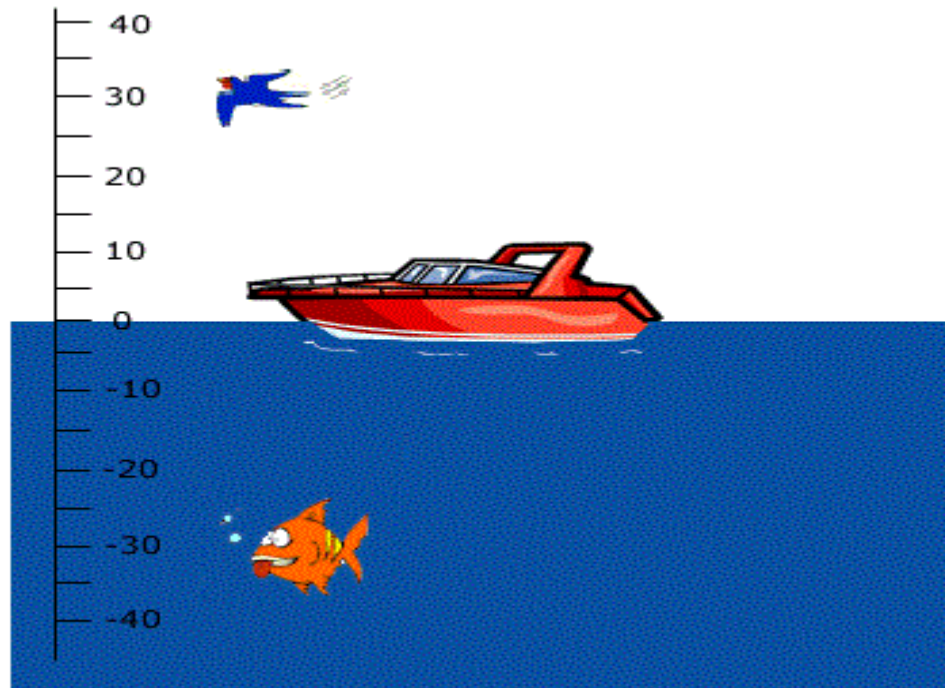


U kakvom su odnosu ptica i riba s obzirom na površinu mora?

Ptica i riba su jednako udaljene od površine mora, ali sa suprotnih strana.

Suprotni brojevi na modelima

- Model nadmorske visine

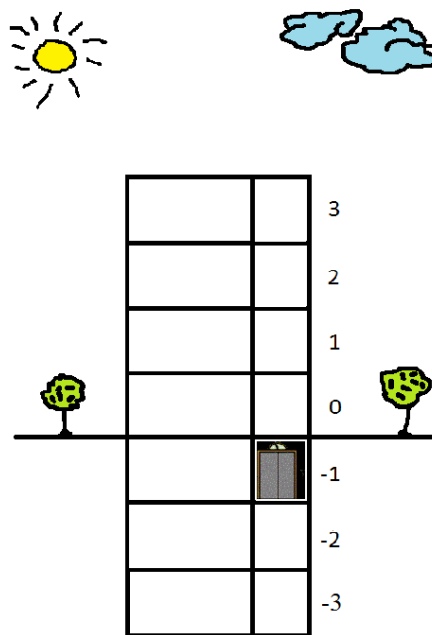
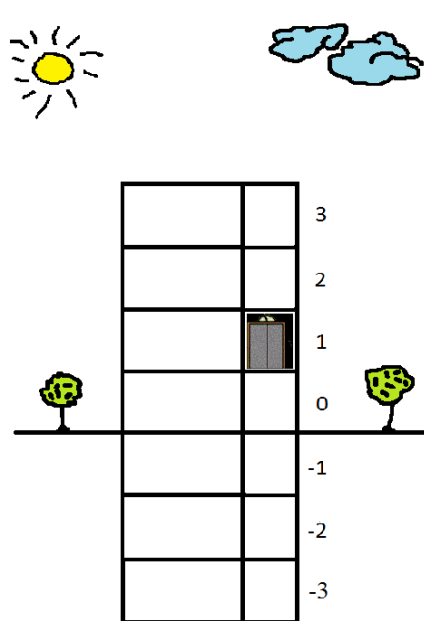


U kakvom su odnosu riba i ptica s obzirom na brodić?

Ptica i riba su međusobno simetrične s obzirom na brodić.

Suprotni brojevi na modelima

- Model lifta

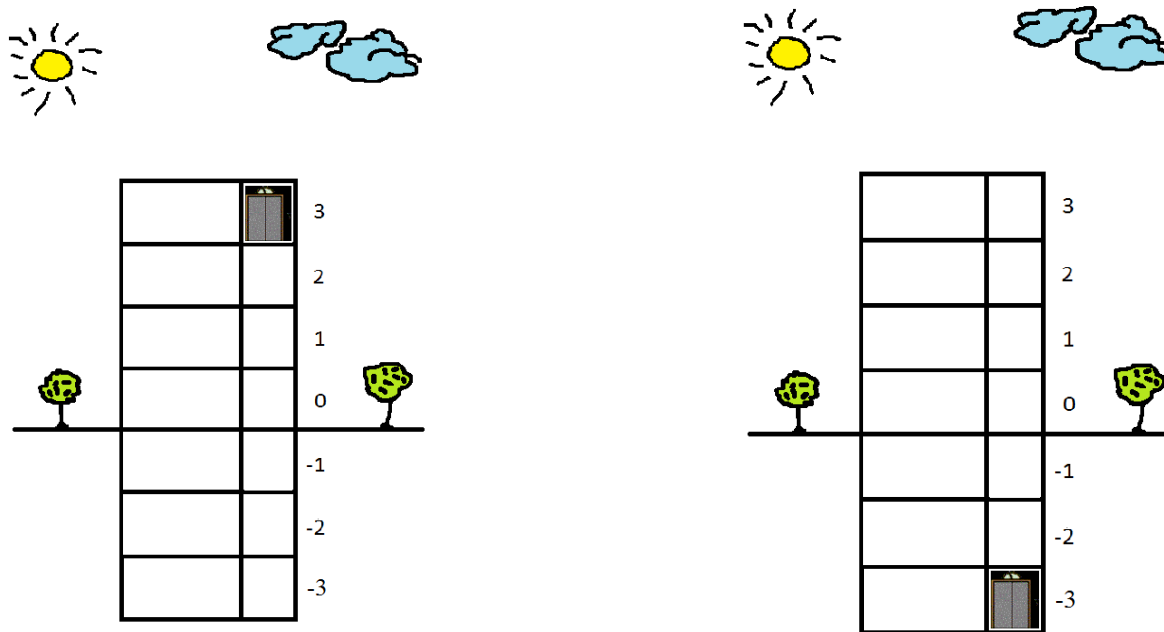


Za koliko se katova treba lift na prvoj slici spustiti da bi došao u prizemlje?

Za koliko se katova treba lift na drugoj slici popeti da bi došao u prizemlje?

Suprotni brojevi na modelima

- Model lifta



Za koliko se katova treba lift na prvoj slici spustiti da bi došao u prizemlje?

Za koliko se katova treba lift na drugoj slici popeti da bi došao u prizemlje?

Suprotni brojevi na modelima

- **Model lifta**

U oba primjera su liftovi s prve i druge slike **bili jednako udaljeni od prizemlja**. Za koliko katova se lift s prve slike spuštao da dođe do prizemlja, toliko se lift s druge slike dizao.

Nalazili su se **na jednakoj udaljenosti, ali sa suprotnih strana prizemlja**.

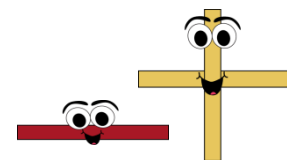
Dakle, imamo parove 1 i -1, 3 i -3. Kako bismo takve brojeve nazvali?

Učenici, na temelju donesenih zaključaka, predlažu naziv za takve brojeve.

Mogući primjeri odgovora su: simetrični brojevi, brojevi jednako udaljeni od nule, **suprotni brojevi**.

Aktivnost – Upoznajmo suprotne brojeve

- **Cilj aktivnosti:** učenici će na modelu papirnatom brojevnog pravca upoznati suprotne brojeve i spoznati načine za što lakše određivanje suprotnih brojeva
- **Oblik rada:** rad u peteročlanim timovima
- **Potrebni materijali:** model papirnatom brojevnog pravca, flomasteri (koji se sporije suše, da ostave otisak), papirići s brojevima



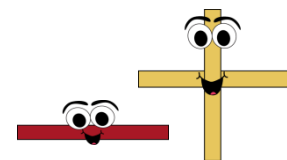
Aktivnost – Upoznajmo suprotne brojeve

- **Tijek aktivnosti:**

Učenici se po izboru podijele u timove po 5 članova. Nastavnik tada svakom timu podijeli po jedan veliki papirnati brojevni pravac, 5 flomastera različite boje i svaki član izvlači po jedan papirić s brojem. Svaki član tima uzima po jedan flomaster.

Na početku aktivnosti nastavnik zadaje učenicima da sve papirnate brojeve pravce presaviju na broju 0.

Prvi član tima iščita broj sa svog papirića i zaokružuje ga na papirnatom brojevnom pravcu.



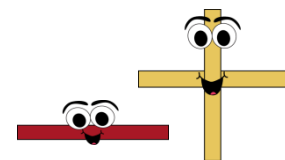
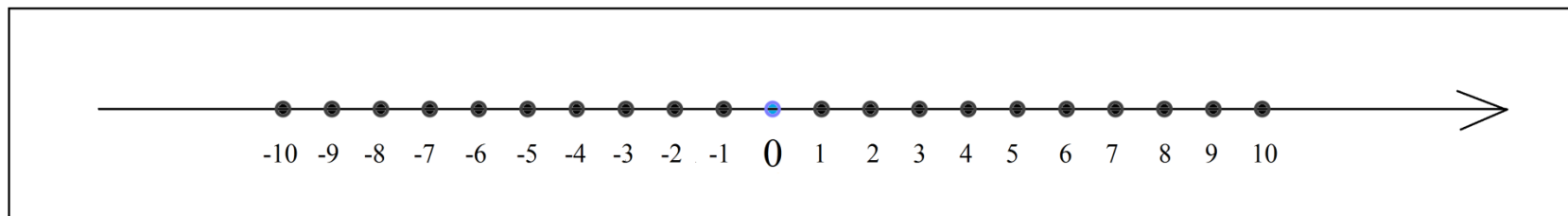
Aktivnost – Upoznajmo suprotne brojeve

- **Tijek aktivnosti:**

Tada se papirnati brojevni pravac presavija i za par trenutaka otklapa.

Nakon otklapanja ostaje trag flomastera na “drugoj polovini” papirnatog pravca.

Ostali članovi tima ponavljaju istu radnju.



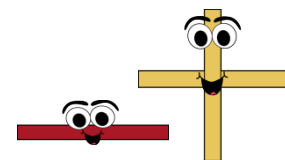
Aktivnost – Upoznajmo suprotne brojeve

- **Diskusija:**

Koji vam je bio zadani broj i koji broj ste dobili nakon savijanja papirnato^g pravca? **Zadani broj je bio 5, nakon savijanja smo dobili -5.**

Po čemu se razlikuju ta dva broja? **Po predznaku. Jedan ima minus ispred sebe, drugi nema.**

U čemu se podudaraju brojevi u svakom paru? **Jednako su udaljeni od 0, ali jedan od njih je negativan, a drugi pozitivan.**



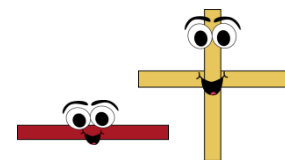
Aktivnost – Upoznajmo suprotne brojeve

- **Diskusija:**

Potrebno je dobiti nekoliko odgovora na prvo pitanje da bismo mogli pitati uočavaju li neku pravilnost kod tih parova brojeva.

Učenici uočavaju:

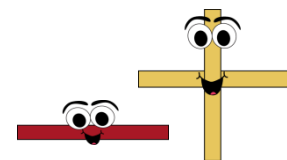
- zadani i dobiveni brojevi se nalaze na jednakoj udaljenosti od 0 i sa suprotnih strana, tj. broj smješten simetrično broju z s obzirom na nulu na brojevnom pravcu je njegov suprotan broj
- suprotni brojevi dolaze u paru



Aktivnost – Upoznajmo suprotne brojeve

- **Zaključak:**

Cijeli brojevi smješteni na pravcu simetrično u odnosu na nulu,
međusobno su **suprotni brojevi**.



Aktivnost – Upoznajmo suprotne brojeve

- **Pitanja:**

Koji je suprotan broj broju 5 i kako ga zapisujemo?

Suprotan broj broju 5 je broj -5 .

Koji je suprotan broj broju n i kako ga zapisujemo?

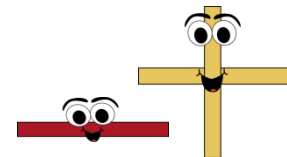
Suprotan broj broju n je broj $-n$.

Što označava $-(-n)$?

$-(-n)$ označava suprotan broj broja $-n$.

Koji je suprotan broj broju -5 i kako ga zapisujemo? Čemu je on jednak?

Suprotan broj broju -5 je broj 5, zapisujemo ga $-(-5) = 5$. Dakle, jednak je 5.



Aktivnost – Upoznajmo suprotne brojeve

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- odabrati i primijeniti prikladan prikaz u skladu s razmatranom situacijom, povezati različite prikaze i prelaziti s jednih na druge
- izraziti ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom

(Povezivanje)

- usporediti, grupirati i klasificirati objekte i pojave prema određenom kriteriju

(Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)

- postavljati matematički svojstvena pitanja (Kako ćemo odrediti? Ima li rješenja smisla? Postoji li više rješenja?)

(Rješavanje problema i matematičko modeliranje)

- izgrađivati novo matematičko znanje rješavanjem problema

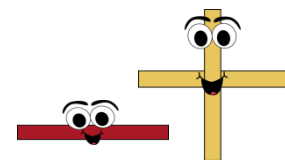
II. Matematički koncepti

(Brojevi)

- pročitati i usporediti cijele brojeve

(Algebra i funkcije)

- uočiti pravilnosti u svezi s brojevima i njihovim zapisima



Aktivnost – **Određivanje suprotnih brojeva**

- **Cilj aktivnosti:** učenici će odrediti suprotne brojeve zadanih brojeva
- **Oblik rada:** suradnički rad u paru
- **Potrebni materijal:** nastavni listići
- **Tijek aktivnosti:**

Nastavnik će učenicima podijeliti nastavne listiće s tablicom koju treba pravilno popuniti. Učenici će rješavati zadatak na listiću.



Aktivnost – Određivanje suprotnih brojeva

- Zadatak 1:**

Popunite sljedeću tablicu odgovarajućim brojevima.

Broj	5	3	6	- 1	7	- 4	8	2	n	- n
Suprotan broj										

- Rješenje:**

Broj	5	3	6	- 1	7	- 4	8	2	n	- n
Suprotan broj	- 5	- 3	- 6	1	- 7	4	- 8	- 2	- n	n



Aktivnost – Određivanje suprotnih brojeva

- “Problem nule”

Prisjetite se svojstva broja 0. Kakav je on cijeli broj?

Broj 0 nije niti pozitivan niti negativan cijeli broj.

Koji bi broj bio suprotan broj broju nula?

Prisjetimo se papirnatog brojevnog pravca! Kada bi presavili pravac po broju 0 i zaokružili broj 0 te nakon nekoliko trenutaka otklopili pravac, trag flomastera bi se preslikao na broj 0. Iz toga slijedi da je broj 0 simetričan sam sebi.

Suprotni brojevi su jednako udaljeni od 0 na brojevnom pravcu i smješteni su simetrično na brojevnom pravcu u odnosu na 0, pa je stoga broj 0 suprotan broj broja 0.



Aktivnost – Određivanje suprotnih brojeva

- **Diskusija:**

Kakav bi bio zapis broja koji je suprotan broju 0?

Zapis broja koji je suprotan broju 0 bio bi -0 , a to je 0.

- **Zaključak:**

Suprotan broj broja 0 je broj 0.

$$-0 = 0$$



Aktivnost – Određivanje suprotnih brojeva

- Zadatak 2:**

Popunite sljedeću tablicu odgovarajućim brojevima.

Broj	5		0						
Suprotan broj				- 1		- 4			- 8
Suprotan broj suprotnog broja (zapis)					- (- 2)		- 7		
Suprotan broj suprotnog broja		- 3						2	



Aktivnost – Određivanje suprotnih brojeva

- Rješenje:

Broj	5	- 3	0	1	2	4	- 7	2	8
Suprotan broj	- 5	3	0	- 1	- 2	- 4	7	- 2	- 8
Suprotan broj suprotnog broja (zapis)	- (- 5)	- 3	- 0	- (- 1)	- (- 2)	- (- 4)	- 7	- (- 2)	- (- 8)
Suprotan broj suprotnog broja	5	- 3	0	1	2	4	- 7	2	8



Aktivnost – Određivanje suprotnih brojeva

- **Zaključak:**

Učenici su uspješno odredili i zapisali suprotne brojeve danih brojeva, kao i suprotne brojeve suprotnih brojeva.

Pitanje:

Što je suprotan broj suprotnog broja?

Suprotna broj suprotnog broja je taj isti broj.

Navedite primjer.

Suprotan broj suprotnog broja broja 4, zapisano – (- 4), je 4.



Aktivnost – Određivanje suprotnih brojeva

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- odabrati i primijeniti prikladan prikaz u skladu s razmatranom situacijom, povezati različite prikaze i prelaziti s jednih na druge
- izraziti ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom
- saslušati i razmjenjivati matematičke ideje i objašnjenja te suradnički raditi u skupinama

(Povezivanje)

- usporediti, grupirati i klasificirati objekte i pojave prema određenom kriteriju

(Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)

- postavljati matematički svojstvena pitanja (Kako ćemo odrediti? Ima li rješenja smisla? Postoji li više rješenja?)

(Rješavanje problema i matematičko modeliranje)

- izgrađivati novo matematičko znanje rješavanjem problema

II. Matematički koncepti

(Brojevi)

- pročitati, zapisati i usporediti cijele brojeve

(Algebra i funkcije)

- uočiti pravilnosti u svezi s brojevima i njihovim zapisima i primjenjivati ih

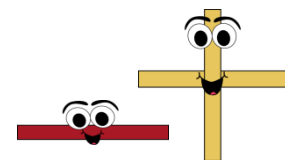
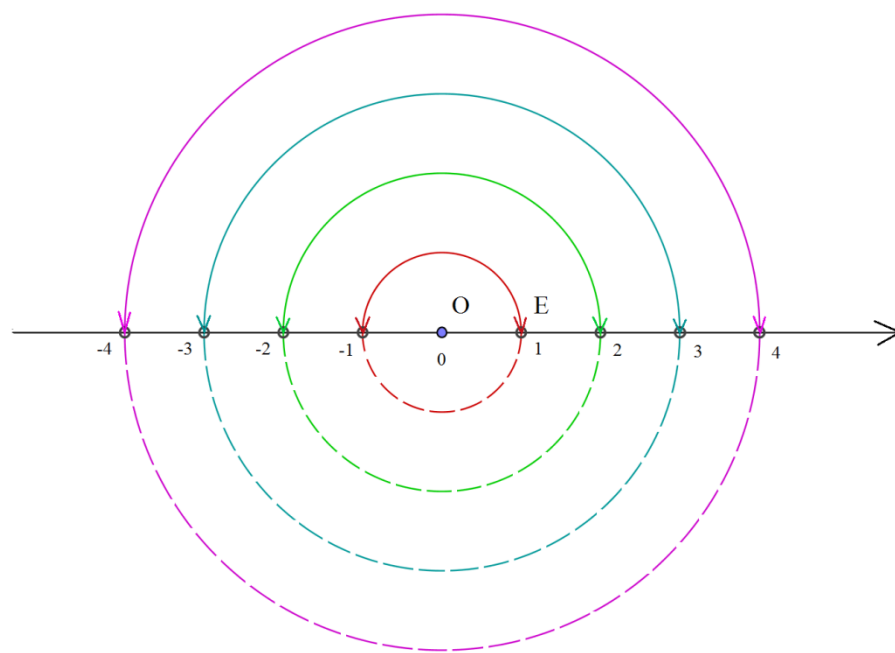
(Podaci)

- pročitati i protumačiti podatke prikazane tablicama



Grafički način interpretacije suprotnih brojeva

Diskusijom s nastavnikom
učenici dolaze do spoznaje kako
se suprotni brojevi mogu lako
interpretirati kao sjecišta
kružnica sa brojevnim pravcem
(kružnice sa središtem u nuli i
radijusa ovisnog o broju čiji
suprotan broj želimo odrediti).

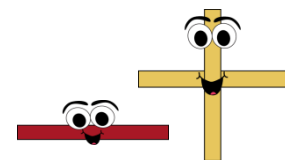


Grafički način interpretacije suprotnih brojeva

- **Zadatak :**

Pomoću prethodne slike odredite i simbolički zapišite:

- a) suprotan broj suprotnog broja -3 ;
- b) suprotan broj suprotnog broja 2 ;
- c) suprotan broj broja 1 ;
- d) suprotan broj broja -4 .



Grafički način interpretacije suprotnih brojeva

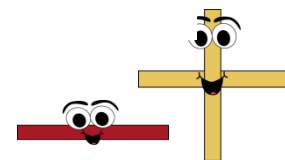
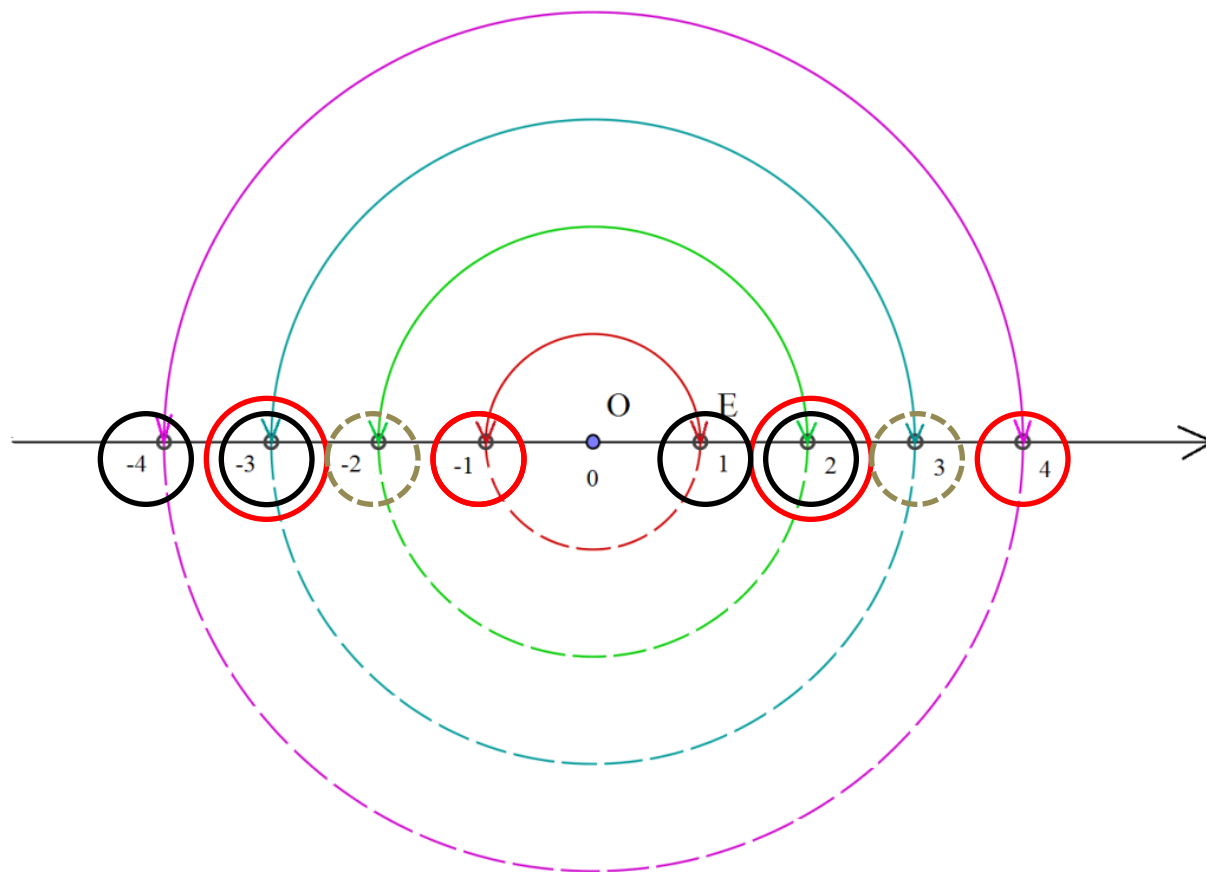
• Rješenje :

a) -3

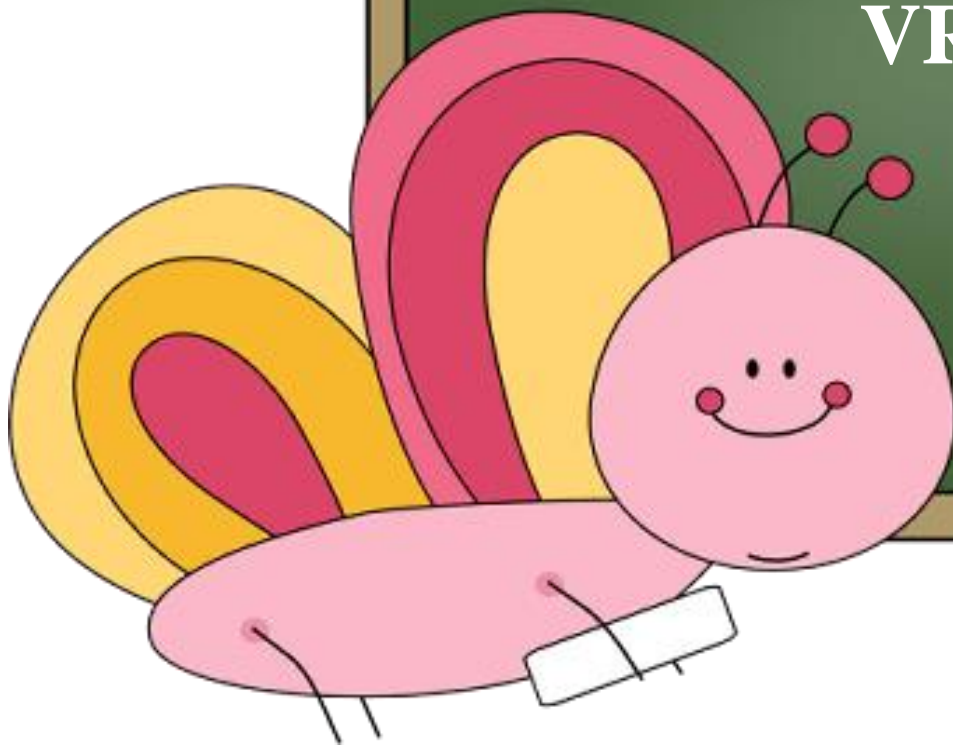
b) 2

c) -1

d) 4



APSOLUTNA VRIJEDNOST



Apsolutna vrijednost na modelima

Primjer 1.

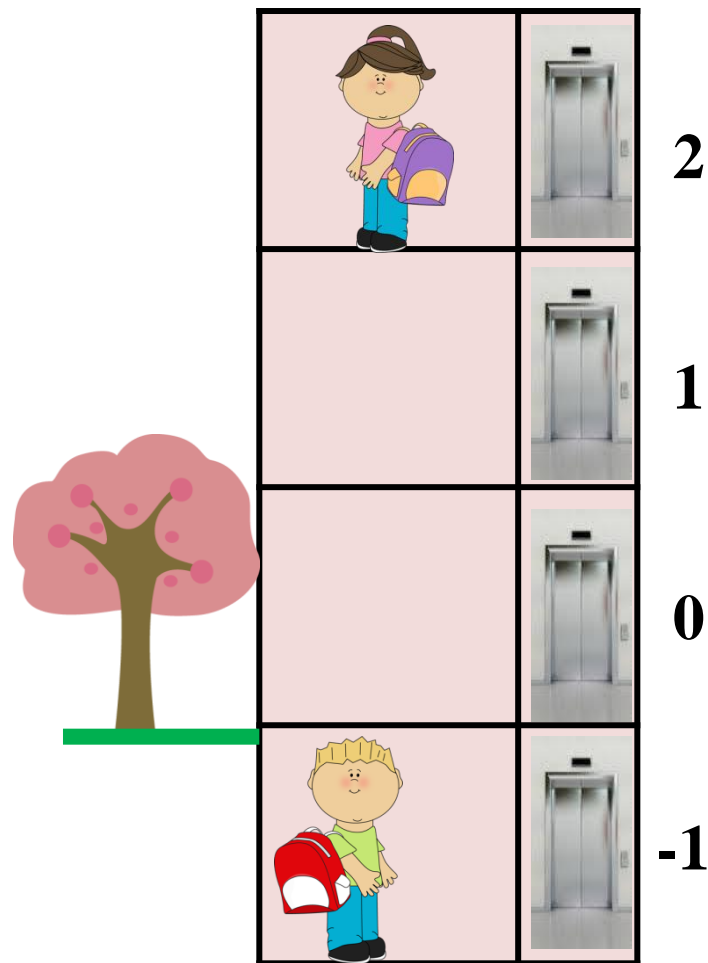
Dora se nalazi na drugom katu, a

Lovro u podrumu, na katu -1 .

Koliko je katova Dora, a koliko

Lovro udaljen od prizemlja (nultog kata)?

Dora je udaljena dva, a Lovro jedan kat od prizemlja.

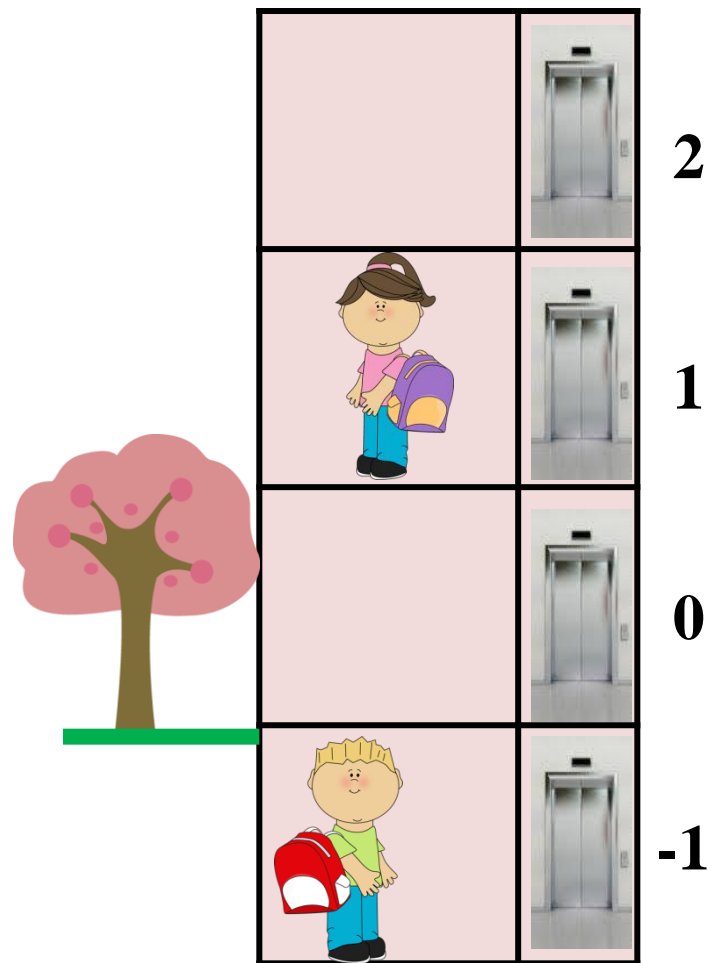


Apsolutna vrijednost na modelima

Primjer 2.

Ako se Dora liftom spusti jedan kat niže, tj. na prvi kat, a Lovro ostane u podrumu, na katu -1 , gdje je i bio, koliko je tada katova Dora, a koliko Lovro udaljen od prizemlja (nultog kata)?

Dora i Lovro su tada jednako udaljeni od prizemlja, oboje jedan kat od prizemlja.

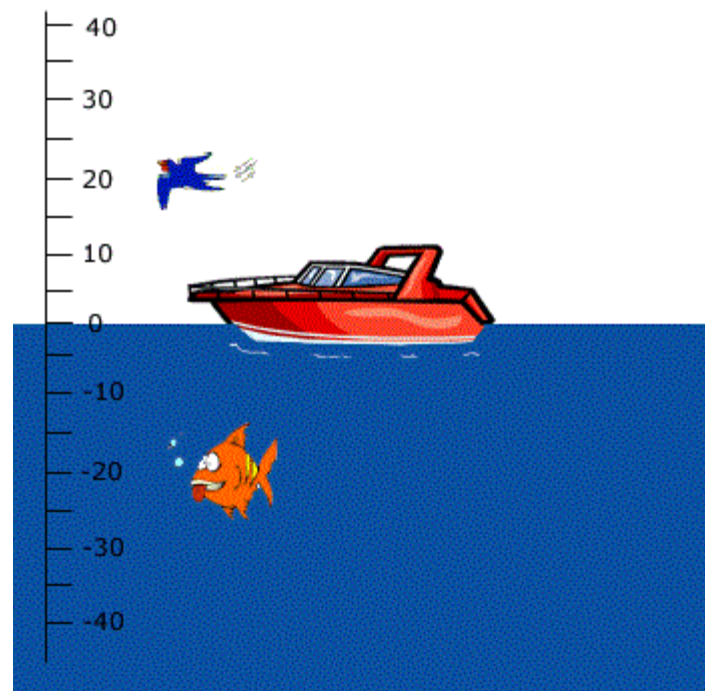


Apsolutna vrijednost na modelima

Primjer 3.

Na kojoj visini iznad površine mora leti ptičica, a na kojoj dubini pliva ribica? Koliko je svaka od njih udaljena od razine mora?

Ptičica leti na 20 m iznad površine mora, a ribica se nalazi 20 m ispod površine mora. Obje su jednako udaljene od površine mora, tj. 20 m.

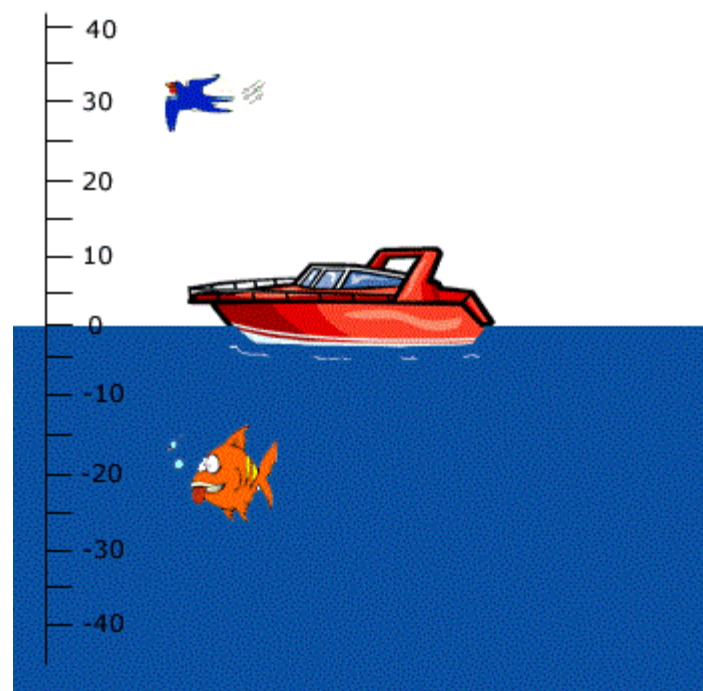


Apsolutna vrijednost na modelima

Primjer 4.

Ako se ptičica uplašila brodića i poletjela uvis, kao na slici, na kojoj se tada visini iznad površine nalazi ptičica, a na kojoj dubini pliva ribica? Koliko je svaka od njih udaljena od razine mora?

Ptičica tada leti na 30 m iznad površine mora, a ribica se nalazi 20 m ispod površine mora. Ptičica je tada udaljena 30 m od površine mora, a ribica 20 m od površine mora.



Aktivnost – Apsolutna vrijednost

- **Cilj aktivnosti:** učenici će definirati i analizirati pojam apsolutne vrijednosti cijelog broja i opisati je pomoću brojevnog pravca
- **Oblik rada:** frontalni rad
- **Potrebni materijal:** ploča, kreda, magneti
- **Tijek aktivnosti:**

Nastavnik će na ploču nacrtati brojevni pravac i crnim magnetima označiti brojeve 0 i 1 na brojevnom pravcu, a crvenim magnetima nekoliko preostalih cjelobrojnih točaka na tom istom brojevnom pravcu.

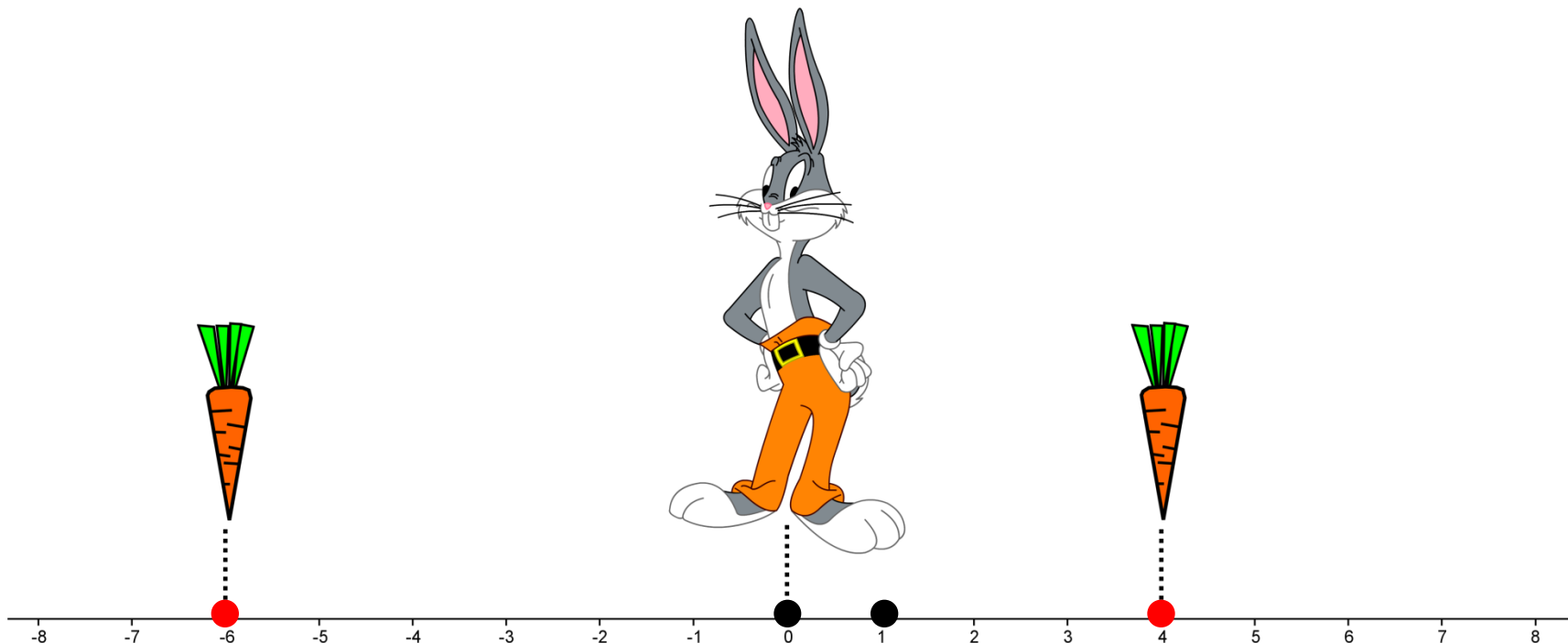
Učenici će odrediti udaljenost označenih točaka od nule.



Aktivnost – Apsolutna vrijednost

- Zadatak:**

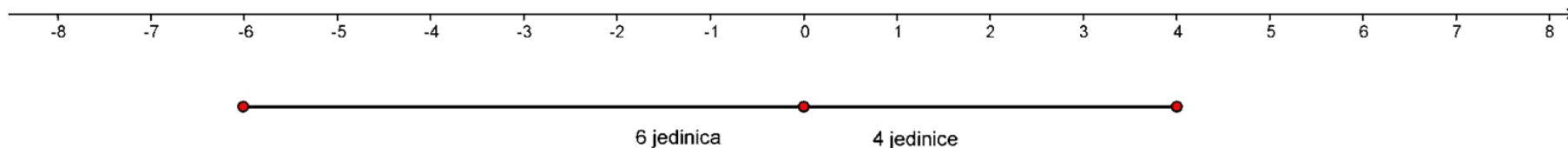
S brojevnog pravca očitajte koliki put Zekoslav treba prijeći da bi došao do lijeve, a koliki do desne mrkvice?



Aktivnost – Apsolutna vrijednost

- **Rješenje:**

Da bi došao do lijeve mrkvice, Zekoslav treba prijeći šest jediničnih dužina, a da bi došao do desne, četiri jedinične dužine.



Aktivnost – Apsolutna vrijednost

- **Zaključak:**

Za svaki cijeli broj možemo reći koliko je udaljen od broja 0.

Udaljenost nekog cijelog broja od 0 (na brojevnom pravcu) zove se **apsolutna vrijednost** toga cijelog broja.

Apsolutna vrijednost cijelog broja z označava se ovako: $|z|$
(čitaj: “apsolutna vrijednost od z ”).

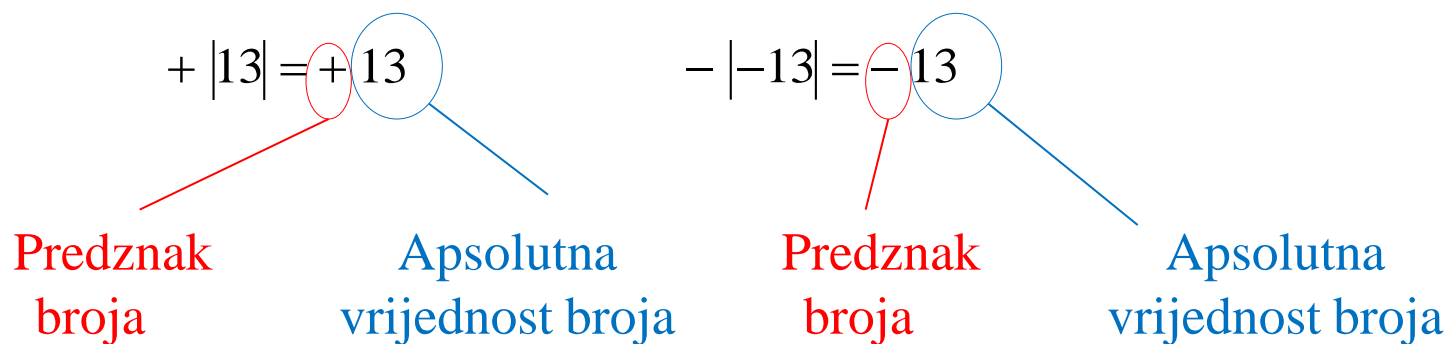
- Apsolutna vrijednost pozitivnog cijelog broja jednaka je samom tom broju.
- Apsolutna vrijednost negativnog cijelog broja jednaka je suprotnom broju tog broja.

Aktivnost – Apsolutna vrijednost

Apsolutna vrijednost svakoga cijelog broja (osim 0) jest pozitivan broj.

Na primjer: $|152| = 152$ $|-152| = 152$

Suprotni brojevi imaju jednake apsolutne vrijednosti jer su jednako udaljeni od ishodišta.

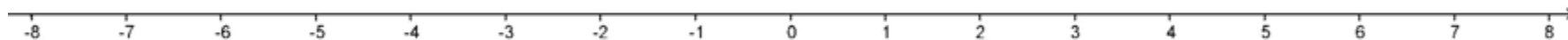


Koliko je $|0|$? **Budući da apsolutnu vrijednost definiramo kao udaljenost od nule, $|0| = 0$ jer je nula sama od sebe udaljena za 0.**

Aktivnost – Apsolutna vrijednost

- Zadatak:**

Odredi apsolutne vrijednosti zadanih brojeva pomoću brojevnog pravca.

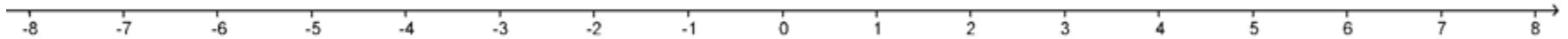


Broj	-3	7	1	-5	-8	4	-1	6	-2
Apsolutna vrijednost broja									



Aktivnost – Apsolutna vrijednost

- Rješenje:



Broj	-3	7	1	-5	-8	4	-1	6	-2
Apsolutna vrijednost broja	3	7	1	5	8	4	1	6	2



Aktivnost – Apsolutna vrijednost

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- izraziti ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom

(Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)

- postavljati matematički svojstvena pitanja (Kako ćemo odrediti? Ima li rješenja smisla? Postoji li više rješenja?)

(Rješavanje problema i matematičko modeliranje)

- izgrađivati novo matematičko znanje rješavanjem problema.

II. Matematički koncepti

(Mjerenje)

- približno i točno odrediti udaljenost dviju točaka

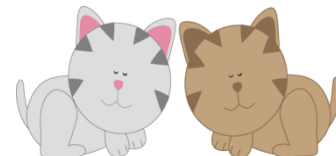


Aktivnost – Tablica

- **Cilj aktivnosti:** učenici će ponoviti pojam suprotnog broja, odrediti apsolutne vrijednosti broja te uočiti razliku suprotnog broja i apsolutne vrijednosti broja
- **Oblik rada:** individualni rad
- **Potrebni materijal:** radni listići
- **Tijek aktivnosti:**

Nastavnik učenicima podijeli radne listiće sa zadatkom.

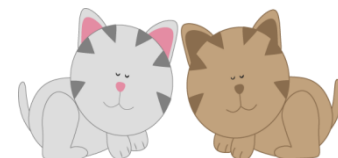
Učenici ispunjavaju zadanu tablicu.



Aktivnost – Tablica

- **Zadatak:** Ispuni tablicu.

Broj	4	12				-5			59
Apsolutna vrijednost broja			17		25				
Suprotni broj				32			0	-19	



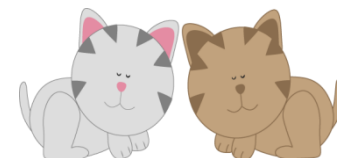
Aktivnost – Tablica

- **Diskusija:** Postoji li više rješenja ovog zadatka?

Broj	4	12	17	-32	25	-5	0	19	59
Apsolutna vrijednost broja	4	12	17	32	25	5	0	19	59
Suprotni broj	-4	-12	-17	32	-25	5	0	-19	-59

ili

Broj	4	12	-17	-32	-25	-5	0	19	59
Apsolutna vrijednost broja	4	12	17	32	25	5	0	19	59
Suprotni broj	-4	-12	17	32	25	5	0	-19	-59



Aktivnost – Tablica

- **Zaključak:**

Učenici:

- razlikuju značenje suprotnog broja od apsolutne vrijednosti
- uočavaju da je apsolutna vrijednost suprotnih brojeva jednaka jer su suprotni brojevi jednako udaljeni od nule



Aktivnost – Tablica

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- izraziti ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom

(Povezivanje)

- uspostaviti veze i odnose među matematičkim objektima

(Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)

- postavljati matematička svojstvena pitanja (Kako ćemo odrediti? Ima li rješenja smisla? Postoji li više rješenja?)

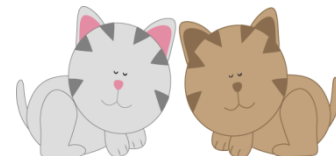
II. Matematički koncepti

(Algebra i funkcije)

- uočiti pravilnosti u svezi s brojevima

(Podatci)

- pročitati i protumačiti podatke prikazane tablicom



Aktivnost – Vremenske zone

- **Cilj aktivnosti:** učenici će na modelu karte svijeta uočiti povezanost vremenskih zona i brojevnog pravca te zadani problem riješiti primjenom svojstava apsolutne vrijednosti
- **Oblik rada:** suradnički rad u paru
- **Potrebni materijal:** nastavni listići
- **Tijek aktivnosti:**

Nastavnik učenicima podijeli nastavne listiće.

Učenici u paru diskutiraju i rješavaju zadani problem.



Aktivnost – Vremenske zone

- **Zadatak:**

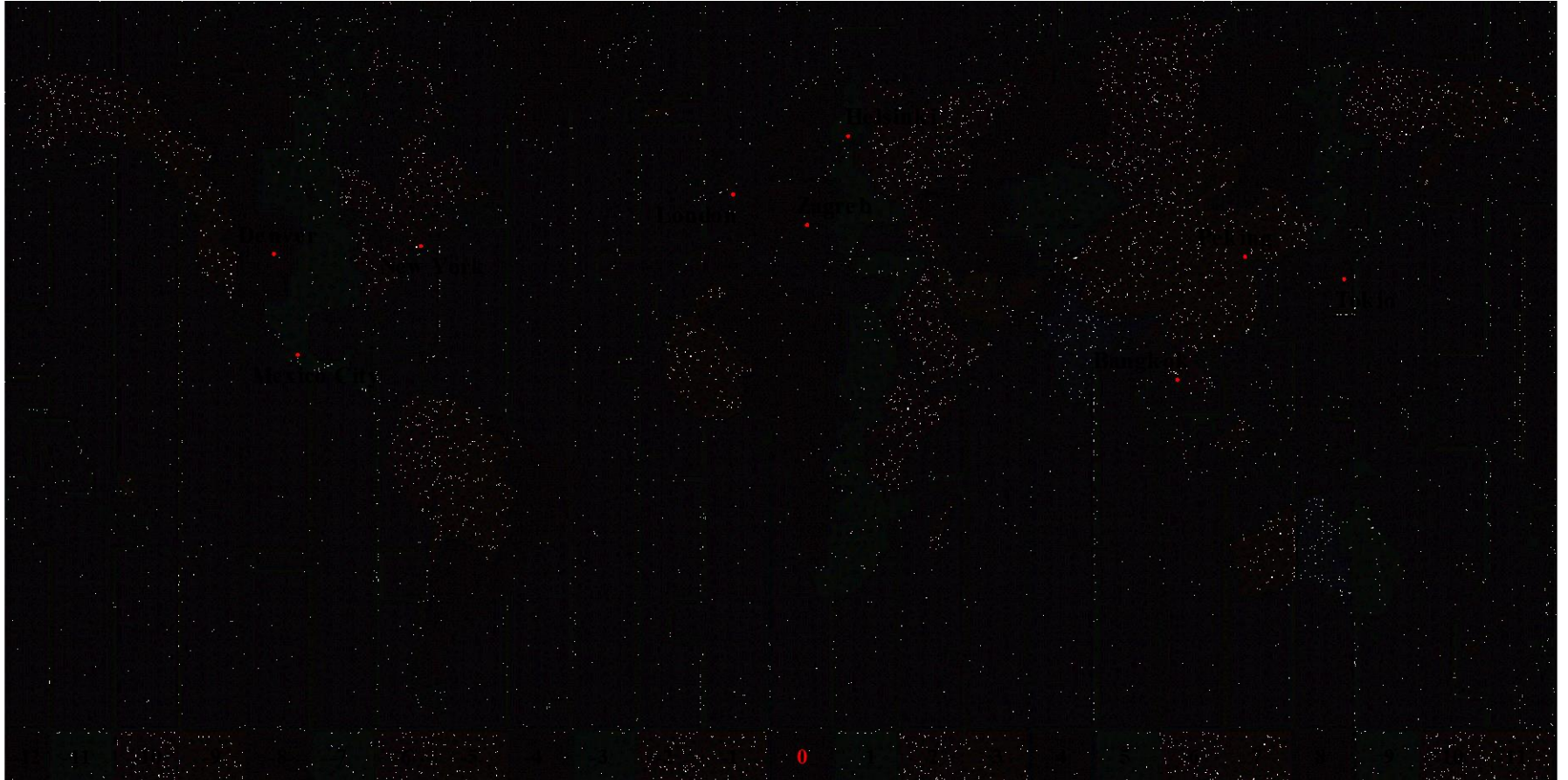
Na karti se mogu vidjeti vremenske zone na Zemlji. Sva mjesta unutar jedne vremenske zone imaju isto vrijeme.

Nađite na karti barem dva grada koja imaju jednake vremenske razlike do Zagreba i odredite kolike su vremenske razlike za svaki par gradova.

Rješenje zapišite u bilježnicu.



Aktivnost – Vremenske zone



Aktivnost – Vremenske zone

- **Diskusija:**

Rješenja do kojih dolaze učenici:

London i Helsinki imaju jednake vremenske razlike do Zagreba, ali i Bangkok i New York.

London i Helsinki su od Zagreba „udaljeni” 1 vremensku zonu, a Bangkok i New York 6 vremenskih zona.

- **Pitanja za razmišljanje:**

Što s Pekingom? Na karti nije ucrtan niti jedan grad koji ima jednaku vremensku razliku do Zagreba kao Peking.

Što s Tokiom? Za Tokio imamo 2 rješenja. Denver i Mexico City.



Aktivnost – Vremenske zone

- **Pitanja za razmišljanje:**

Ako je u Zagrebu 9 sati ujutro, koliko sati je u Pekingu?

Peking je od Zagreba „udaljen” 7 vremenskih zona i nalazi se istočno od Zagreba pa je tamo 16 sati popodne, kad je u Zagrebu 9 sati ujutro.

Ako je u Zagrebu 16 sati popodne, koliko je sati u Denveru?

Denver je od Zagreba „udaljen” 8 vremenskih zona i nalazi se zapadno od Zagreba pa je tamo 8 sati ujutro, kad je u Zagrebu 16 sati popodne.



Aktivnost – Vremenske zone

- **Zaključak:**

Učenici:

- se služe geografskom kartom i povezuju vremenske zone na Zemlji s brojevnim pravcem
- rješavaju problem iz stvarnog života primjenom svojstava apsolutne vrijednosti broja



Aktivnost – Vremenske zone

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- izraziti ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom

(Povezivanje)

- povezati matematiku s vlastitim iskustvom i svakodnevnim životom

(Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)

- postavljati matematički svojstvena pitanja (Kako ćemo odrediti? Ima li rješenja smisla? Postoji li više rješenja?)

II. Matematički koncepti

(Oblik i prostor)

- služiti se geografskim kartama te odrediti udaljenost dviju točaka na brojevnom pravcu

(Podatci)

- pročitati i protumačiti podatke prikazane slikama





USPOREĐIVANJE CIJELIH BROJEVA

Motivacijski primjer – Gdje je hladnije?

Jednog je zimskog dana temperatura na
Bjelolasici iznosila -7°C , a na Velebitu -2°C .

Gdje je temperatura bila niža?



Aktivnost – Gdje je toplije, a gdje hladnije?

- **Cilj aktivnosti:** učenici će na primjerima iz svakodnevnog života uz pomoć brojevnog pravca uspoređivati cijele brojeve
- **Oblik rada:** individualni rad
- **Potrebni materijal:** nastavni listići
- **Tijek aktivnosti:**

Svaki učenik od nastavnika dobiva jedan radni listić na kojoj je tablica jednom izmjerenih temperatura u pet hrvatskih gradova. Učenici uz pomoć brojevnog pravca određuju u kojem gradu je toplije, odnosno hladnije i slično.



Aktivnost – Gdje je toplije, a gdje hladnije?

- Zadatak:**

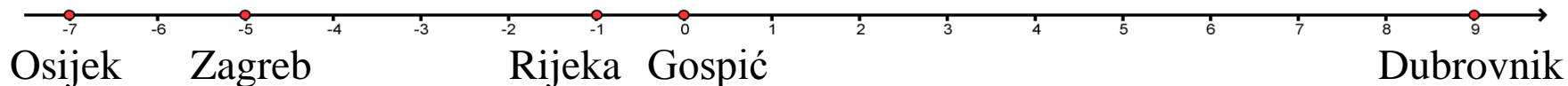
Brojeve iz tablice smjesti na brojevni pravac pa dopuni tvrdnje tako što ćeš zaokružiti jedan od dva ponuđena odgovora.

GRADOVI	TEMPERATURE U °C
Rijeka	-1
Dubrovnik	9
Zagreb	-5
Gospić	0
Osijek	-7



Aktivnost – Gdje je toplije, a gdje hladnije?

GRADOVI	TEMPERATURE U °C
Rijeka	-1
Dubrovnik	9
Zagreb	-5
Gospić	0
Osijek	-7



Aktivnost – Gdje je toplije, a gdje hladnije?

- **Tvrdnje:**

1. U Rijeci je (toplije / hladnije) nego u Dubrovniku jer je temperatura u Dubrovniku (viša / niža) od temperature u Rijeci.
2. Temperatura u Zagrebu je (viša / niža) od temperature u Gospiću.
3. U Osijeku je temperatura (viša / niža) od temperature u Zagrebu.



Aktivnost – Gdje je toplije, a gdje hladnije?

- **Diskusija:**

Nastavnik usmeno provjeri kako su učenici riješavali zadani zadatak i to na način da započne rečenicu i zatim prozove jednog učenika da kaže svoj odgovor, riječ koju je on zaokružio.

Ako učenik kaže točan odgovor, nastavnik mu postavlja pitanje kako je došao do navedenog zaključka. Ako je učenik krivo odgovorio, nastavnik mu također postavlja pitanje kako je došao do navedenog zaključka i kroz diskusiju dolaze do točnog odgovora.



Aktivnost – Gdje je toplije, a gdje hladnije?

- **Zaključak:**

Toplije je ondje gdje je **temperatura viša**.

Hladnije je ondje gdje je **temperatura niža**.

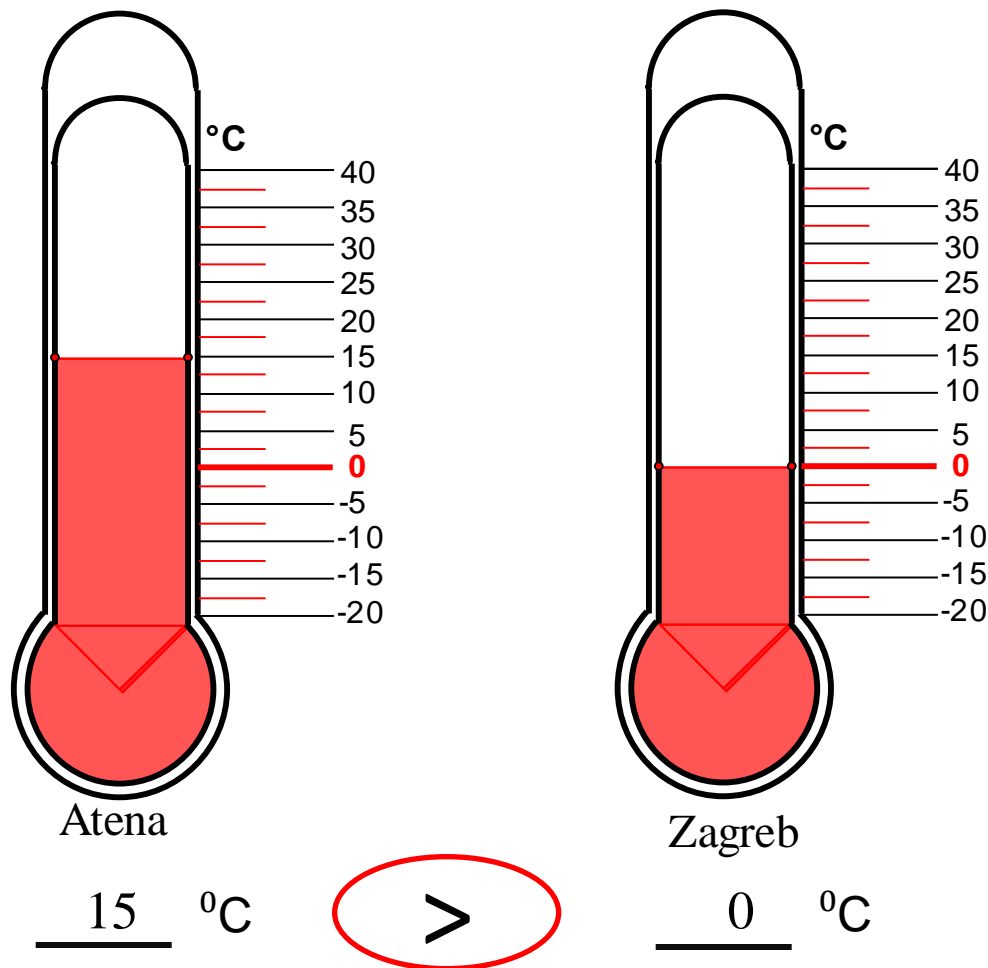
Što se broj više udaljava ulijevo od 0° , to se temperatura snižava (postaje sve hladnije).

Što se broj više udaljava udesno od 0° , to se temperatura povećava (postaje sve toplije).



Uspoređivanje cijelih brojeva na modelima

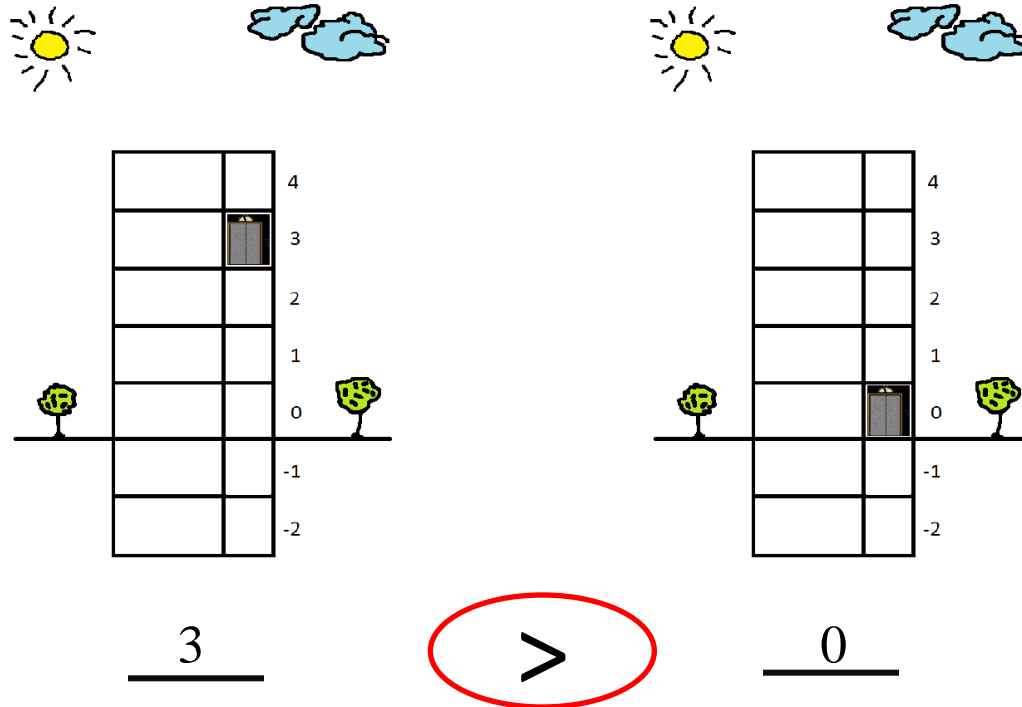
(uspoređivanje pozitivnog cijelog broja s nulom)



Gdje je veća temperatura? **U Ateni.**

Uspoređivanje cijelih brojeva na modelima

(uspoređivanje pozitivnog cijelog broja s nulom)

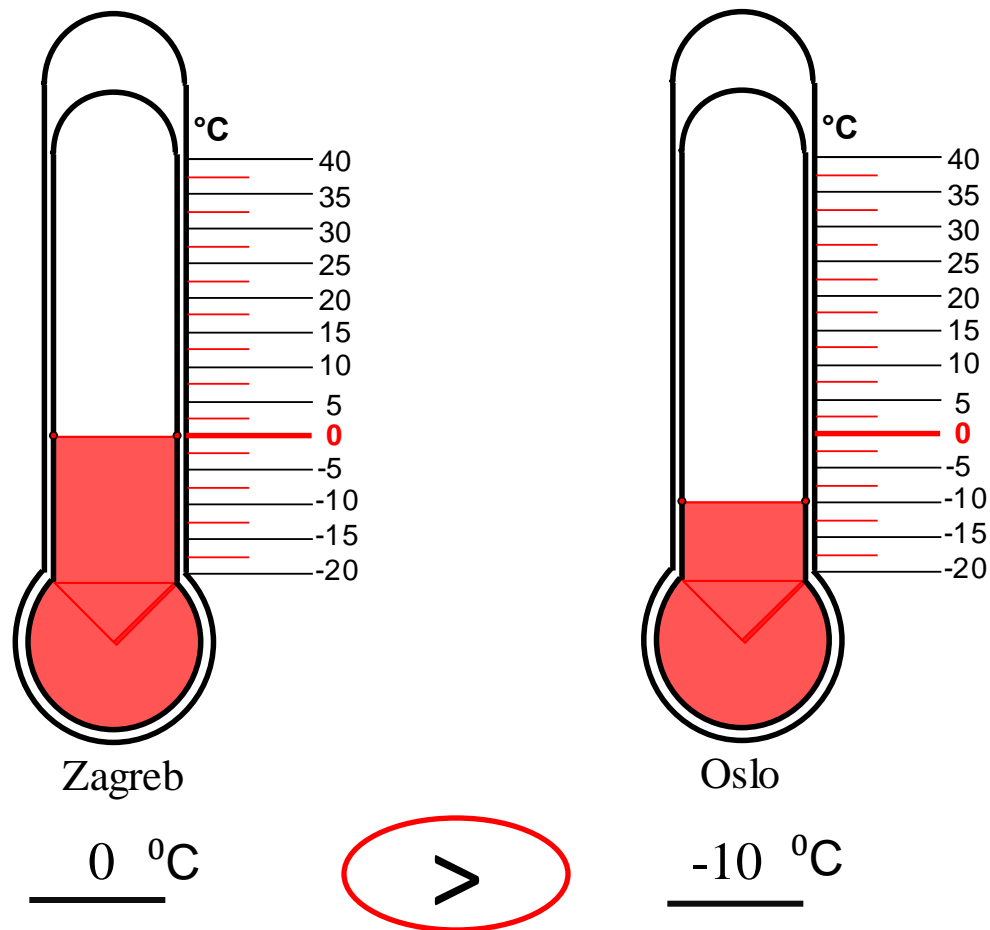


Kada smo na višoj razini: ako se nalazimo na 3. katu ili ako se nalazimo na 0. katu, odnosno u prizemlju? **Na višoj smo razini ako se nalazimo na trećem katu.**

Zaključak: **Svaki pozitivan broj veći je od broja 0.**

Uspoređivanje cijelih brojeva na modelima

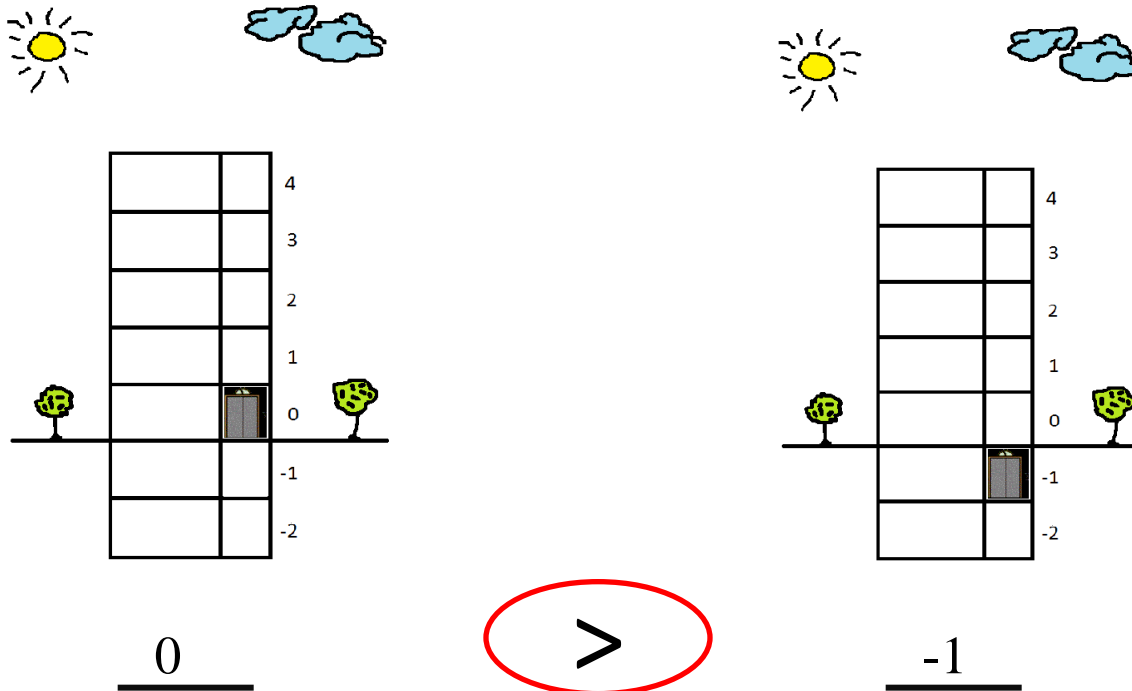
(uspoređivanje negativnog cijelog broja s nulom)



Gdje je veća temperatura? **U Zagrebu.**

Uspoređivanje cijelih brojeva na modelima

(uspoređivanje negativnog cijelog broja s nulom)

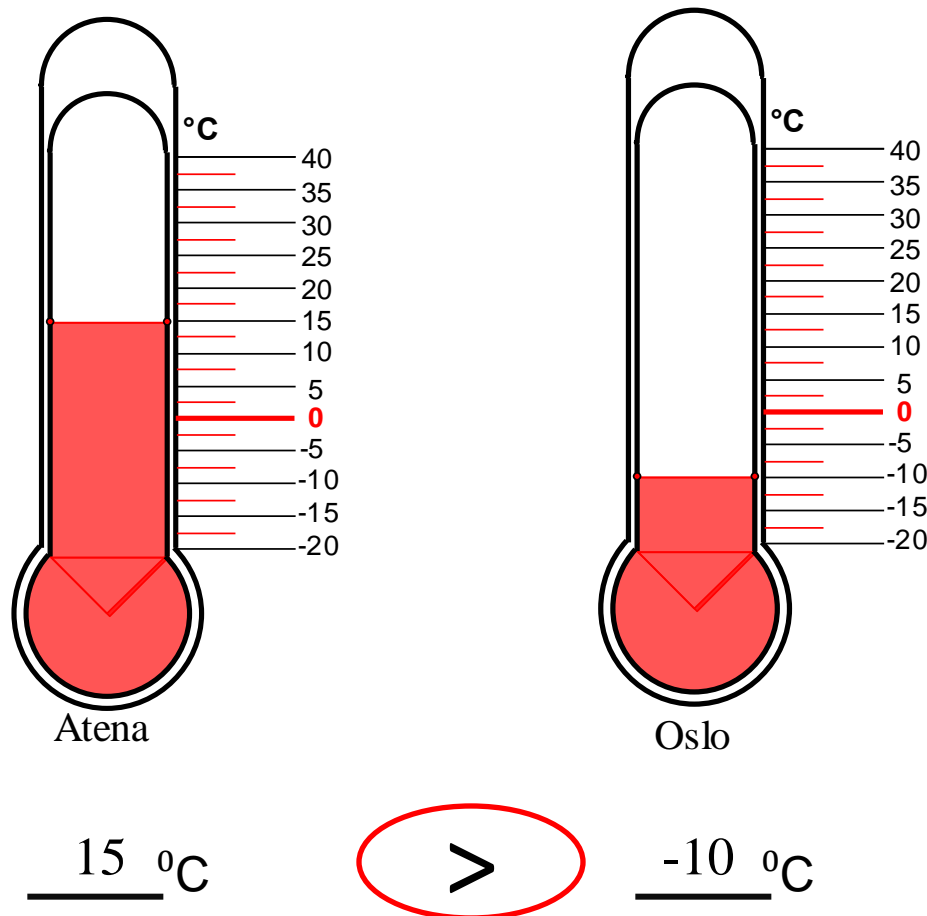


Kada smo na višoj razini: ako se nalazimo u prizemlju (na 0. katu) ili ako se nalazimo na -1. katu, odnosno u garaži? **Na višoj smo razini ako se nalazimo u prizemlju.**

Zaključak: Svaki negativni broj je manji od broja 0.

Uspoređivanje cijelih brojeva na modelima

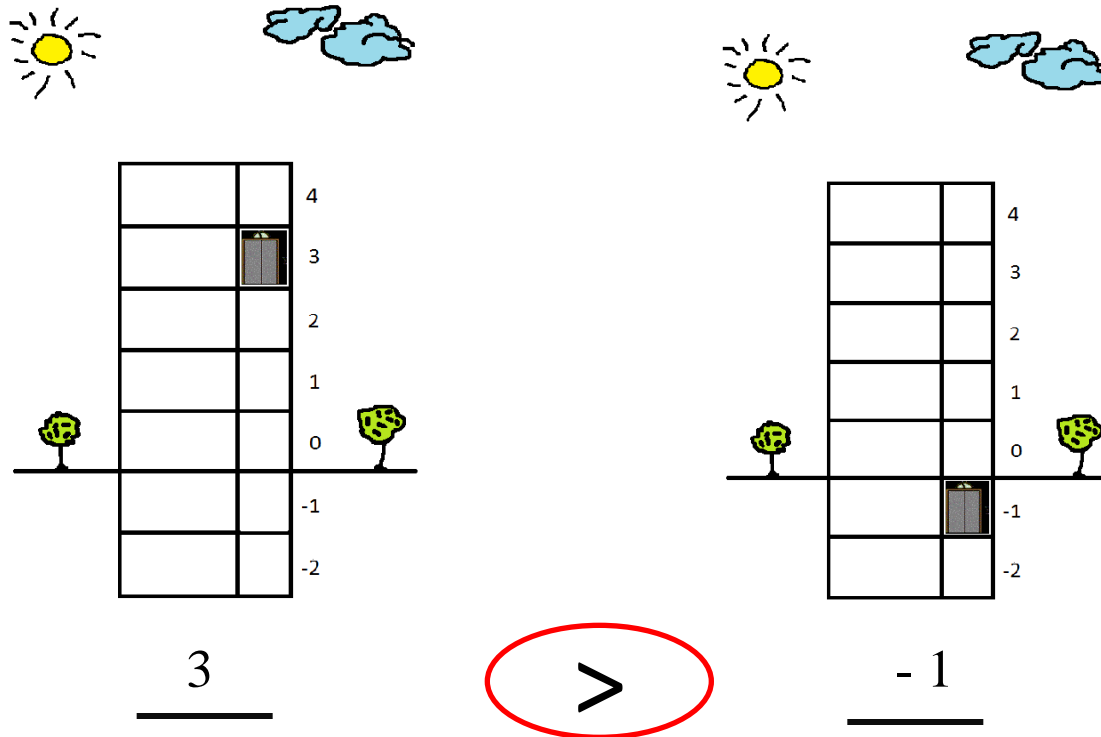
(uspoređivanje negativnog cijelog broj s pozitivnim cijelim brojem)



Gdje je veća temperatura? **U Ateni.**

Uspoređivanje cijelih brojeva na modelima

(uspoređivanje negativnog cijelog broj s pozitivnim cijelim brojem)

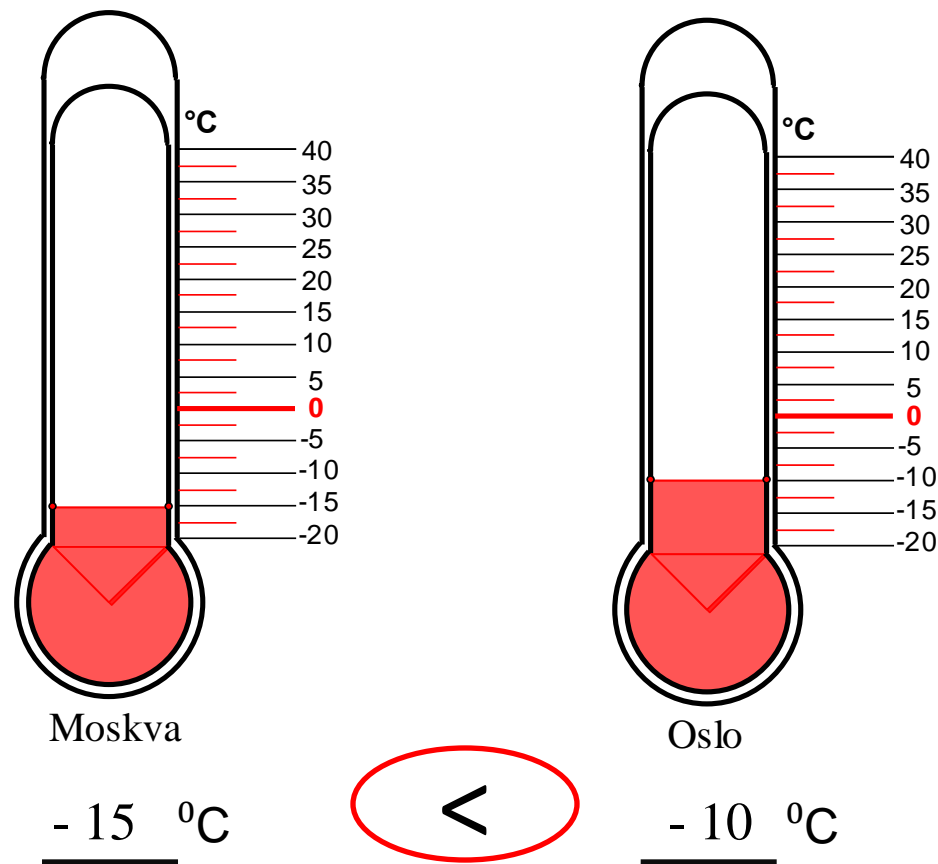


Kada smo na višoj razini: ako se nalazimo na 3. katu ili ako se nalazimo na - 1. katu? **Na višoj smo razini ako se nalazimo na trećem katu.**

Zaključak: **Svaki pozitivan broj veći je od svakog negativnog broja.**

Uspoređivanje cijelih brojeva na modelima

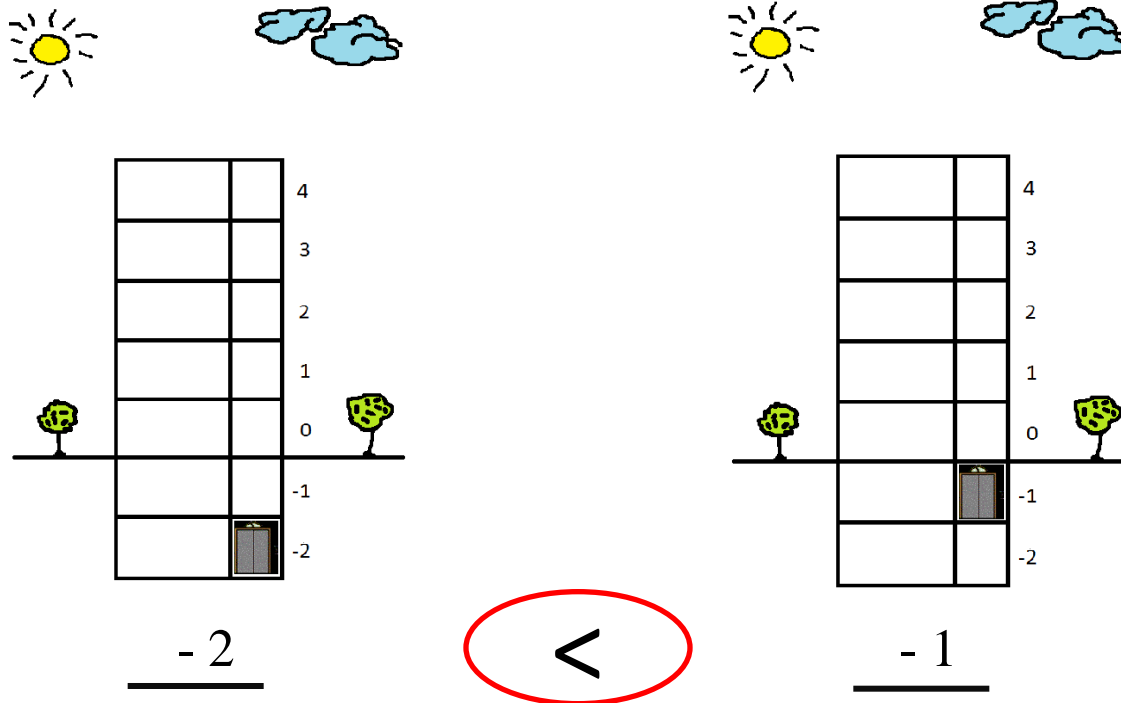
(uspoređivanje negativnog cijelog broj s negativnim cijelim brojem)



Gdje je viša temperatura? **U Oslu.**

Uspoređivanje cijelih brojeva na modelima

(uspoređivanje negativnog cijelog broj s negativnim cijelim brojem)



Kada smo na višoj razini: ako se nalazimo na -2. katu ili ako se nalazimo na -1. katu? **Na višoj smo razini ako se nalazimo na -1 katu.**

Zaključak: **Od dva negativna broja, veći je onaj broj koji je bliži broju 0.**

Aktivnost – Uspoređivanje cijelih brojeva

- **Cilj aktivnosti:** učenici će, promatrajući temperature na termometrima, uz pomoć brojevnog pravca uspoređivati cijele brojeve i pritom koristiti znakove „ $>$ ”, „ $<$ ” ili „ $=$ ”
- **Oblik rada:** rad u paru
- **Potrebni materijali:** radni listići
- **Tijek aktivnosti:**

Nastavnik podijeli nastavne listiće na kojima su prikazani modeli termometra i izmjerene temperature za neke od hrvatskih gradova.

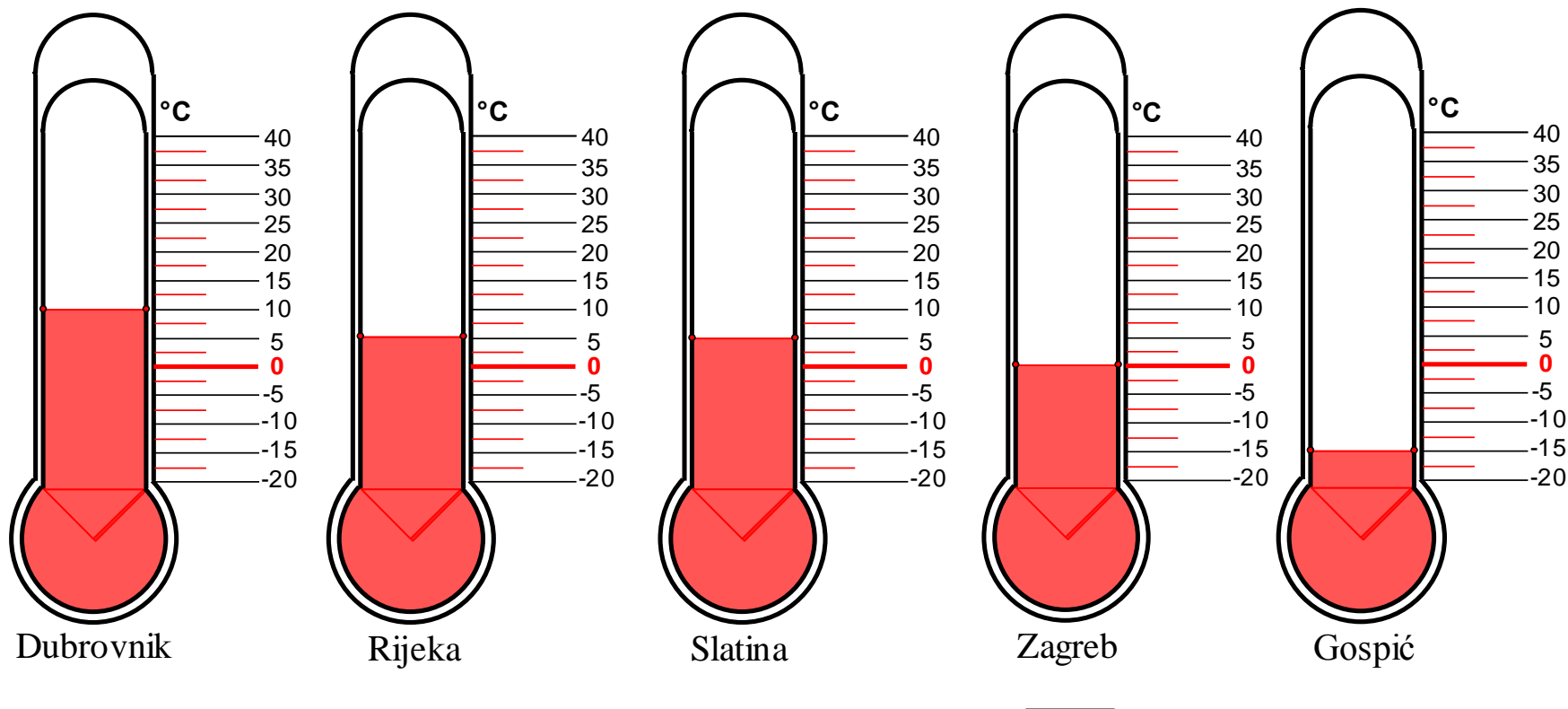
Učenici očitavaju i zapisuju njihove temperature te ih međusobno uspoređuju.



Aktivnost – Uspoređivanje cijelih brojeva

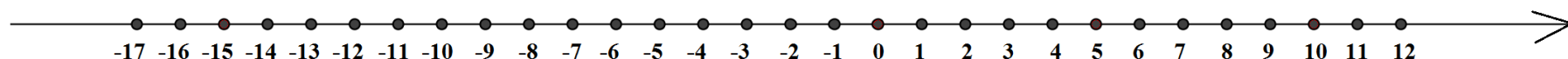
- Radni listić:

Zadatak. Na prazne crte upiši odgovarajuću temperaturu s termometra.



Aktivnost – Uspoređivanje cijelih brojeva

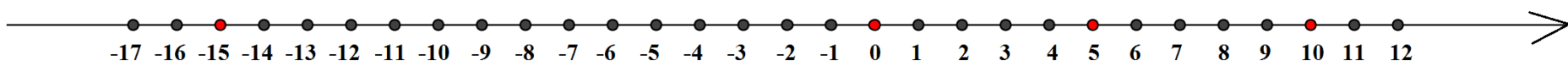
Upiši odgovarajuće temperature na prazne crte, smjesti ih na pravac te ih usporedi koristeći znakove „>”, „<” ili „=”.



Dubrovnik	_____ °C	<input type="text"/>	_____ °C	Rijeka
Slatina	_____ °C	<input type="text"/>	_____ °C	Zagreb
Gospić	_____ °C	<input type="text"/>	_____ °C	Zagreb
Slatina	_____ °C	<input type="text"/>	_____ °C	Rijeka
Rijeka	_____ °C	<input type="text"/>	_____ °C	Dubrovnik
Dubrovnik	_____ °C	<input type="text"/>	_____ °C	Gospić



Aktivnost – Uspoređivanje cijelih brojeva



Dubrovnik	<u>10</u> °C	$>$	<u>5</u> °C	Rijeka
Slatina	<u>5</u> °C	$>$	<u>0</u> °C	Zagreb
Gospić	<u>-15</u> °C	$<$	<u>0</u> °C	Zagreb
Slatina	<u>5</u> °C	$=$	<u>5</u> °C	Rijeka
Rijeka	<u>5</u> °C	$<$	<u>10</u> °C	Dubrovnik
Dubrovnik	<u>10</u> °C	$>$	<u>-15</u> °C	Gospić

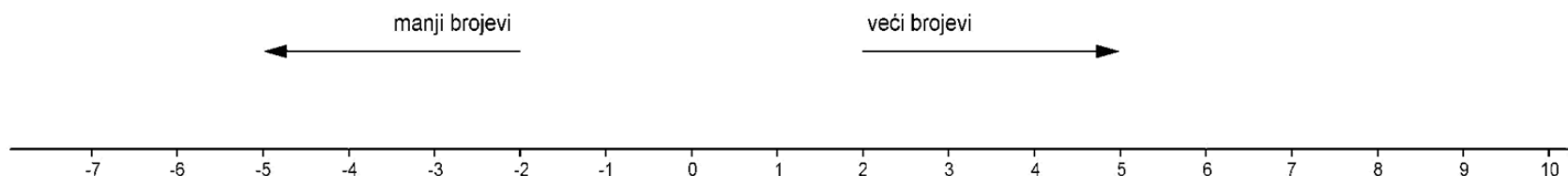


Aktivnost – Uspoređivanje cijelih brojeva

- **Zaključak:**

Svaki pozitivan broj veći je od nule i od svakog negativnog broja.

Svaki negativan broj manji je od nule i od svakog pozitivnog broja.



Aktivnost – Uspoređivanje cijelih brojeva

Svaki pozitivan broj veći je od svakog negativnog broja.

Svaki pozitivan broj veći je od broja 0.

Svaki negativan broj manji je od broja 0.

Od dva negativna broja veći je onaj koji je bliži nuli na
brojevnom pravcu.

Na horizontalnom brojevnom pravcu, od dvaju brojeva
veći je onaj koji je smješten desno!



Aktivnost – Uspoređivanje cijelih brojeva

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- organizirano prikazati matematičke objekte, ideje, postupke i rješenja riječima, slikama, brojevima, simbolima i misaono
- izražavati ideje, rezultate i znanje jasnim govornim i matematičkim jezikom

(Povezivanje)

- uspostavljati i razumjeti veze i odnose među matematičkim objektima, idejama i prikazima
- povezati matematiku s vlastitim iskustvom i svakodnevnim životom
- usporediti, grupirati i klasificirati objekte i pojave prema zadanom ili izabranom kriteriju



Aktivnost – Uspoređivanje cijelih brojeva

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)

- obrazložiti odabir matematičkih postupaka i utvrditi smislenost dobivenoga rezultata

(Rješavanje problema i matematičko modeliranje)

- izgraditi novo matematičko znanje rješavanjem problema i modeliranjem situacija

II. Matematički koncepti

(Brojevi)

- sigurno usporediti cijele brojeve



Aktivnost – Poredaj po veličini

- **Cilj aktivnosti:** učenici će poredati po veličini dane temperature primjenjujući pravila uspoređivanja cijelih brojeva
- **Oblik rada:** frontalni rad, individualni rad
- **Potrebni materijali:** projektor ili grafoskop
- **Tijek aktivnosti:**

Nastavnik na projektoru ili grafoskopu pokaže tablicu temperatura nekih hrvatskih gradova, poredane nasumično.

Učenici zadane temperature uspoređuju i zapisuju u bilježnicu, od najmanje prema najvećoj te odgovaraju na zadana pitanja.



Aktivnost – Poredaj po veličini

- **Zadatak:** Poredaj sljedeće temperature od najniže prema najvišoj.

Gospić	– 9 °C
Zagreb	– 1 °C
Split	10 °C
Osijek	0 °C
Rijeka	6 °C
Dubrovnik	11 °C
Varaždin	– 2 °C

Koja je druga po redu najniža temperatura?

Koja je treća po redu najviša temperatura?

Koja je četvrta po redu najniža, a koja četvrta po redu najviša temperatura?

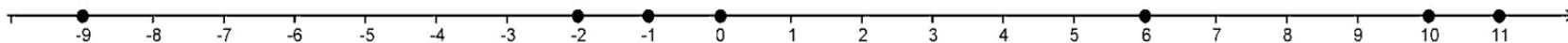


Aktivnost – Poredaj po veličini

- Diskusija:**

$$-9\text{ °C} < -2\text{ °C} < -1\text{ °C} < 0\text{ °C} < 6\text{ °C} < 10\text{ °C} < 11\text{ °C}$$

brojevi su sve veći



brojevi su sve manji



Aktivnost – Poredaj po veličini

- **Diskusija:**

$$-9\text{ }^{\circ}\text{C} < -2\text{ }^{\circ}\text{C} < -1\text{ }^{\circ}\text{C} < 0\text{ }^{\circ}\text{C} < 6\text{ }^{\circ}\text{C} < 10\text{ }^{\circ}\text{C} < 11\text{ }^{\circ}\text{C}$$

Koja je druga po redu najhladnija temperatura?

Druga po redu najhladnija temperatura je $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Koja je treća po redu najtoplija temperatura?

Treća po redu najtoplija temperatura je $6\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Koja je četvrta po redu najhladnija, a koja četvrta po redu najtoplija temperatura? Četvrta po redu najhladnija temperatura je $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, a četvrta po redu najtoplija temperatura je također $0\text{ }^{\circ}\text{C}$.



Aktivnost – Poredaj po veličini

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- organizirano prikazati matematičke objekte i rješenja crtežima, brojevima, simbolima in misaono
- odabrati i primijeniti prikladan prikaz u skladu sa situacijom
- izražavati ideje, rezultate i znanje jasnim govornim i matematičkim jezikom

(Povezivanje)

- uspostavljati i razumjeti veze i odnose među matematičkim objektima, idejama i prikazima
- povezati matematiku s vlastitim iskustvom i svakodnevnim životom
- usporediti i grupirati objekte i pojave prema zadanom kriteriju



Aktivnost – Poredaj po veličini

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)

- obrazložiti odabir matematičkih postupaka i utvrditi smislenost dobivenoga rezultata
- zaključiti nepotpunom indukcijom te primijeniti analogiju i generalizaciju

(Rješavanje problema i matematičko modeliranje)

- izgraditi novo matematičko znanje rješavanjem problema i modeliranjem situacija

II. Matematički koncepti

(Brojevi)

- sigurno usporediti cijele brojeve



Aktivnost – Veza s apsolutnom vrijednošću

- **Cilj aktivnosti:** učenici će na primjerima cijelih brojeva, prikazanih na brojevnom pravcu, uspostaviti vezu između apsolutne vrijednosti cijelih brojeva i uspoređivanja cijelih brojeva
- **Oblik rada:** individualni rad
- **Potrebni materijali:** nastavni listići

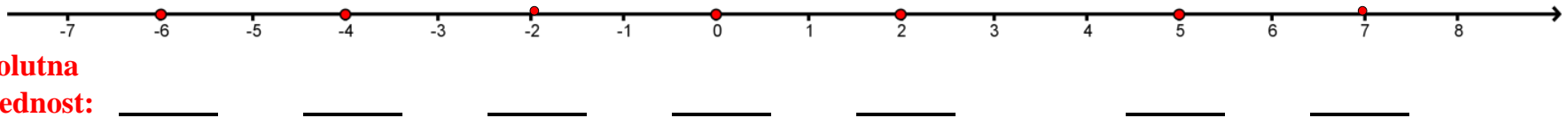


Aktivnost – Veza s apsolutnom vrijednošću

- **Tijek aktivnosti:**

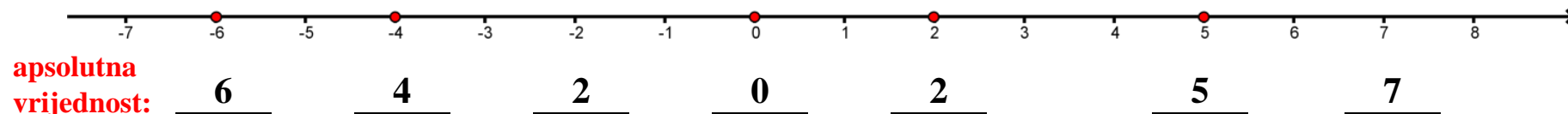
Nastavnik podijeli nastavne listiće na kojima su na brojevnom pravcu istaknuti neki pozitivni i negativni cijeli brojevi te nula.

Učenici ispod naznačenih brojeva na crte, i u tablicu upisuju njihove apsolutne vrijednosti te uspoređuju dane cijele brojeve i njihove apsolutne vrijednosti.



Aktivnost – Veza s apsolutnom vrijednošću

Rješenje:



Aktivnost – Veza s apsolutnom vrijednošću

- **Tablice:**

		usporedi	
broj	2	<	5
apsolutna vrijednost broja	2	<	5

		usporedi	
broj	5	<	7
apsolutna vrijednost broja	5	<	7



Aktivnost – Veza s apsolutnom vrijednošću

- **Tablice:**

		usporedi	
broj	-6	<	-4
apsolutna vrijednost broja	6	>	4

		usporedi	
broj	-4	<	-2
apsolutna vrijednost broja	4	>	2



Aktivnost – Veza s apsolutnom vrijednošću

- **Tablice:**

		usporedi	
broj	-6	<	2
apsolutna vrijednost broja	6	>	2

		usporedi	
broj	-4	<	5
apsolutna vrijednost broja	4	<	5



Aktivnost – Veza s apsolutnom vrijednošću

- **Zaključak:**

Pomoću apsolutne vrijednosti mogu se uspoređivati samo brojevi jednakih predznaka.

Od dva pozitivna broja, veći je onaj s većom apsolutnom vrijednošću.

Uspoređujemo li pozitivan cijeli broj s nulom, uvijek je veći taj pozitivan broj.

Uspoređujemo li negativan cijeli broj s nulom, uvijek je veća nula.

Od dva negativna broja, veći je onaj s manjom apsolutnom vrijednošću.



Aktivnost – Veza s apsolutnom vrijednošću

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- prikazati matematičke ideje i rješenja riječima, brojevima, simbolima i misaono

(Povezivanje)

- uspostaviti veze i odnose među matematičkim objektima, idejama, pojmovima, prikazima te oblikovati cjeline njihovim nadovezivanjem
- usporediti, grupirati i klasificirati objekte i pojave prema određenom kriteriju

(Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)

- postavljati matematički svojstvena pitanja (Kako ćemo odrediti?, Postoji li više rješenja? i slična)
- obrazložiti odabir matematičkih postupaka i utvrditi smislenost dobivenoga rezultata



Aktivnost – Veza s apsolutnom vrijednošću

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Rješavanje problema i matematičko modeliranje)

- analizirati problem, isplanirati njegovo rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih pojmova i postupaka, riješiti ga te protumačiti rješenje i postupak
- primijeniti matematičke pojmove i postupke u različitim kontekstima

II. Matematički koncepti

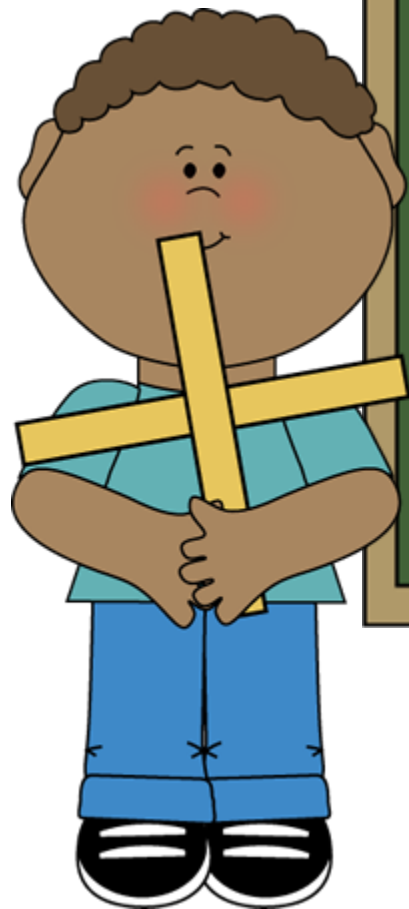
(Brojevi)

- pročitati, zapisati i usporediti cijele brojeve

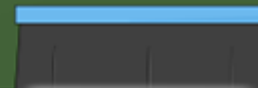
(Algebra i funkcije)

- na brojevnom pravcu s prikladnom jediničnom dužinom prikazati cijele brojeve i njihove apsolutne vrijednosti
- uočiti pravilnosti u svezi s brojevima

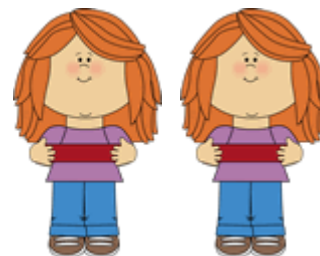
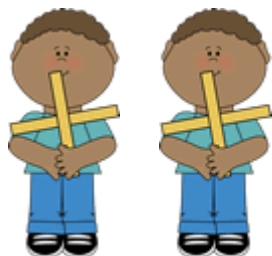




ZBRAJANJE CIJELIH BROJEVA



ZBRAJANJE CIJELIH BROJEVA JEDNAKIH PREDZNAKA



Zbrajanje cijelih brojeva jednakih predznaka na modelima

- **Primjer 1.**

Dario se nalazi na prvom katu zgrade. Da bi došao do Maje kako bi se zajedno igrali mora se popeti još 2 kata.

Na kojem katu živi Maja?



Zbrajanje cijelih brojeva jednakih predznaka na modelima

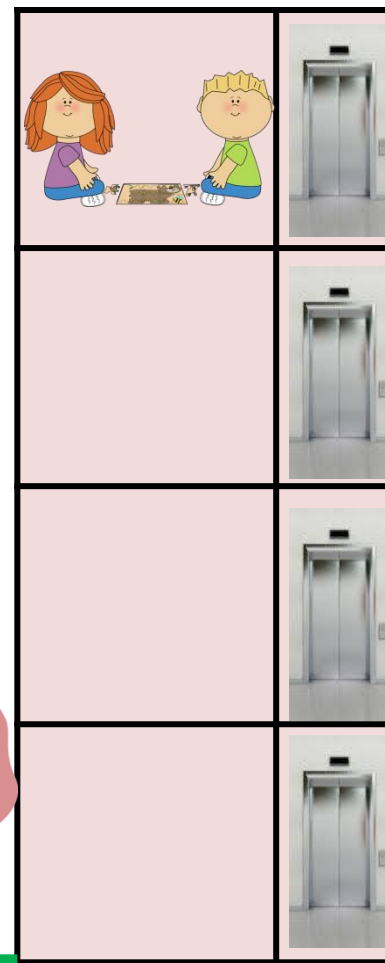
- **Primjer 1.**

Dario se nalazi na prvom katu zgrade. Da bi došao do Maje kako bi se zajedno igrali mora se popeti još 2 kata.

Na kojem katu živi Maja?

Maja živi na trećem katu.

$$1 + 2 = 3$$

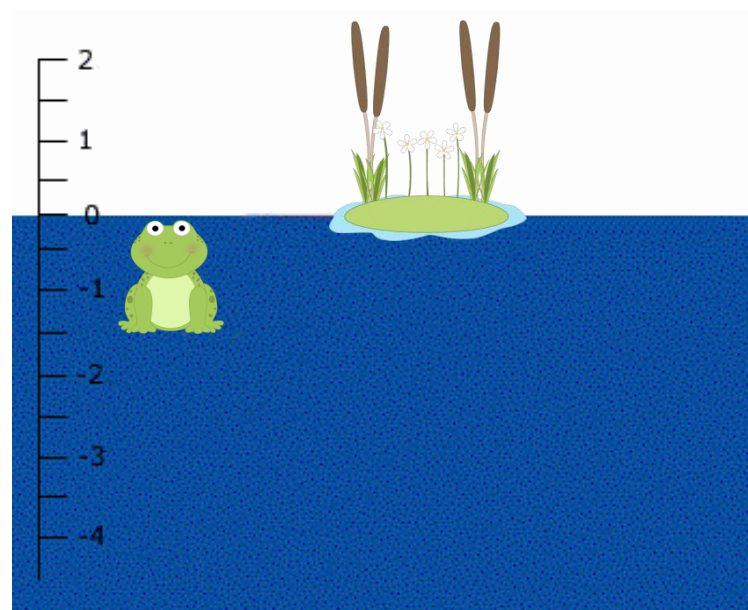


Zbrajanje cijelih brojeva jednakih predznaka na modelima

- **Primjer 2.**

Žabac Luka je zaronio na 1 metar dubine odnosno -1 metar od površine vode.

Zaronio je još 3 metra dublje.



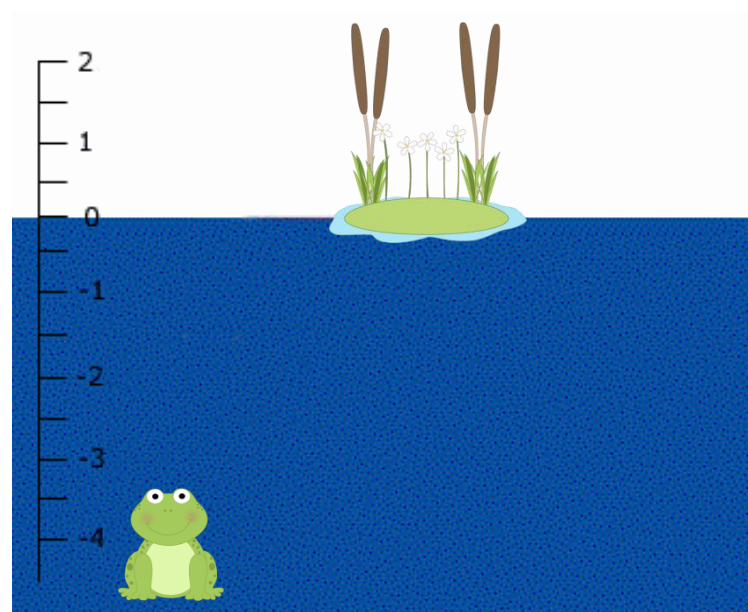
Zbrajanje cijelih brojeva jednakih predznaka na modelima

- **Primjer 2.**

Žabac Luka je zaronio na 1 metar dubine odnosno -1 metar od površine vode.

Zaronio je još 3 metra dublje.

Na koliko metara od površine vode se žabac sad nalazi?



Zbrajanje cijelih brojeva jednakih predznaka na modelima

- Primjer 2.**

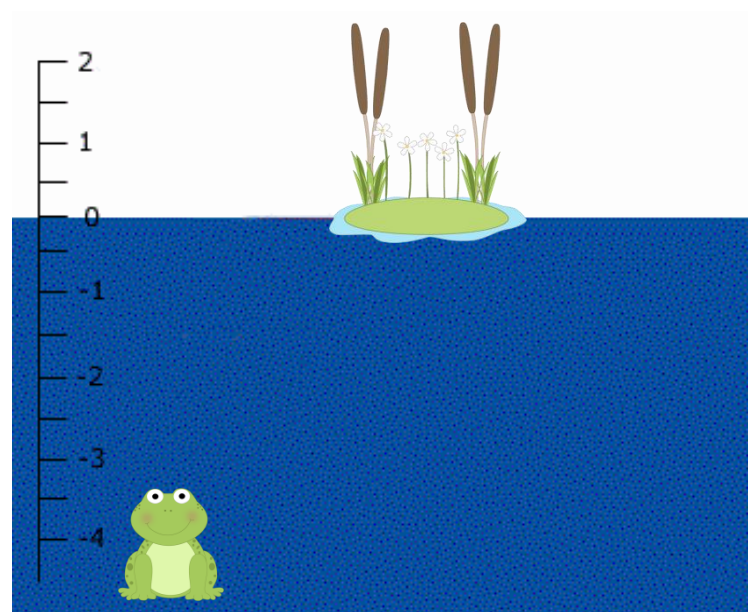
Žabac Luka je zaronio na 1 metar dubine odnosno -1 metar od površine vode.

Zaronio je još 3 metra dublje.

Na koliko metara od površine vode se žabac sad nalazi?

Žabac se sada nalazi 4 metra ispod površine vode, odnosno na -4 metra nadmorske visine.

$$(-1) + (-3) = -4$$



Zbrajanje cijelih brojeva jednakih predznaka na modelima

- **Primjer 3.**

Petar je za rođendan od bake dobio 50 kn, a od brata 20 kn. Koliko je ukupno Petar dobio novaca?

Petar je ukupno dobio 70 kn.



$$50 + 20 = 70$$



Zbrajanje cijelih brojeva jednakih predznaka na modelima

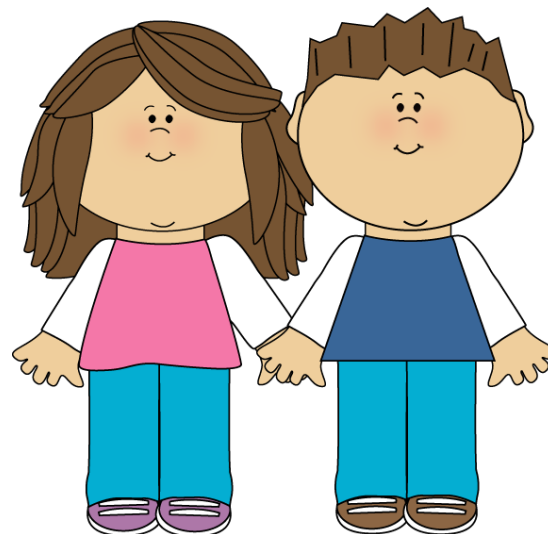
- Primjer 4.**

Matej je dužan Ani 20 kn. Ako posudi od nje još 10 kn, koliki će biti njegov ukupni dug?

Ukupni Matejev dug ćemo izračunati tako da zbrojimo vrijednosti.




$$20 + 10 = 30$$



Zbrajanje cijelih brojeva jednakih predznaka na modelima

- **Primjer 4.**

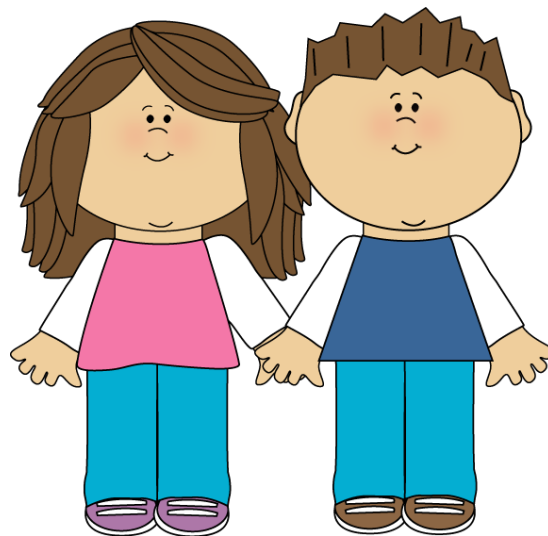
Matej je dužan Ani 20 kn. Ako posudi od nje još 10 kn, koliki će biti njegov ukupni dug?

Međutim, u ovakvom računanju morali bismo uvijek uz navedeni iznos zapisivati je li to “dug” ili “zarada”.

Dug od 20 kn možemo prikazati kao broj -20 i dug od 10 kn kao broj -10 .

Dakle, zbrojimo ova dva dugovanja:

$$(-20) + (-10) = -30$$



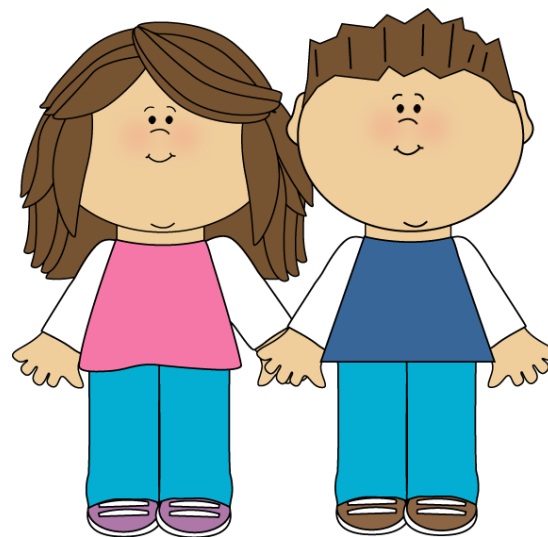
Zbrajanje cijelih brojeva jednakih predznaka na modelima

- **Primjer 4.**

Matej je dužan Ani 20 kn. Ako posudi od nje još 10 kn, koliki će biti njegov ukupni dug?

$$(-20) + (-10) = -30$$

Rješenje je negativan broj jer je Matej dužan 30 kn.



Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (1)

- **Cilj aktivnosti:** učenici će zbrajati cijele brojeve jednakih predznaka na modelu i zapisivati postupak računanja u bilježnicu
- **Oblik rada:** suradnički rad u paru
- **Potrebni materijal:** žetoni, plastične posude, nastavni listići
- **Tijek aktivnosti:**

Nastavnik će učenicima podijeliti potrebni materijal i objasniti pravila “igre”. Učenici će u paru diskutirati i riješiti zadani problem.



Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (1)

- **Zadatak:**

“Topli” (crveni) žetoni predstavljaju pozitivne temperature, a “hladni” (plavi) negativne temperature. Dodavanjem jednog “toplog” žetona temperatura u posudi se povisi za 1°C , a dodavanjem jednog “hladnog” žetona temperatura se snizi za 1°C .

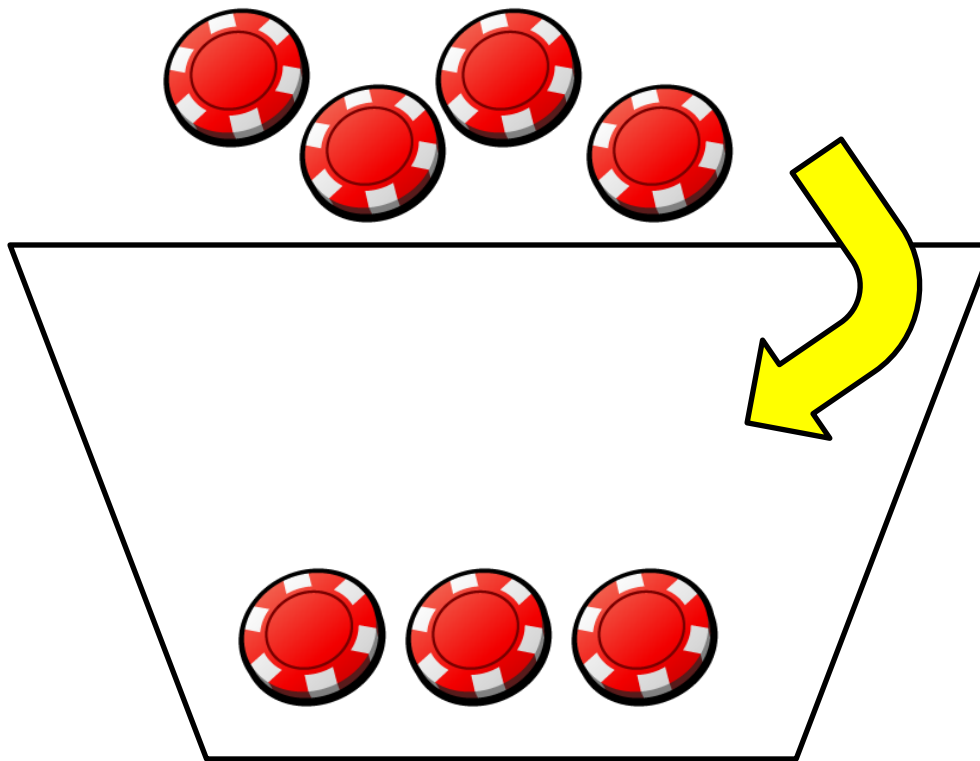
1. Ako se u posudi na početku nalaze tri “topla” žetona, kolika će temperatura biti ako u posudu stavimo još četiri “topla” žetona?

2. Ako se u posudi na početku nalaze dva “hladna” žetona, kolika će temperatura biti ako u posudu stavimo još jedan “hladni” žeton?



Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (1)

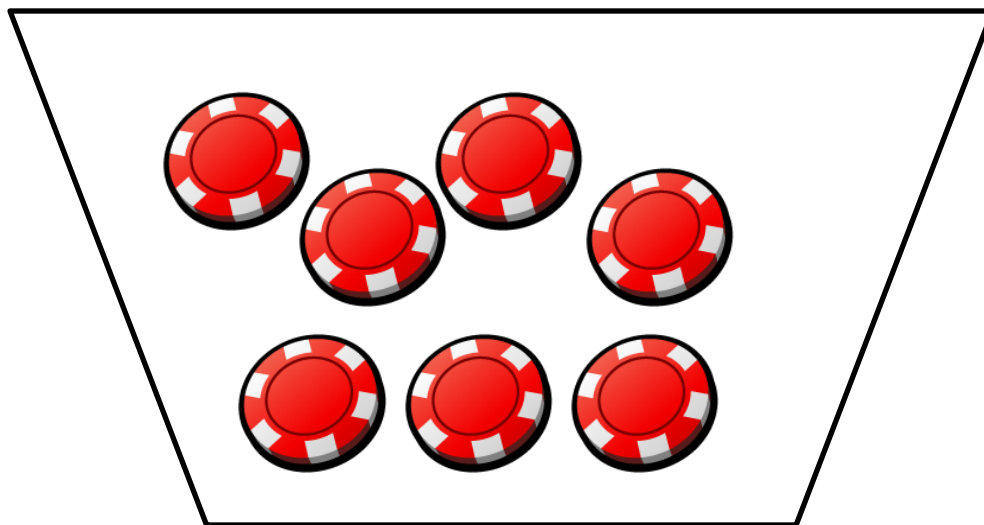
- **Rješenje 1:** Imamo tri “topla” žetona u posudi i dodamo još četiri.



Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (1)

- **Rješenje 1:** Imamo tri “topla” žetona u posudi i dodamo još četiri.

Temperatura u posudi će biti 7°C.



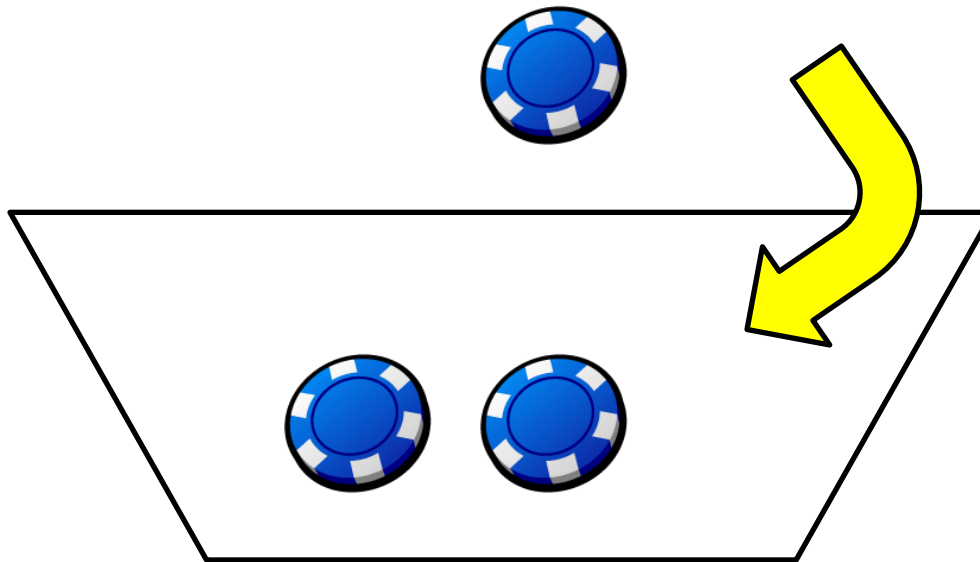
Pišemo:

$$3 + 4 = 7$$

To znamo od prije jer smo naučili zbrajati prirodne brojeve, tj. pozitivne cijele brojeve.

Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (1)

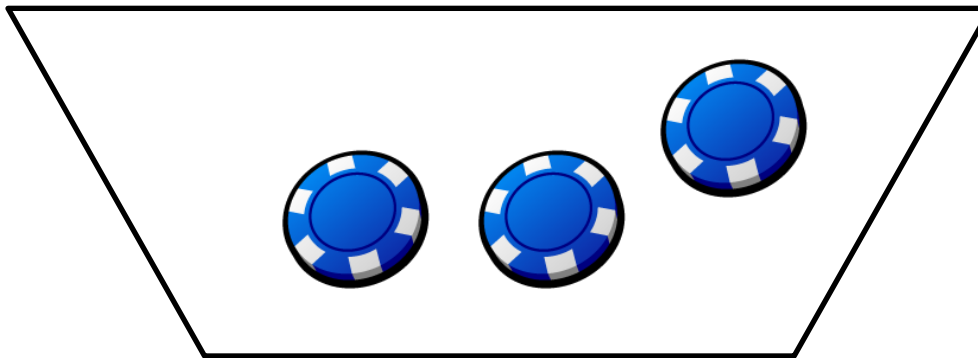
- **Rješenje 2:** Imamo dva “hladna” žetona u posudi i dodamo još jedan.



Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (1)

- **Rješenje 2:** Imamo dva “hladna” žetona u posudi i dodamo još jedan.

Temperatura u posudi će biti -3°C .



Pišemo:

$$(-2) + (-1) = -3$$

Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (1)

- **Zadatak:**

3. Ako se u posudi na početku nalazi jedan “topli” žeton, kolika će temperatura biti ako u posudu stavimo još pet “toplih” žetona?

4. Ako se u posudi na početku nalaze četiri “hladna” žetona, kolika će temperatura biti ako u posudu stavimo još tri “hladna” žetona?

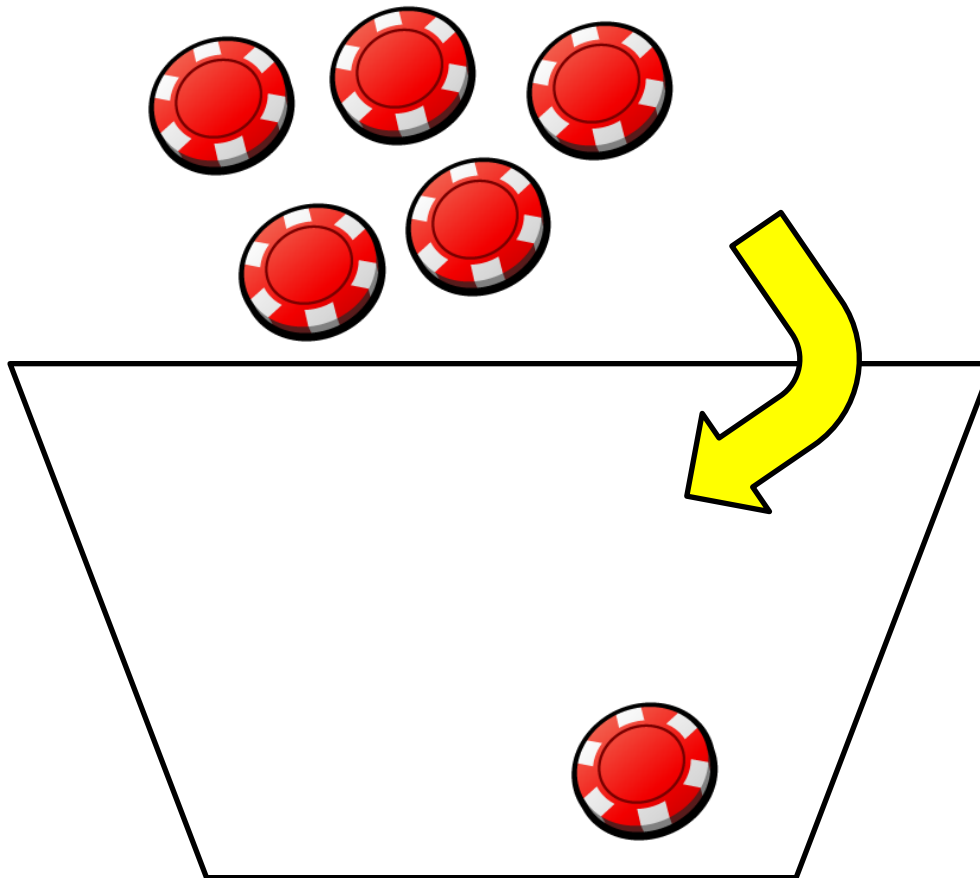
5. Služeći se primjerom “toplih” i “hladnih” žetona riješi sljedeće zadatke:

a) $2 + 7 = ?$

b) $(- 3) + (- 1) = ?$

Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (1)

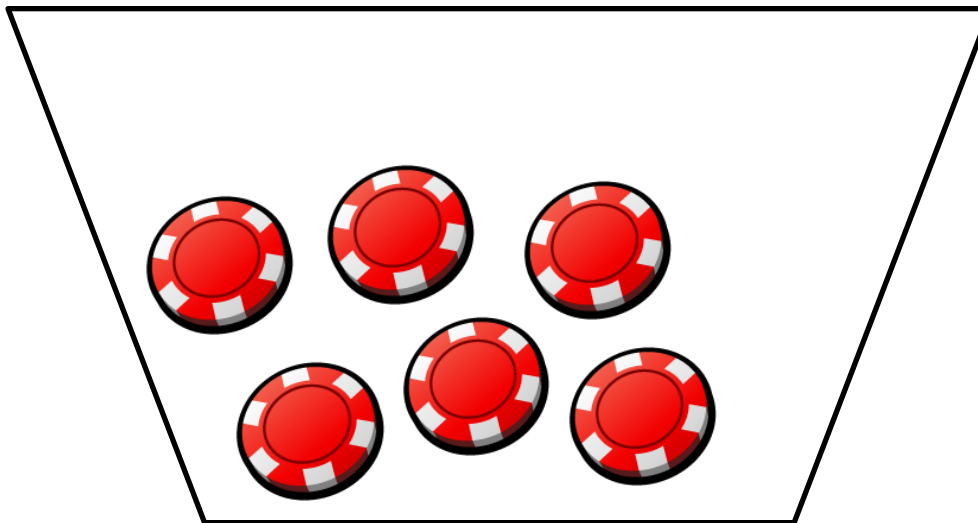
- **Rješenje 3:** Imamo jedan “topli” žeton u posudi i dodamo još pet.



Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (1)

- **Rješenje 3:** Imamo jedan “topli” žeton u posudi i dodamo još pet.

Temperatura u posudi će biti 6°C.

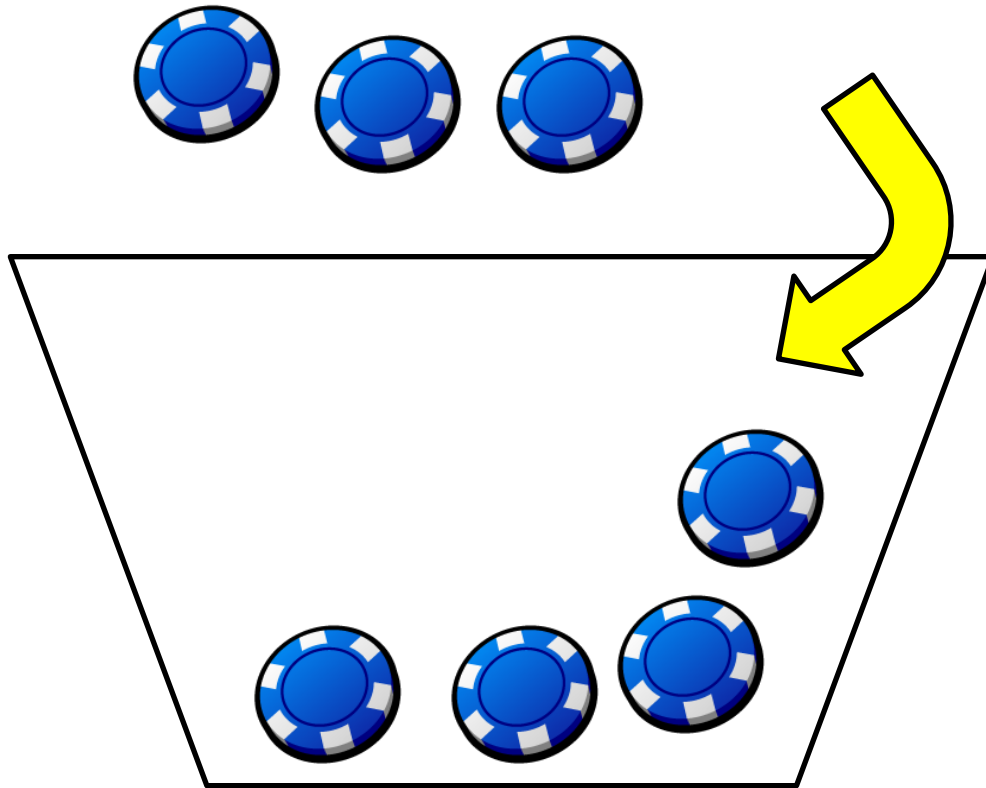


Pišemo:

$$1 + 5 = 6$$

Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (1)

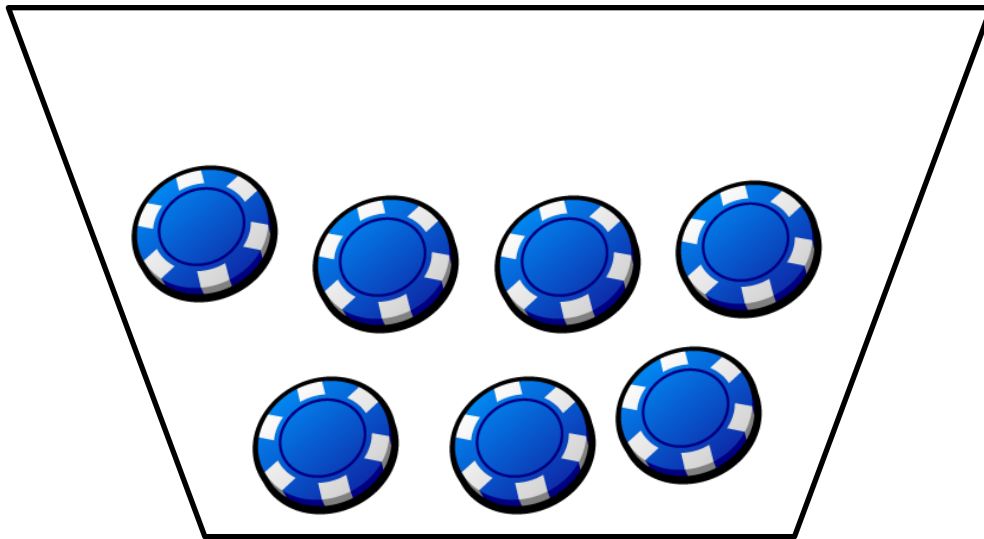
- **Rješenje 4:** Imamo četiri “hladna” žetona u posudi i dodamo još tri.



Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (1)

- **Rješenje 4:** Imamo četiri “hladna” žetona u posudi i dodamo još tri.

Temperatura u posudi će biti -7°C .



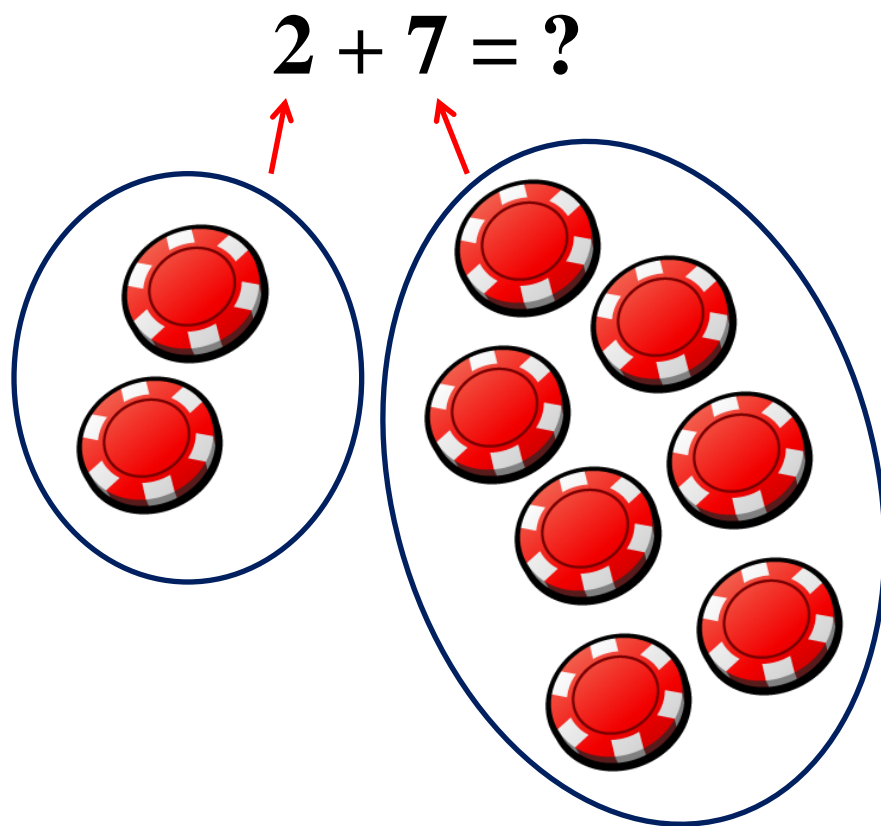
Pišemo:

$$(-4) + (-3) = -7$$

Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (1)

- Rješenje 5:

a)

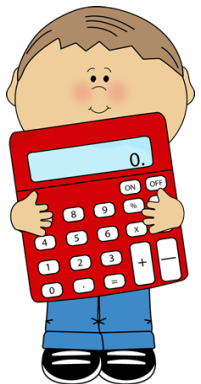
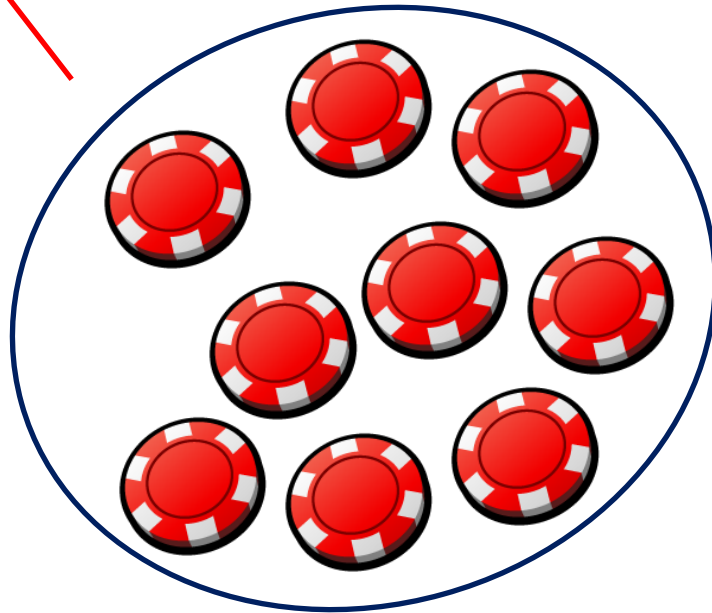


Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (1)

- Rješenje 5:

a)

$$2 + 7 = 9$$

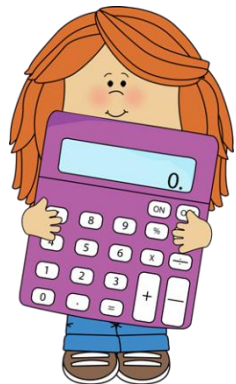
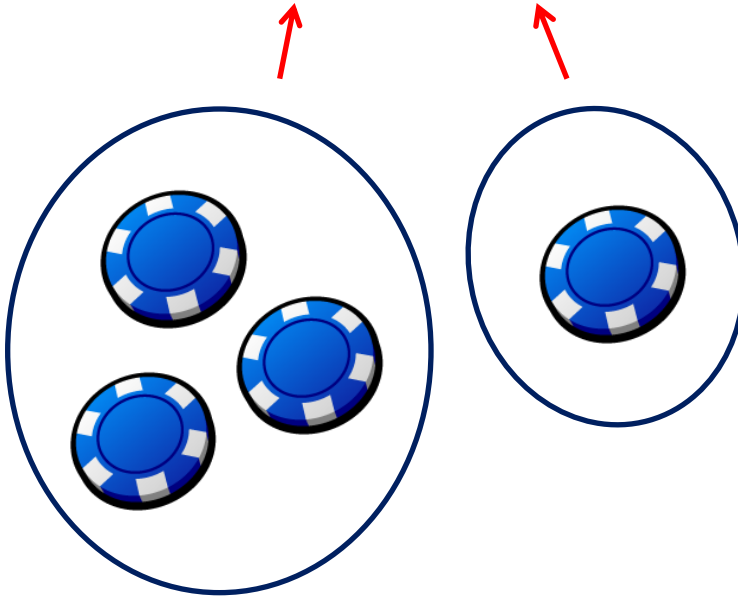


Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (1)

- Rješenje 5:

b)

$$(-3) + (-1) = ?$$

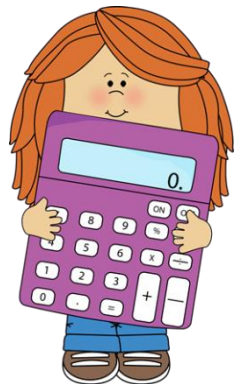
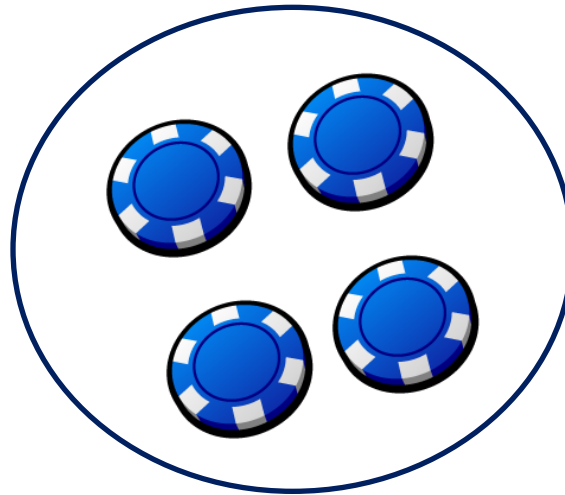


Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (1)

- Rješenje 5:

b)

$$(-3) + (-1) = -4$$



Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (1)

- **Diskusija:**

Na koji način smo riješili ove zadatke?

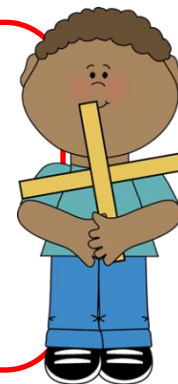
U prethodnim zadacima rezultat smo dobili tako da smo zbrojili prirodne brojeve, no zbroj “toplih” žetona smo protumačili kao povećanje temperature u posudi, a zbroj “hladnih” žetona kao smanjenje temperature u posudi.

Do rješenja smo došli prebrojavanjem žetona.

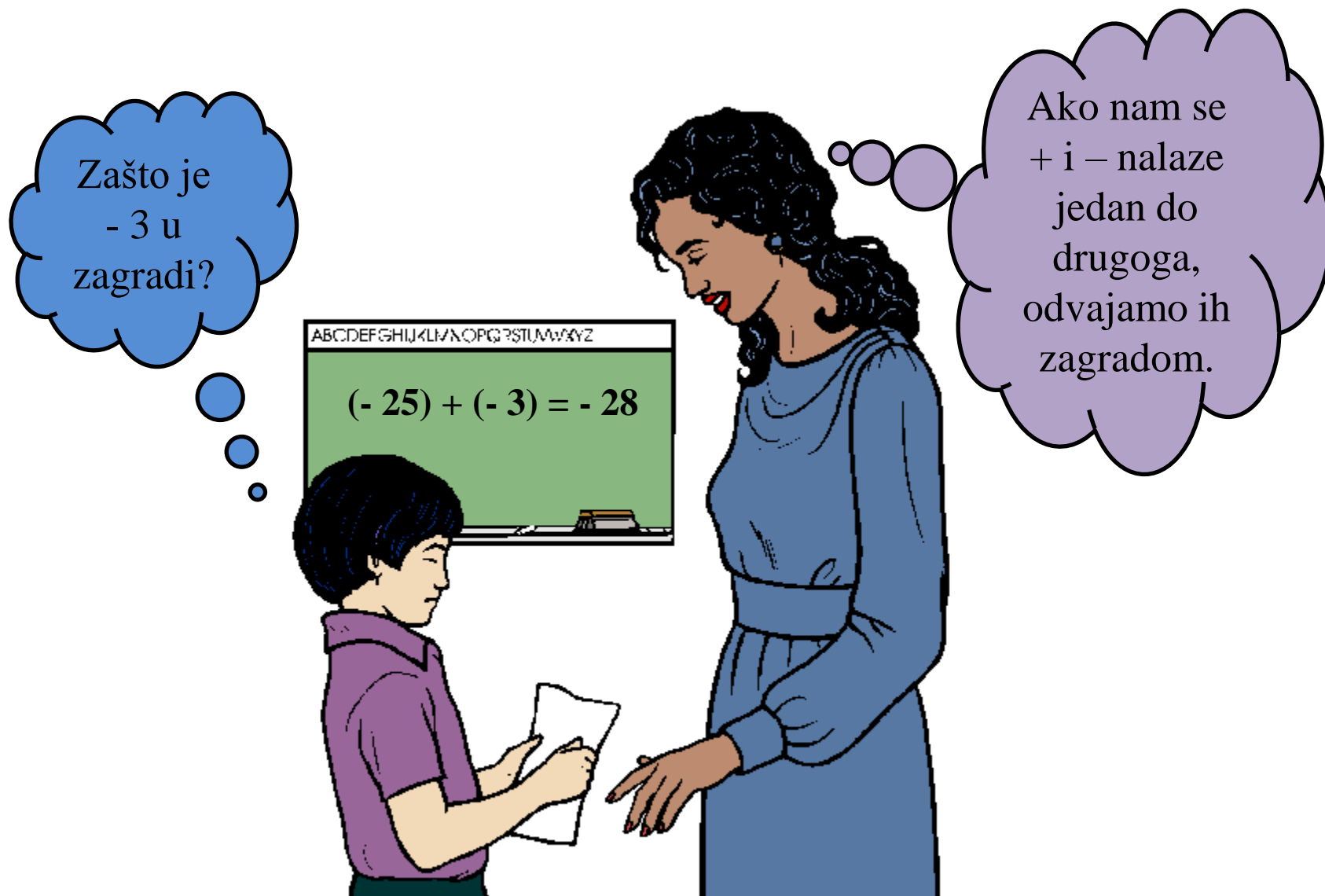
- **Zaključak:**

Zbroj dvaju pozitivnih cijelih brojeva je pozitivan cijeli broj.

Zbroj dvaju negativnih cijelih brojeva je negativan cijeli broj.



Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (1)



Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (1)

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- prikazati matematičke ideje, postupke i rješenja riječima, didaktičkim materijalima, brojevima, simbolima i misaono
- izraziti ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom (usmeno i pisano)
- saslušati i razmjenjivati matematičke ideje i objašnjenja te suradnički raditi u paru

(Povezivanje)

- povezati matematiku s vlastitim iskustvom i svakodnevnim životom

(Rješavanje problema i matematičko modeliranje)

- izgrađivati novo matematičko znanje rješavanjem problema

II. Matematički koncepti

(Brojevi)

- zbrajati cijele brojeve jednakih predznaka pomoću modela žetona i metodom pisanog računa

(Algebra i funkcije)

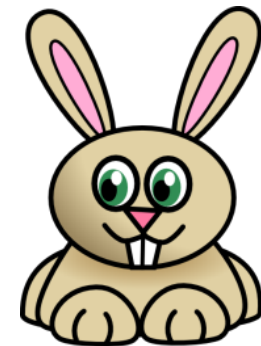
- uočiti pravilnosti u svezi s brojevima i računskim operacijama i primjenjivati ih

Aktivnost – **Zeko na brojevnom pravcu (1)**

- **Cilj aktivnosti:** učenici će zbrajati cijele brojeve jednakih predznaka na modelu pravca i zapisivati postupak računanja
- **Oblik rada:** suradnički rad u paru
- **Potrebni materijal:** nastavni listići, figurica zeke
- **Tijek aktivnosti:**

Nastavnik će učenicima podijeliti potrebni materijal i objasniti pravila.

Učenici će u paru diskutirati i riješiti zadani problem.



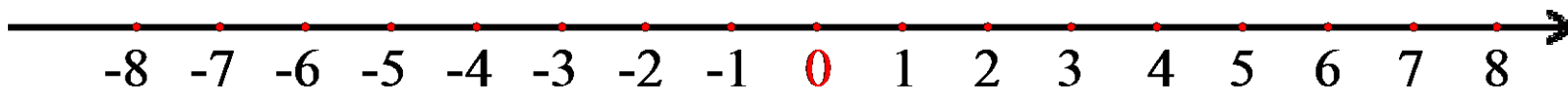
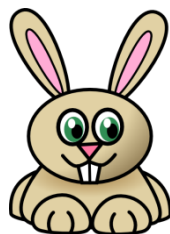
Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (1)

- Zadatak:**

Ilustrirajte zbrajanje brojeva na brojevnom pravcu pomicanjem figurice zeke. Početni položaj zeke je ishodište brojevnog pravca.

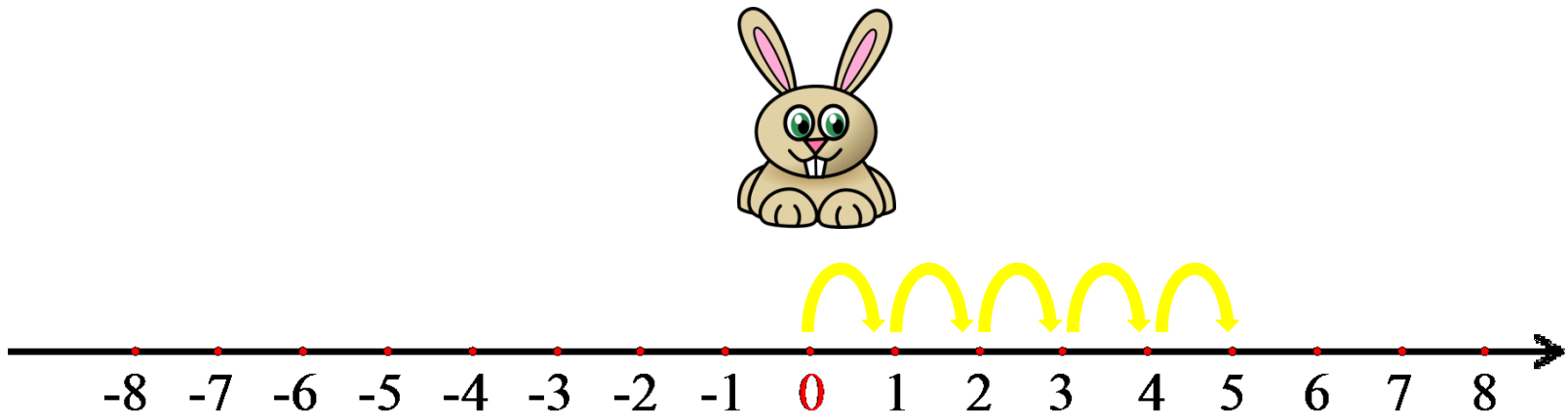
1. $5 + 3$

2. $-5 + -3$



Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (1)

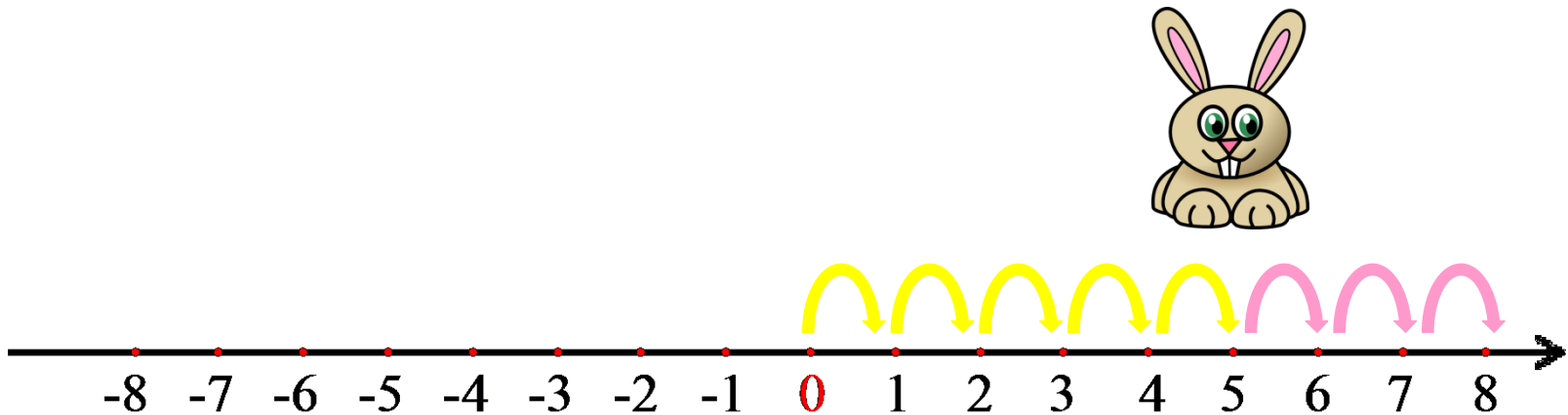
- **Rješenje 1:** Budući da zbrajamo 5 i 3, zeko će krenuti od nule udesno za 5 jedinica.



Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (1)

- **Rješenje 1:** Budući da zbrajamo 5 i 3, zeko će krenuti od nule udesno za 5 jedinica.

Kada je zeko došao do broja 5, krenuti će udesno za još 3 jedinice.

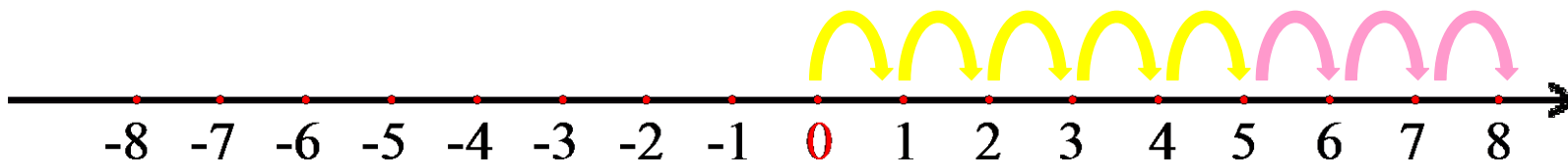
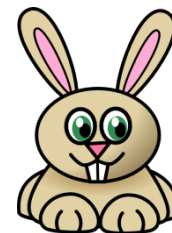


Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (1)

- **Rješenje 1:** Budući da zbrajamo 5 i 3, zeko će krenuti od nule udesno za 5 jedinica.

Kada je zeko došao do broja 5, krenuti će udesno za još 3 jedinice.

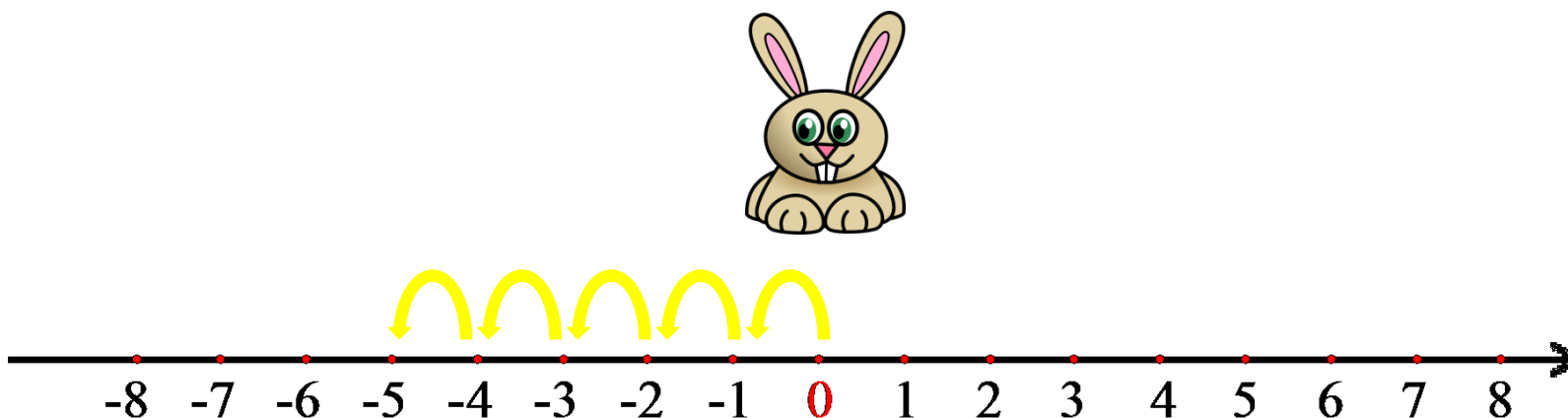
Pomicanjem je zeko došao do broja 8, koji je rezultat zbrajanja brojeva 5 i 3.



$$\text{Pišemo: } 5 + 3 = 8 .$$

Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (1)

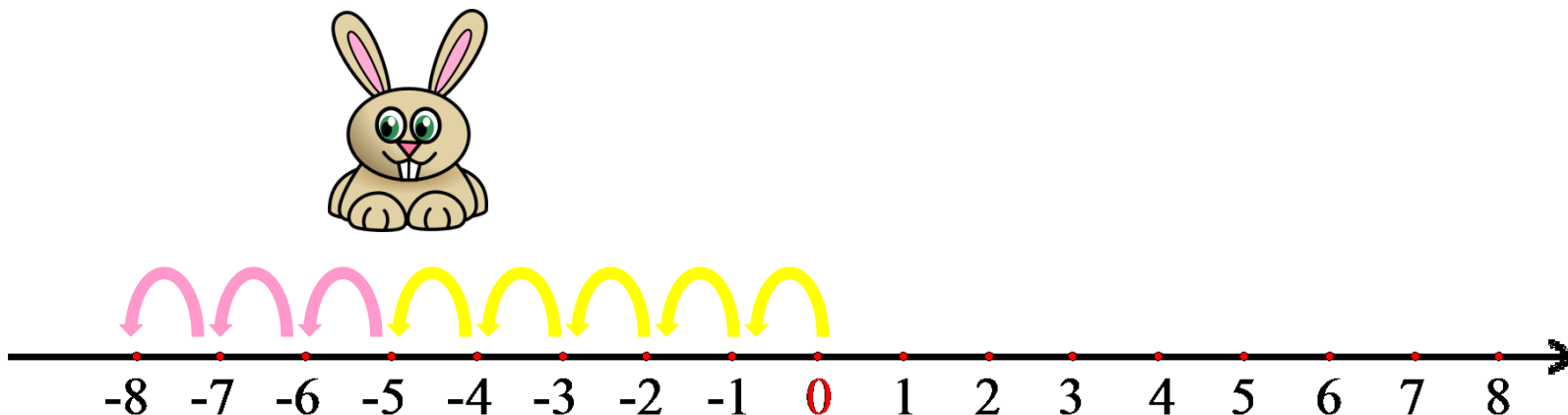
- **Rješenje 2:** Budući da zbrajamo -5 i -3 , zeko će krenuti od nule ulijevo za 5 jedinica.



Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (1)

- **Rješenje 2:** Budući da zbrajamo -5 i -3 , zeko će krenuti od nule ulijevo za 5 jedinica.

Kada je zeko došao do broja -5 , krenuti će ulijevo za još 3 jedinice, jer broju -5 pribrajam broj -3 .



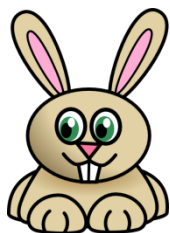
Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (1)

- **Rješenje 2:** Budući da zbrajamo -5 i -3 , zeko će krenuti od nule ulijevo za 5 jedinica.

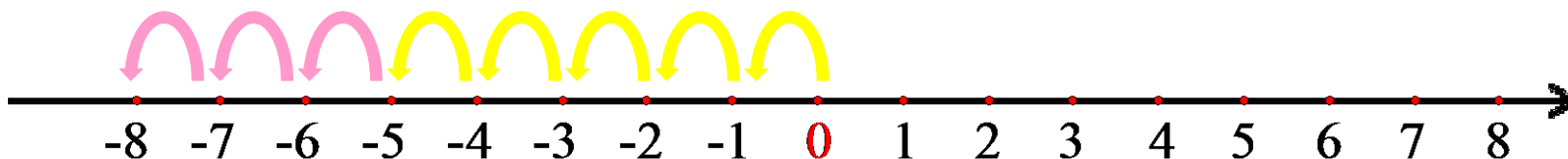
Kada je zeko došao do broja -5 , krenuti će ulijevo za još 3 jedinice, jer broju -5 pribrajam broj -3 .

Pomicanjem je zeko došao do broja -8 , koji je rezultat zbrajanja brojeva

-5 i -3 .



Pišemo: $(-5) + (-3) = -8$.

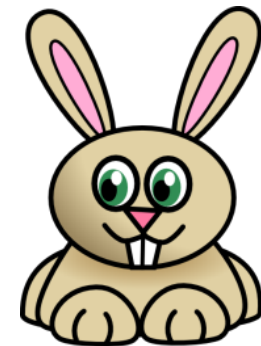


Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (1)

- **Diskusija:**

Kako na brojevnom pravcu zbrajamo brojeve jednakih predznaka?

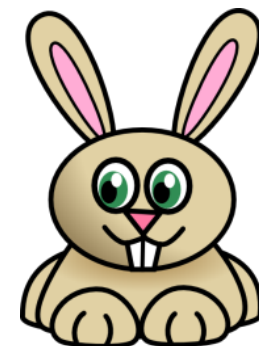
Pribrojimo li nekom cijelom broju pozitivni broj na brojevnom se pravcu krećemo udesno, a pribrojimo li nekom cijelom broju negativni broj, na brojevnom se pravcu krećemo ulijevo.



Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (1)

- **Zaključak:**

Brojeve jednakih predznaka zbrajamo tako da zbrojimo njihove apsolutne vrijednosti i rezultatu dajemo zajednički predznak pribrojnika.



Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (1)

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- prikazati matematičke ideje, postupke i rješenja riječima, slikama, didaktičkim materijalima, brojevima, simbolima i mislima
- odabrati i primijeniti prikladan prikaz u skladu s razmatranom situacijom
- izraziti ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom (usmeno i pisano)
- saslušati i razmjenjivati matematičke ideje i objašnjenja te suradnički raditi u paru

(Povezivanje)

- uspostaviti veze i odnose među matematičkim objektima, idejama, pojmovima, prikazima i postupcima

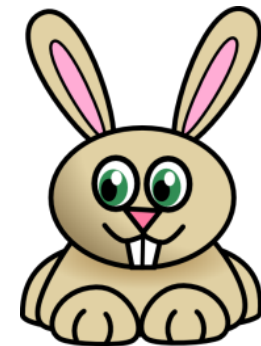
II. Matematički koncepti

(Brojevi)

- zbrajati cijele brojeve jednakih predznaka na brojevnom pravcu

(Algebra i funkcije)

- na brojevnom pravcu s prikladnom jediničnom dužinom prikazati cijele brojeve



ZBRAJANJE CIJELIH BROJEVA RAZLIČITIH PREDZNAKA

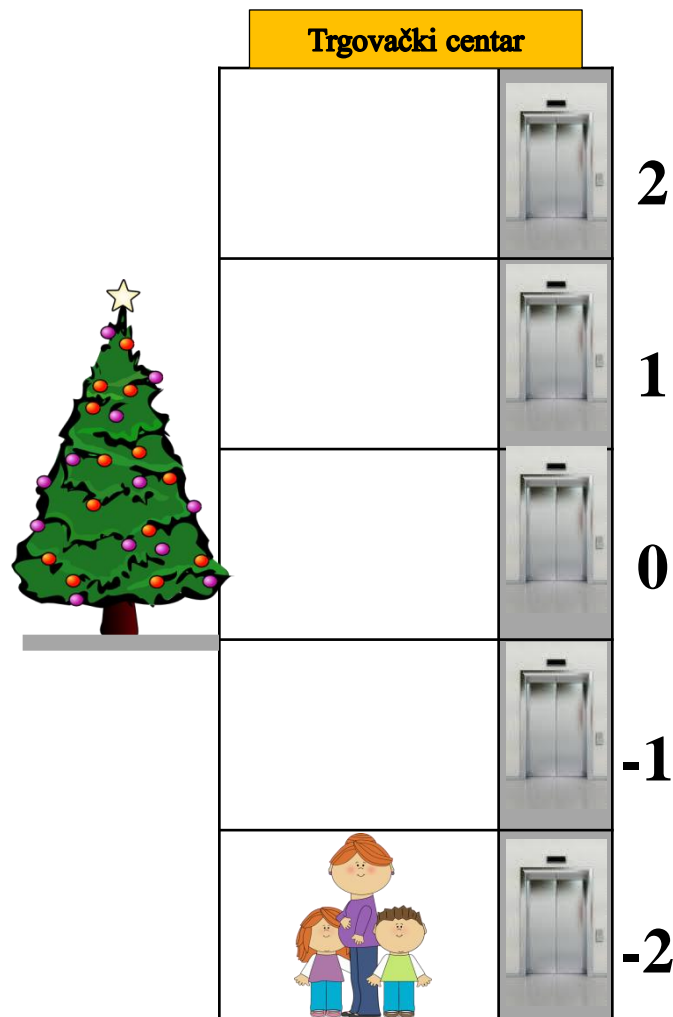


Zbrajanje cijelih brojeva različitih predznaka na modelima

Primjer 1.

Ana je zamolila mamu da je odveze u trgovački centar kako bi kupila novu knjigu koju je željno iščekivala. Mama je parkirala na -2. katu pa se Ana mora popeti liftom još 3 kata do knjižare.

Na kojem se katu nalazi knjižara?



Zbrajanje cijelih brojeva različitih predznaka na modelima

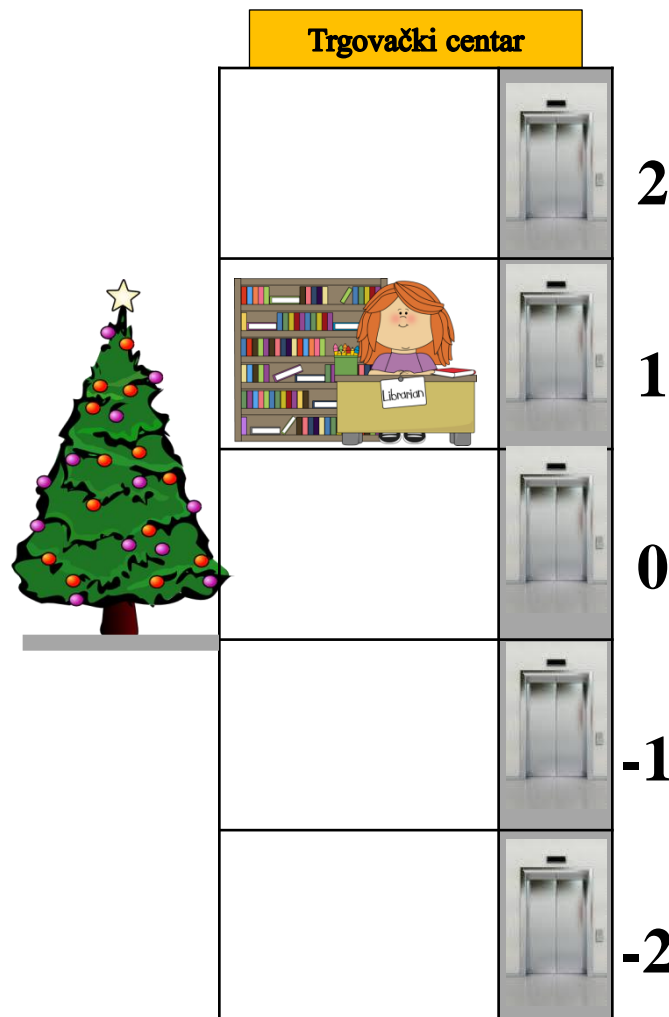
Primjer 1.

Ana je zamolila mamu da je odveze u trgovački centar kako bi kupila novu knjigu koju je željno iščekivala. Mama je parkirala na -2. katu pa se Ana mora popeti liftom još 3 kata do knjižare.

Na kojem se katu nalazi knjižara?

Knjižara se nalazi na prvom katu.

$$(-2) + 3 = 1$$



Zbrajanje cijelih brojeva različitih predznaka na modelima

Primjer 2.

Za vrijeme ljetnih suša, razina vode u bunaru se spustila na - 4 m nadmorske visine. Nakon prvih jesenskih kiša, razina vode se podigla za 6 m.

Kolika je sada razina vode u bunaru?



Zbrajanje cijelih brojeva različitih predznaka na modelima

Primjer 2.

Za vrijeme ljetnih suša, razina vode u bunaru se spustila na - 4 m nadmorske visine. Nakon prvih jesenskih kiša, razina vode se podigla za 6 m.

Kolika je sada razina vode u bunaru?

Razina vode u bunaru je sada na 2 m nadmorske visine.

$$(-4) + 6 = 2$$



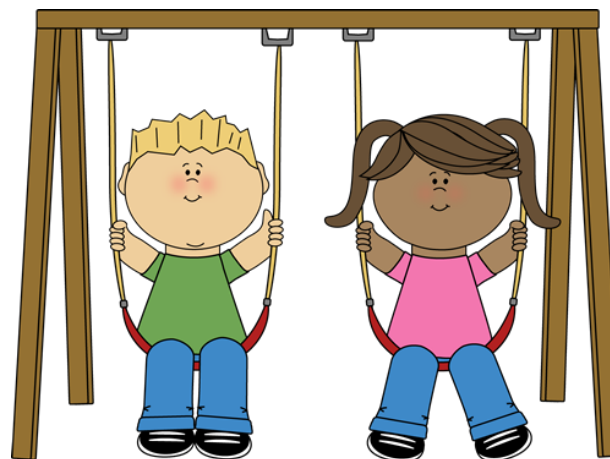
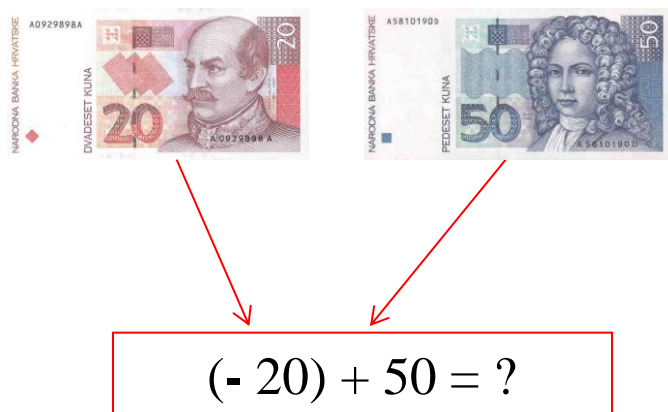
Zbrajanje cijelih brojeva različitih predznaka na modelima

- Primjer 3.**

Matej je dužan Ani 20 kn. Od bake je za rođendan dobio 50 kn.

Ako vrati Ani dug, koliko će mu novaca ostati?

Matejev dug ćemo zapisati kao -20 kn.



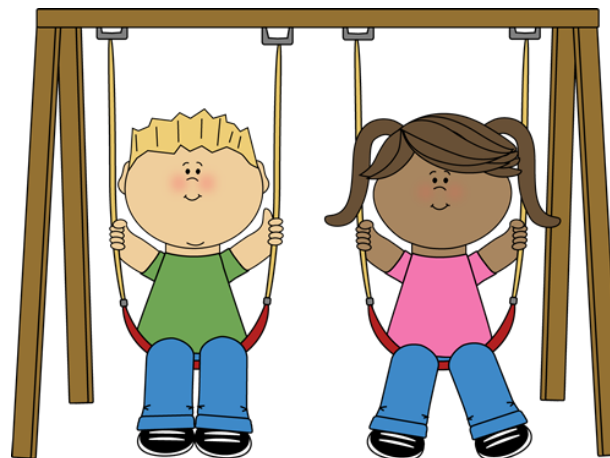
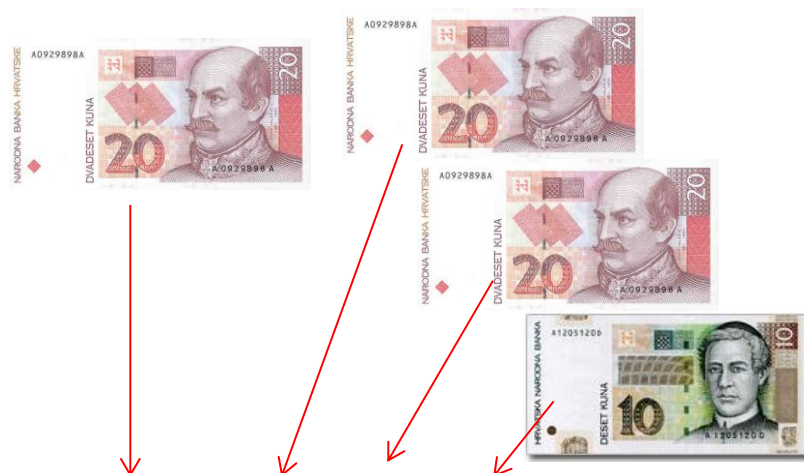
Zbrajanje cijelih brojeva različitih predznaka na modelima

- Primjer 3.**

Matej je dužan Ani 20 kn. Od bake je za rođendan dobio 50 kn.

Ako vrati Ani dug, koliko će mu novaca ostati?

Matejev dug ćemo zapisati kao -20 kn.



Zbrajanje cijelih brojeva različitih predznaka na modelima

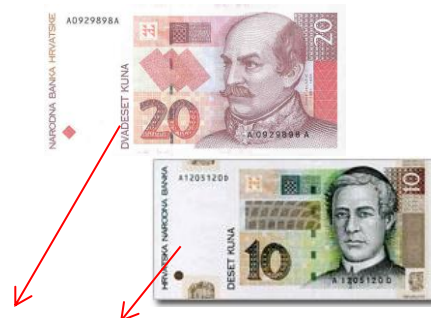
- Primjer 3.**

Matej je dužan Ani 20 kn. Od bake je za rođendan dobio 50 kn.

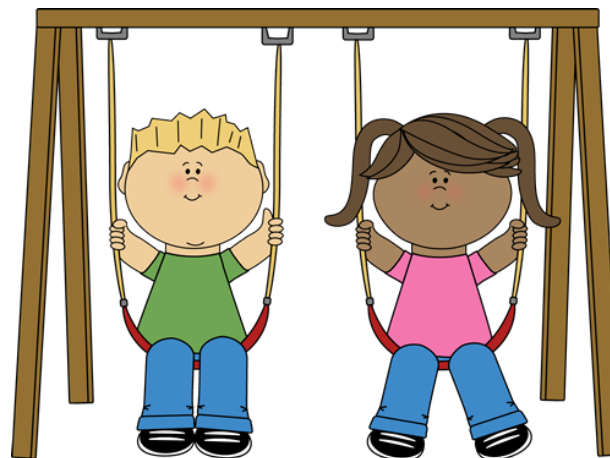
Ako vrati Ani dug, koliko će mu novaca ostati?

Matejev dug ćemo zapisati kao -20 kn.

Mateju će, nakon što vrati dug, ostati 30 kn.



$$20 + 10 = 30$$



Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (2)

- **Cilj aktivnosti:** učenici će zbrajati cijele brojeve različitih predznaka na modelu i zapisivati postupak računanja
- **Oblik rada:** suradnički rad u paru
- **Potrebni materijal:** crveni i plavi žetoni, plastične posude
- **Tijek aktivnosti:**

Nastavnik će učenicima podijeliti potrebni materijal i objasniti pravila “igre”. Učenici će u paru diskutirati i riješiti zadani problem.



Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (2)

- **Zadatak:**

„Topli” (crveni) žetoni predstavljaju pozitivne temperature, a „hladni” (plavi) negativne temperature. Dodavanjem jednog „toplog” žetona, temperatura u posudi se povisi za 1°C , a dodavanjem jednog „hladnog” žetona temperatura se snizi za 1°C .

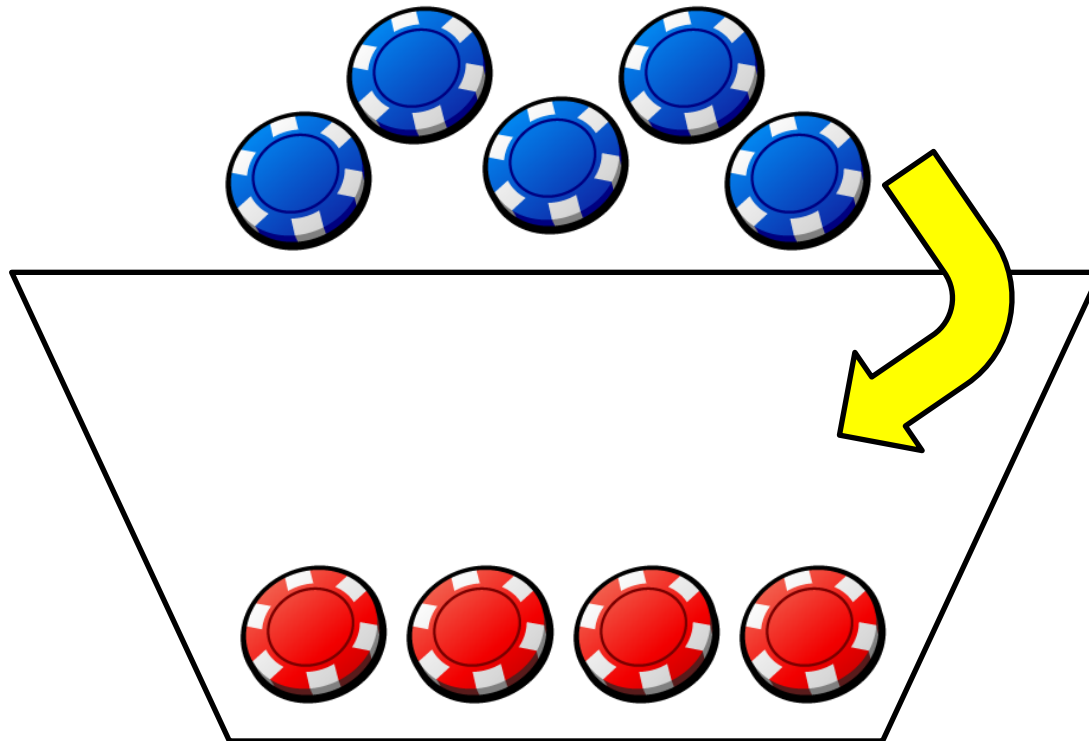
1. Ako se u posudi na početku nalaze četiri „topla” žetona, kolika će temperatura biti ako u posudu dodamo pet „hladnih” žetona?

2. Ako se u posudi na početku nalaze tri „topla” žetona, kolika će temperatura biti ako u posudu dodamo tri „hladna” žetona?



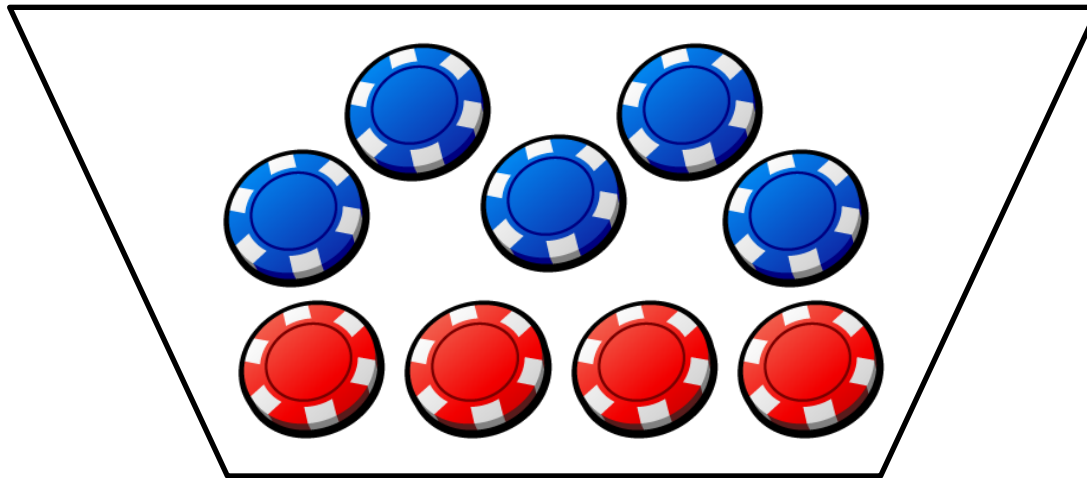
Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (2)

- **Rješenje 1:** U posudi imamo četiri „topla” žetona i dodamo pet „hladnih”.



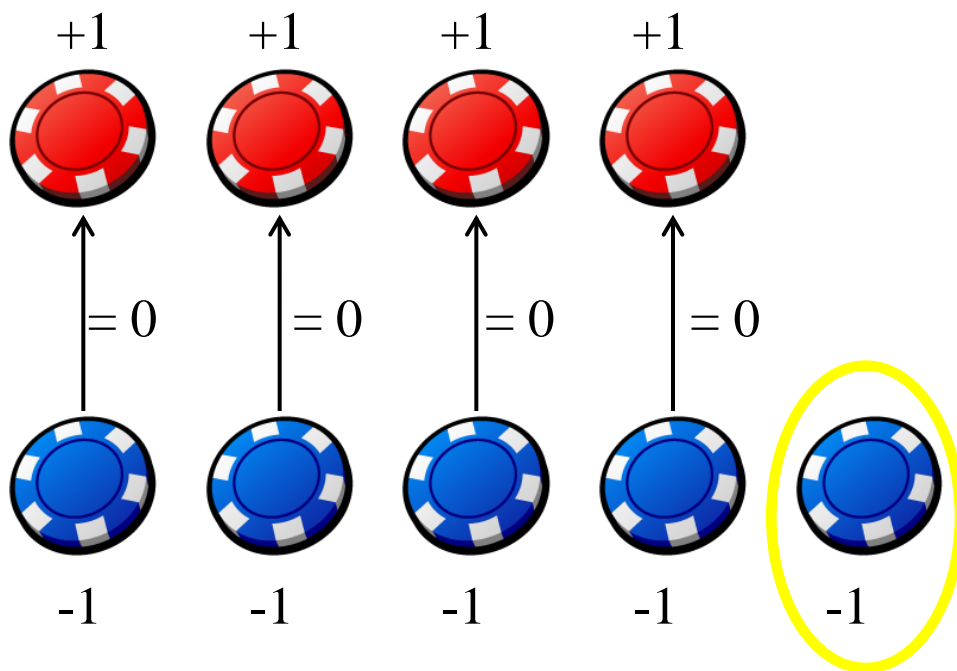
Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (2)

- **Rješenje 1:** U posudi imamo četiri „topla” žetona i dodamo pet „hladnih”.



Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (2)

- Rješenje 1:** U posudi imamo četiri „topla” žetona i dodamo pet „hladnih”.



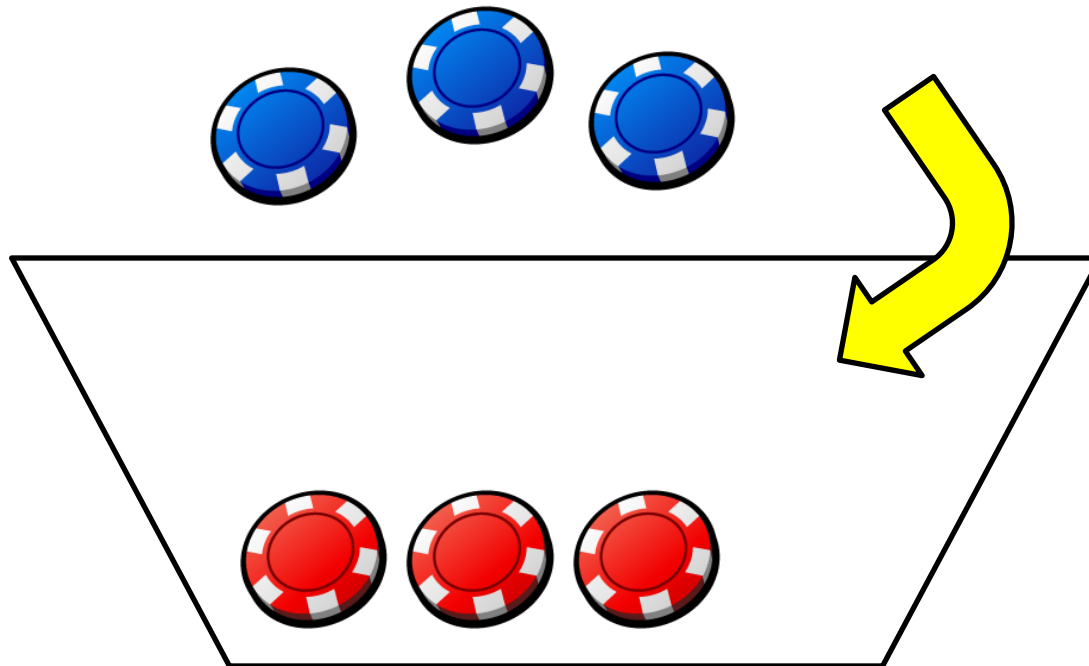
Pišemo:

$$4 + (-5) = -1$$

Temperatura u posudi je -1°C .

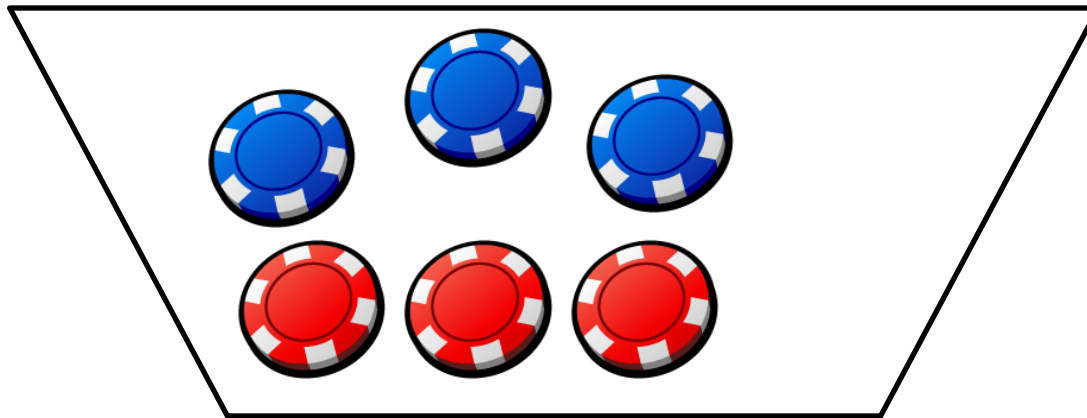
Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (2)

- **Rješenje 2:** U posudi imamo tri „topla” žetona i dodamo tri „hladna”.



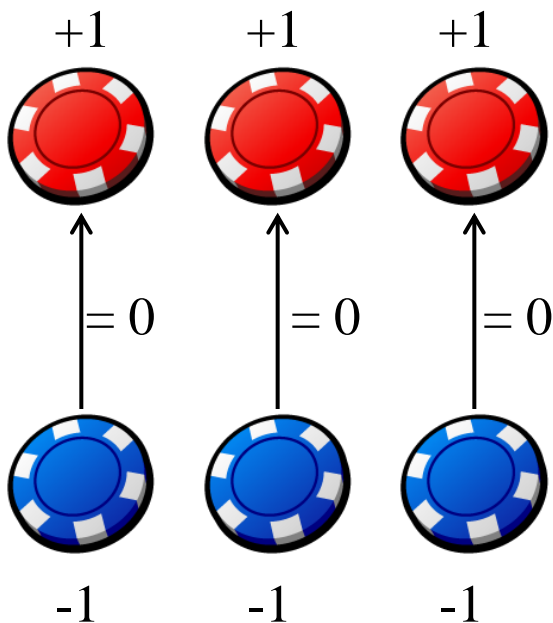
Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (2)

- **Rješenje 2:** U posudi imamo tri „topla” žetona i dodamo tri „hladna”.



Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (2)

- **Rješenje 2:** U posudi imamo tri „topla” žetona i dodamo tri „hladna”.



Pišemo:

$$3 + (-3) = 0$$

Temperatura u posudi je 0°C.

Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (2)

- **Zadatak:**

3. Ako se u posudi na početku nalaze tri „hladna” žetona, kolika će temperatura biti ako u posudu dodamo šest „toplih” žetona?

4. Ako se u posudi na početku nalaze dva „topla” žetona, kolika će temperatura biti ako u posudu dodamo četiri „hladna” žetona?

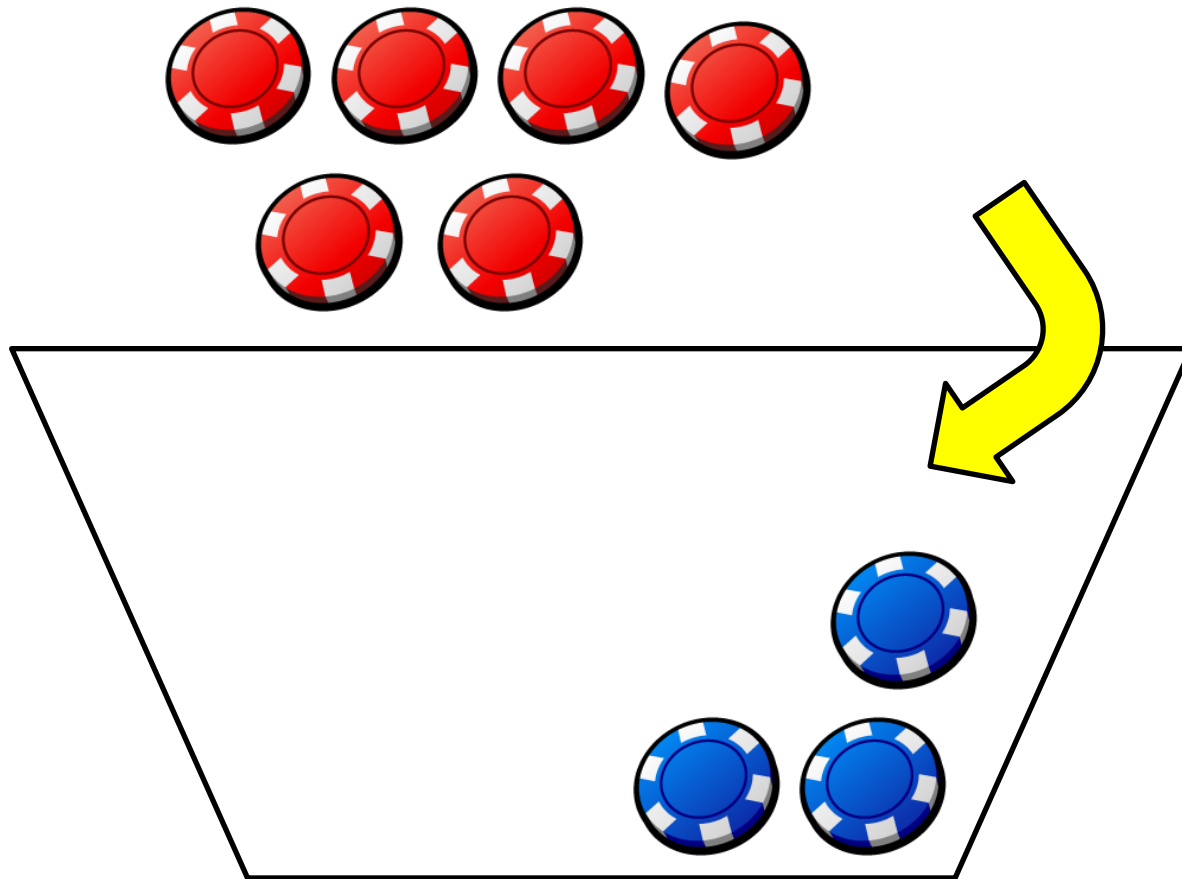
5. Služeći se modelom „toplih” i „hladnih” žetona, riješi sljedeće zadatke:

a) $(- 7) + 3 = ?$

b) $8 + (- 3) = ?$

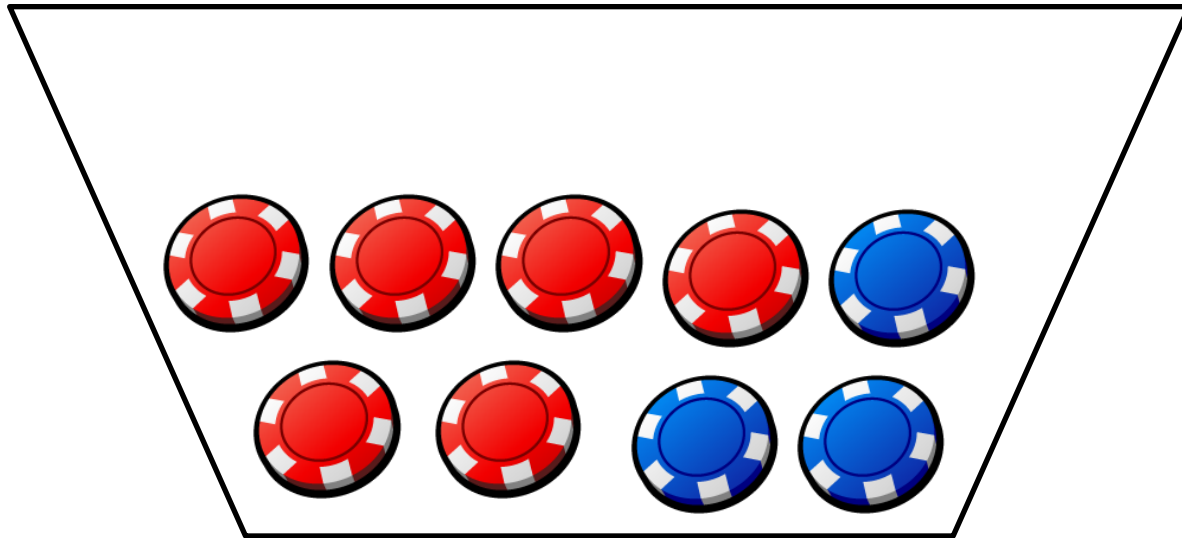
Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (2)

- **Rješenje 3:** U posudi imamo tri „hladna” žetona i dodamo šest „toplih” žetona.



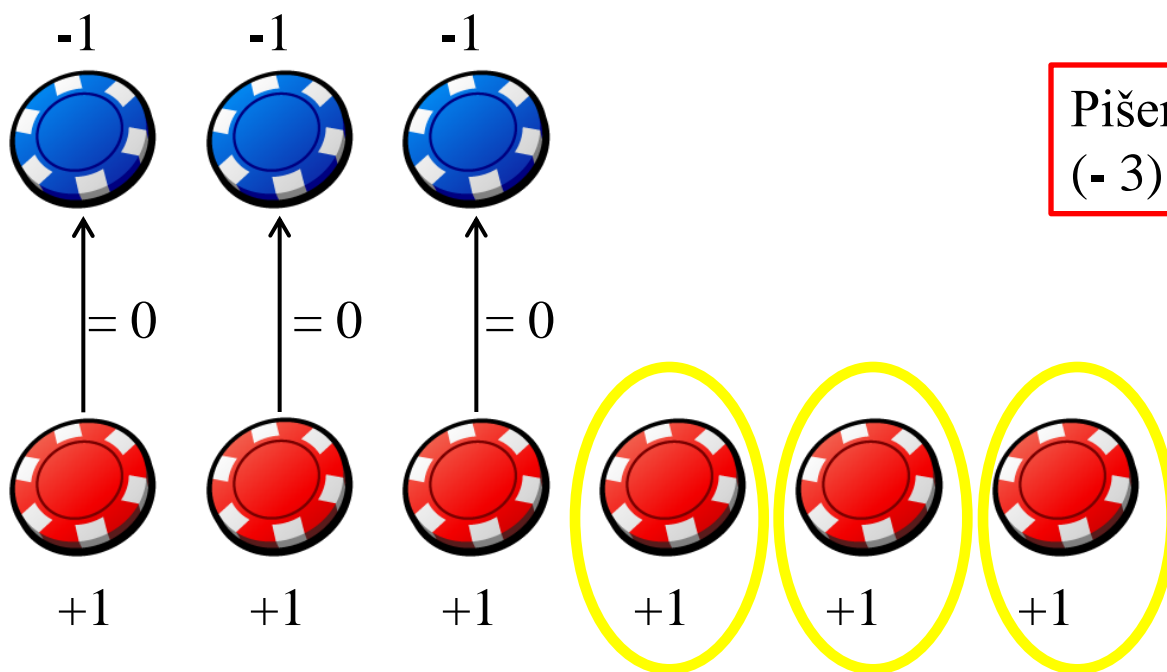
Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (2)

- **Rješenje 3:** U posudi imamo tri „hladna” žetona i dodamo šest „toplih” žetona.



Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (2)

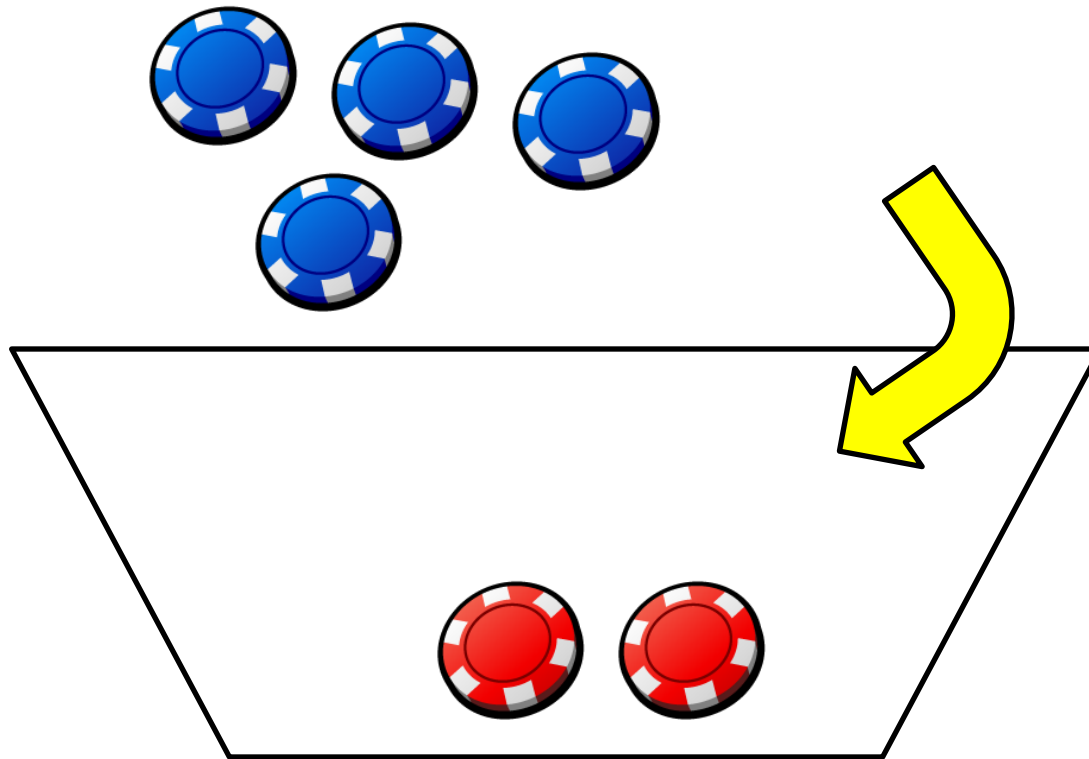
- **Rješenje 3:** U posudi imamo tri „hladna” žetona i dodamo šest „toplih” žetona.



Temperatura u posudi je 3°C .

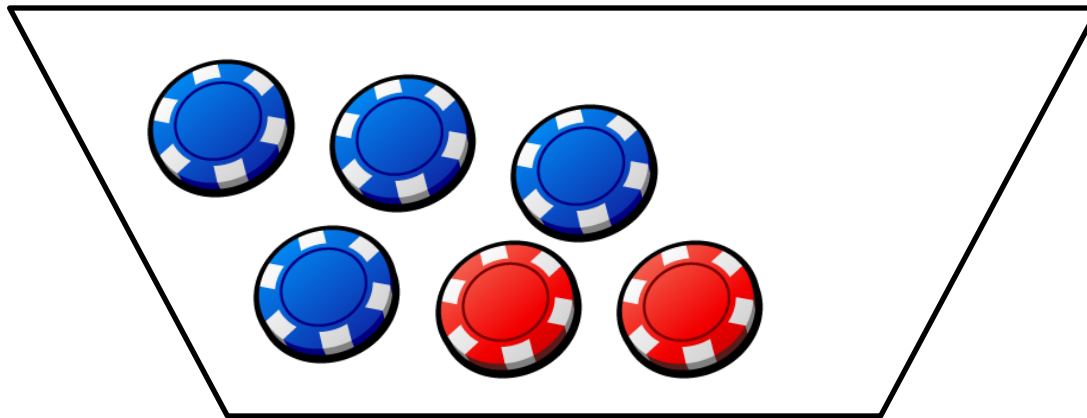
Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (2)

- **Rješenje 4:** U posudi imamo dva „topla” žetona i dodamo četiri „hladna”.



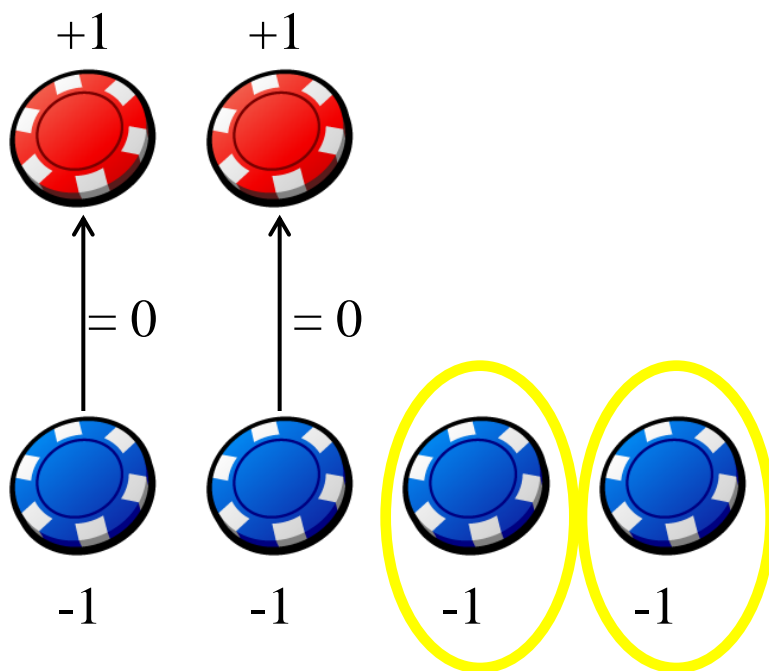
Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (2)

- **Rješenje 4:** U posudi imamo dva „topla” žetona i dodamo četiri „hladna”.



Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (2)

- **Rješenje 4:** U posudi imamo dva „topla” žetona i dodamo četiri „hladna”.



Pišemo:

$$2 + (-4) = -2$$

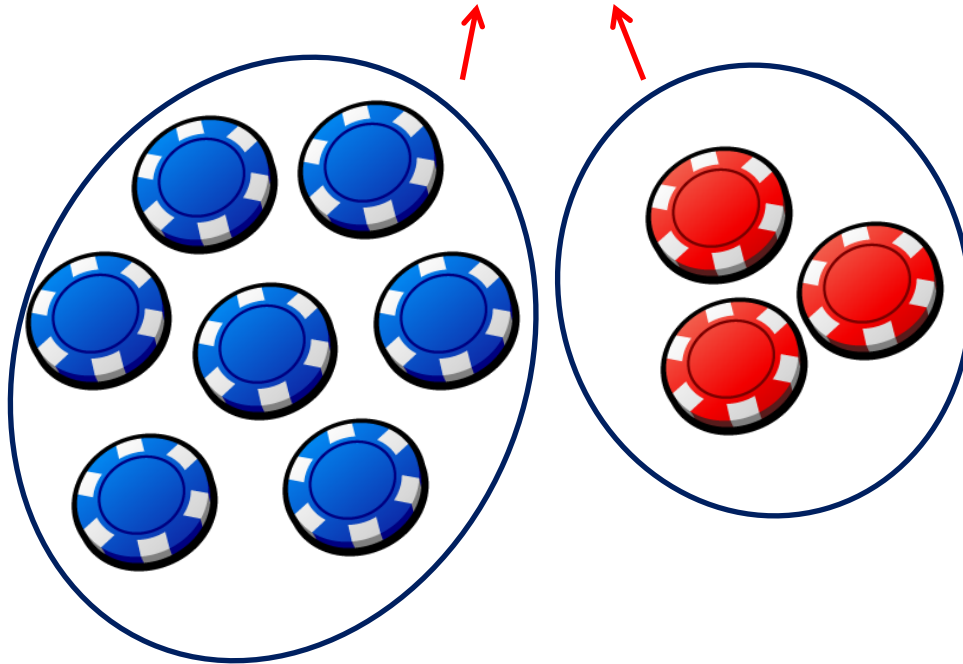
Temperatura u posudi je -2°C .

Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (2)

- Rješenje 5:

a)

$$(-7) + 3 = ?$$

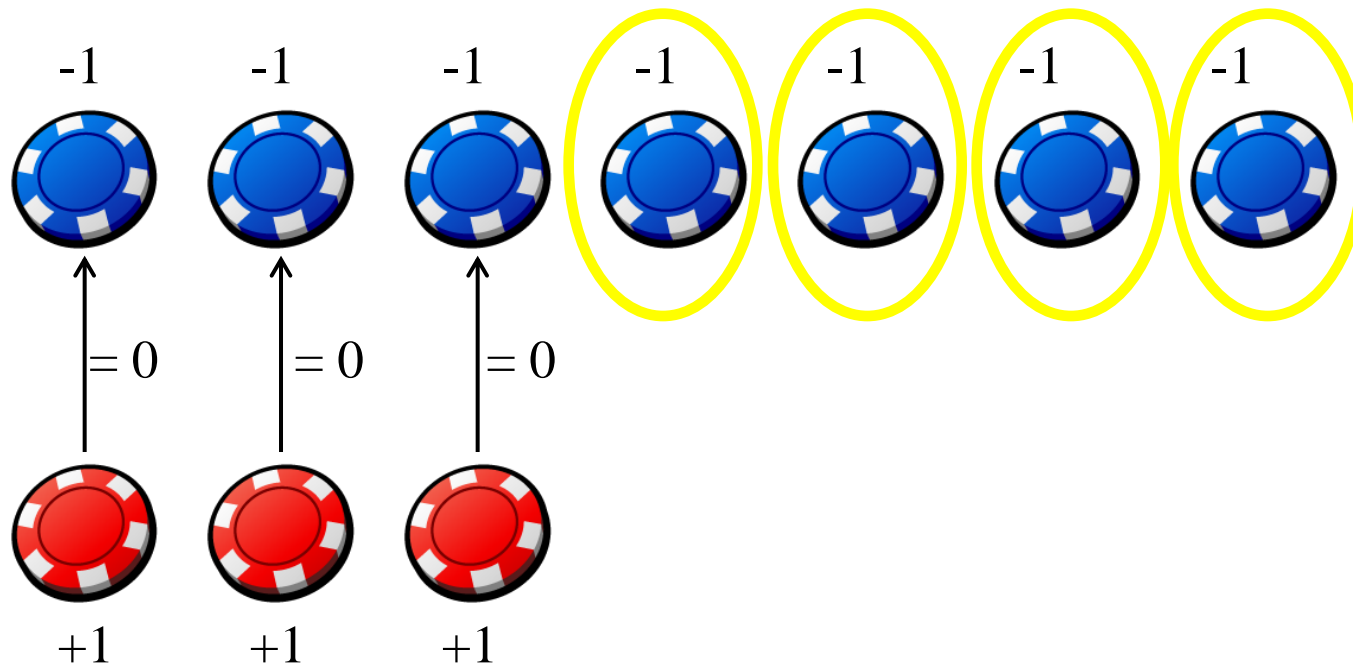


Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (2)

- Rješenje 5:

a)

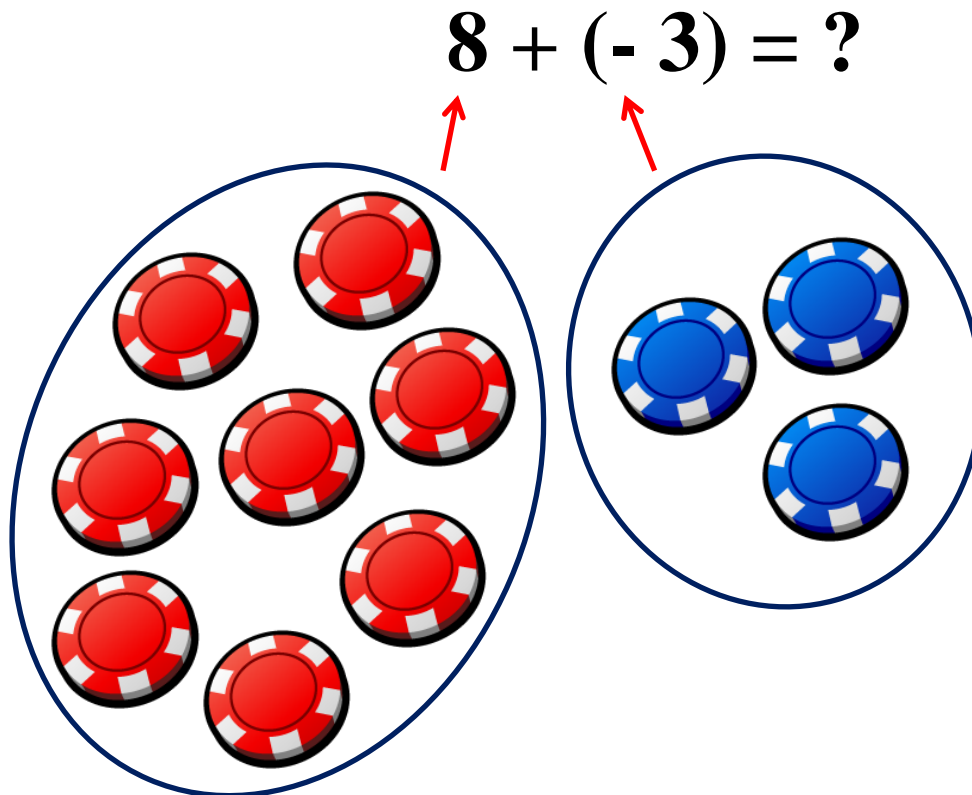
$$(-7) + 3 = -4$$



Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (2)

- Rješenje 5:

b)

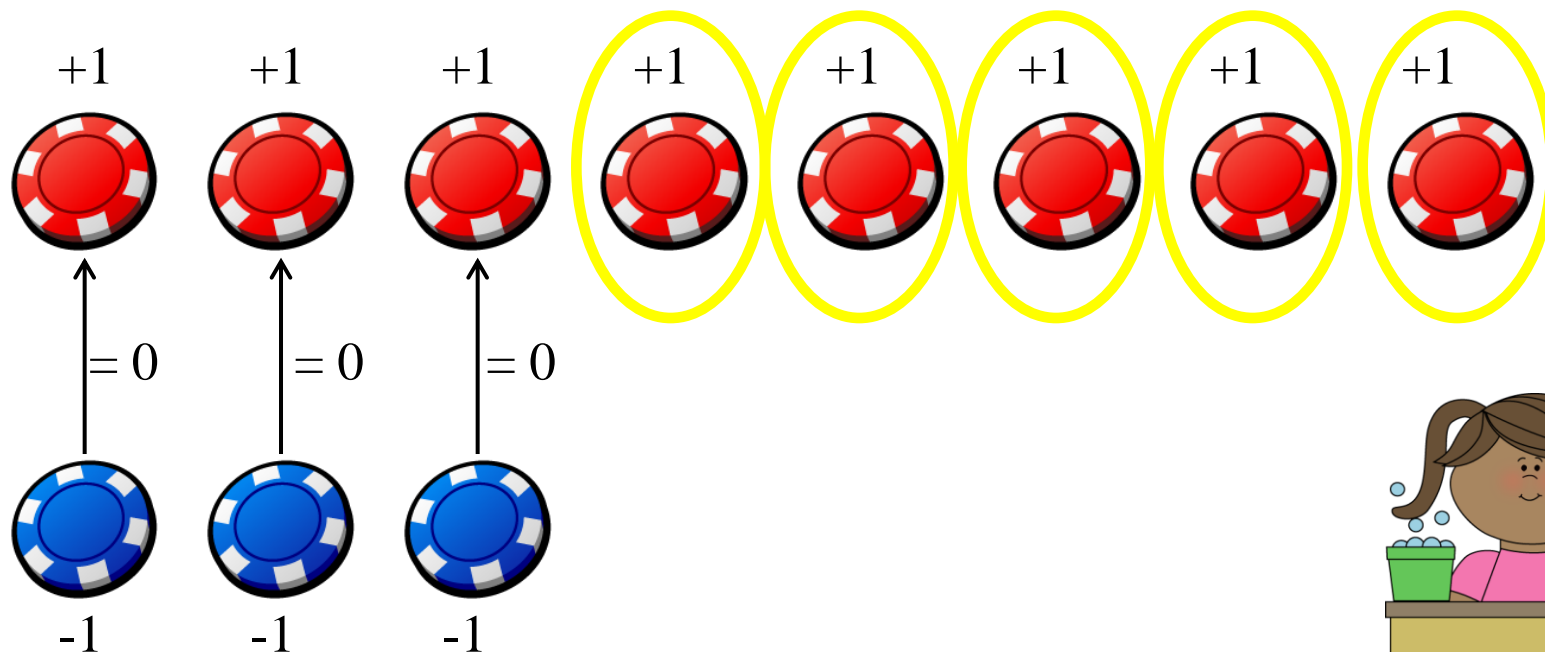


Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (2)

- Rješenje 5:

b)

$$8 + (-3) = 5$$



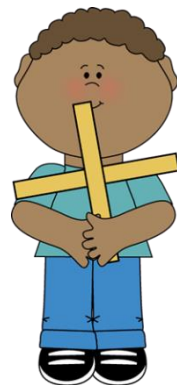
Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (2)

- **Diskusija:**

Na koji način smo riješili ove zadatke?

U prethodnim zadacima rezultat smo dobili tako da smo oduzeli prirodne brojeve (manji od većeg), a rezultat shvatili kao negativnu vrijednost ako smo imali veći broj „hladnih” žetona ili kao pozitivnu vrijednost ako smo imali veći broj „toplih” žetona.

U drugom zadatku smo imali jednak broj „hladnih” i „toplih” žetona pa je rezultat bio jednak 0.



Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (2)

- **Zaključak:**

Cijele brojeve različitih predznaka zbrajamo tako da im odredimo apsolutne vrijednosti te od veće apsolutne vrijednosti oduzmemo manju apsolutnu vrijednost, a zbroj ima predznak pribrojnika koji ima veću apsolutnu vrijednost.

Zbroj dvaju suprotnih brojeva jednak je nuli.



Aktivnost – “Topli” i “hladni” žetoni (2)

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- prikazati matematičke ideje, postupke i rješenja riječima, didaktičkim materijalima, brojevima, simbolima i misaono
- izraziti ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom (usmeno i pisano)
- saslušati i razmjenjivati matematičke ideje i objašnjenja te suradnički raditi u paru

(Povezivanje)

- povezati matematiku s vlastitim iskustvom i svakodnevnim životom

(Rješavanje problema i matematičko modeliranje)

- izgrađivati novo matematičko znanje rješavanjem problema

II. Matematički koncepti

(Brojevi)

- zbrajati cijele brojeve predznaka pomoću modela žetona i metodom pisanog računa

(Algebra i funkcije)

- uočiti pravilnosti u svezi s brojevima i računskim operacijama i primjenjivati ih

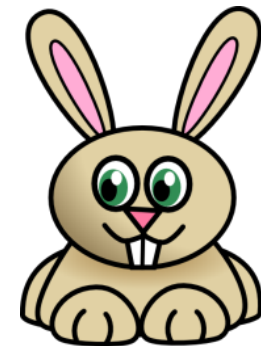


Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (2)

- **Cilj aktivnosti:** učenici će zbrajati cijele brojeve različitih predznaka na modelu pravca i zapisivati postupak računanja
- **Oblik rada:** suradnički rad u paru
- **Potrebni materijal:** nastavni listići, figurica zeke
- **Tijek aktivnosti:**

Nastavnik će učenicima podijeliti potrebni materijal i objasniti pravila.

Učenici će u paru diskutirati i riješiti zadani problem.



Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (2)

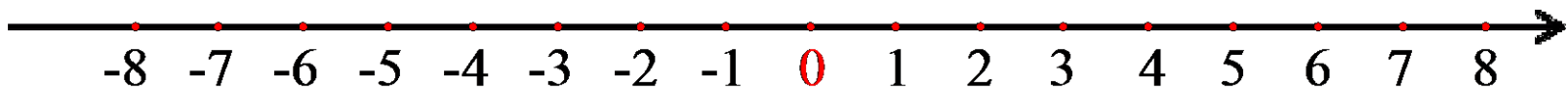
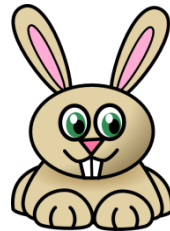
- Zadatak:**

Ilustrirajte zbrajanje brojeva na brojevnom pravcu pomicanjem figurice zeke. Početni položaj zeke je ishodište brojevnog pravca.

1. $4 + (-2)$

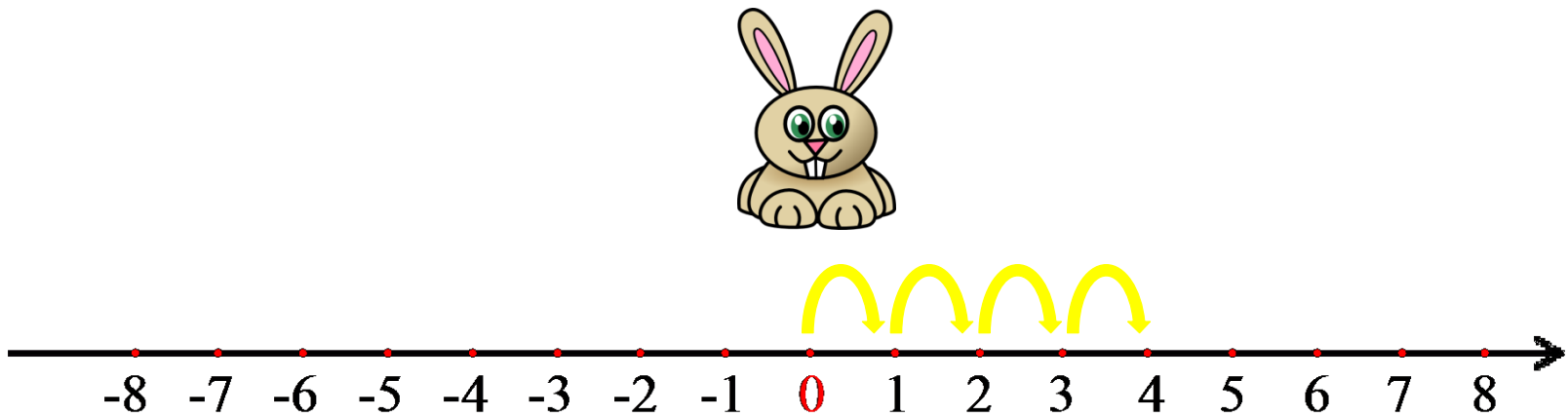
2. $-4 + 2$

3. $-3 + 3$



Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (2)

- **Rješenje 1:** Budući da zbrajamo 4 i -2 , zeko će krenuti od nule udesno za 4 jedinice.



Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (2)

- **Rješenje 1:** Budući da zbrajamo 4 i -2 , zeko će krenuti od nule udesno za 4 jedinice.

Kada je zeko došao do broja 4, krenuti će ulijevo za 2 jedinice.



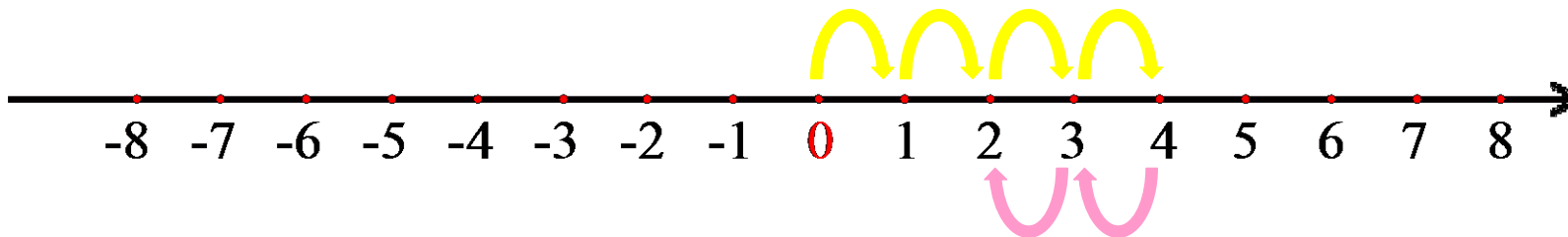
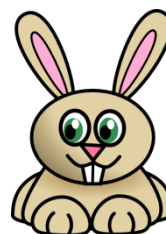
Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (2)

- **Rješenje 1:** Budući da zbrajamo 4 i -2 , zeko će krenuti od nule udesno za 4 jedinice.

Kada je zeko došao do broja 4, krenuti će ulijevo za 2 jedinice.

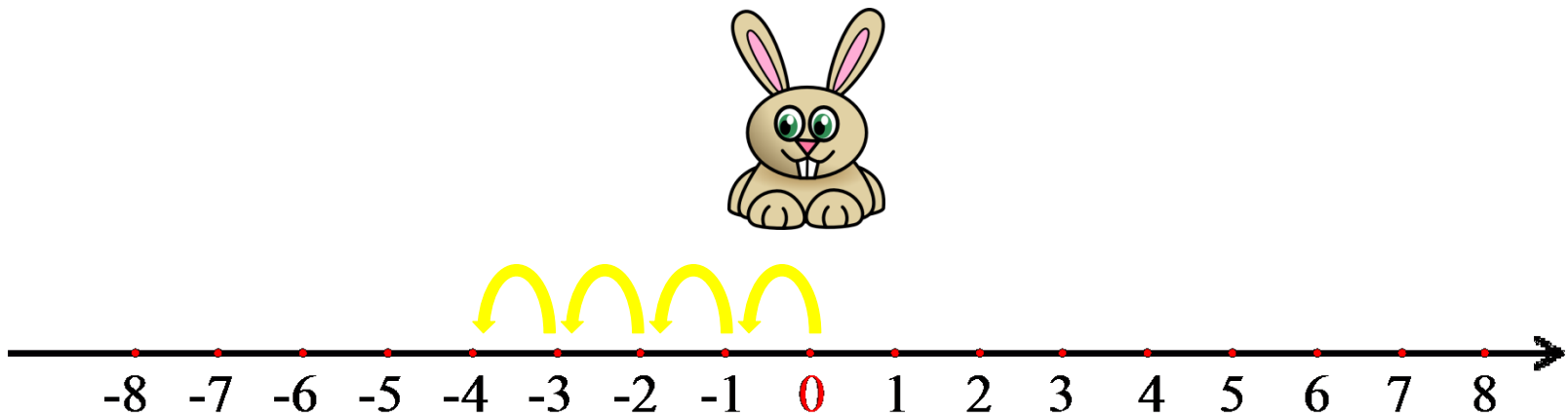
Pomicanjem je zeko došao do broja 2, koji je rezultat zbrajanja brojeva 4 i -2 .

Pišemo: $4 + (-2) = 2$.



Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (2)

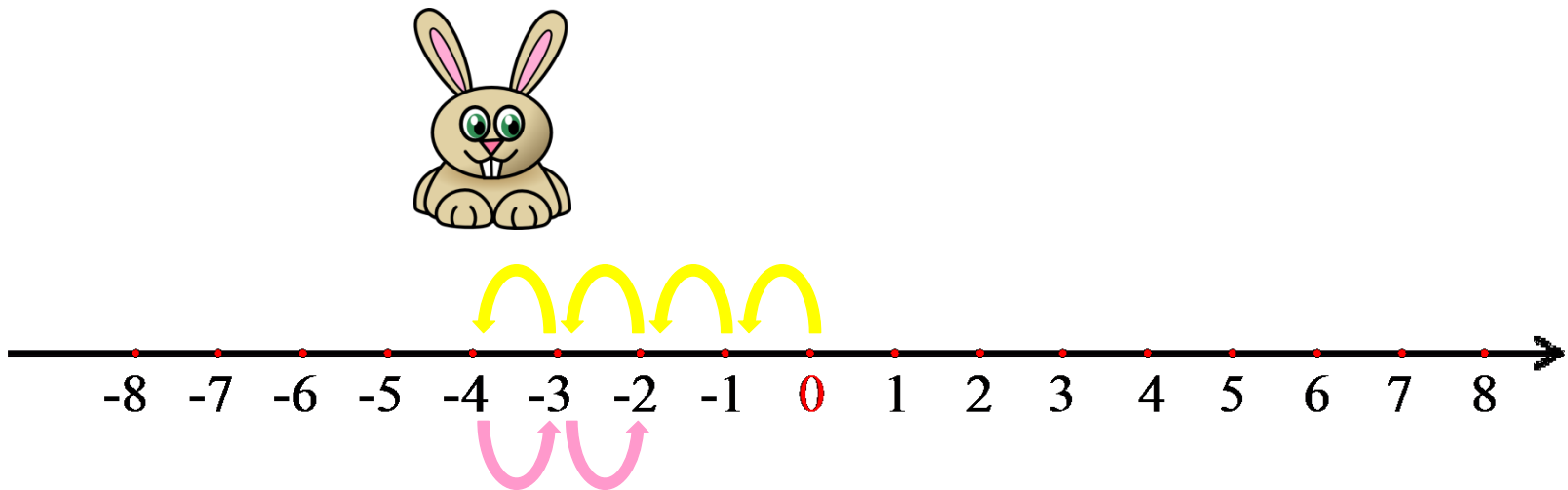
- **Rješenje 2:** Budući da zbrajamo -4 i 2 , zeko će krenuti od nule ulijevo za 4 jedinice.



Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (2)

- **Rješenje 2:** Budući da zbrajamo -4 i 2 , zeko će krenuti od nule ulijevo za 4 jedinice.

Kada je zeko došao do broja -4 , krenuti će udesno za 2 jedinice.

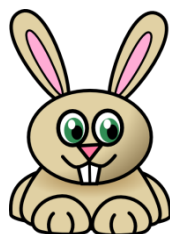


Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (2)

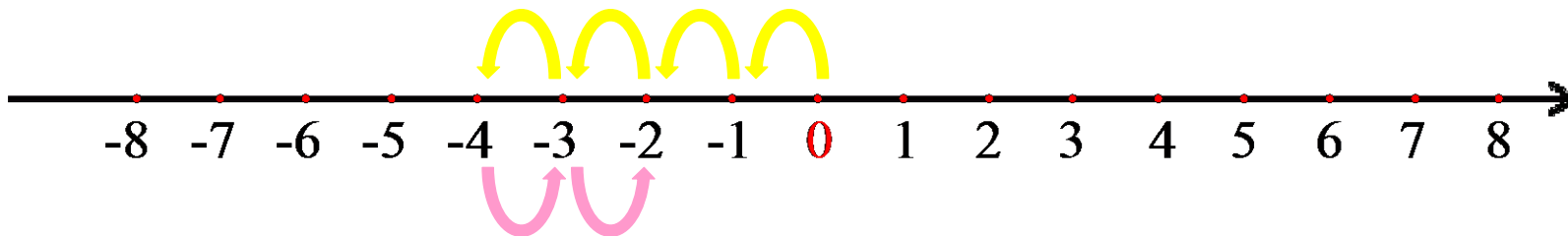
- **Rješenje 2:** Budući da zbrajamo -4 i 2 , zeko će krenuti od nule ulijevo za 4 jedinice.

Kada je zeko došao do broja -4 , krenuti će udesno za 2 jedinice.

Pomicanjem je zeko došao do broja -2 , koji je rezultat zbrajanja brojeva -4 i 2 .

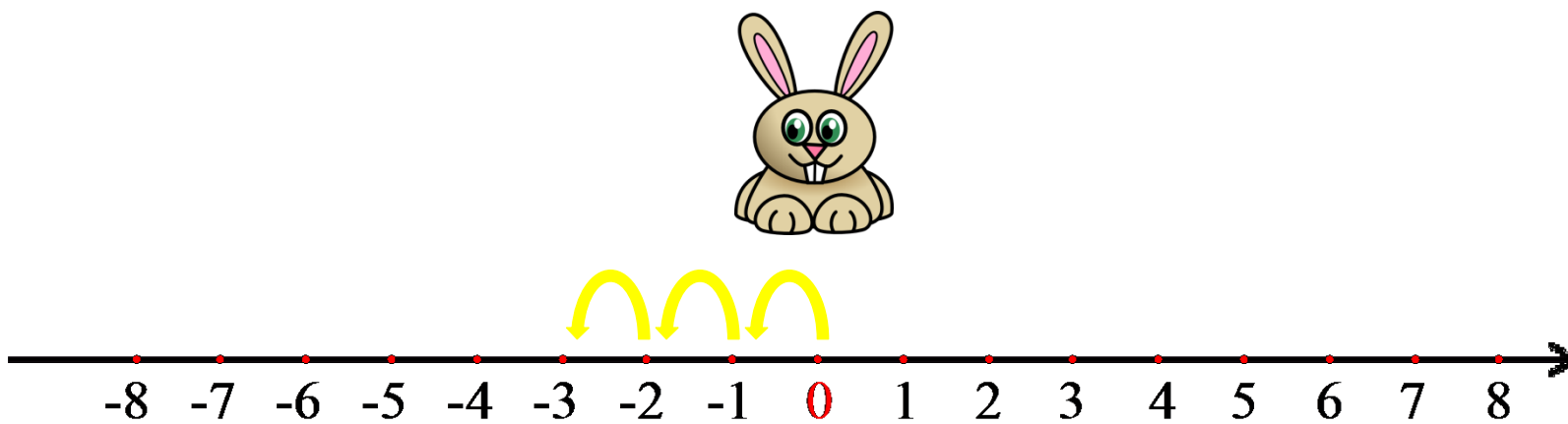


$$\text{Pišemo: } (-4) + 2 = -2.$$



Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (2)

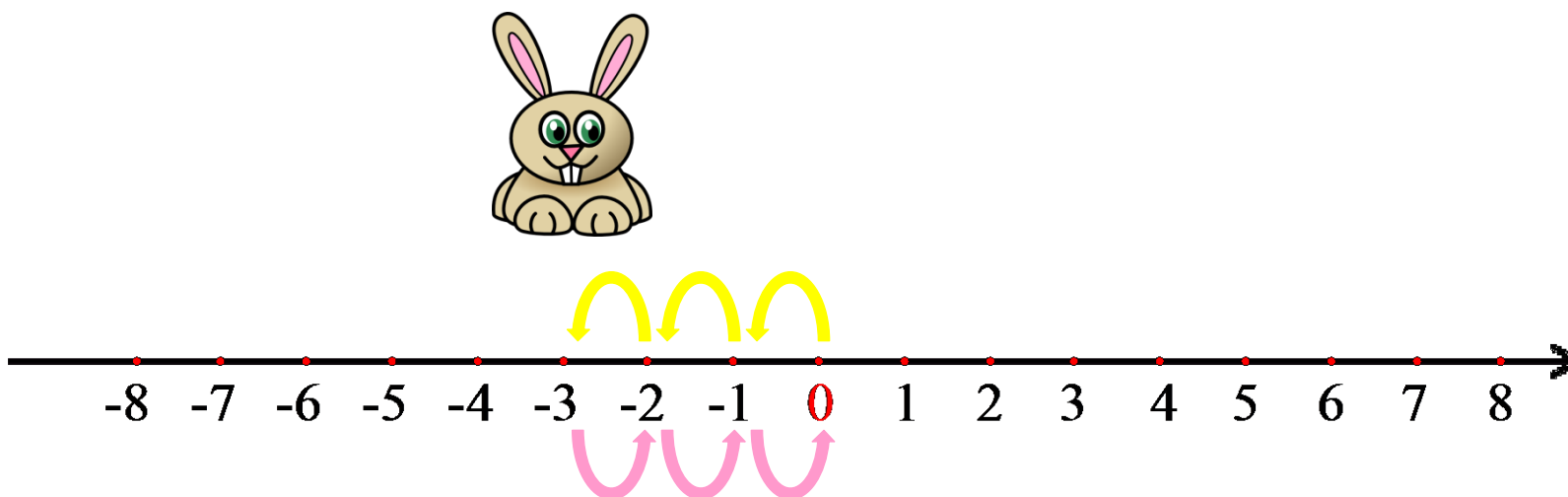
- **Rješenje 3:** Budući da zbrajamo -3 i 3 , zeko će krenuti od nule ulijevo za 3 jedinice.



Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (2)

- **Rješenje 3:** Budući da zbrajamo -3 i 3 , zeko će krenuti od nule ulijevo za 3 jedinice.

Kada je zeko došao do broja -3 , krenuti će udesno za 3 jedinice.

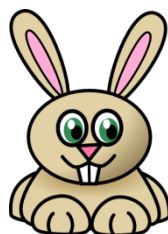


Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (2)

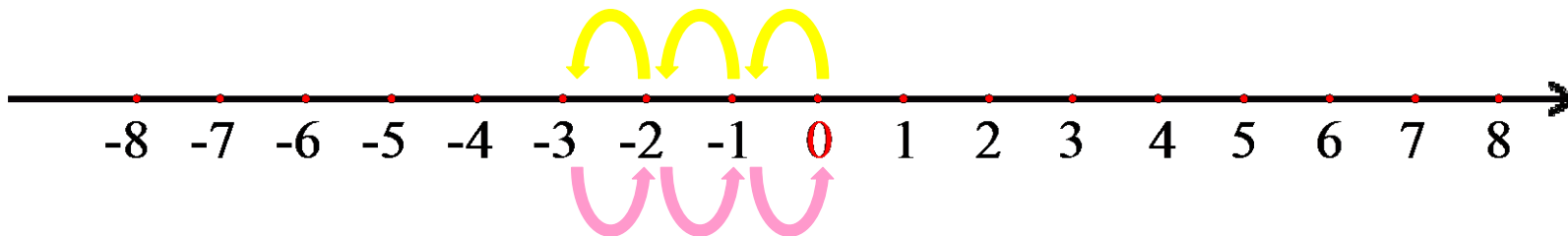
- **Rješenje 3:** Budući da zbrajamo -3 i 3 , zeko će krenuti od nule ulijevo za 3 jedinice.

Kada je zeko došao do broja -3 , krenuti će udesno za 3 jedinice.

Pomicanjem je zeko došao do broja 0 , koji je rezultat zbrajanja brojeva -3 i 3 .



Pišemo: $(-3) + 3 = 0$.



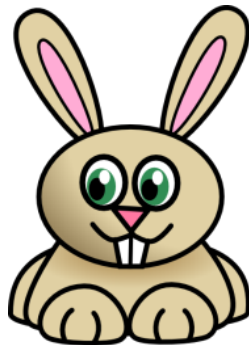
Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (2)

- **Diskusija:**

Kako na brojevnom pravcu zbrajamo cijele brojeve različitih predznaka?

Pribrojimo li nekom negativnom cijelom broju pozitivni broj, na brojevnom se pravcu prvo krećemo ulijevo, a potom udesno.

Pribrojimo li nekom pozitivnom cijelom broju negativni broj, na brojevnom se pravcu prvo krećemo udesno, a potom ulijevo.

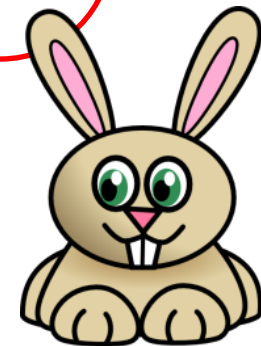


Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (2)

- **Zaključak:**

Cijele brojeve različitih predznaka zbrajamo tako da im odredimo apsolutne vrijednosti te od veće apsolutne vrijednosti oduzmemo manju apsolutnu vrijednost, a zbroj ima predznak pribrojnika koji ima veću apsolutnu vrijednost.

Zbroj dvaju suprotnih brojeva jednak je nuli.



Aktivnost – Zeko na brojevnom pravcu (2)

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- prikazati matematičke ideje, postupke i rješenja riječima, slikama, didaktičkim materijalima, brojevima, simbolima i misaono
- odabrati i primijeniti prikladan prikaz u skladu s razmatranom situacijom
- izraziti ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom (usmeno i pisano)
- saslušati i razmjenjivati matematičke ideje i objašnjenja te suradnički raditi u paru

(Povezivanje)

- uspostaviti veze i odnose među matematičkim objektima, idejama, pojmovima, prikazima i postupcima

II. Matematički koncepti

(Brojevi)

- zbrajati cijele brojeve različitih predznaka na brojevnom pravcu

(Algebra i funkcije)

- na brojevnom pravcu s prikladnom jediničnom dužinom prikazati cijele brojeve

Svojstva zbrajanja cijelih brojeva

- Zadatak 1:**

Zbrojite sljedeće brojeve:

$$8 + 7 =$$

$$7 + 8 =$$

$$(-15) + (-31) =$$

$$(-31) + (-15) =$$

$$10 + (-9) =$$

$$(-9) + 10 =$$

$$(-3) + 1 =$$

$$1 + (-3) =$$



Svojstva zbrajanja cijelih brojeva

- Rješenje 1:

$$8 + 7 = 15$$

$$7 + 8 = 15$$

$$(-15) + (-31) = -46$$

$$(-31) + (-15) = -46$$

$$10 + (-9) = 1$$

$$(-9) + 10 = 1$$

$$(-3) + 1 = -2$$

$$1 + (-3) = -2$$



Svojstva zbrajanja cijelih brojeva

- **Komutativnost ili zamjena:**

Pri zbrajanju cijelih brojeva pribrojnici mogu zamijeniti mjesta, a zbroj se neće promijeniti.

Za svaka dva cijela broja a i b vrijedi

$$a + b = b + a$$



Svojstva zbrajanja cijelih brojeva

- Zadatak 2:**

Zbrojite sljedeće brojeve:

$$(3 + 7) + 1 =$$

$$1 + (7 + 1) =$$

$$((- 21) + (- 15)) + (- 7) =$$

$$(- 21) + ((- 15) + (- 7)) =$$

$$(2 + 6) + (- 9) =$$

$$2 + (6 + (- 9)) =$$

$$((- 30) + (- 10)) + 4 =$$

$$(- 30) + ((- 10) + 4) =$$



Svojstva zbrajanja cijelih brojeva

- Rješenje 2:

$$(3 + 7) + 1 = 11$$

$$3 + (7 + 1) = 11$$

$$((-21) + (-15)) + (-7) = -43$$

$$(-21) + ((-15) + (-7)) = -43$$

$$(2 + 6) + (-9) = -1$$

$$2 + (6 + (-9)) = -1$$

$$((-30) + (-10)) + 4 = -36$$

$$(-30) + ((-10) + 4) = -36$$



Svojstva zbrajanja cijelih brojeva

- **Asocijativnost ili združivanje:**

Pri zbrajanju cijelih brojeva pribrojnike možemo proizvoljno udruživati, a zbroj se neće promijeniti.

Za svaka tri cijela broja a , b , c vrijedi

$$(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c$$



Svojstva zbrajanja cijelih brojeva

- Zadatak 3:**

Zbrojite sljedeće brojeve:

$$5 + 0 =$$

$$0 + 5 =$$

$$(-13) + 0 =$$

$$0 + (-13) =$$

$$(-29) + 0 =$$

$$0 + (-29) =$$



Svojstva zbrajanja cijelih brojeva

- Rješenje 3:

$$5 + 0 = 5$$

$$0 + 5 = 5$$

$$(-13) + 0 = -13$$

$$0 + (-13) = -13$$

$$(-29) + 0 = -29$$

$$0 + (-29) = -29$$



Svojstva zbrajanja cijelih brojeva

- **Zbrajanje cijelog broja s 0:**

Za svaki cijeli broj z vrijedi:

$$z + 0 = 0 + z = z$$



Svojstva zbrajanja cijelih brojeva

- Zadatak 4:**

Zbrojite sljedeće brojeve:

$$8 + (-8) =$$

$$(-8) + 8 =$$

$$(-29) + 29 =$$

$$29 + (-29) =$$

$$17 + (-17) =$$

$$(-17) + 17 =$$



Svojstva zbrajanja cijelih brojeva

- Rješenje 4:

$$8 + (-8) = 0$$

$$(-8) + 8 = 0$$

$$(-29) + 29 = 0$$

$$29 + (-29) = 0$$

$$17 + (-17) = 0$$

$$(-17) + 17 = 0$$



Svojstva zbrajanja cijelih brojeva

- **Zbrajanje suprotnih brojeva:**

Za svaka dva suprotna cijela broja z i $-z$ vrijedi:

$$z + (-z) = (-z) + z = 0$$



Zbrajanje s više pribrojnika

- Zadatak:**

U posudi se nalazi jedan “topli” žeton, tj. temperatura je 1°C .

Kolika će biti temperatura u posudi ako u posudu prvo dodamo pet “hladnih” žetona pa još dva “topla” žetona pa jedan “topli” i na kraju četiri “hladna” žetona.

$$\text{Pišemo: } 1 + (-5) + 2 + 1 + (-4) = ?$$

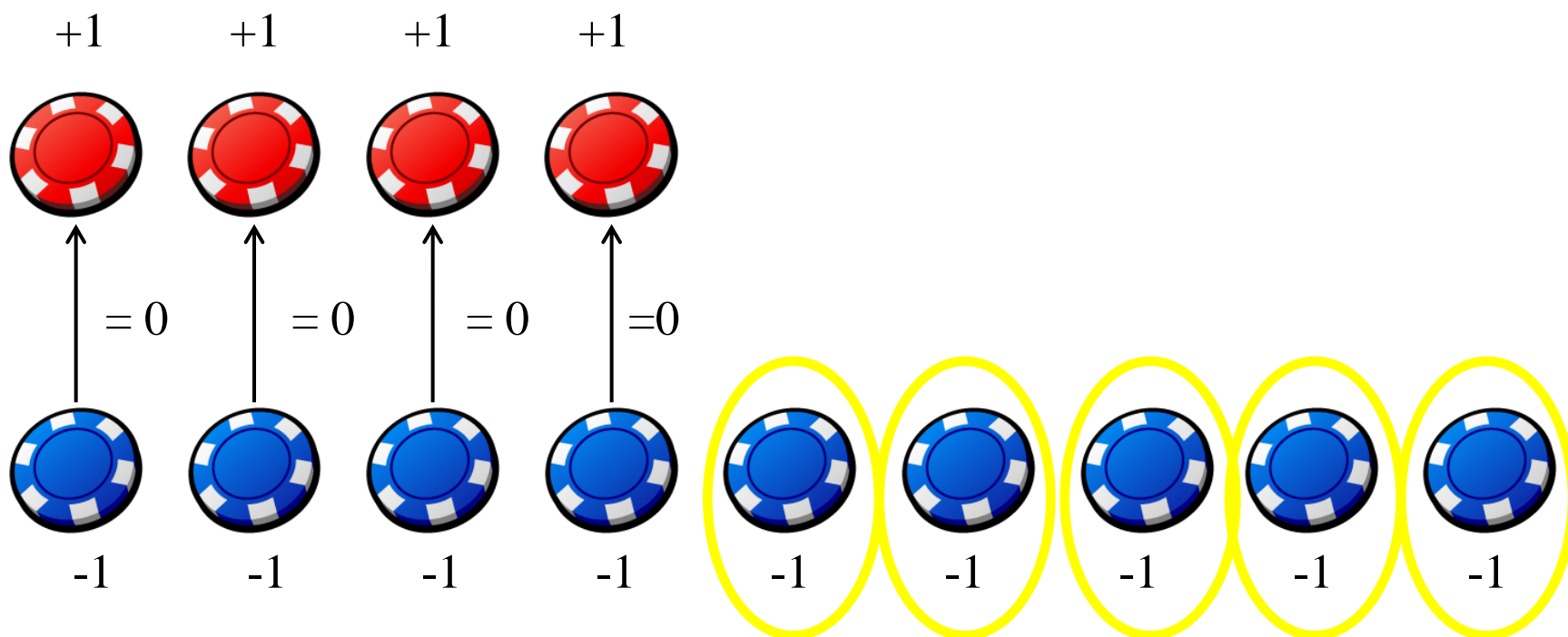
Budući da je zbrajanje cijelih brojeva komutativno prvo možemo međusobno zbrojiti sve “tople” žetone ($1 + 2 + 1$) i međusobno sve “hladne” žetone ($(-5) + (-4)$) te ćemo dobiti jednakost:

$$1 + (-5) + 2 + 1 + (-4) = 4 + (-9)$$



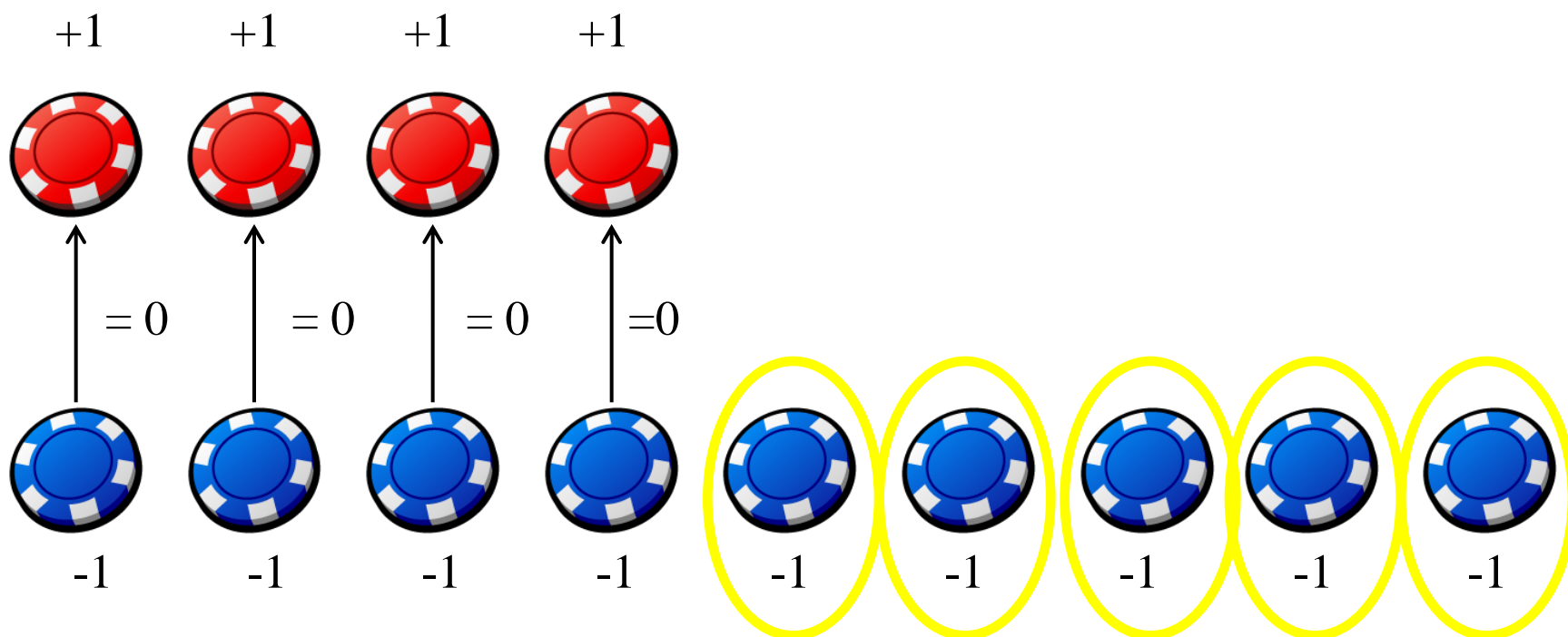
Aktivnost – Zbrajanje s više pribrojnika

$$4 + (-9) = ?$$



Aktivnost – Zbrajanje s više pribrojnika

$$4 + (-9) = -5$$



Temperatura u posudi je - 5 °C.

Aktivnost – Zbrajanje s više pribrojnika

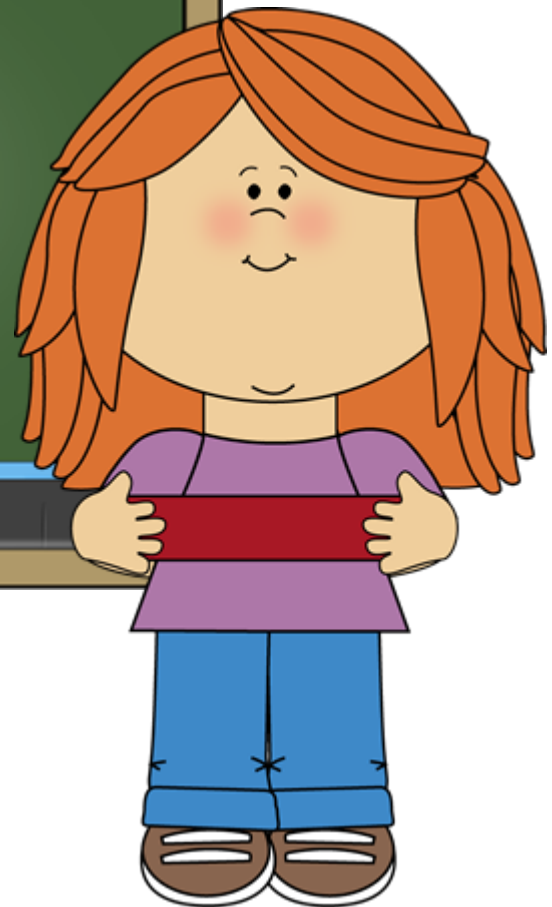
- **Diskusija (zaključak):**

Kako zbrajamo s više pribrojnika?

Budući da je zbrajanje cijelih brojeva komutativno, prvo “grupiramo” i zbrojimo sve pozitivne cijele brojeve, a nakon toga “grupiramo” i zbrojimo sve negativne cijele brojeve. Na taj ćemo način dobiti rješenje kao zbroj dva cijela broja, jednog pozitivnog i jednog negativnog. Konačni rezultat dobijemo zbrajanjem tih dvaju brojeva.



ODUZIMANJE CIJELIH BROJEVA



Motivacija – Oduzimanje cijelih brojeva na modelima

- **Cilj aktivnosti:**

učenici će, prebrojavanjem na modelima, oduzimati cijele brojeve.

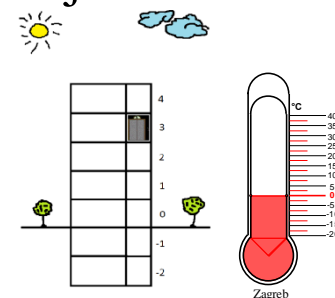
- **Oblik rada:** frontalni rad

- **Potrebni materijali:**

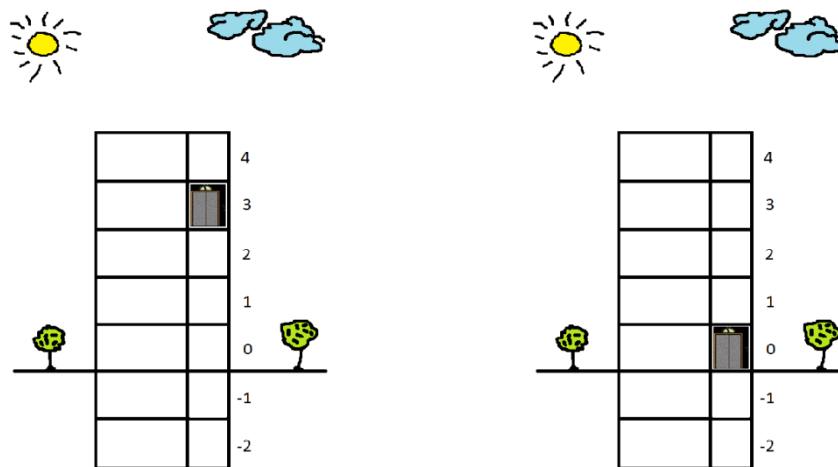
slike lifta i termometra

- **Tijek aktivnosti:**

Nastavnik uz pomoć projektora učenicima prikazuje po dva primjera modela lifta, odnosno termometra, na kojima prebrojavaju pomicanje položaja lifta i razine žive u termometru.



Motivacija – Oduzimanje cijelih brojeva na modelima (lift)



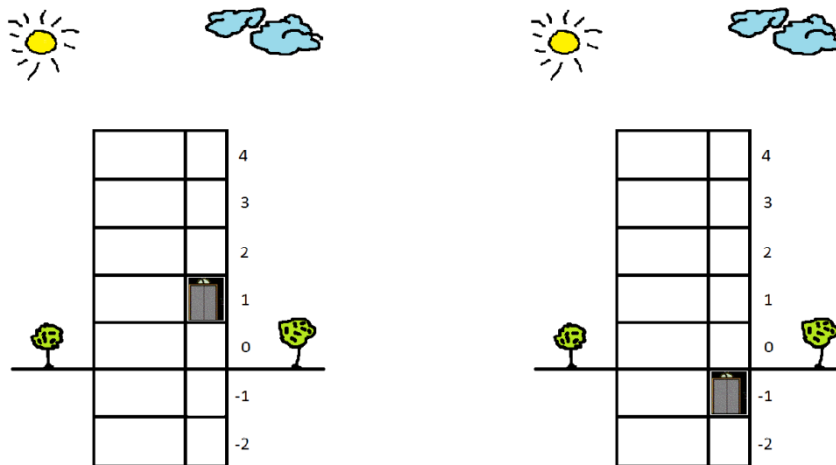
Na lijevoj slici nalazimo se na 3. katu.

Liftom smo se spustili do prizemlja (nulti kat), što možemo vidjeti na slici desno.

Koliko katova smo se spustili liftom od 3. kata do prizemlja?

$$3 - \boxed{3} = 0$$

Motivacija – Oduzimanje cijelih brojeva na modelima (lift)



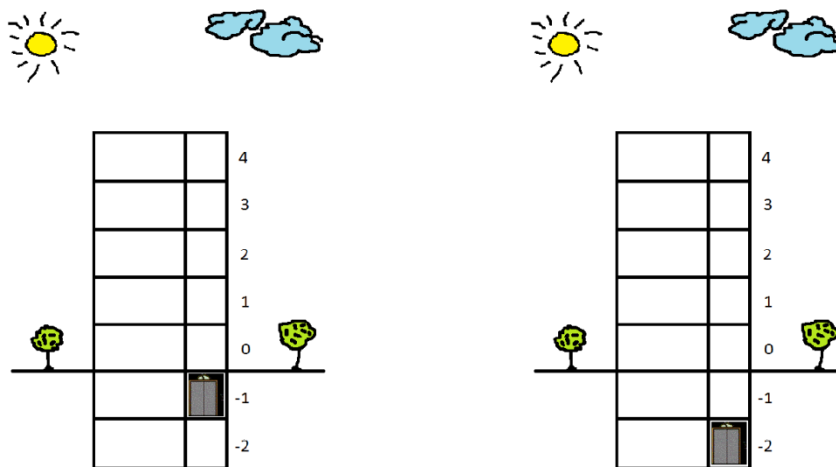
Na lijevoj slici nalazimo se na 1. katu.

Liftom smo se spustili do garaže na -1. katu, što možemo vidjeti na slici desno.

Koliko katova smo se spustili liftom od 1. kata do garaže?

$$1 - \boxed{2} = -1$$

Motivacija – Oduzimanje cijelih brojeva na modelima (lift)



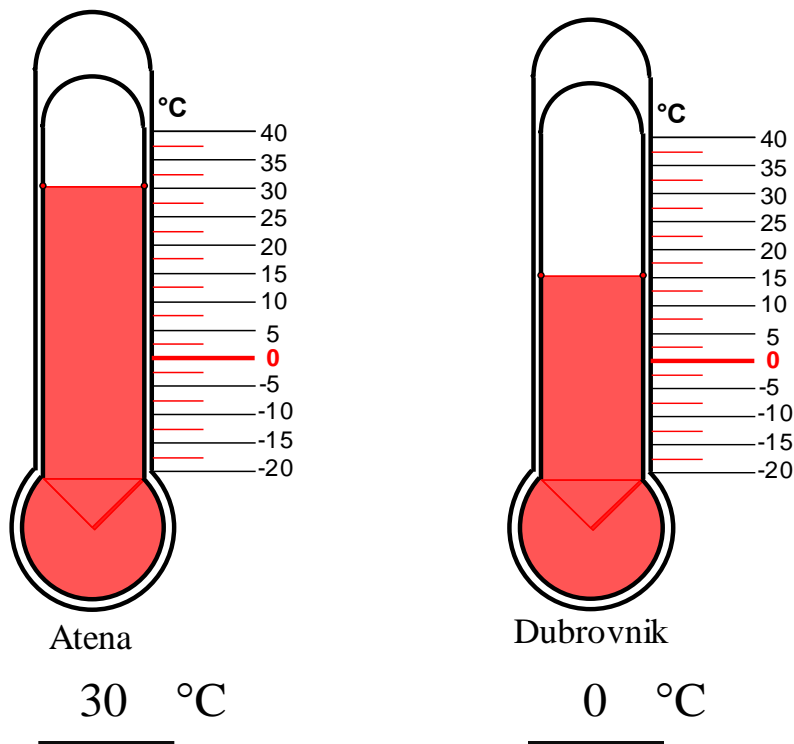
Na lijevoj slici nalazimo se u garaži na -1. katu.

Liftom smo se spustili do -2. kata garaže što možemo vidjeti na slici desno.

Koliko katova smo se spustili liftom od -1. kata garaže do -2. kata garaže?

$$(-1) - \boxed{1} = -2$$

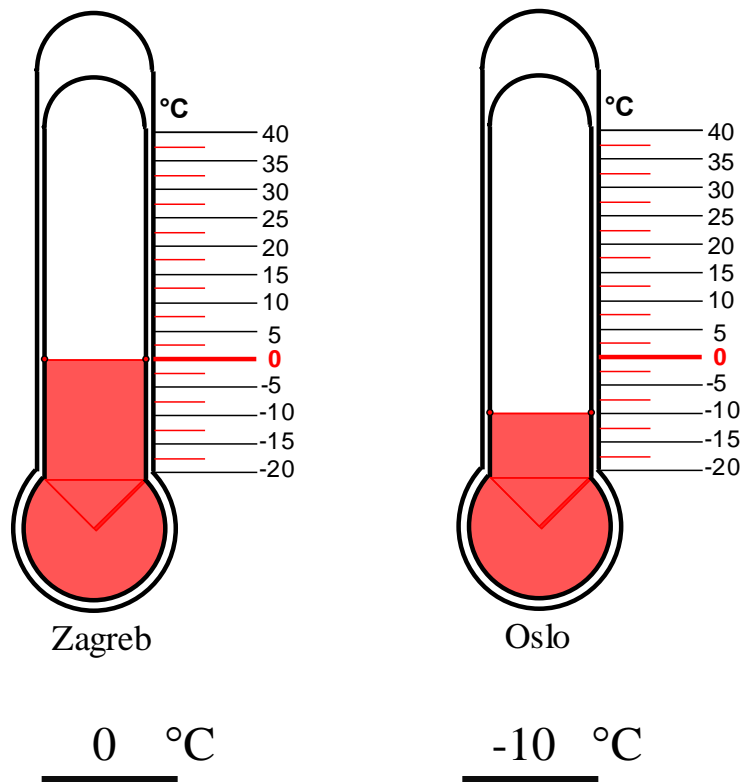
Motivacija – Oduzimanje cijelih brojeva na modelima (termometar)



Za koliko je stupnjeva temperatura u Ateni viša u odnosu na temperaturu u Zagrebu?

$$30 - \boxed{15} = 0$$

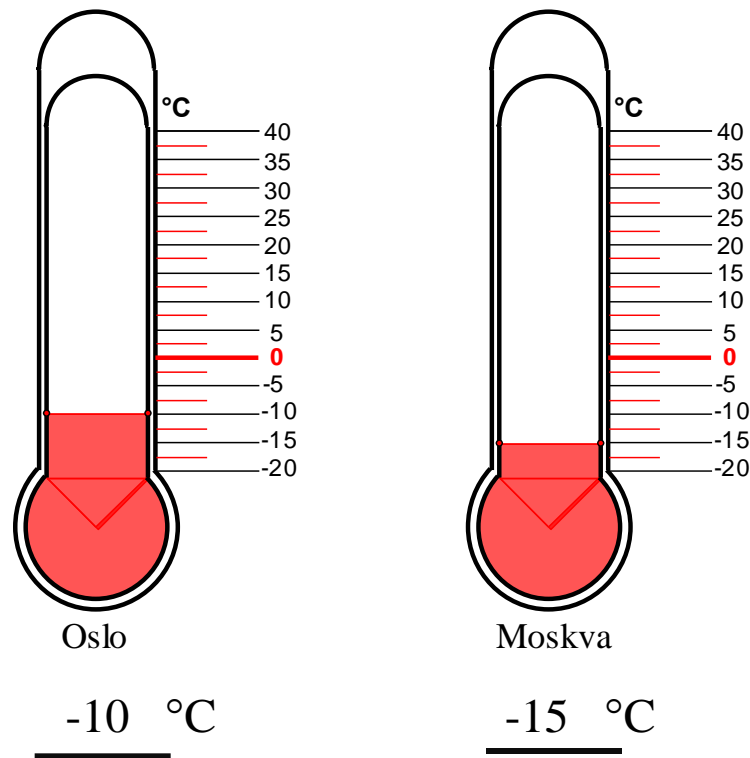
Motivacija – Oduzimanje cijelih brojeva na modelima (termometar)



Za koliko je stupnjeva temperatura u Zagrebu viša u odnosu na temperaturu u Oslu?

$$0 - \boxed{10} = -10$$

Motivacija – Oduzimanje cijelih brojeva na modelima (termometar)



Za koliko je stupnjeva temperatura u Oslu viša u odnosu na temperaturu u Moskvi?

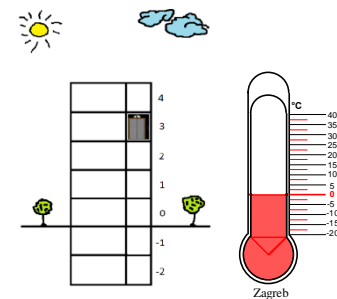
$$(-10) - \boxed{5} = -15$$

Motivacija – Oduzimanje cijelih brojeva na modelima

- Zaključak aktivnosti:**

Učenici su, prebrojavanjem, indirektno oduzimali pozitivne i negativne cijele brojeve.

Pritom prikazuju rješenja brojevima i misaono uz pomoć slika i izražavaju svoje ideje i rezultate jasnim govornim i matematičkim jezikom.



Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (1)

- **Cilj aktivnosti:**

učenici će oduzimati cijele brojeve pozitivnog predznaka na modelu i zapisivati postupak računanja

- **Oblik rada:** suradnički rad u paru
- **Potrebni materijal:** žetoni



Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (1)

- **Tijek aktivnosti:**

Nastavnik će učenicima podijeliti potrebni materijal i objasniti značenje crvenih i plavih žetona. Crveni žeton predstavljaju kovanicu u iznosu od jedne kune (pozitivno stanje na računu), a plavi žeton predstavlja dug u iznosu od jedne kune (negativno stanje na računu).

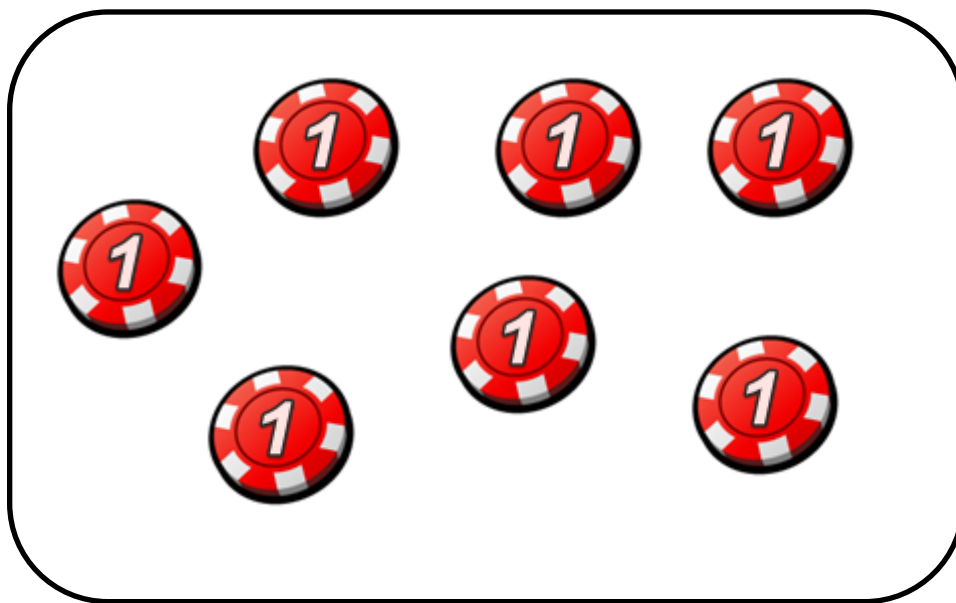
Učenici će u paru diskutirati i riješiti zadani problem.



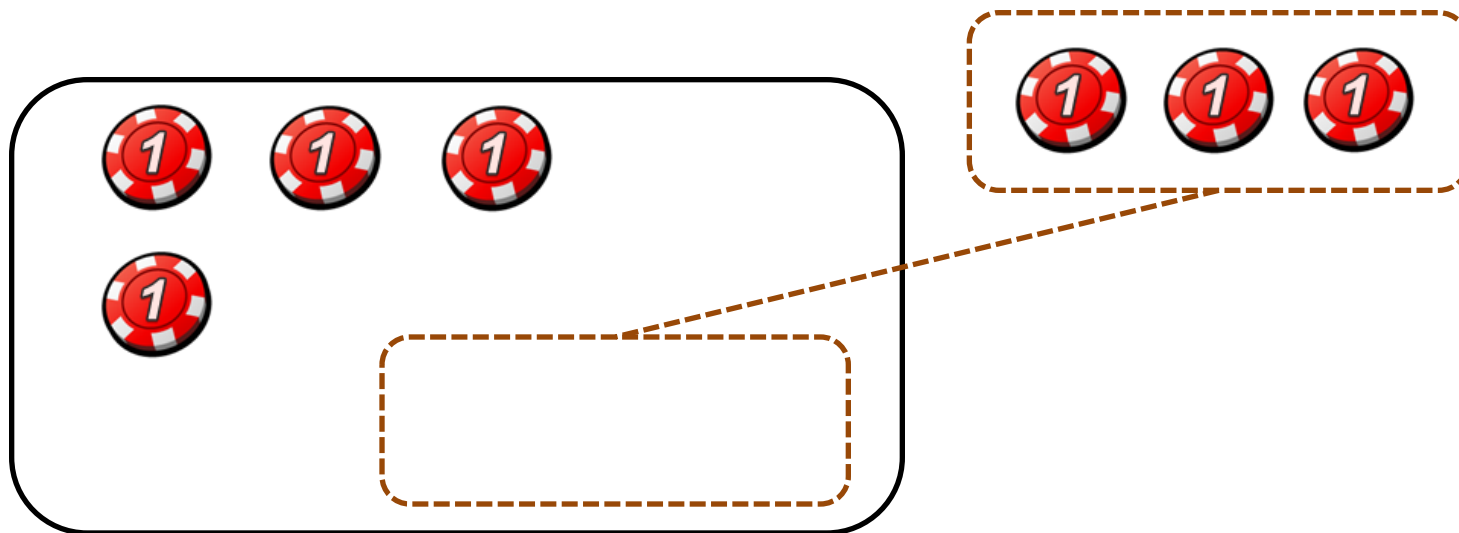
Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (1)

- Zadatak 1:**

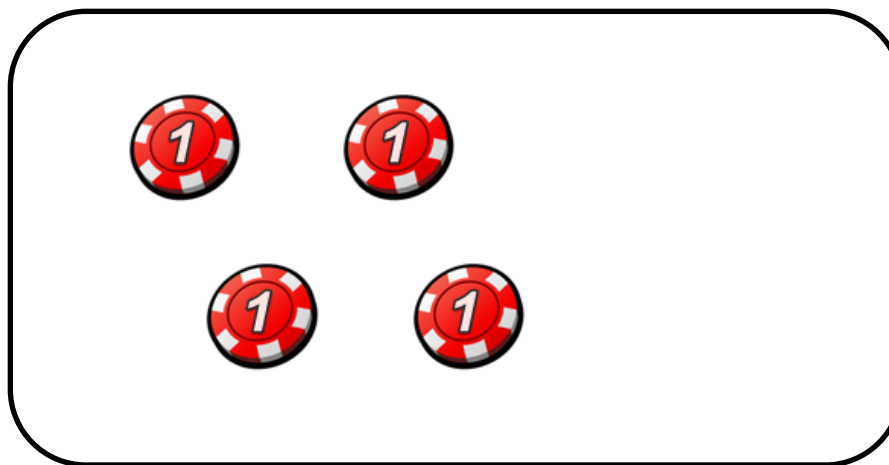
Imam 7 kuna. U dućanu sam kupio/la čokoladicu “Životinjsko carstvo” i platio/la sam ju 3 kune. Koliko kuna mi je preostalo?



Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (1)



Rješenje:



Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (1)

- **Diskusija:**

Koju smo računsku operaciju primijenili u ovom primjeru? **Koristili smo oduzimanje.**

Kojem skupu pripadaju brojevi koje smo oduzimali? **Brojevi koje smo koristili pripadaju skupu prirodnih brojeva, tj. pozitivnih cijelih brojeva.**

Koje je rješenje zadatka? **Rješenje zadatka je 4, tj. preostale su mi 4 kn.**

Kako matematički zapisati situaciju iz *zadatka 1.* ?

- **Zaključak/ponavljanje:**

Navedeni primjer predstavlja oduzimanje dvaju prirodnih brojeva.

Matematički ćemo to zapisati kao:

$$7 - 3 = 4$$



Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (1)

- **Rješenje (2. način):**

„Zeko i brojevni pravac”

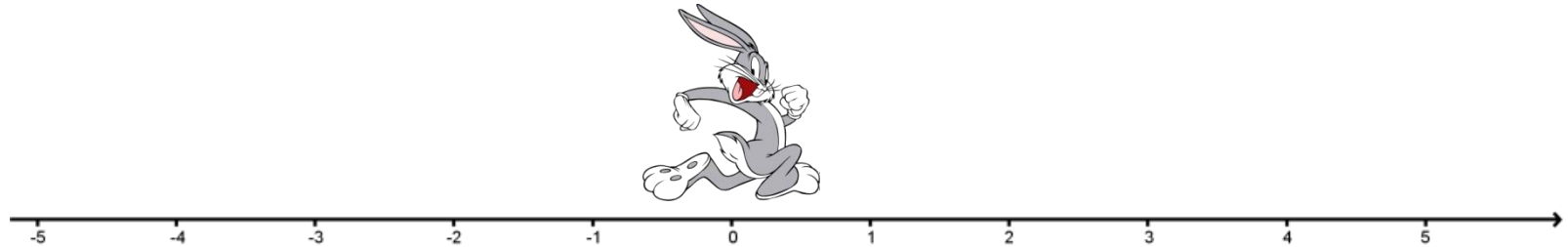
Općenito, zbrajanje i oduzimanje cijelih brojeva možemo prikazati i pomoću skakutanja zeke po brojevnom pravcu, gdje jedan skok predstavlja jednu jedinicu.

Pritom, nije svejedno u kojem smjeru zeko gleda ili se kreće.

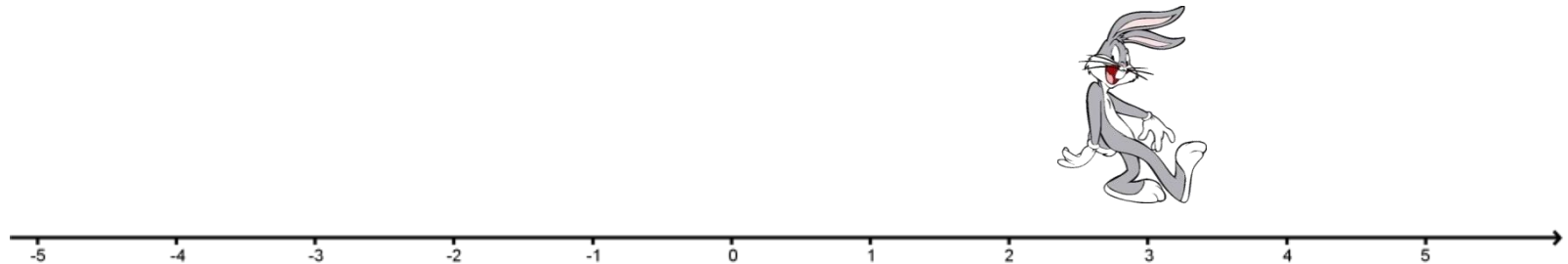


Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (1)

- **Zbrajanje (na brojevnom pravcu):**
 - pozitivnog cijelog broja

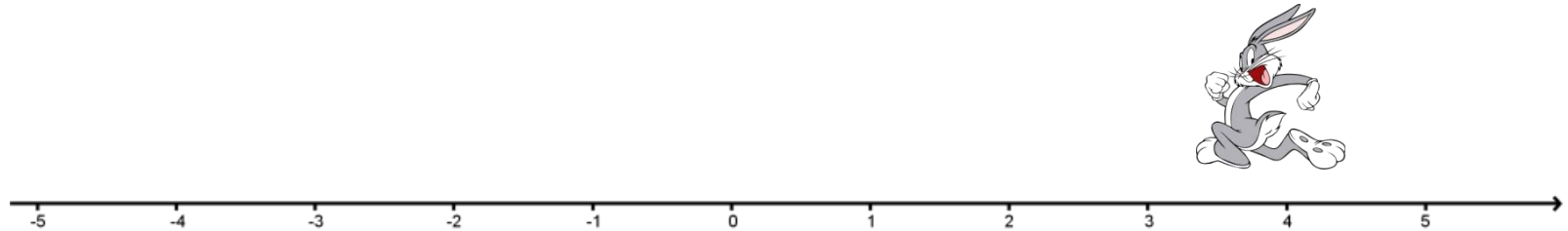


- negativnog cijelog broja

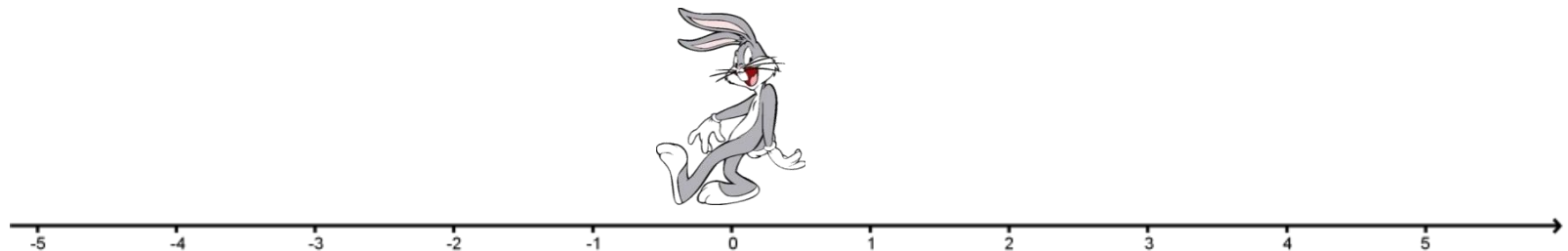


Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (1)

- **Oduzimanje (na brojevnom pravcu):**
 - pozitivnog cijelog broja

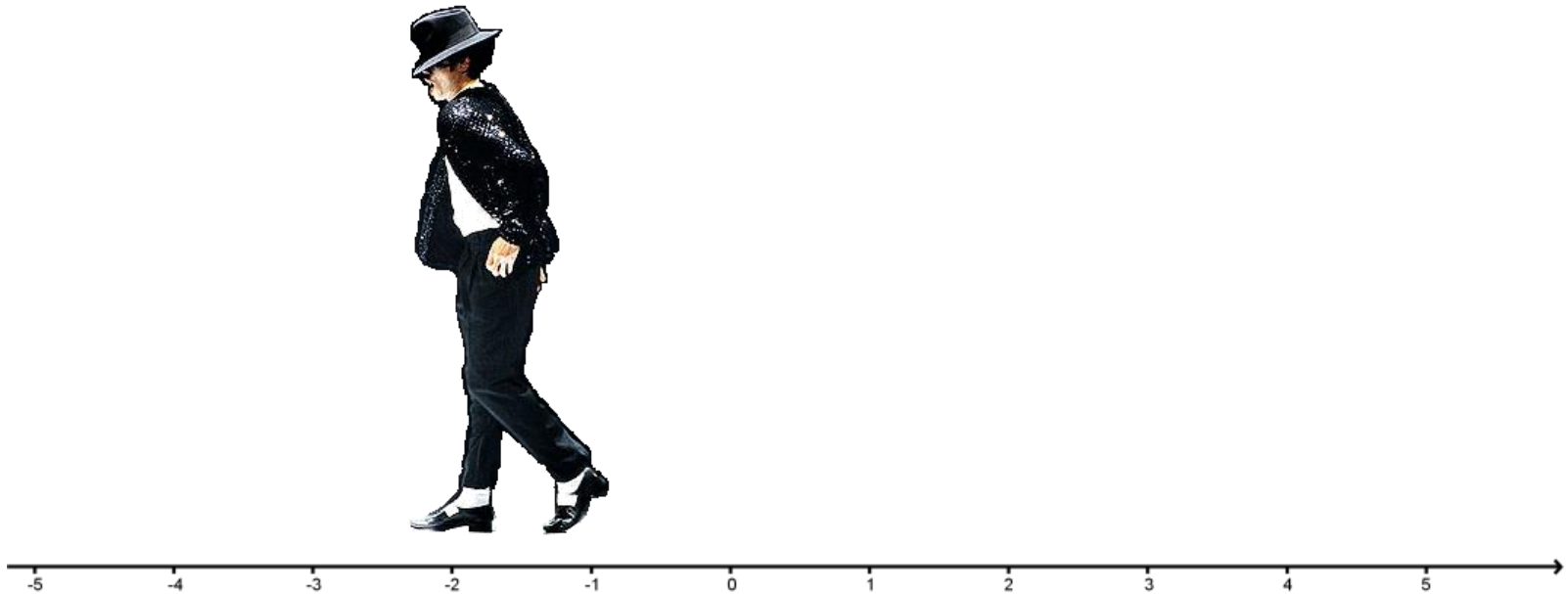


- negativnog cijelog broja



Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (1)

- **Oduzimanje negativnog cijelog broja**
(asocijacija na *Moonwalk*)



Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (1)

- Kako to izgleda na pravcu?

$$7 - 4 = 3$$



4 jedinice ulijevo:

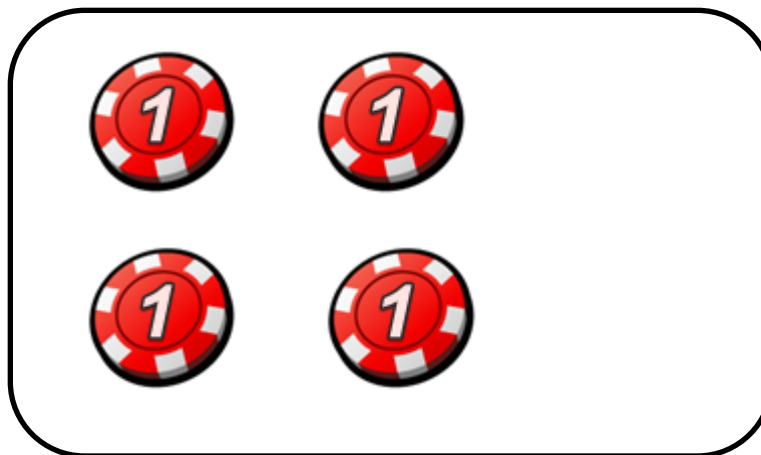
Kad oduzimamo pozitivan broj, zeko gleda u negativnom smjeru i kreće se unaprijed.

Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (1)

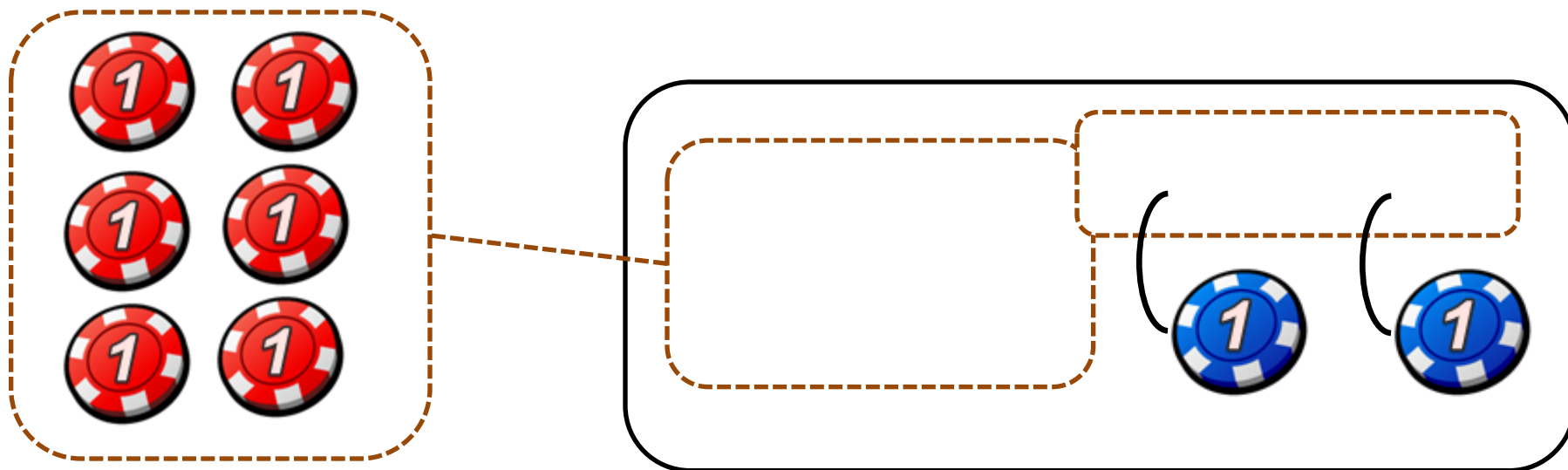
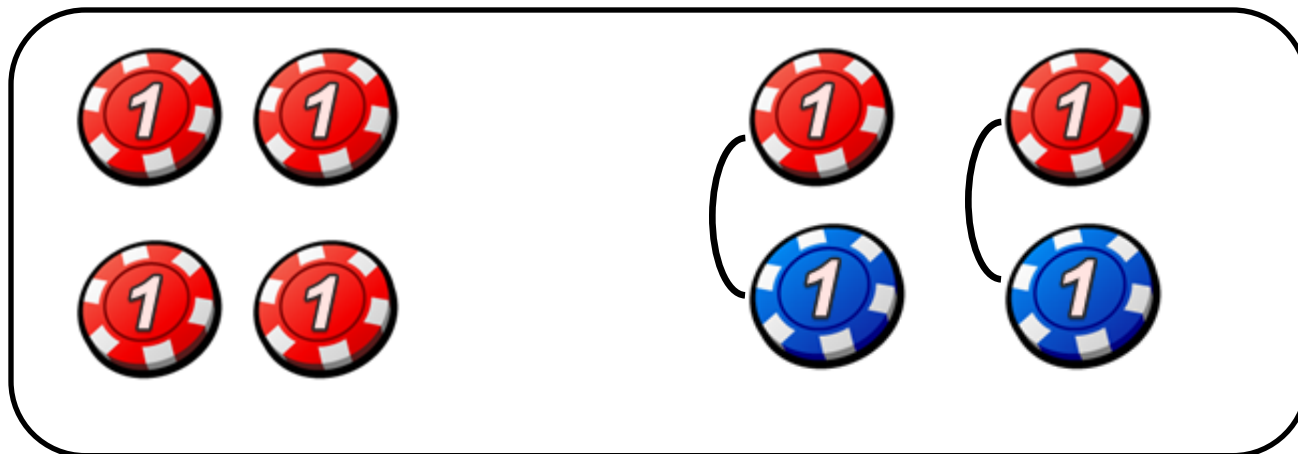
- **Zadatak 2:**

Denis se uputio u dućan sa 4 kune u džepu sa željom da kupi „Kinder jaje”, ali nije znao da mu je cijena 6 kuna. Ipak, blagajnica mu je rekla da ostatak može donijeti sljedeći put.

Koliko kuna je Denis ostao dužan za čokoladicu?

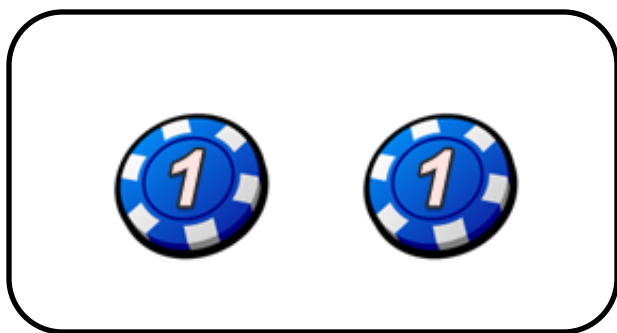


Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (1)





Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (1)

- **Rješenje:**



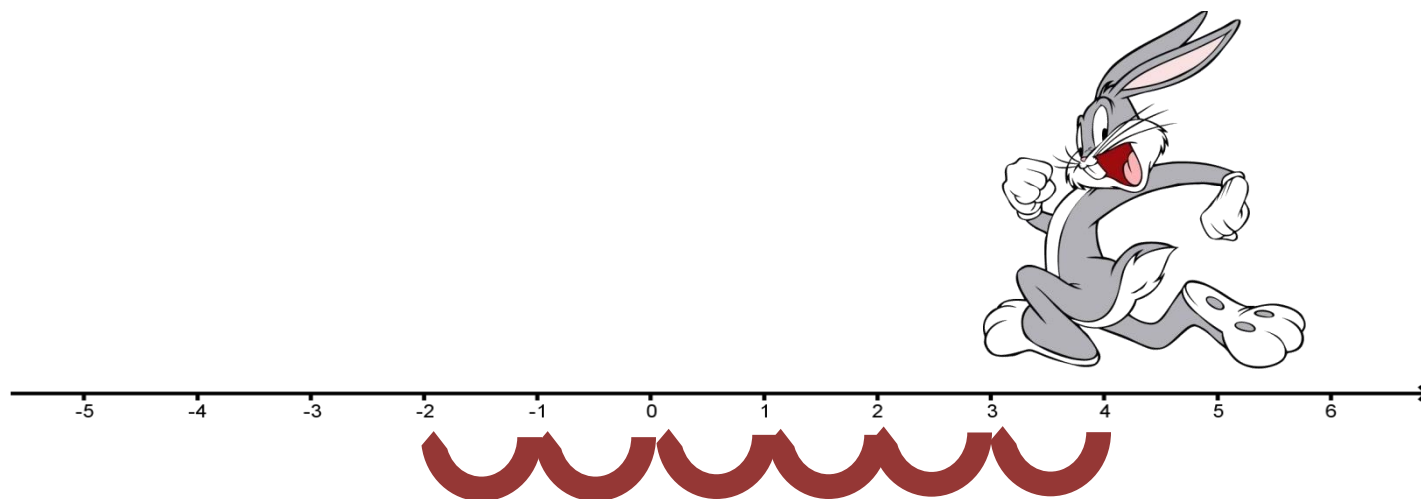
Pišemo: $4 - 6 = -2$

- Objašnjenje postupka oduzimanja pomoću žetona:
Kada oduzimamo pozitivan broj, oduzimamo crvene žetone.
Pošto smo u zadatku od broja 4 morali oduzeti broj 6, dodali smo dva para crvenog i plavog žetona ( +  = 0) kako bismo mogli oduzeti 6 crvenih žetona.
Nakon oduzimanja, ostala su nam 2 plava žetona koja predstavljaju dug od 2 kune

Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (1)

- Kako to izgleda na pravcu?

$$4 - 6 = -2$$



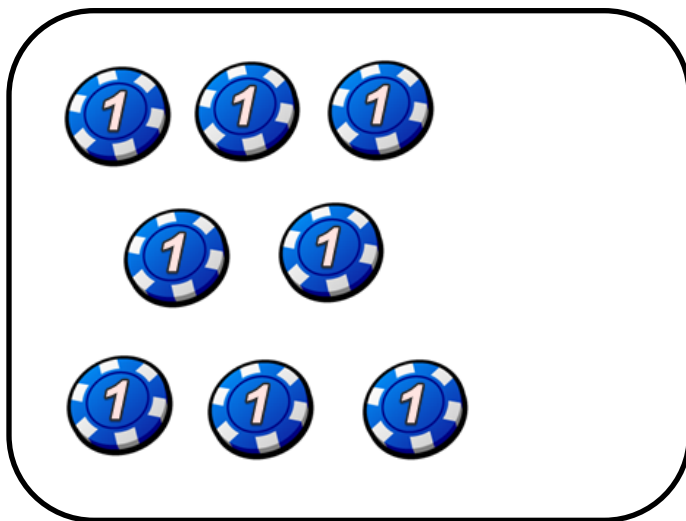
6 jedinice ulijevo:

Kad oduzimamo pozitivan cijeli broj, zeko gleda u negativnom smjeru i ide unaprijed.

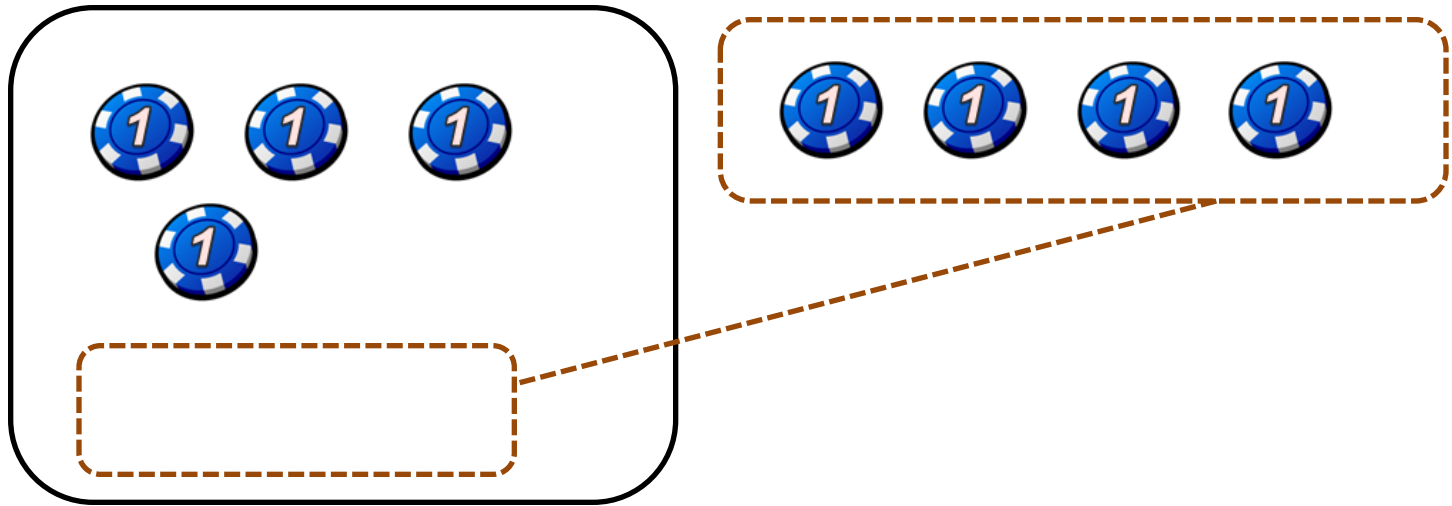
Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (2)

- Zadatak 3:**

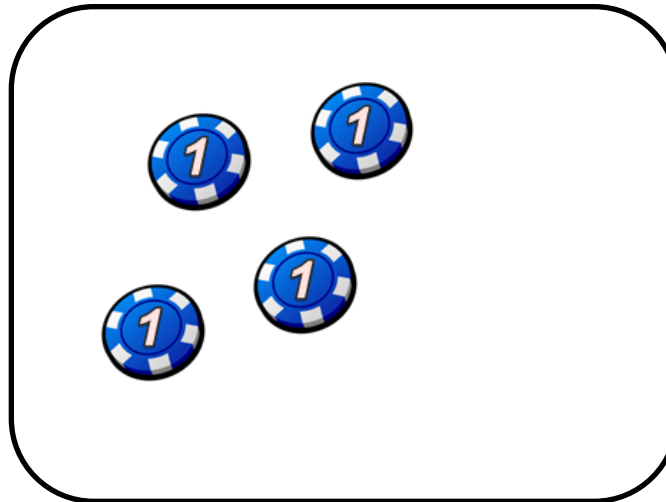
Mami dugujem 8 kuna. Ali nakon što se mama sretna vratila s informacija, kao nagradu odlučila je taj dug umanjiti za 4 kune. Koliko joj sad još dugujem?



Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (2)

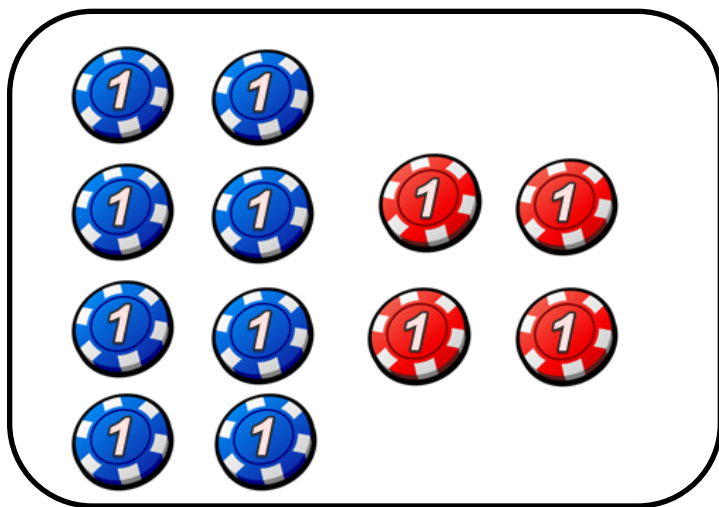


Rješenje:

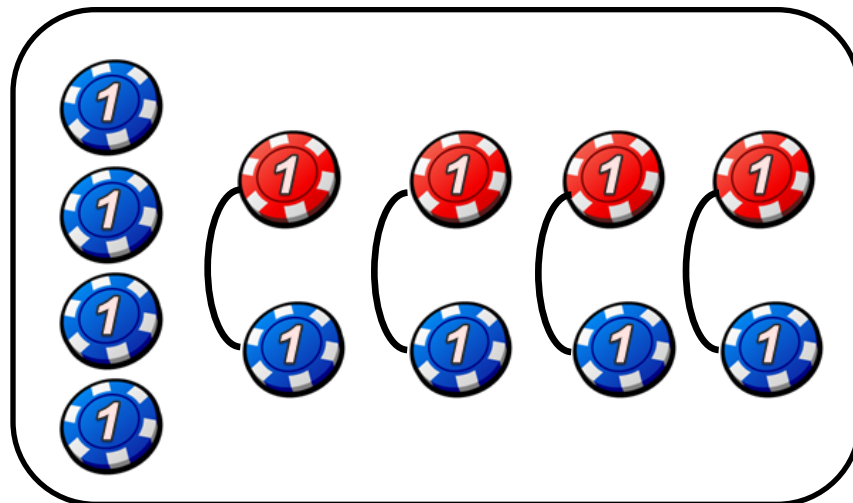


Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (2)

Zadatak 3. se može prikazati na drugi način.

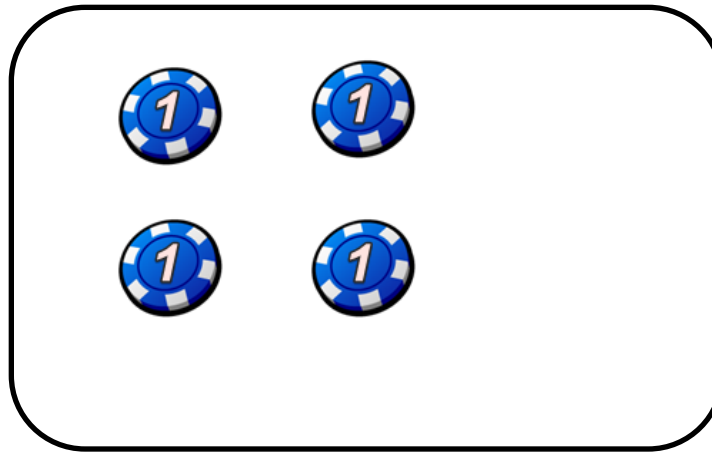


Smanjenje duga možemo shvatiti kao da smo dobili 4 kune.



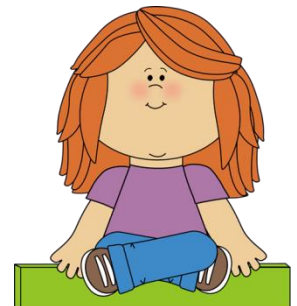
Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (2)

Rješenje:



- **Diskusija:**

Kako zapisati umanjenje duga?



Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (2)

- Zaključak:**

Umanjenje duga znači da mi je mama “oprostila” 4 kune, a to je isto kao da mi je dala 4 kune koje ne trebam vratiti.

$$(-8) - (-4) = (-8) + 4 = -4$$

Diagram illustrating the subtraction of a negative number:

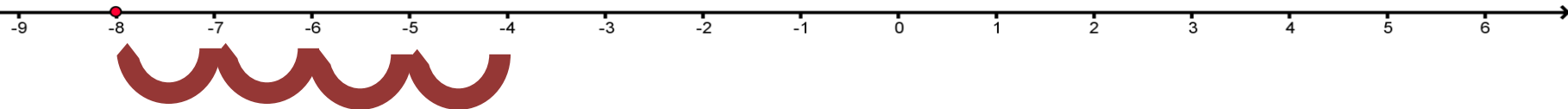
- (-8) is labeled "dug na početku" (debt at the start).
- $-(-4)$ is labeled "dug od 4 kune" (debt of 4 kuna).
- The result -4 is labeled "umanjenje duga" (reduction of debt).



Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (2)

- Kako to izgleda na pravcu?

$$(-8) - (-4) = -4$$



4 jedinice udesno:

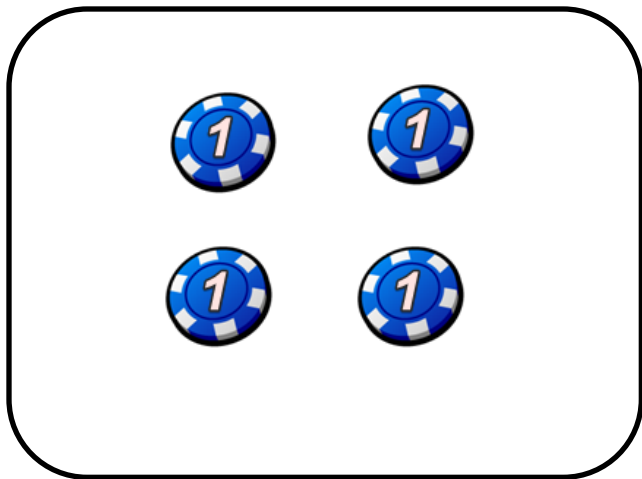
Kad oduzimamo negativan cijeli broj, zeko gleda u negativnom smjeru, ali ide unatrag.

Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (2)

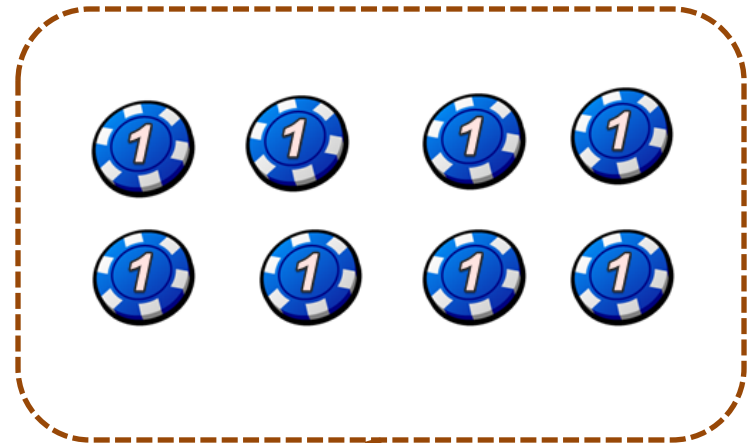
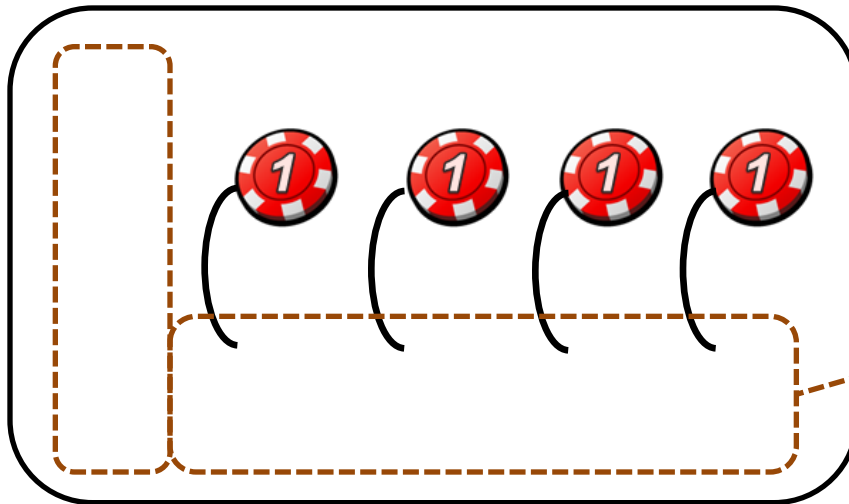
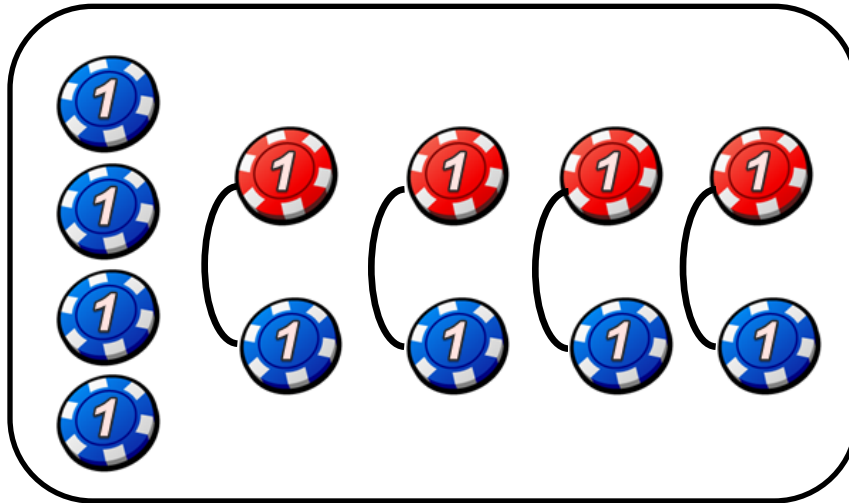
- Zadatak 4:**

Kakvo bi bilo rješenje kada bismo u prethodnom zadatku zamijenili mjesta umanjenika i umanjitelja, odnosno:

$$(-4) - (-8) = ?$$

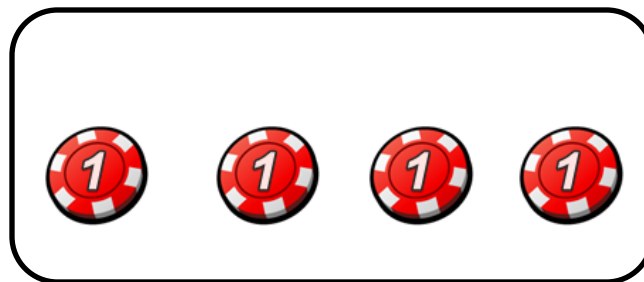


Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (2)



Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (2)

- **Rješenje:** $(-4) - (-8) = 4$



- **Diskusija:**

Mijenja li se rješenje zamjenimo li mjesta umanjenika i umanjitelja?

Rješenje se mijenja zamijenimo li mjesta umanjenika i umanjitelja.

Vrijedi li svojstvo komutativnosti kod oduzimanja?



Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (2)

- Zaključak:**

Iz prethodnih primjera i dobivenih rješenja:

$$(-8) - (-4) = -4$$

$$(-4) - (-8) = 4$$

zaključujemo da **svojstvo komutativnosti ne vrijedi kod oduzimanja**.

$$a - b \neq b - a$$

Ali vrijedi:

$$a - b = -(b - a)$$



Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (3)

- **Cilj aktivnosti:**

učenici će oduzimati cijele brojeve različitih predznaka na modelu i zapisivati postupak računanja

- **Oblik rada:** suradnički rad u paru

- **Potrebni materijal:** žetoni

- **Tijek aktivnosti:**

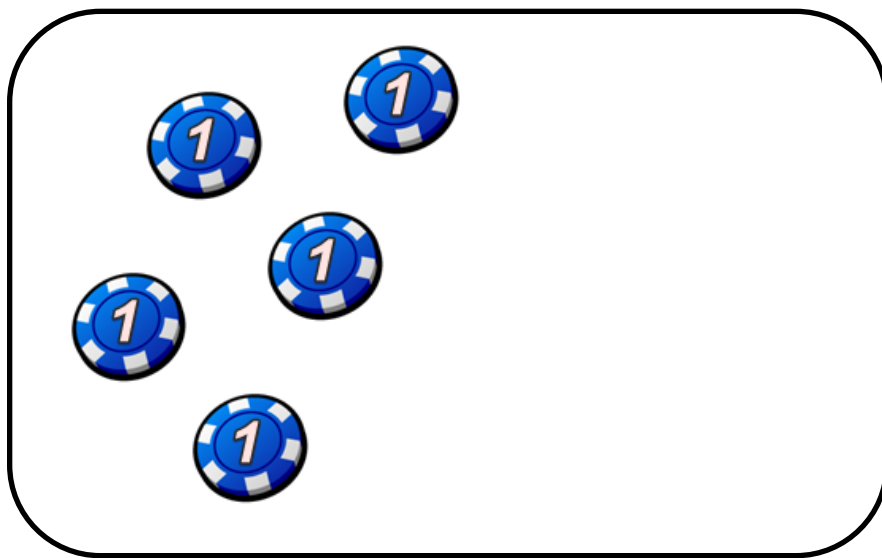
Nastavnik podsjeća učenike na značenje žetona: crveni +1, plavi -1.



Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (3)

- Zadatak 1:**

Sestri dugujem 5 kuna još od prošlog tjedna. Danas je bio moj red za spremanje stola, ali dogovorio/la sam se sa sestrom da ga ona pospremi i da ću joj zauzvrat dati 2 kune kada budem imao/la. Koliko joj sada dugujem?



Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (3)

- Analizirajmo ovu situaciju:

Sestri dugujem 5 kuna, što mogu zapisati kao da imam – 5 kuna.

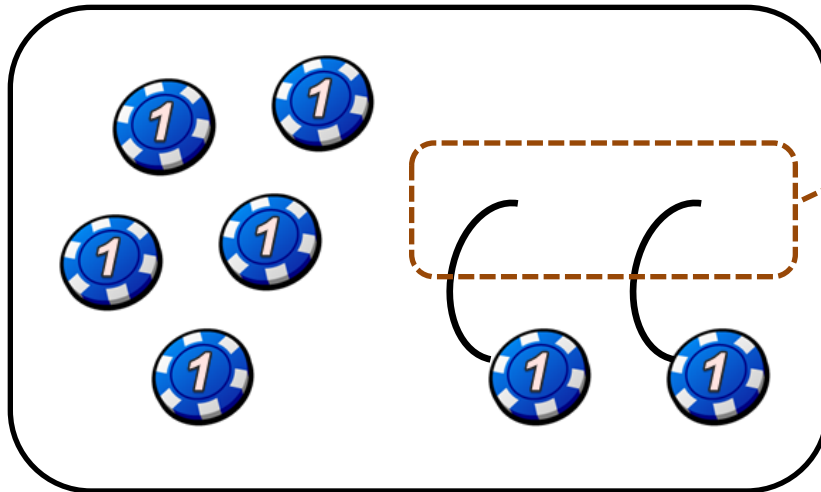
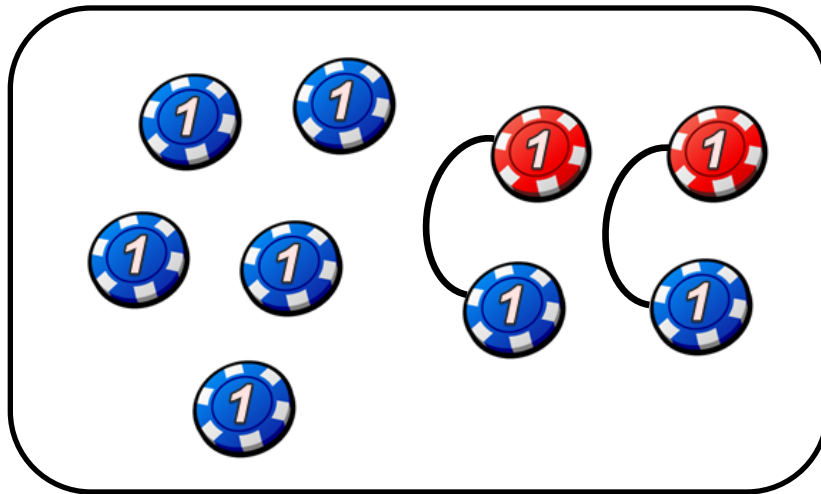
Obećao/la sam sestri da ću joj za pospremanje stola dati 2 kune, što znači da ću svoj „imetak” morati umanjiti za 2 kn.

Zapisujem:

$$(-5) - 2$$

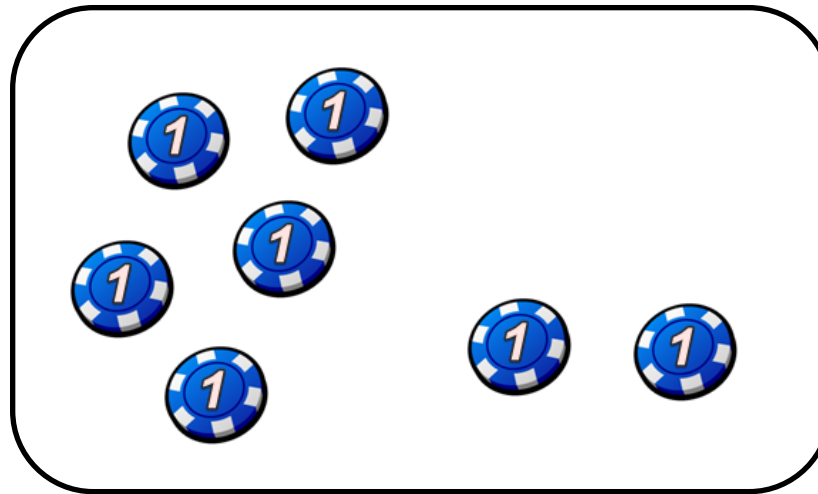


Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (3)

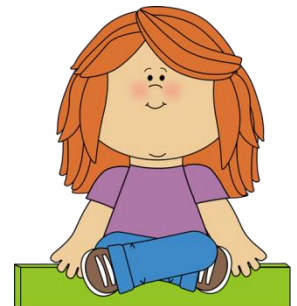


Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (3)

Rješenje:



$$\text{Pišemo: } (-5) - 2 = -7.$$



Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (3)

- **Diskusija:**

Kako zapisujemo dug na računu? **Dug zapisujemo kao negativan cijeli broj.**

Kako zapisujemo kada neki broj umanjimo za neki drugi broj?

Zapisujemo kao razliku ta dva broja.

Primijetimo da situaciju možemo i ovako protumačiti:

Sestri dugujem 5 kuna (stanje: -5 kn) i ona će trenutnom dugu pribrojiti dug od 2 kune pa to zapisujemo kao:

$$(-5) + (-2)$$

- **Zaključak:**

Dug na računu zapisujemo znakom „ $-$ ” ispred broja, npr.

dug od 5 kuna = -5 .

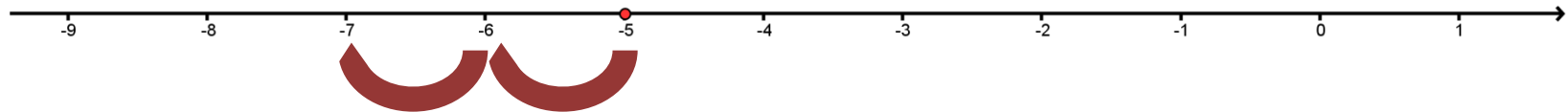
Oduzimanje možemo shvatiti kao zbrajanje suprotnog broja.



Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (3)

- Kako to izgleda na pravcu?

$$(-5) - 2 = -7$$



2 jedinice ulijevo:

Kad oduzimamo pozitivan cijeli broj, zeko gleda u negativnom smjeru i ide unaprijed (kreće se u smjeru u kojem i gleda).

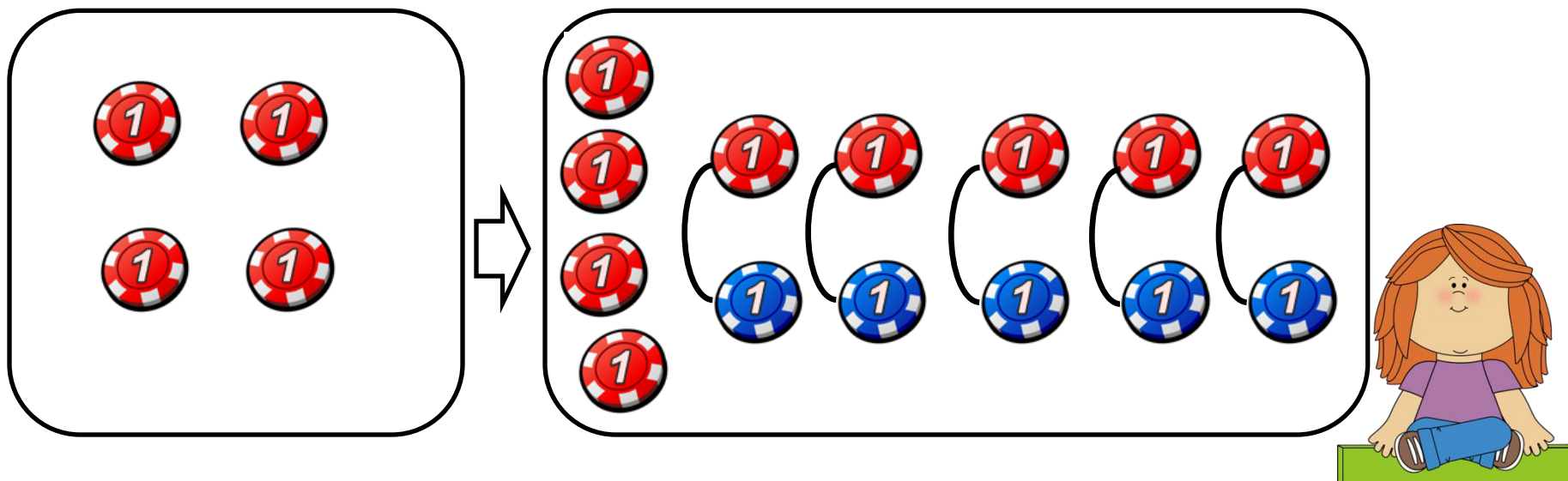
Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (3)

- Zadatak 2:**

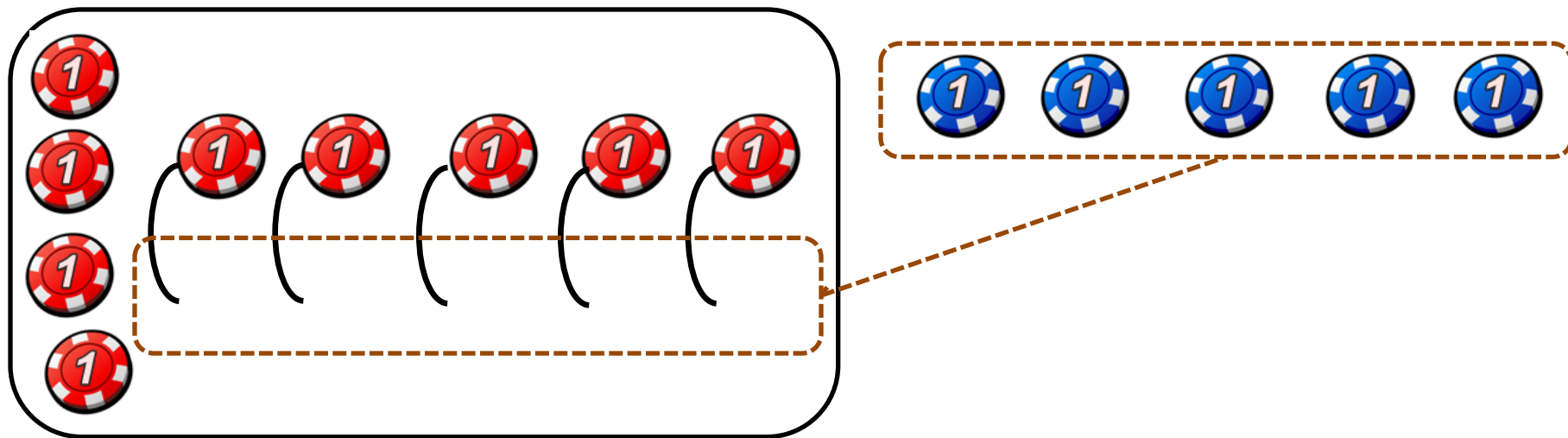
Koliko je $4 - (-5)$?

Zadatak riješi pomoću crvenih i plavih žetona.

Rješenje:

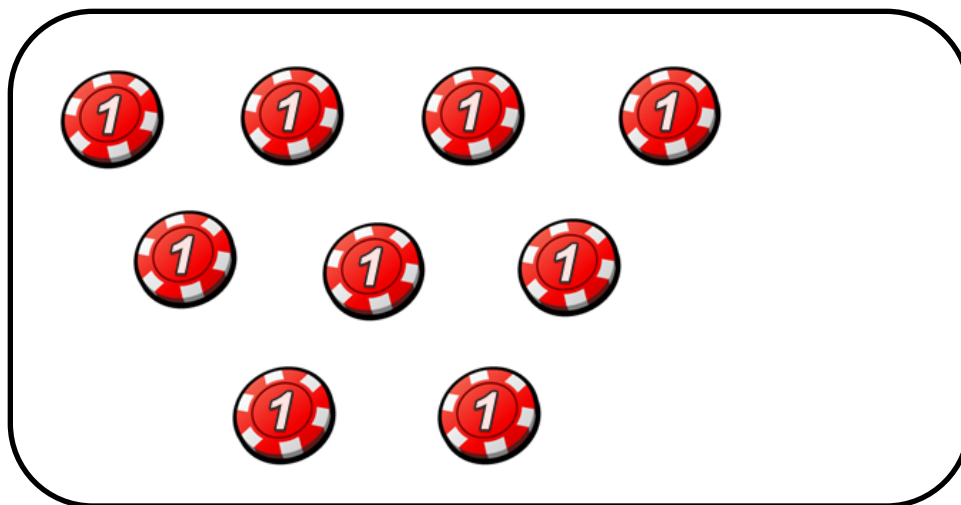


Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (3)



- Rješenje:

$$4 - (-5) = 9$$

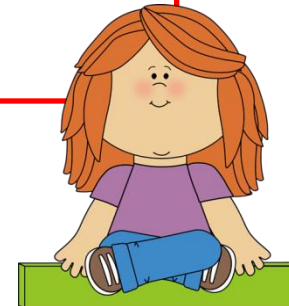


Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva

Oduzimanje se svodi na zbrajanje!

$$\text{npr. } (-7) - 3 = (-7) + (-3) = -10$$

Oduzimanje je zbrajanje suprotnog broja.



Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (4)

Zadatak 1.

Izračunaj: a) $6 - 8 = ?$

b) $(-3) + (-1) = ?$

c) $5 - (-2) = ?$



Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (4)

Zadatak 1.

Rješenje: Pomoću zeke i brojevnog pravca

a) $6 - 8 = ?$

$$6 - 8 = 2$$



Oduzimamo pozitivan cijeli broj – zeko gleda u negativnom smjeru i kreće se 8 jedinica unaprijed.

Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (4)

Zadatak 1.

Rješenje: Pomoću zeke i brojevnog pravca

b) $(-3) + (-1) = ?$

$$(-3) + (-1) = -4$$



Zbrajamo negativan cijeli broj – zeko gleda u pozitivnom smjeru i kreće se 1 jedinicu „unatraške”.

Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva (4)

Zadatak 1.

Rješenje: Pomoću zeke i brojevnog pravca

c) $5 - (-2) = ?$

$$5 - (-2) = 7$$



Oduzimamo negativan cijeli broj – zeko gleda prema negativnom smjeru i kreće se 2 jedinice „unatraške”.

Aktivnost – Oduzimanje cijelih brojeva

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- organizirano prikazati matematičke objekte i rješenja crtežima, brojevima, simbolima in misaono
- odabrati i primijeniti prikladan prikaz u skladu sa situacijom
- izražavati ideje, rezultate i znanje jasnim govornim i matematičkim jezikom

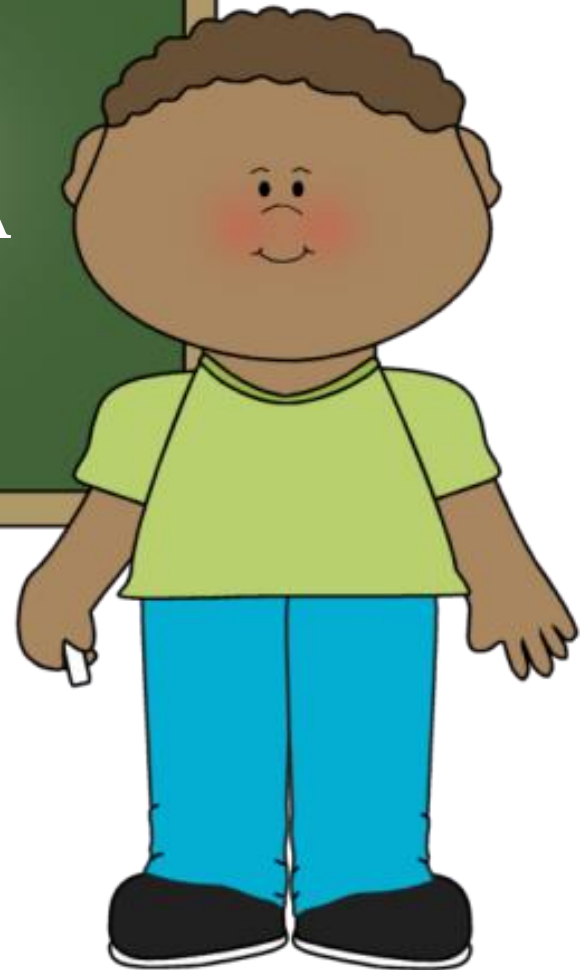
II. Matematički koncepti

(Brojevi)

- sigurno i učinkovito oduzimati cijele brojeve



RAD SA ZAGRADAMA



Aktivnost – Žetoni u ladicama

- **Cilj aktivnosti:** učenici će grupirati cijele brojeve i zapisivati ih u zagrade, te zbrajati i oduzimati izraze koje pritom dobiju
- **Oblik rada:** suradnički rad u paru
- **Potrebni materijal:** nastavni listići
- **Tijek aktivnosti:**

Nastavnik učenicima podijeli nastavne listiće na kojima su slike ladica (manja ladica unutar veće) i žetona.

Učenici zapisuju vrijednosti žetona sa slika, pritom koristeći zagrade i računajući vrijednosti izraza u zagradi i izvan nje.



Aktivnost – Žetoni u ladicama

- **Zadatak:**

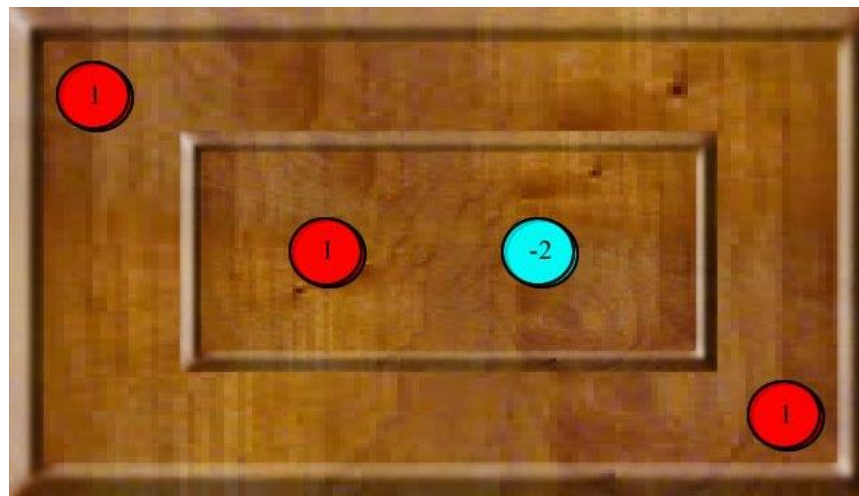
Zbrojite vrijednosti svih žetona zapisujući najprije one iz veće ladice, potom iz manje, koristeći pritom zagrade (rub ladice “postaje” zagrada).

Također, vrijednostima žetona iz veće ladice oduzmite vrijednosti žetona iz manje ladice.



Aktivnost – Žetoni u ladicama

- Zadatak 1:**



Zbrajanje

$$2 + (1 + (-2)) = 2 + (-1) = 1$$

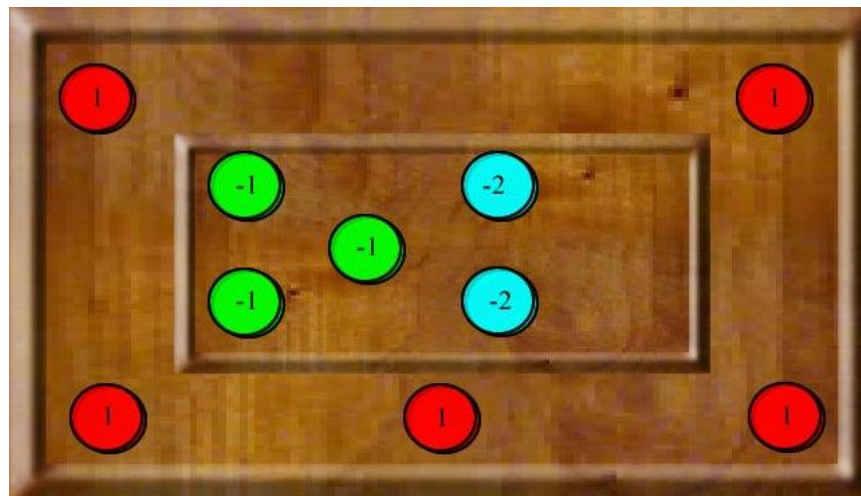
Oduzimanje

$$2 - (1 + (-2)) = 2 - (-1) = 3$$



Aktivnost – Žetoni u ladicama

- Zadatak 2:**



Zbrajanje

$$5 + (-3 + (-4)) = 5 + (-7) = -2$$

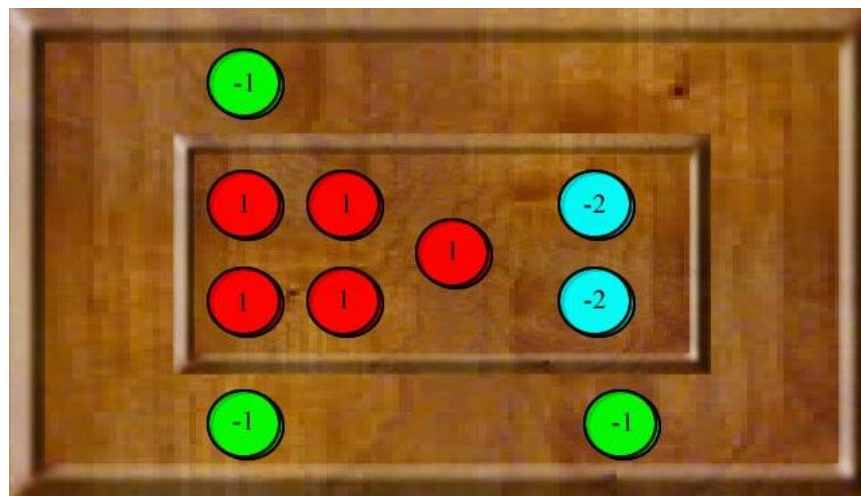
Oduzimanje

$$5 - (-3 + (-4)) = 5 - (-7) = 12$$



Aktivnost – Žetoni u ladicama

- Zadatak 3:**



Zbrajanje

$$(-3) + (5 + (-4)) = (-3) + 1 = -2$$

Oduzimanje

$$(-3) - (5 + (-4)) = (-3) - 1 = -4$$



Aktivnost – Žetoni u ladicama

- **Diskusija:**

Nastavnik najprije kod svakog para provjeri zapise i rješenja danih zadataka te različite zapise i rješenja zapiše na ploču.

Postavlja im sljedeća pitanja:

Kojom metodom ste rješavali zadatke? Što ste najprije zbrajali/oduzimali?

Metodom pisanog računa. Najprije smo zbrajali/oduzimali brojeve u zagradama.

Kod zbrajanja, bismo li dobili drugačije rješenje da smo najprije zapisali vrijednosti žetona iz manje ladice, a potom iz veće? **Ne bismo dobili drugačije rješenje.**

Postoji li više rješenja ili je rješenje jedinstveno za svaki od zadataka? **Ne postoji više rješenja. Za svaki zadatak je rješenje jedinstveno.**



Aktivnost – Žetoni u ladicama

- **Zaključak:**

Učenici na ovim primjerima grupiraju žetone (brojeve); mogu interpretirati ladice kao zagrade, zapisuju brojeve (vrijednosti žetona) u zagrade i računaju s njima.

Mogu uočiti važnost zagrada i njihov utjecaj na krajnji rezultat ovisno o tome kako su one postavljene i koje računske operacije se nalaze ispred njih.



Aktivnost – Žetoni u ladicama

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- odabrati i primijeniti prikladan prikaz u skladu s razmatranom situacijom, povezati različite prikaze i prelaziti s jednih na druge
- izraziti ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom
- saslušati i razmjenjivati matematičke ideje i objašnjenja te suradnički raditi u skupinama

(Povezivanje)

- povezati matematiku s vlastitim iskustvom
- usporediti, grupirati i klasificirati objekte i pojave prema određenom kriteriju

(Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)

- postavljati matematički svojstvena pitanja (Kako ćemo odrediti? Ima li rješenja smisla? Postoji li više rješenja?)
- obrazložiti odabir matematičkih postupaka i utvrditi smislenost dobivenoga rezultata

(Rješavanje problema i matematičko modeliranje)

- postaviti i analizirati jednostavniji problem, isplanirati njegovo rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih postupaka, riješiti ga te protumačiti i vrednovati rješenje i postupak
- izgrađivati novo matematičko znanje rješavanjem problema

II. Matematički koncepti

(Brojevi)

- sigurno i učinkovito zbrajati i oduzimati cijele brojeve (napamet i metodama pisanoga računa)

(Algebra i funkcije)

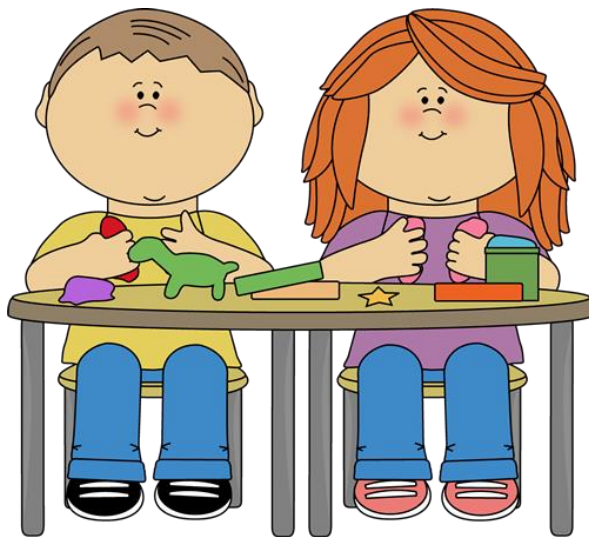
- uočiti pravilnosti u svezi s brojevima, njihovim zapisima i računskim operacijama i primjenjivati ih

(Podaci)

- pročitati i protumačiti podatke prikazane slikama

Završne aktivnosti

**(“igrice”, mozgalice...) za uvježbavanje
uspoređivanja,
zbrajanja i oduzimanja cijelih brojeva, apsolutne
vrijednosti te suprotnog broja.**



Aktivnost - Peterokut

- **Cilj aktivnosti:** učenici će ponoviti i prilagoditi znanje o uspoređivanju cijelih brojeva na danom zadatku
- **Oblik rada:** suradnički rad u paru
- **Potrebni materijal:** nastavni listići
- **Tijek aktivnosti:**

Nastavnik učenicima podijeli nastavne listiće i objašnjava pravila.

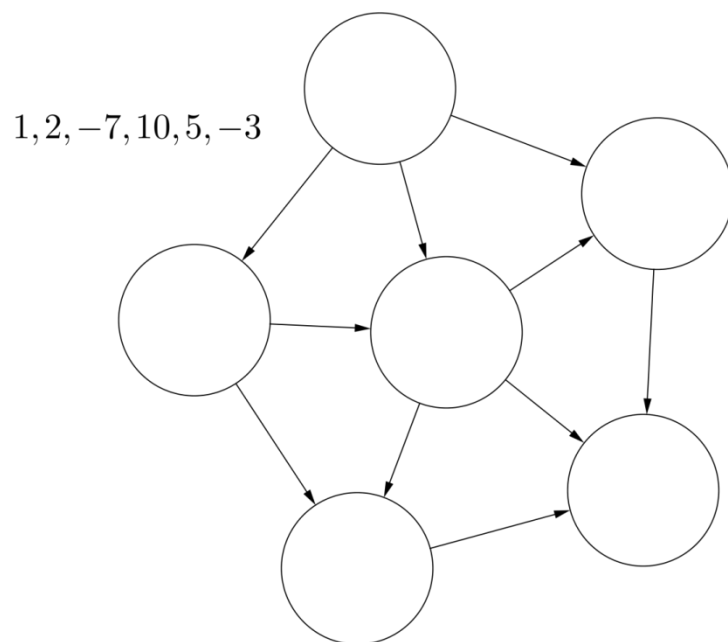
Učenici analiziraju i rješavaju zadatak te uspoređuju rješenja.

Argumentiraju postoji li i zašto više rješenja.



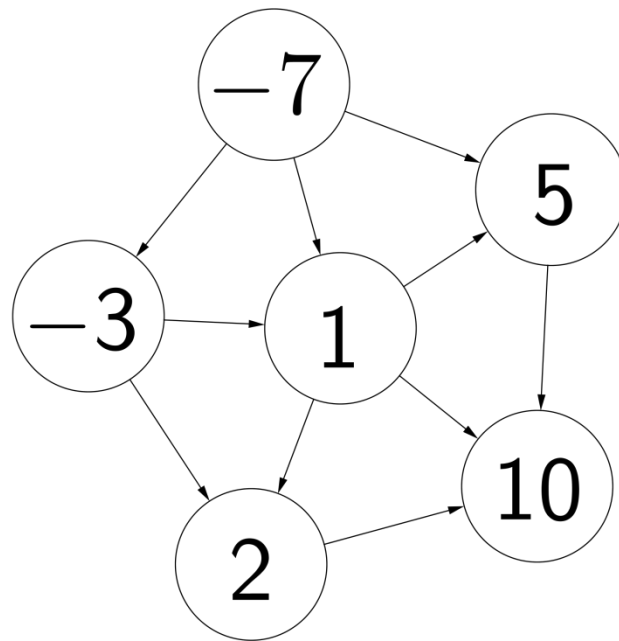
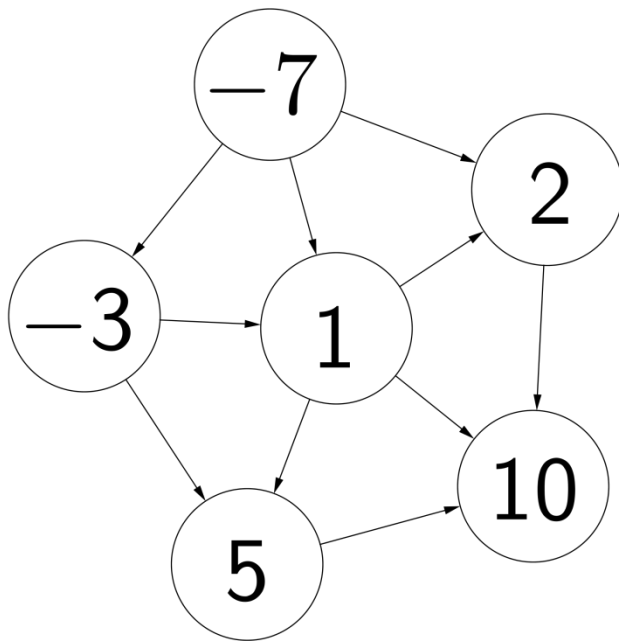
Aktivnost - Peterokut

- Zadatak:** Veze među brojevima označili smo strelicama. Strelice su usmjerene od manjeg prema većem broju. Pronađi odgovarajuća mjesta i rasporedi niz brojeva 1, 2, -7, 10, 5, -3 tako da odgovaraju strelicama.



Aktivnost - Peterokut

- **Rješenje:** Imamo dva rješenja. Ovisno o brojevima 2 i 5.



Aktivnost - Peterokut

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- prikazati matematička rješenja riječima i misaono
- izraziti ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom

(Povezivanje)

- uspostaviti veze i odnose među matematičkim objektima i postupcima

(Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)

- postavljati matematički svojstvena pitanja (Kako ćemo odrediti? Ima li rješenje smisla? Postoji li više rješenja?)

(Rješavanje problema i matematičko modeliranje)

- analizirati jednostavniji problem, isplanirati njegovo rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih postupaka i riješiti ga
- izgrađivati novo matematičko znanje rješavanjem problema

II. Matematički koncepti

(Brojevi)

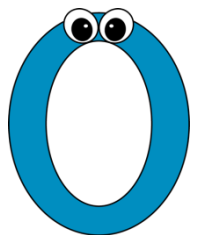
- sigurno i učinkovito uspoređivati cijele brojeve



Aktivnost – **Krugovi 0**

- **Cilj aktivnosti:** učenici će ponoviti i prilagoditi znanje o zbrajanju i oduzimanju cijelih brojeva na danom zadatku
- **Oblik rada:** suradnički rad u paru
- **Potrebni materijal:** nastavni listići
- **Tijek aktivnosti:**

Nastavnik podijeli učenike u parove (par čine učenici koji sjede u istoj kupi). Nakon podjele u parove, svakom paru podijeli nastavni listić i objasni pravila. Učenici u timu analiziraju, argumentiraju i rješavaju zadani problem.



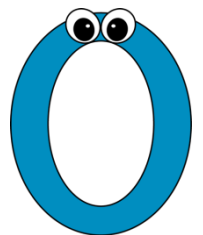
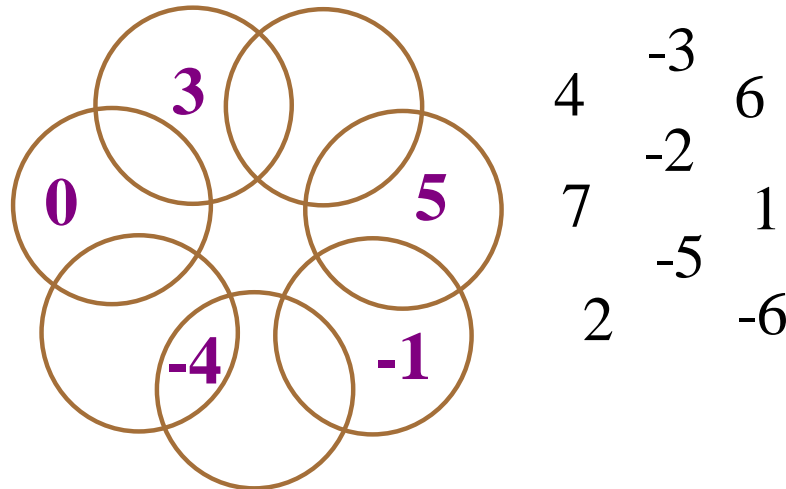
Aktivnost – Krugovi 0

- Zadatak:**

Ponudene brojeve smjestite u krugove (po tri broja u svaki krug) tako da je njihov zbroj u svakom krugu jednak nuli.

Napomena: Dane brojeve koji su već upisani u krugove ne smijete pomicati!

- Primjer:**



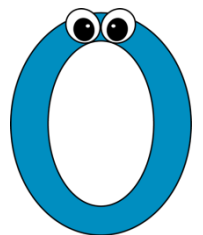
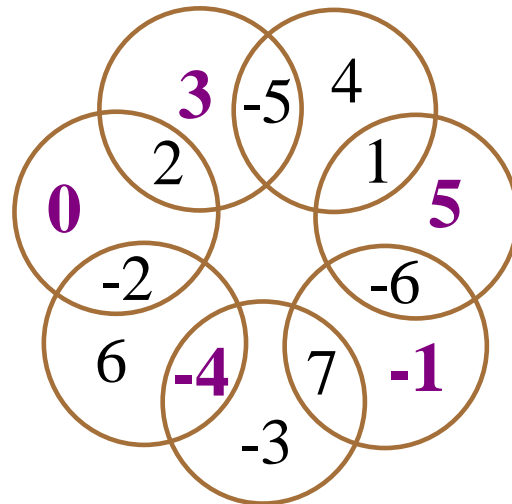
Aktivnost – Krugovi 0

- Zadatak:**

Ponudene brojeve smjestite u krugove (po tri broja u svaki krug) tako da je njihov zbroj u svakom krugu jednak nuli.

Napomena: Dane brojeve koji su već upisani u krugove ne smijete pomicati!

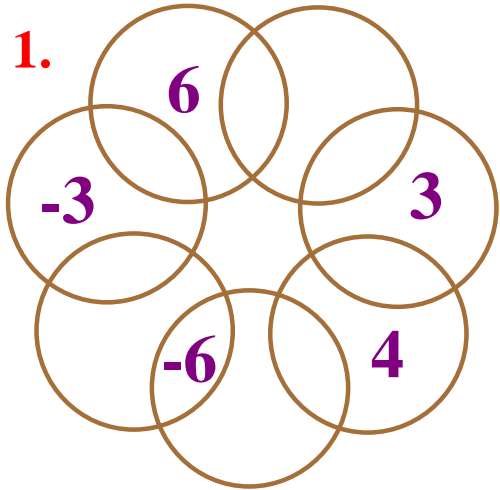
- Rješenje:**



Aktivnost – Krugovi 0

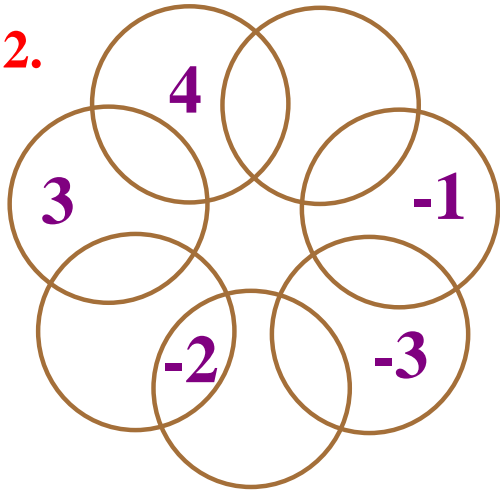
- Nastavni listić - zadaci:

1.



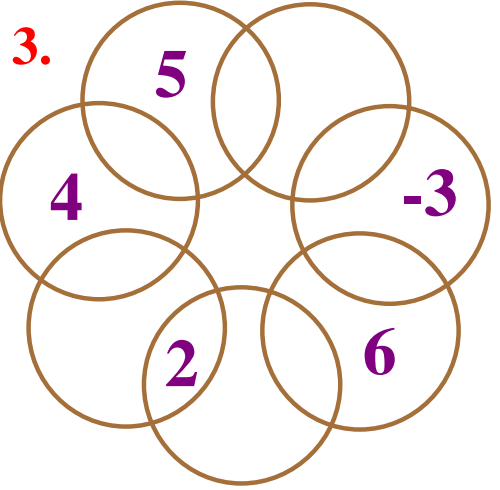
-4	-1	5
7	-2	1
2	-5	0

2.



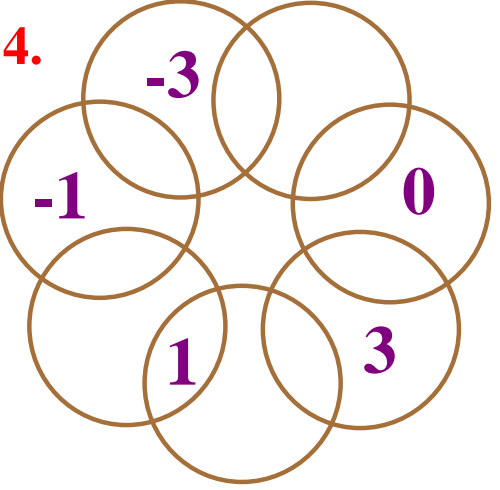
-4		5
7	-6	1
2	-5	0
	6	

3.



-4	-1	0
7	-2	3
1	-5	-6

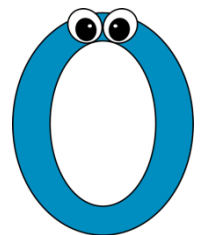
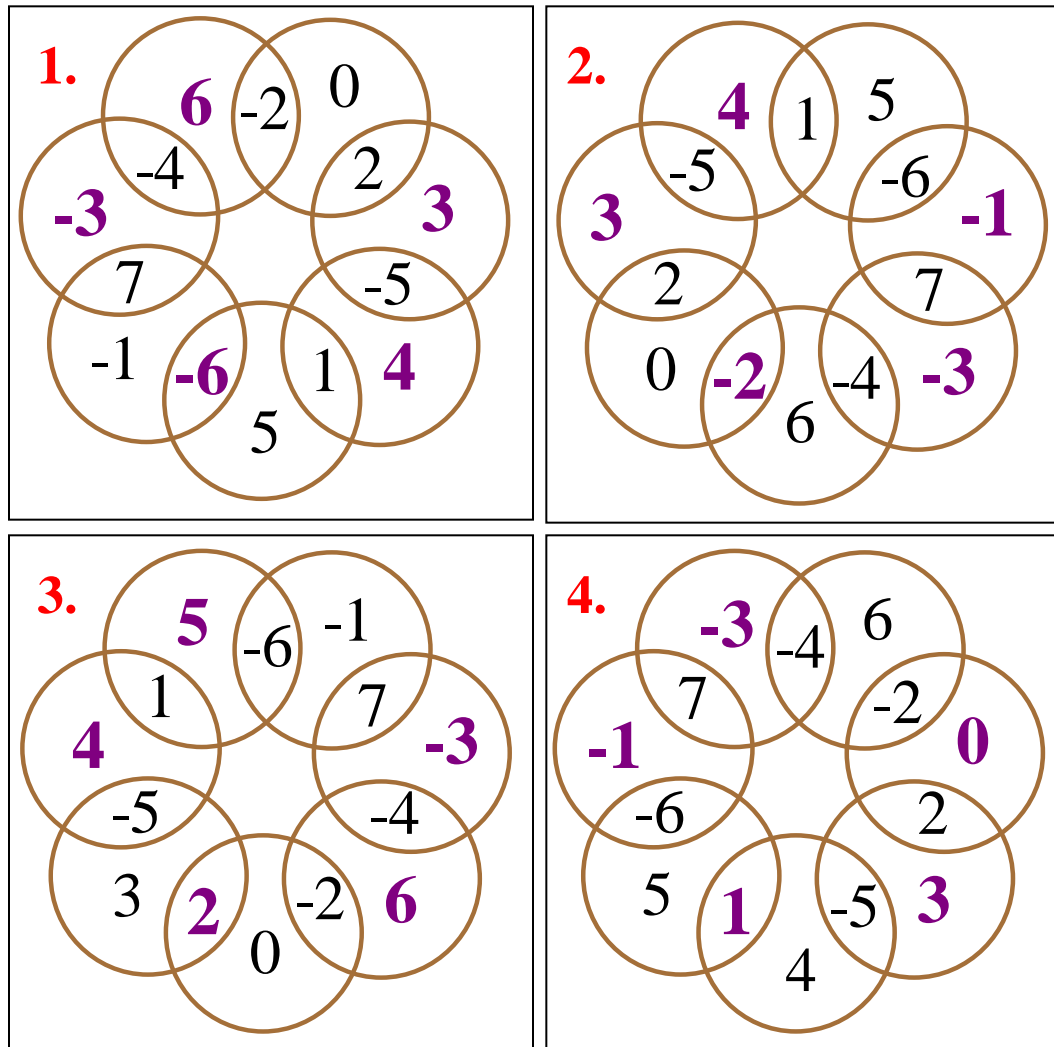
4.



-4	6	5
7	-2	4
2	-5	-6

Aktivnost – Krugovi 0

- Rješenja zadataka:



Aktivnost – Krugovi 0

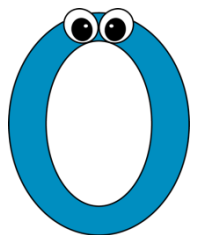
- **Diskusija:**

Je li rješenje jedinstveno određeno?

Da, rješenje je jedinstveno određeno.

- **Link na igru:**

http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_122_g_3_t_1.html?open=instructions&from=category_g_3_t_1.html



Aktivnost – Krugovi 0

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- prikazati matematička rješenja riječima i misaono
- izraziti ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom

(Povezivanje)

- uspostaviti veze i odnose među matematičkim objektima i postupcima

(Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)

- postavljati matematički svojstvena pitanja (Kako ćemo odrediti? Ima li rješenje smisla? Postoji li više rješenja?)

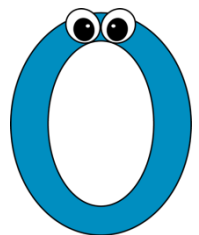
(Rješavanje problema i matematičko modeliranje)

- analizirati jednostavniji problem, isplanirati njegovo rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih postupaka i riješiti ga
- izgrađivati novo matematičko znanje rješavanjem problema

II. Matematički koncepti

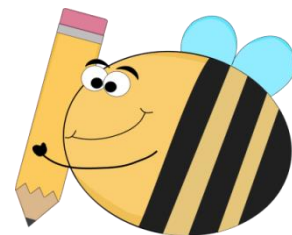
(Brojevi)

- sigurno i učinkovito zbrajati i oduzimati (napamet, metodom pisanog računa)



Aktivnost - Izreka

- **Cilj aktivnosti:** učenici će prevesti matematičke zadatak u izreku ponavljajući pritom jednostavne operacije zbrajanja i oduzimanja cijelih brojeva
- **Oblik rada:** suradničko – timski rad u četveročlanim timovima
- **Potrebni materijal:** nastavni listići, folija, grafoskop



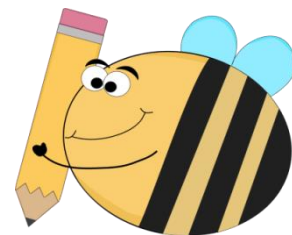
Aktivnost - Izreka

- **Tijek aktivnosti:**

Nastavnik podijeli učenike u četveročlane timove, pazeći pritom na homogenost grupe. Nakon podjele svim timovima podijeli nastavne listiće sa zadacima i objašnjava pravila.

Učenici u timovima surađuju, uvažavaju tuđe mišljenje, analiziraju i rješavaju dani zadatak.

Kada svi timovi riješe zadatak, nastavnik proziva jedan po jedan tim i oni mu redom čitaju dobivene riječi/rješenja iz tablice (dvije, tri... ovisno o veličini razreda i broju timova) koje on upisuje na foliju na grafoskopu.



Aktivnost - Izreka

- **Zadatak:** Riješi sljedeće zadatke i u tablici na mjesto odgovarajućeg broja (rješenja zadatka) upiši slovo iz tog zadatka.

			8	2	5	-2	7	-1	0	-6	-8	4	-1	9	8	5	6	4	-3	-9	1	-6	8	-6		
																									,	
4	-3	3	-6	-7	3	-1	6	4	-3	1	-6	4		8	2	5	-2	4	-1	-5	7	-1	0	-6		
														;												,
					4	-3	3	-6	-7	3	-1	-8	-6	-4	0	-6	2	-9								
																					.					

(Pablo Picasso)

Aktivnost - Izreka

1. $2 + (-5) = \mathbf{A}$

8. $4 + 3 - 8 = \mathbf{E}$

2. Broj koji nije ni pozitivan

9. $-18 + 9 + 2 - 3 + 1 = \mathbf{U}$

ni negativan = \mathbf{L}

10. $-11 - 6 + 4 + 21 = \mathbf{T}$

3. $-4 + 7 - 11 + 2 = \mathbf{I}$

11. $33 - 9 - 26 = \mathbf{Z}$

4. $33 - 25 + 1 = \mathbf{\check{S}}$

12. $-8 + 16 - 7 + 3 = \mathbf{N}$

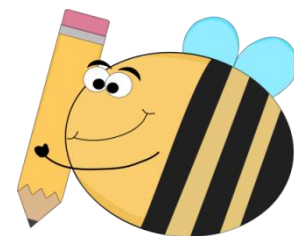
5. $-79 + 63 + 21 = \mathbf{O}$

13. $9 - 3 + 0 - 8 + 3 = \mathbf{\check{C}}$

6. $11 + 13 - 17 = \mathbf{\check{Z}}$

14. $101 - 97 + 2 - 3 = \mathbf{\acute{C}}$

7. $5 - 11 + 8 = \mathbf{K}$



Aktivnost - Izreka

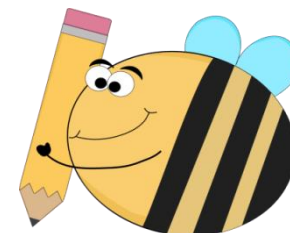
- Rješenje:

		8	2	5	-2	7	-1	0	-6	-8	4	-1	9	8	5	6	4	-3	-9	1	-6	8	-6		
		T	K	O		Ž	E	L	I		N	E	Š	T	O		N	A	U	Č	I	T	I	,	
4	-3	3	-6	-7	3	-1	6	4	-3	1	-6	4		8	2	5	-2	4	-1	-5	7	-1	0	-6	
N	A	Č	I		Č	E		N	A	Č	I	N	;	T	K	O		N	E		Ž	E	L	I	,
					4	-3	3	-6	-7	3	-1	-8	-6	-4	0	-6	2	-9							
					N	A	Č	I		Č	E		I	Z	L	I	K	U	.						

(Pablo Picasso)

Aktivnost - Izreka

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**



I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- prikazati matematička rješenja riječima i misaono
- izraziti ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom

(Povezivanje)

- uspostaviti veze i odnose među matematičkim objektima i postupcima

(Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)

- postavljati matematički svojstvena pitanja (Kako ćemo odrediti? Ima li rješenje smisla? Postoji li više rješenja?)

(Rješavanje problema i matematičko modeliranje)

- analizirati jednostavniji problem, isplanirati njegovo rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih postupaka i riješiti ga
- izgrađivati novo matematičko znanje rješavanjem problema

II. Matematički koncepti

(Brojevi)

- sigurno i učinkovito zbrajati i oduzimati cijele brojeve (napamet, metodom pisanog računa)

Aktivnost – Matematički lanac

- **Cilj aktivnosti:** učenici će zbrajati i oduzimati cijele brojeve
- **Oblik rada:** suradničko – timski rad učenika
- **Potrebni materijali:** kartice za svakog učenika na kojima su zadaci koji određuju sljedećeg učenika
- **Tijek aktivnosti:**

Nastavnik podijeli kartice učenicima tako da svaki učenik dobije barem jednu karticu, te odabere jednog učenika koji počinje prvi sa aktivnosti. Svaki učenik na kartici ima zapisan broj i pitanje sa operacijom zbrajanja ili oduzimanja.

Odgovor na to pitanje (rješenje zbrajanja ili oduzimanja) daje nam sljedećeg učenika u lancu, koji kao i prethodni pročita broj i postavlja pitanje. Lanac se završava kada se dođe do učenika koji nema pitanje na svom listiću.

Aktivnost – Matematički lanac

- Primjeri kartica:

Ja imam 1. Tko ima za 29 više?	Ja imam -2. Tko ima za 16 manje?	Ja imam 37. Tko ima za 44 manje?
Ja imam 30. Tko ima za 45 manje?	Ja imam -18. Tko ima za 55 manje?	Ja imam -7. Tko ima za 107 više?
Ja imam -15. Tko ima za 108 manje?	Ja imam -73. Tko ima za 148 više?	Ja imam 100. Tko ima za 14 manje?
Ja imam -123. Tko ima za 154 više?	Ja imam 75. Tko ima za 36 manje?	Ja imam 86. Tko ima za 90 manje?
Ja imam 31. Tko ima za 210 manje?	Ja imam 39. Tko ima za 241 više?	Ja imam -4. Tko ima za 4 više?
Ja imam -179. Tko ima za 22 više?	Ja imam 280. Tko ima za 321 manje?	Ja imam 0. Tko ima za 13 manje?
Ja imam -157. Tko ima za 57 više?	Ja imam -41. Tko ima za 13 manje?	Ja imam -13. Tko ima za 63 više?
Ja imam -100. Tko ima za 98 više?	Ja imam -54. Tko ima za 91 više?	Ja imam 50. Kraj!



Aktivnost – Matematički lanac

- **Diskusija:**

Uočavamo da učenici lakše računaju zadatke gdje je potrebno od pozitivnog cijelog broja zbrojiti / oduzeti neki broj, nego kada zbrajamo / oduzimamo od negativnog cijelog broja.

Jeste li došli do rješenja napamet? **Neki učenici su došli do rješenja pisanom metodom, a neki napamet.**

Koliko vremena vam je bilo potrebno da izračunate zadatak sa kartice?

U rasponu od nekoliko sekundi do pola minute.



Aktivnost – Matematički lanac

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- prikazati matematička rješenja riječima i misaono
- izraziti ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom

(Povezivanje)

- uspostaviti veze i odnose među matematičkim objektima i postupcima

(Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)

- postavljati matematički svojstvena pitanja (Kako ćemo odrediti? Ima li rješenje smisla? Postoji li više rješenja?)

(Rješavanje problema i matematičko modeliranje)

- analizirati jednostavniji problem, isplanirati njegovo rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih postupaka i riješiti ga
- izgrađivati novo matematičko znanje rješavanjem problema

II. Matematički koncepti

(Brojevi)

- sigurno i učinkovito zbrajati i oduzimati cijele brojeve (napamet, metodom pisanog računa)

Aktivnost – Točka-crta

- **Cilj aktivnosti:** učenici će uvježbati zbrajanje i oduzimanje cijelih brojeva
- **Oblik rada:** suradnički rad u paru
- **Potrebni materijal:** nastavni listići sa zadacima i slikom
- **Tijek aktivnosti:**

Nastavnik učenicima podijeli radne listiće sa zadacima i slikom (točke označene brojevima).

Učenici u paru (par u klupi) rješavaju (redom!) zadatke i spajaju (redom!) točke koje su označene brojevima koje dobiju kao kao rješenje zadatka.



Aktivnost – Točka-crta

- **Zadatak:** Riješite zadatke i spojite točke (brojeve) koje dobijete kao rješenje zadataka, redom - od prvog do posljednjeg zadatka. Kreće se od crvene točke. Na crtu ispod crvene točke upišite broj koji dobijete kao rješenje prvog zadatka. Račun zapišite u bilježnicu!



Aktivnost – Točka-crta



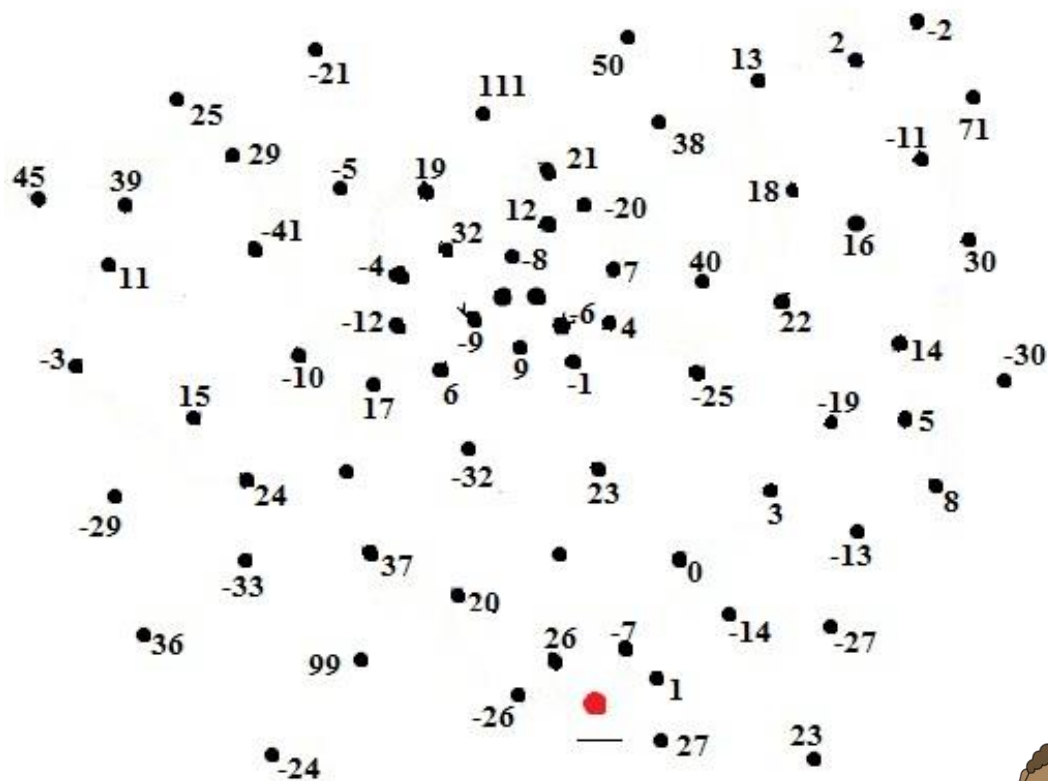
Zadaci s listića:

1. Broj koji dobijemo kada jedinici dodamo devetku je ...
2. Prethodnom broju dodaj 1 i rezultat umanji za 18.
3. Prethodni broj umanji za - 8.
4. Prethodnom broju dodaj 2 i oduzmi 3.
5. Prethodnom broju oduzmi - 3.
6. Prethodni broj uvećaj za 5.
7. Prethodni broj uvećaj za - 3.
8. Prethodnom broju dodaj 9.
9. Prethodni broj uvećaj za 16.
10. Suprotnom broju prethodnog broja dodaj 19.
11. Prethodnom broju dodaj 9.
12. Suprotan broj prethodnog broja je...
13. Prethodnom broju dodaj 11.
14. Prethodnom broju dodaj – (-5).
15. Prethodnom broju dodaj 4.
16. Suprotnom broju prethodnog broja dodaj - 3.
17. Od prethodnog broja oduzmi - 24.
18. Prethodnom broju dodaj 5.
19. Prethodnom broju dodaj – (- 3).
20. Prethodnom broju dodaj – 27.
21. Suprotnom broju prethodnog broja dodaj 1.
22. Prethodnom broju oduzmi 9.
23. Prethodnom broju dodaj 20.
24. Prethodnom broju oduzmi 13.
25. Suprotnom broju prethodnog broja dodaj - (- 15).
26. Prethodnom broju dodaj – 8.
27. Suprotnom broju prethodnog broja dodaj – 6.
28. Prethodni broj uvećaj za 11.
29. Od prethodnog broja oduzmi 27.
30. Prethodnom broju dodaj - 31.
31. Suprotnom broju prethodnog broja oduzmi 12.
32. Prethodnom broju dodaj 10.
33. Prethodnom broju dodaj 6.
34. Od prethodnog broja oduzmi 48.
35. Suprotnom broju prethodnog broja dodaj 12.
36. Prethodnom broju dodaj 9.
37. Suprotan broj prethodnog broja umanji za 9.
38. Suprotna broj prethodnog broja uvećaj za 4.
39. Prethodnom broju oduzmi 17.
40. Suprotnom broju prethodnog broja dodaj – 6.
41. Suprotan broj prethodnog broja je...
42. Prethodni broj umanji za 15.

I za kraj... Na slici pronađi točku označenu brojem 9. Spoji ju sa točkom koja je označena suprotnim brojem broja 9. Dodatno, spoji ju i s točkom koja je označena brojem koji dobijemo kada suprotnom broju broja 9 dodamo 3.

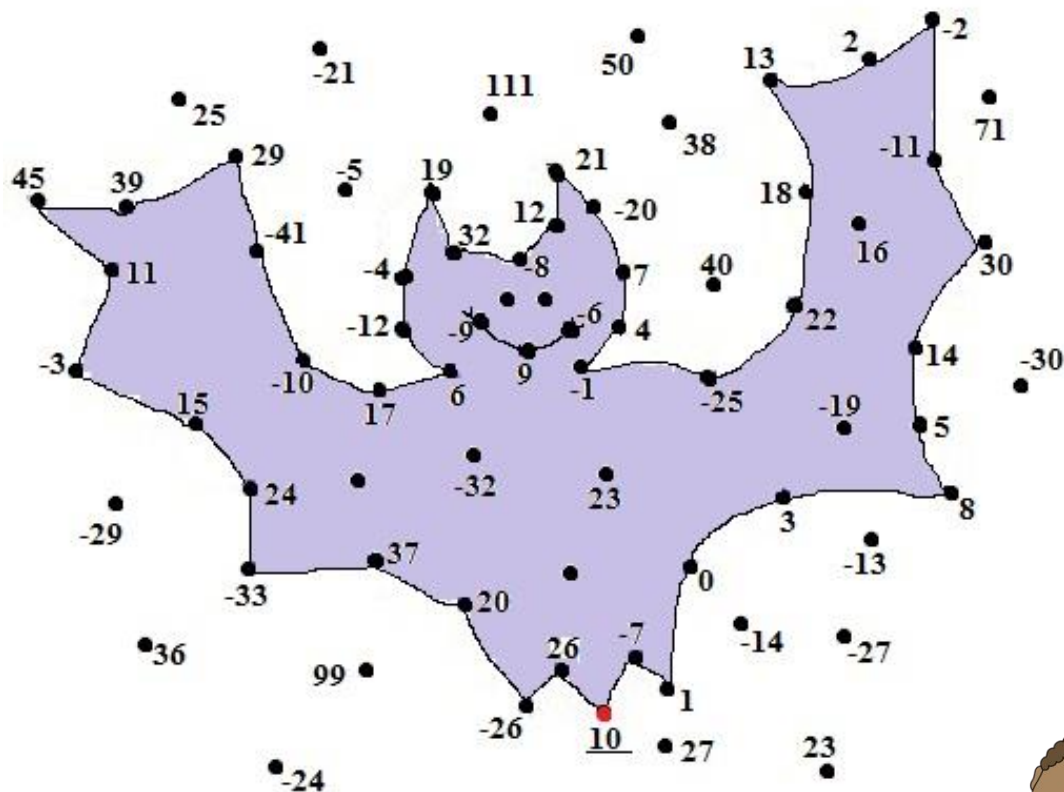
Aktivnost – Točka-crta

- **Zadatak:**



Aktivnost – Točka-crta

- Rješenje:



Aktivnost – Točka-crta

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- prikazati matematička rješenja riječima i misaono
- izraziti ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom

(Povezivanje)

- uspostaviti veze i odnose među matematičkim objektima i postupcima

(Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)

- postavljati matematički svojstvena pitanja (Kako ćemo odrediti? Ima li rješenje smisla? Postoji li više rješenja?)

(Rješavanje problema i matematičko modeliranje)

- analizirati jednostavniji problem, isplanirati njegovo rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih postupaka i riješiti ga
- izgrađivati novo matematičko znanje rješavanjem problema



II. Matematički koncepti

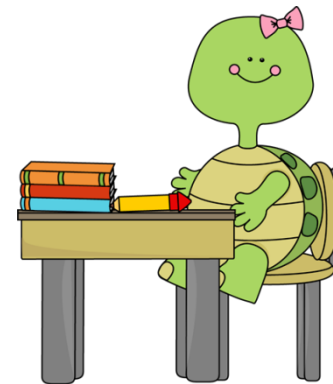
(Brojevi)

- sigurno i učinkovito zbrajati i oduzimati cijele brojeve (napamet, metodom pisanog računa)

Aktivnost – Pozitivno-negativni sudoku

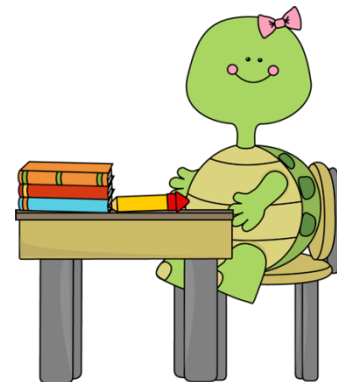
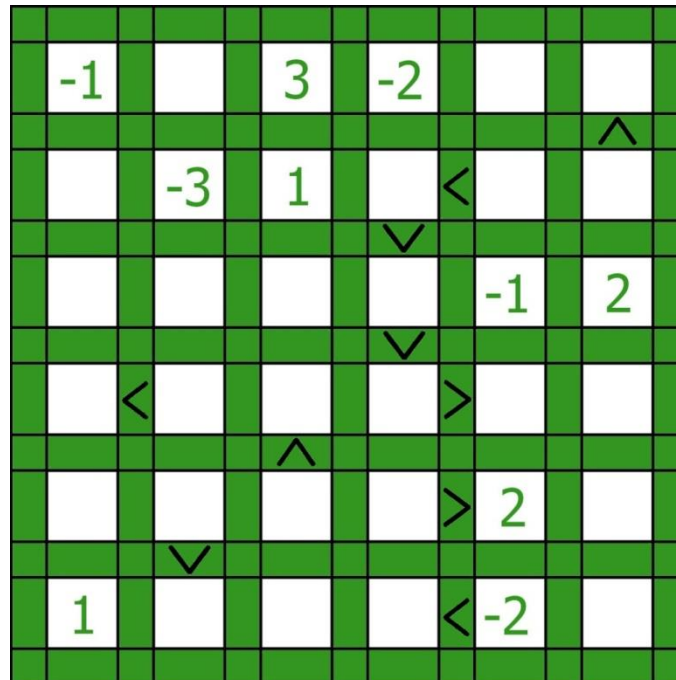
- **Cilj aktivnosti:** učenici će ponoviti i prilagoditi znanje o uspoređivanju i zbrajanju/oduzimanju cijelih brojeva na danom zadatku
- **Oblik rada:** suradničko – timski rad u četveročlanim timovima
- **Potrebni materijal:** nastavni listići
- **Tijek aktivnosti:**

Nastavnik podijeli učenike u četveročlane timove, pazeći pritom na homogenost grupe. Nakon podjele, svakom timu podijeli nastavni listić i objasni pravila. Učenici u timu analiziraju, argumentiraju i rješavaju zadani problem.



Aktivnost – Pozitivno-negativni sudoku

- Zadatak:** Brojeve -3, -2, -1, 1, 2, 3 smjesti u dani kvadrat pazeći pritom na znakove “<” i “>”. Zbroj svih brojeva u stupcu, odnosno retku mora biti jednak 0. Napomena: svaki broj se u stupcu, odnosno retku smije pojaviti samo jednom!

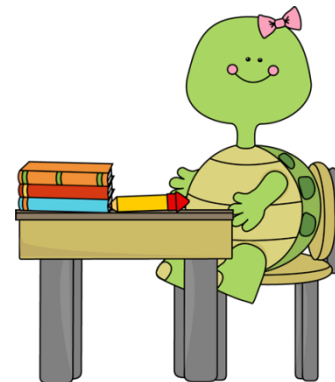


Aktivnost – Pozitivno-negativni sudoku

- Zadatak:** Brojeve -3, -2, -1, 1, 2, 3 smjesti u dani kvadrat pazeći pritom na znakove “<” i “>”. Zbroj svih brojeva u stupcu, odnosno retku mora biti jednak 0. Napomena: svaki broj se u stupcu, odnosno retku smije pojaviti samo jednom!

- Rješenje:**

-1	2	3	-2	1	-3				
-2	-3	1	2	< 3	-1				
3	-2	-3	1	-1	2				
2	< 3	-2	-1	> -3	1				
-3	1	-1	3	> 2	-2				
1	-1	2	-3	< -2	3				



Aktivnost – Pozitivno-negativni sudoku

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- prikazati matematička rješenja riječima i misaono
- izraziti ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom

(Povezivanje)

- uspostaviti veze i odnose među matematičkim objektima i postupcima

(Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)

- postavljati matematički svojstvena pitanja (Kako ćemo odrediti? Ima li rješenje smisla? Postoji li više rješenja?)

(Rješavanje problema i matematičko modeliranje)

- analizirati jednostavniji problem, isplanirati njegovo rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih postupaka i riješiti ga
- izgrađivati novo matematičko znanje rješavanjem problema

II. Matematički koncepti

(Brojevi)

- sigurno i učinkovito zbrajati, oduzimati i uspoređivati cijele brojeve (napamet, metodom pisanog računa)

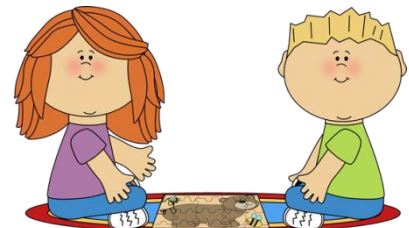


Aktivnost - Slagalice

- **Cilj aktivnosti:** učenici će kroz igru uvježbati zbrajanje i oduzimanje cijelih brojeva
- **Oblik rada:** suradnički rad u paru
- **Potrebni materijal:** nastavni listići (folije), škare, grafoskop
- **Tijek aktivnosti:**

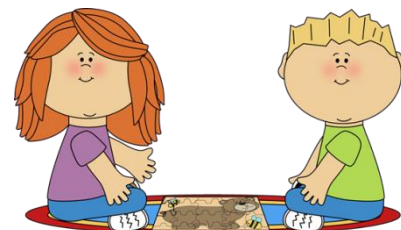
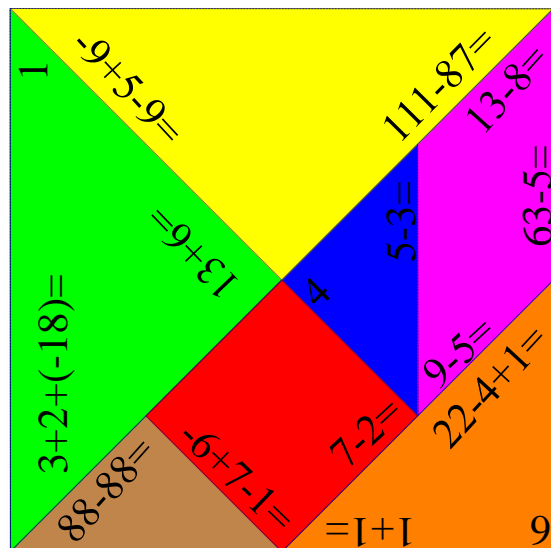
Nastavnik učenicima dijeli potrebni materijal, sliku kvadrata isprintanu na foliji i škare te nakon toga objašnjava pravila.

Učenici u paru rješavaju zadatke i, na način kako je zadano, grupiraju izrezane dijelove u novu cjelinu.



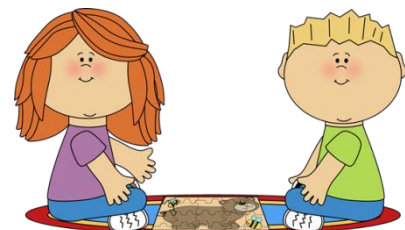
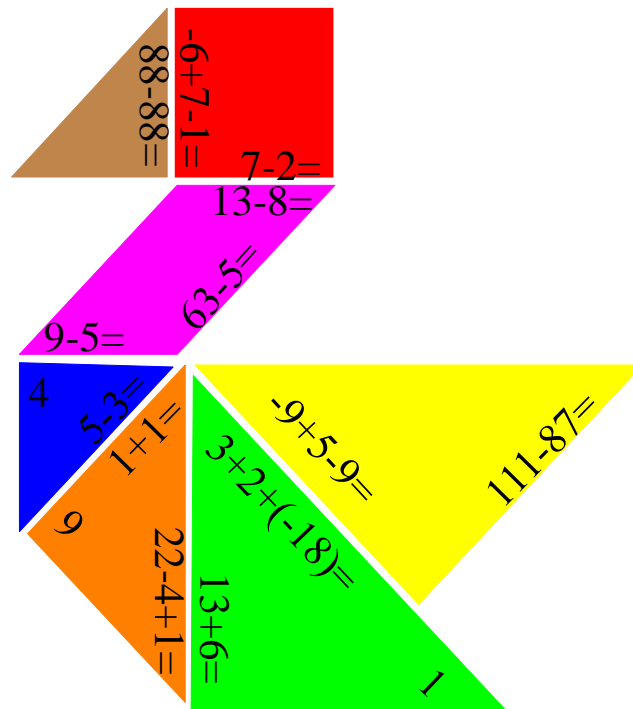
Aktivnost - Slagalice

- Zadatak:** Razrežite dani kvadrat po crtkanim linijama, riješite zadatke i spojite odgovarajuće stranice geometrijskih likova (stranicu na kojoj se nalazi zadatak koji ste riješili spojite sa stranicom na kojoj se nalazi odgovarajuće rješenje).



Aktivnost - Slagalice

- Rješenje:



Aktivnost - Slagalice

- **Poveznica s kurikulumom – Učenici će:**

I. Matematički procesi

(Prikazivanje i komunikacija)

- prikazati matematička rješenja riječima i misaono
- izraziti ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom

(Povezivanje)

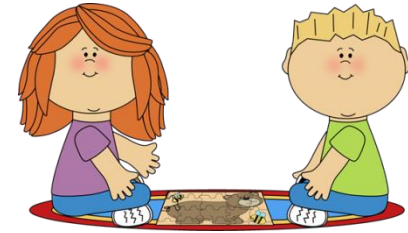
- uspostaviti veze i odnose među matematičkim objektima i postupcima

(Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)

- postavljati matematički svojstvena pitanja (Kako ćemo odrediti? Ima li rješenje smisla? Postoji li više rješenja?)

(Rješavanje problema i matematičko modeliranje)

- analizirati jednostavniji problem, isplanirati njegovo rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih postupaka i riješiti ga
- izgrađivati novo matematičko znanje rješavanjem problema



II. Matematički koncepti

(Brojevi)

- sigurno i učinkovito zbrajati i oduzimati cijele brojeve (napamet, metodom pisanog računa)

Literatura:

- Jagodić, N., Sarapa N., Svedrec R. (2001). *Matematika 6: udžbenik za 6. razred osnovne škole*. Zagreb: Školska knjiga
- Kralj L., Ćurković Z., Glasnović Gracin D., Baćin S. (2006). *Petica 6: udžbenik i zbirka zadataka za 6. razred osnovne škole*. Zagreb: SysPrint
- Krnić L., Šikić Z. (1998). *Matematika 6: udžbenik za šesti razred osnovne škole*. Zagreb: Profil
- Nakić, R. (2008). *Matematička vijest: udžbenik s radnom bilježnicom za učenike šestog razreda osnovne škole*. Zagreb: Alka script
- Paić G., Bošnjak Ž., Čulina B. *Matematički izazovi 6: udžbenik iz matematike za šesti razred*. Zagreb: Alfa
- NACIONALNI OKVIRNI KURIKULUM za predškolski odgoj i obrazovanje te opće obvezno i srednjoškolsko obrazovanje (Zagreb, srpanj 2010.)
- slike preuzete sa: <http://www.mycutegraphics.com>



4.3. MNOŽENJE I DIJELJENJE CIJELIH BROJEVA

Timski projektni rad studenata Metodike nastave matematike 1 u akad. godini 2012./2013., nastao uz mentorstvo prof. dr. sc. Aleksandre Čižmešije, Renate Svedrec, prof. i Sanje Antoliš, prof.

MNOŽENJE I DIJELJENJE CIJELIH BROJEVA



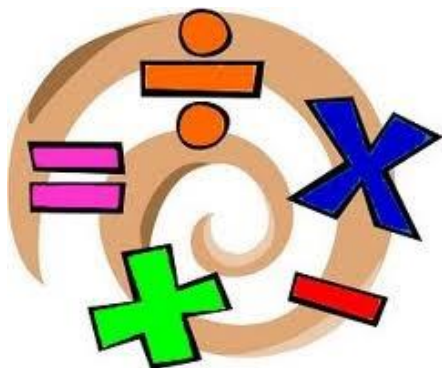
Josip Lukač
Jasmina Marinković
Žana Ljuboja
Luka Liker

Ishodi učenja cjeline

Učenik/ca:

- množi i dijeli cijele brojeve misaonim i pisanim računom te uz pomoć džepnog računala
- procjenjuje rezultate množenja i dijeljenja cijelih brojeva
- učinkovito primjenjuje svojstva i veze računskih operacija množenja i dijeljenja cijelih brojeva u računu
- učinkovito primjenjuje svojstva i veze računskih operacija zbrajanja, oduzimanja, množenja i dijeljenja u računu (rad sa zagradama, asocijativnost, distributivnost)
- primjenjuje operacije množenja i dijeljenja cijelih brojeva u matematici i svakodnevnom životu
- prikazuje i komunicira svoje ideje, argumente, postupke i zaključke vezane uz cijele brojeve i operacije s njima jasnim i preciznim govornim i matematičkim jezikom

Množenje cijelih brojeva



Aktivnost

- Cilj aktivnosti

Učenici će, radeći u paru, na modelima iz stvarnog svijeta otkriti kako negativan cijeli broj množi pozitivan cijeli broj.

- Oblik rada

- diferencirana nastava, rad učenika u paru

- Potrebni materijal

- nastavni listić sa zadacima za svaki par učenika

- Tijek aktivnosti

- ispunjavanje različitih nastavnih listića te prepisivanje i rješavanje zadatka s drugog nastavnog listića; zatim ispunjavanje istog nastavnog listića za cijeli razred
- diskusija

Model duga – nastavni listić 1

Dug za vodu jednog stana iznosi 500 kn. U zgradi ima 7 stanova. Koliki je dug za vodu cijele zgrade?



Model duga – riješeni nastavni listić 1

Dug za vodu jednog stana iznosi 500 kn. U zgradi ima 7 stanova. Koliki je dug za vodu cijele zgrade?

Učenici će prema dosadašnjem iskustvu reći:

$$7 \cdot 500 = 3\,500$$

Kako bismo zapisali dug zgrade?

Dug zapisujemo negativnim brojem.

Zapisujemo:

$$7 \cdot (-500) = -3\,500$$

Dug zgrade je 3500 kuna.

Model duga – nastavni listić 2

Dug za vodu jednog stana iznosi 674 kn. U zgradi ima 12 stanova. Koliki je dug za vodu cijele zgrade?



Model duga – riješeni nastavni listić 2

Dug za vodu jednog stana iznosi 674 kn. U zgradi ima 12 stanova. Koliki je dug za vodu cijele zgrade?

Prema dosadašnjem iskustvu učenici će zaključiti sljedeće:

$$12 \cdot 674 = 8\,088$$

Kako bismo zapisali dug?

Dug zapisujemo negativnim brojem.

Zapisujemo:

$$12 \cdot (-674) = -8\,088$$

Dug zgrade je 8 088 kuna.

Model dubine – nastavni listić 1

Dubina bunara je 7 metara. Ako se dubina bunara poveća 5 puta, kolika je nova dubina bunara?



Model dubine – riješeni nastavni listić 1

Dubina bunara je 7 metara. Ako se dubina bunara poveća 5 puta, kolika je nova dubina bunara?

Prema dosadašnjem iskustvu učenici će zaključiti sljedeće:

$$5 \cdot 7 = 35$$

Kako bismo zapisali dubinu?

Dubinu zapisujemo negativnim brojem.

Zapisujemo:

$$5 \cdot (-7) = -35$$

Dubina bunara je 35 metara.

Model dubine – nastavni listić 2

Dubina jame je 132 metra. Ako se dubina jame poveća 5 puta, kolika je nova dubina jame?



Model dubine – riješeni nastavni listić 2

Dubina jame je 132 metra. Ako se dubina jame poveća 5 puta, kolika je nova dubina jame?

Prema dosadašnjem iskustvu učenici će zaključiti sljedeće:

$$5 \cdot 132 = 660$$

Kako bismo zapisali dubinu?

Dubinu zapisujemo negativnim brojem.

Zapisujemo:

$$5 \cdot (-132) = -660$$

Dubina jame je 8 088 kuna.

Zaključak

Pozitivan cijeli broj i negativan cijeli broj množe se tako da im se pomnože apsolutne vrijednosti i rezultatu se dopiše negativan predznak.



Množenje kao uzastopno zbrajanje

- Cilj aktivnosti
 - Učenici će otkriti pravilo za množenje prirodnog broja i negativnog cijelog broja interpretirajući ga kao uzastopno zbrajanje istog cijelog broja.
- Oblik rada
 - suradnički rad u paru
- Potrebni materijali
 - nastavni listić za svakog učenika
- Tijek aktivnosti
 - ispunjavanje nastavnih listića u parovima
 - diskusija

Primjer nastavnog listića

Izračunaj:

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4 + 4 + 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Izračunaj:

$$(-2) + (-2) + (-2) + (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-4) + (-4) + (-4) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Izračunaj na isti način:

$$8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-8) + (-8) + (-8) + (-8) + (-8) + (-8) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5 + 5 + 5 + 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-5) + (-5) + (-5) + (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Zbrojeve zapiši u obliku umnoška:

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4 + 4 + 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Zbrojeve zapiši u obliku umnoška:

$$(-2) + (-2) + (-2) + (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-4) + (-4) + (-4) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Zbrojeve zapiši u obliku umnoška

$$8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-8) + (-8) + (-8) + (-8) + (-8) + (-8) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5 + 5 + 5 + 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-5) + (-5) + (-5) + (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Primjer nastavnog listića - nastavak

Izračunaj na isti način:

$$6 + 6 + 6 + 6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-6) + (-6) + (-6) + (-6) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3 + 3 + 3 + 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-3) + (-3) + (-3) + (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$7 + 7 + 7 + 7 + 7 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-7) + (-7) + (-7) + (-7) + (-7) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$9 + 9 + 9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-9) + (-9) + (-9) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Zapiši u obliku umnoška:

$$6 + 6 + 6 + 6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-6) + (-6) + (-6) + (-6) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3 + 3 + 3 + 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-3) + (-3) + (-3) + (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$7 + 7 + 7 + 7 + 7 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-7) + (-7) + (-7) + (-7) + (-7) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$9 + 9 + 9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-9) + (-9) + (-9) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Primjer riješenog nastavnog listića

Izračunaj:

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = \underline{10}$$

$$4 + 4 + 4 = \underline{12}$$

Izračunaj:

$$(-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = \underline{-10}$$

$$(-4) + (-4) + (-4) = \underline{-12}$$

Izračunaj na isti način:

$$8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = \underline{48}$$

$$(-8) + (-8) + (-8) + (-8) + (-8) + (-8) = \underline{-48}$$

48

$$5 + 5 + 5 + 5 = \underline{20}$$

$$(-5) + (-5) + (-5) + (-5) = \underline{-20}$$

Zbrojeve zapiši u obliku umnoška:

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = \underline{5 \cdot 2} = \underline{10}$$

$$4 + 4 + 4 = \underline{3 \cdot 4} = \underline{12}$$

Zbrojeve zapiši u obliku umnoška:

$$(-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = \underline{5 \cdot (-2)} = \underline{-10}$$

$$(-4) + (-4) + (-4) = \underline{3 \cdot (-4)} = \underline{-12}$$

Zbrojeve zapiši u obliku umnoška:

$$8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = \underline{6 \cdot 8} = \underline{48}$$

$$(-8) + (-8) + (-8) + (-8) + (-8) + (-8) = \underline{6 \cdot (-8)} = \underline{-48}$$

$$5 + 5 + 5 + 5 = \underline{4 \cdot 5} = \underline{20}$$

$$(-5) + (-5) + (-5) + (-5) = \underline{4 \cdot (-5)} = \underline{-20}$$

Primjer riješenog nastavnog listića - nastavak

Izračunaj na isti način:

$$6 + 6 + 6 + 6 = \underline{24}$$

$$(-6) + (-6) + (-6) + (-6) = \underline{-24}$$

$$3 + 3 + 3 + 3 = \underline{12}$$

$$(-3) + (-3) + (-3) + (-3) = \underline{-12}$$

$$7 + 7 + 7 + 7 + 7 = \underline{35}$$

$$(-7) + (-7) + (-7) + (-7) + (-7) = \underline{-35}$$

$$9 + 9 + 9 = \underline{27}$$

$$(-9) + (-9) + (-9) = \underline{-27}$$

Zapiši u obliku umnoška:

$$6 + 6 + 6 + 6 = \underline{4 \cdot 6} = \underline{24}$$

$$(-6) + (-6) + (-6) + (-6) = \underline{4 \cdot (-6)} = \underline{-24}$$

$$3 + 3 + 3 + 3 = \underline{4 \cdot 3} = \underline{12}$$

$$(-3) + (-3) + (-3) + (-3) = \underline{4 \cdot (-3)} = \underline{-12}$$

$$7 + 7 + 7 + 7 + 7 = \underline{5 \cdot 7} = \underline{35}$$

$$(-7) + (-7) + (-7) + (-7) + (-7) = \underline{5 \cdot (-7)} = \underline{-35}$$

$$9 + 9 + 9 = \underline{3 \cdot 9} = \underline{27}$$

$$(-9) + (-9) + (-9) = \underline{3 \cdot (-9)} = \underline{-27}$$

Usporedi:

Diskusija

$$5 \cdot 2 = 10$$

$$3 \cdot 4 = 12$$

$$6 \cdot 8 = 48$$

$$4 \cdot 5 = 20$$

$$5 \cdot (-2) = -10$$

$$3 \cdot (-4) = -12$$

$$6 \cdot (-8) = -48$$

$$4 \cdot (-5) = -20$$

$$4 \cdot 8 = 32$$

$$4 \cdot 3 = 12$$

$$5 \cdot 7 = 35$$

$$3 \cdot 9 = 27$$

$$4 \cdot (-8) = -32$$

$$4 \cdot (-3) = -12$$

$$5 \cdot (-7) = -35$$

$$3 \cdot (-9) = -27$$

Što smo zapravo pomnožili pri računu $5 \cdot (-2) = -10$? Pomnožili smo 5 i 2.

Usporedimo druge faktore u paru jednakosti. Kakvi su oni? Drugi faktori u paru jednakosti su međusobno

suprotni brojevi.

Zaključili smo da su drugi faktori u paru jednakosti međusobno suprotni brojevi. Što je jednako suprotnim brojevima? Suprotni brojevi imaju jednake apsolutne vrijednosti.

Što je 2 broju -2? Njegova apsolutna vrijednost.

Kako bismo sada mogli izreći pravilo za množenje pozitivnog i negativnog cijelog broja?

Pozitivan cijeli broj i negativan cijeli broj množe se tako da im se pomnože apsolutne vrijednosti i

Zaključak

Pozitivan cijeli broj i negativan cijeli broj množe se tako da im se pomnože apsolutne vrijednosti i rezultatu se dopiše negativan predznak.

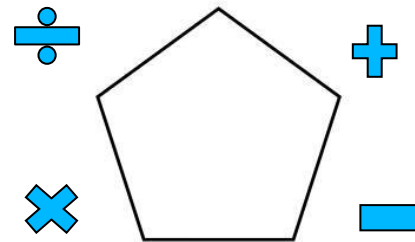
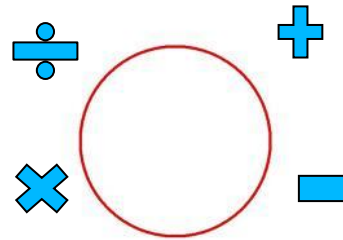
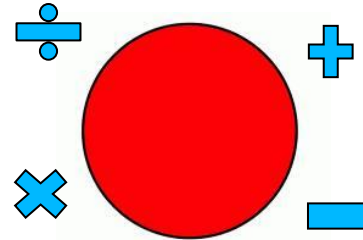
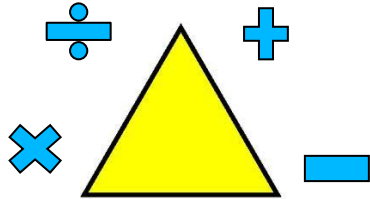


Brojevni nizovi

- Cilj aktivnosti:
 - Učenici će otkriti pravilnosti u nizu jednakosti te primjenjujući ih zaključiti kako se negativan cijeli broj množi pozitivnim cijelim brojem.
- Oblik rada:
 - suradničko – timski rad učenika u radionici oblika gostionice (šest četveročlanih skupina u prvoj i trećoj fazi; četiri šesteročlane skupine u drugoj fazi)
- Potrebni materijali:
 - nastavni listić s nizovima i pitanjima za svakog učenika



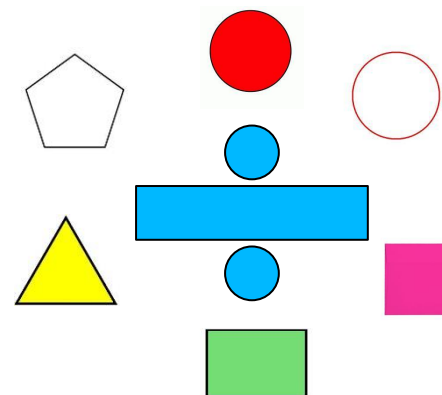
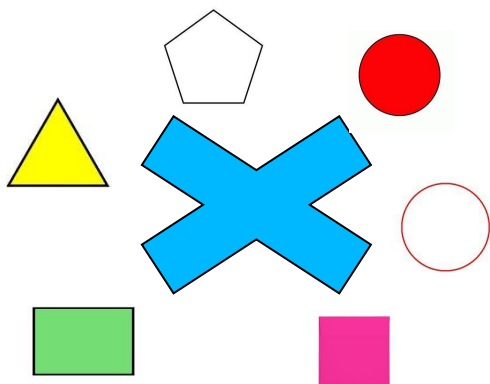
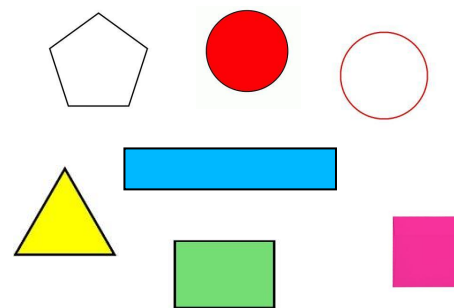
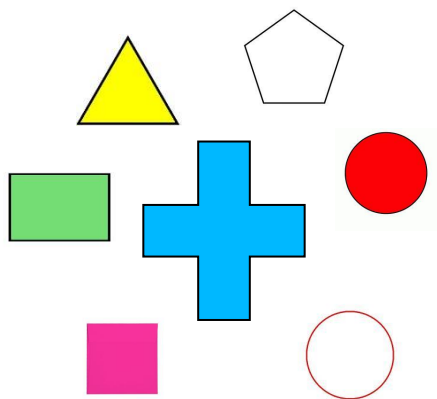
1. faza – rad u timovima



Brojevni nizovi (2)

- Tijek aktivnosti:
 - gostionica
- 1. faza (10 minuta) – rad u timovima
 - dva po dva tima rade na istom nastavnom listiću
 - diskusija o pravilnostima u nizovima jednakosti
 - slobodna razmjena ideja
- 2. faza (10 minuta) – idemo u goste na kavu
 - predstavnici dvaju timova s istim nastavnim listićem prvo uspoređuju svoja rješenja (tri puta po dva predstavnika), a zatim odaberu reportera
 - svi izmijene nizove, tri reportera izlažu a ostali diskutiraju i komentiraju te svi prepisu sve nizove i zadatke

2. faza – idemo u goste na kavu



Brojevni nizovi (3)

- 3. faza (5 minuta) – povratak kući u timove
 - rasprava u domaćoj grupi i formuliranje pravila
- 4. faza (5 minuta) – zaključak
 - zajednički s nastavnikom (frontalno) učenici formuliraju “pravilo” o množenju negativog cijelog broja pozitivnim cijelim brojem

Primjer prvog nastavnog listića

Pomnoži:

$$7 \cdot 6 = \underline{\quad}$$

$$7 \cdot 5 = \underline{\quad}$$

$$7 \cdot 4 = \underline{\quad}$$

$$7 \cdot 3 = \underline{\quad}$$

$$7 \cdot 2 = \underline{\quad}$$

$$7 \cdot 1 = \underline{\quad}$$

$$7 \cdot 0 = \underline{\quad}$$

Što se iz retka u redak događa s prvim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?

Što se iz retka u redak događa s drugim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?

Što se iz retka u redak događa s vrijednosti umnoška?

—

Nastavi niz istim pravilom.

$$7 \cdot (-1) = \underline{\quad}$$

$$7 \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

Usporedi prvu i 13. jednakost, drugu i 12. jednakost, treću i 10. jednakost itd. Što uočavaš?

—

Kakav je po predznaku prvi faktor umnoška u drugom dijelu niza?

Kakav je po predznaku drugi faktor umnoška u drugom dijelu niza?

Primjer prvog nastavnog listića (2)

Pokušaj pomnožiti prema učenom pravilu:

$$7 \cdot (-7) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$7 \cdot (-10) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4 \cdot (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$8 \cdot (-9) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Napiši pravilo za množenje negativnog cijelog broja pozitivnim cijelim brojem.

Primjer riješenog prvog nastavnog listića

<p>Pomnoži:</p> $7 \cdot 6 = \underline{42}$ $7 \cdot 5 = \underline{35}$ $7 \cdot 4 = \underline{28}$ $7 \cdot 3 = \underline{21}$ $7 \cdot 2 = \underline{14}$ $7 \cdot 1 = \underline{7}$ $7 \cdot 0 = \underline{0}$	<p>Što se iz retka u redak događa s prvim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti? <u>Prvi faktor ostaje isti, tj. uvijek je 7.</u></p> <p>Što se iz retka u redak događa s drugim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti? <u>Drugi se faktor iz retka u redak smanjuje za 1, od 6 do 0.</u></p> <p>Što se iz retka u redak događa s vrijednosti umnoška? <u>Umnožak se smanjuje za 7, od 42 do 0.</u></p>
<p>Nastavi niz istim pravilom.</p> $7 \cdot (-1) = \underline{-7}$ $7 \cdot (-2) = \underline{-14}$ $7 \cdot (-3) = \underline{-21}$ $7 \cdot (-4) = \underline{-28}$ $7 \cdot (-5) = \underline{-35}$ $7 \cdot (-6) = \underline{-42}$	<p>Usporedi prvu i 13. jednakost, drugu i 12. jednakost, treću i 10. jednakost itd. Što uočavaš? <u>U parovima jednakosti isti je prvi faktor, a njihovi 2. faktori i umnošci su međusobno suprotni brojevi.</u></p> <p>Kakav je prvi faktor po predznaku u drugom dijelu niza? <u>Prvi faktor je pozitivan broj.</u></p> <p>Kakav je drugi faktor po predznaku u drugom dijelu niza? <u>Drugi faktor je negativan.</u></p> <p>Kakva je po predznaku vrijednost umnoška u drugom dijelu</p>

Primjer riješenog prvog nastavnog listića (2)

Pokušaj pomnožiti:

$$7 \cdot (-7) = \underline{-49}$$

$$7 \cdot (-10) = \underline{-70}$$

$$4 \cdot (-3) = \underline{-12}$$

$$8 \cdot (-9) = \underline{-72}$$

Napiši pravilo za množenje negativnog cijelog broja pozitivnim cijelim brojem.

Pozitivan cijeli broj i negativan cijeli broj množe se tako da se pomnože kao da su faktori prirodni brojevi i umnošku se dopiše negativan predznak.

Primjer drugog nastavnog listića

Pomnoži:

$$5 \cdot 6 = \underline{\quad}$$

$$5 \cdot 5 = \underline{\quad}$$

$$5 \cdot 4 = \underline{\quad}$$

$$5 \cdot 3 = \underline{\quad}$$

$$5 \cdot 2 = \underline{\quad}$$

$$5 \cdot 1 = \underline{\quad}$$

$$5 \cdot 0 = \underline{\quad}$$

Što se iz retka u redak događa s prvim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?

Što se iz retka u redak događa s drugim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?

Što se iz retka u redak događa s vrijednosti umnoška?

Nastavi niz istim pravilom.

$$5 \cdot (-1) = \underline{\quad}$$

$$5 \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

Usporedi prvu i 13. jednakost, drugu i 12. jednakost, treću i 10. jednakost itd. Što uočavaš?

—

Kakav je po predznaku prvi faktor umnoška u drugom dijelu niza? _____

Kakav je po predznaku drugi faktor umnoška u drugom dijelu niza? _____

Kakva je po predznaku vrijednost umnoška u drugom dijelu niza? _____

Primjer drugog nastavnog listića (2)

Pokušaj pomnožiti:

$$5 \cdot (-7) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5 \cdot (-10) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3 \cdot (-6) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$9 \cdot (-11) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Napiši pravilo za množenje negativnog cijelog broja pozitivnim cijelim brojem.

Primjer riješenog drugog nastavnog listića

Pomnoži:

$$5 \cdot 6 = \underline{30}$$

$$5 \cdot 5 = \underline{25}$$

$$5 \cdot 4 = \underline{20}$$

$$5 \cdot 3 = \underline{15}$$

$$5 \cdot 2 = \underline{10}$$

$$5 \cdot 1 = \underline{5}$$

$$5 \cdot 0 = \underline{0}$$

Što se iz retka u redak događa s prvim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?

Prvi faktor ostaje isti, tj. uvijek je 5.

Što se iz retka u redak događa s drugim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?

Drugi se faktor iz retka u redak smanjuje za 1, od 6 do 0.

Što se iz retka u redak događa s vrijednosti umnoška?
Umnožak se smanjuje za 5, od 30 do 0.

Nastavi niz istim pravilom.

$$5 \cdot (-1) = \underline{-5}$$

$$5 \cdot \underline{(-2)} = \underline{-10}$$

$$\underline{5} \cdot \underline{(-3)} = \underline{-15}$$

$$\underline{5} \cdot \underline{(-4)} = \underline{-20}$$

$$\underline{5} \cdot \underline{(-5)} = \underline{-25}$$

$$\underline{5} \cdot \underline{(-6)} = \underline{-30}$$

Usporedi prvu i 13. jednakost, drugu i 12. jednakost, treću i 10. jednakost itd. Što uočavaš?

U parovima jednakosti isti je prvi faktor, a njihovi 2. faktori i umnošci su međusobno suprotni brojevi.

Kakav je prvi faktor po predznaku u drugom dijelu niza? Prvi faktor je pozitivan broj.

Kakav je drugi faktor po predznaku u drugom dijelu niza?
Drugi faktor je negativan.

Primjer riješenog drugog nastavnog listića (2)

Pokušaj pomnožiti:

$$5 \cdot (-7) = \underline{-35}$$

$$5 \cdot (-10) = \underline{-50}$$

$$3 \cdot (-6) = \underline{-18}$$

$$9 \cdot (-11) = \underline{-99}$$

Napiši pravilo za množenje negativnog cijelog broja pozitivnim cijelim brojem.

Pozitivan cijeli broj i negativan cijeli broj množe se tako da se pomnože kao da su faktori prirodni brojevi i umnošku se dopiše negativan predznak.

Primjer trećeg nastavnog listića

<p>Pomnoži:</p> $8 \cdot 6 = \underline{\quad}$ $8 \cdot 5 = \underline{\quad}$ $8 \cdot 4 = \underline{\quad}$ $8 \cdot 3 = \underline{\quad}$ $8 \cdot 2 = \underline{\quad}$ $8 \cdot 1 = \underline{\quad}$ $8 \cdot 0 = \underline{\quad}$	<p>Što se iz retka u redak događa s prvim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?</p> <hr/> <p>Što se iz retka u redak događa s drugim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?</p> <hr/> <p>Što se iz retka u redak događa s vrijednosti umnoška?</p> <hr/>
<p>Nastavi niz istim pravilom.</p> $8 \cdot (-1) = \underline{\quad}$ $8 \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$ $\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$ $\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$ $\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$ $\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$	<p>Usporedi prvu i 13. jednakost, drugu i 12. jednakost, treću i 10. jednakost itd. Što uočavaš?</p> <hr/> <p>Kakav je po predznaku prvi faktor umnoška u drugom dijelu niza? _____</p> <p>Kakav je po predznaku drugi faktor umnoška u drugom dijelu niza? _____</p> <p>Kakva je po predznaku vrijednost umnoška u drugom dijelu niza? _____</p>

Primjer trećeg nastavnog listića (2)

Pokušaj pomnožiti:

$$8 \cdot (-7) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$8 \cdot (-12) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$7 \cdot (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4 \cdot (-13) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Napiši pravilo za množenje negativnog cijelog broja pozitivnim cijelim brojem.

Primjer riješenog trećeg nastavnog listića

Pomnoži:

$$8 \cdot 6 = \underline{48}$$

$$8 \cdot 5 = \underline{40}$$

$$8 \cdot 4 = \underline{32}$$

$$8 \cdot 3 = \underline{24}$$

$$8 \cdot 2 = \underline{16}$$

$$8 \cdot 1 = \underline{8}$$

$$8 \cdot 0 = \underline{0}$$

Što se iz retka u redak događa s prvim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?

Prvi faktor ostaje isti, tj. uvijek je 8.

Što se iz retka u redak događa s drugim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti? Drugi se faktor iz retka u redak smanjuje za 1, od 6 do 0.

Što se iz retka u redak događa s vrijednosti umnoška?

Umnožak se smanjuje za 8, od 48 do 0.

Nastavi niz istim pravilom.

$$8 \cdot (-1) = \underline{-8}$$

$$8 \cdot (-2) = \underline{-16}$$

$$\underline{8} \cdot (-3) = \underline{-24}$$

$$\underline{8} \cdot (-4) = \underline{-32}$$

$$\underline{8} \cdot (-5) = \underline{-40}$$

$$\underline{8} \cdot (-6) = \underline{-48}$$

Usporedi prvu i 13. jednakost, drugu i 12. jednakost, treću i 10. jednakost itd. Što uočavaš?

U parovima jednakosti isti je prvi faktor, a 2. faktori i umnošci su međusobno suprotni brojevi.

Kakav je prvi faktor po predznaku u drugom dijelu niza?

Prvi faktor je pozitivan broj.

Kakav je drugi faktor po predznaku u drugom dijelu niza?

Drugi faktor je negativan.

Primjer riješenog trećeg nastavnog listića (2)

Pokušaj pomnožiti:

$$8 \cdot (-7) = \underline{-56}$$

$$8 \cdot (-12) = \underline{-96}$$

$$7 \cdot (-3) = \underline{-21}$$

$$4 \cdot (-13) = \underline{-52}$$

Napiši pravilo za množenje negativnog cijelog broja pozitivnim cijelim brojem.

Pozitivan cijeli broj i negativan cijeli broj množe se tako da se pomnože kao da su faktori prirodni brojevi i umnošku se dopiše negativan predznak.

Usporedi:

Diskusija

$$5 \cdot 2 = 10$$

$$3 \cdot 4 = 12$$

$$6 \cdot 8 = 48$$

$$4 \cdot 5 = 20$$

$$5 \cdot (-2) = -10$$

$$3 \cdot (-4) = -12$$

$$6 \cdot (-8) = -48$$

$$4 \cdot (-5) = -20$$

$$4 \cdot 8 = 32$$

$$4 \cdot 3 = 12$$

$$5 \cdot 7 = 35$$

$$3 \cdot 9 = 27$$

$$4 \cdot (-8) = -32$$

$$4 \cdot (-3) = -12$$

$$5 \cdot (-7) = -35$$

$$3 \cdot (-9) = -27$$

Što smo zapravo pomnožili pri računu $5 \cdot (-2) = -10$? Pomnožili smo 5 i 2.

Usporedimo druge faktore u paru jednakosti. Kakvi su oni? Drugi faktori u paru jednakosti su međusobno

suprotni brojevi.

Zaključili smo da su drugi faktori u paru jednakosti međusobno suprotni brojevi. Što je jednako suprotnim brojevima? Suprotni brojevi imaju jednake apsolutne vrijednosti.

Što je 2 broju -2 ? Njegova apsolutna vrijednost.

Kako bismo sada mogli izreći pravilo za množenje pozitivnog i negativnog cijelog broja?

Pozitivan cijeli broj i negativan cijeli broj množe se tako da im se pomnože apsolutne vrijednosti i rezultatu

Zaključak

Pozitivan cijeli broj i negativan cijeli broj množe se tako da im se pomnože apsolutne vrijednosti i rezultatu se dopiše negativan predznak.



Veza s kurikulumom

Učenik/ca:

- izražava ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom, u skladu s dobi, različitim načinima: usmeno, pisano, vizualno i slično (Prikazivanje i komunikacija)
- saslušava i razmjenjuje matematičke ideje i objašnjenja te suradnički radi u skupinama (Prikazivanje i komunikacija)
- uspoređuje, grupira i klasificira objekte prema određenom kriteriju (Povezivanje)
- zaključuje nepotpunom indukcijom i neformalnom dedukcijom s malim brojem koraka (Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)
- izgrađuje novo matematičko znanje rješavanjem problema (Rješavanje problema i matematičko modeliranje)
- čita, zapisuje i uspoređuje cijele brojeve (Brojevi)

Množenje nule i negativnog cijelog broja

- Cilj aktivnosti:
 - Učenici će otkriti kako negativan cijeli broj množi nulu.
- Oblik rada:
 - individualni rad učenika
- Potrebni materijali:
 - nastavni listići za svakog učenika.
- Tijek aktivnosti
 - popunjavanje nastavnih listića
 - diskusija.

Primjer nastavnog listića

Pomnoži:

$$0 \cdot 6 = \underline{\quad}$$

$$0 \cdot 5 = \underline{\quad}$$

$$0 \cdot 4 = \underline{\quad}$$

$$0 \cdot 3 = \underline{\quad}$$

$$0 \cdot 2 = \underline{\quad}$$

$$0 \cdot 1 = \underline{\quad}$$

$$0 \cdot 0 = \underline{\quad}$$

Što se iz retka u redak događa s prvim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?

Što se iz retka u redak događa s drugim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?

Što se iz retka u redak događa s vrijednosti umnoška?

—

Nastavi niz istim pravilom.

$$0 \cdot (-1) = \underline{\quad}$$

$$0 \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

Usporedi prvu i 13. jednakost, drugu i 12. jednakost, treću i 10. jednakost itd. Što uočavaš?

—

Kakav je po predznaku prvi faktor umnoška u drugom dijelu niza?

Kakav je po predznaku drugi faktor umnoška u drugom dijelu niza?

Primjer riješenog nastavnog listića

Pomnoži:

$$0 \cdot 6 = \underline{0}$$

$$0 \cdot 5 = \underline{0}$$

$$0 \cdot 4 = \underline{0}$$

$$0 \cdot 3 = \underline{0}$$

$$0 \cdot 2 = \underline{0}$$

$$0 \cdot 1 = \underline{0}$$

$$0 \cdot 0 = \underline{0}$$

Što se iz retka u redak događa s prvim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?

Prvi faktor je isti, uvijek je nula.

Što se iz retka u redak događa s drugim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?

Drugi faktor se smanjuje za 1, od 6 do 0.

Što se iz retka u redak događa s vrijednosti umnoška?

Umnožak ostaje isti i jednak je 0.

Nastavi niz istim pravilom.

$$0 \cdot (-1) = \underline{0}$$

$$0 \cdot \underline{(-2)} = \underline{0}$$

$$\underline{0} \cdot \underline{(-3)} = \underline{0}$$

$$\underline{0} \cdot \underline{(-4)} = \underline{0}$$

$$\underline{0} \cdot \underline{(-5)} = \underline{0}$$

$$\underline{0} \cdot \underline{(-6)} = \underline{0}$$

Kakav je prvi faktor umnoška u drugom dijelu niza?

Prvi faktor je isti, uvijek je nula.

Kakav je po predznaku drugi faktor umnoška u drugom dijelu niza? Drugi faktor je negativan.

Kakva je vrijednost umnoška u drugom dijelu niza?

Umnožak ostaje isti, uvijek je nula.

Zaključak

Umnožak nule i negativnog cijelog broja je uvijek jednak nuli za svaki cijeli broj a .

$0 \cdot a = 0$, za sve cijele brojeve a .



Brojevni nizovi 2

- Cilj aktivnosti:
 - Učenici će otkriti pravilnosti u nizu jednakosti te primjenjujući ih zaključiti kako pozitivan cijeli broj množi negativan cijeli broj.
- Oblik rada:
 - suradnički rad učenika u paru
- Potrebni materijali:
 - različiti nastavni listići s nizovima i pitanjima
- Tijek aktivnosti
 - ispunjavanje nastavnih listića u parovima
 - diskusija

Primjer prvog nastavnog listića

Pomnoži:

$$6 \cdot 5 = \underline{\quad}$$

$$5 \cdot 5 = \underline{\quad}$$

$$4 \cdot 5 = \underline{\quad}$$

$$3 \cdot 5 = \underline{\quad}$$

$$2 \cdot 5 = \underline{\quad}$$

$$1 \cdot 5 = \underline{\quad}$$

$$0 \cdot 5 = \underline{\quad}$$

Što se iz retka u redak događa s prvim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?

Što se iz retka u redak događa s drugim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?

Što se iz retka u redak događa s vrijednosti umnoška?

Nastavi niz istim pravilom.

$$(-1) \cdot 5 = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \cdot 5 = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

Usporedi prvu i 13. jednakost, drugu i 12. jednakost, treću i 10. jednakost itd. Što uočavaš?

—

Kakav je po predznaku prvi faktor umnoška u drugom dijelu niza? _____

Kakav je po predznaku drugi faktor umnoška u drugom dijelu niza? _____

Kakva je po predznaku vrijednost umnoška u drugom dijelu niza? _____

Primjer prvog nastavnog listića (2)

Pokušaj pomnožiti:

$$(-7) \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-7) \cdot 12 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-4) \cdot 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-11) \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Napiši pravilo za množenje pozitivnog cijelog broja negativnim cijelim brojem.

Primjer riješenog prvog nastavnog listića

<p>Pomnoži:</p> $6 \cdot 5 = \underline{30}$ $5 \cdot 5 = \underline{25}$ $4 \cdot 5 = \underline{20}$ $3 \cdot 5 = \underline{15}$ $2 \cdot 5 = \underline{10}$ $1 \cdot 5 = \underline{5}$ $0 \cdot 5 = \underline{0}$	<p>Što se iz retka u redak događa s prvim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti? <u>Prvi se faktor iz retka u redak smanjuje za 1, od 6 do 0.</u></p> <p>Što se iz retka u redak događa s drugim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti? <u>Drugi faktor ostaje isti, tj. uvijek je 5.</u></p> <p>Što se iz retka u redak događa s vrijednosti umnoška? <u>Umnožak se smanjuje za 5, od 30 do 0.</u></p>
<p>Nastavi niz istim pravilom.</p> $(-1) \cdot 5 = \underline{-5}$ $\underline{(-2)} \cdot 5 = \underline{-10}$ $\underline{(-3)} \cdot \underline{5} = \underline{-15}$ $\underline{(-4)} \cdot \underline{5} = \underline{-20}$ $\underline{(-5)} \cdot \underline{5} = \underline{-25}$ $\underline{(-6)} \cdot \underline{5} = \underline{-30}$	<p>Usporedi prvu i 13. jednakost, drugu i 12. jednakost, treću i 10. jednakost itd. Što uočavaš? <u>U parovima jednakosti isti je 2. faktor, a 1. faktori i umnošci su međusobno suprotni brojevi.</u></p> <p>Kakav je po predznaku prvi faktor umnoška u drugom dijelu niza? <u>Prvi faktor je negativan broj.</u></p> <p>Kakav je po predznaku drugi faktor umnoška u drugom dijelu niza? <u>Drugi faktor je pozitivan broj.</u></p> <p>Kakva je po predznaku vrijednost umnoška u drugom dijelu niza? <u>Umnožak je negativan.</u></p> <p>Čemu je jednak umnožak pozitivnog cijelog broja i nule?</p>

Primjer riješenog prvog nastavnog listića (2)

Pokušaj pomnožiti:

$$(-7) \cdot 5 = \underline{-35}$$

$$(-12) \cdot 5 = \underline{-60}$$

$$(-4) \cdot 3 = \underline{-12}$$

$$(-14) \cdot 8 = \underline{-112}$$

Napiši pravilo za množenje pozitivnog cijelog broja negativnim cijelim brojem.

Negativan cijeli broj i pozitivan cijeli broj se množe tako da se faktori pomnože i rezultatu dopiše negativan predznak.

Primjer drugog nastavnog listića

Pomnoži:

$$6 \cdot 7 = \underline{\quad}$$

$$5 \cdot 7 = \underline{\quad}$$

$$4 \cdot 7 = \underline{\quad}$$

$$3 \cdot 7 = \underline{\quad}$$

$$2 \cdot 7 = \underline{\quad}$$

$$1 \cdot 7 = \underline{\quad}$$

$$0 \cdot 7 = \underline{\quad}$$

Što se iz retka u redak događa s prvim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?

Što se iz retka u redak događa s drugim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?

Što se iz retka u redak događa s vrijednosti umnoška?

Nastavi niz istim pravilom.

$$(-1) \cdot 7 = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \cdot 7 = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

Usporedi prvu i 13. jednakost, drugu i 12. jednakost, treću i 10. jednakost itd. Što uočavaš?

—

Kakav je po predznaku prvi faktor umnoška u drugom dijelu niza? _____

Kakav je po predznaku drugi faktor umnoška u drugom dijelu niza? _____

Kakva je po predznaku vrijednost umnoška u drugom dijelu niza? _____

Primjer drugog nastavnog listića (2)

Pokušaj pomnožiti:

$$(-7) \cdot 7 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-11) \cdot 7 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-5) \cdot 6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-8) \cdot 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Napiši pravilo za množenje pozitivnog cijelog broja negativnim cijelim brojem.

Primjer riješenog drugog nastavnog listića

<p>Pomnoži: $6 \cdot 7 = \underline{42}$</p> <p>$5 \cdot 7 = \underline{35}$</p> <p>$4 \cdot 7 = \underline{28}$</p> <p>$3 \cdot 7 = \underline{21}$</p> <p>$2 \cdot 7 = \underline{14}$</p> <p>$1 \cdot 7 = \underline{7}$</p> <p>$0 \cdot 7 = \underline{0}$</p>	<p>Što se iz retka u redak događa s prvim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti? <u>Prvi se faktor iz retka u redak smanjuje za 1, od 6 do 0.</u></p> <p>Što se iz retka u redak događa s drugim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti? <u>Drugi faktor ostaje isti, tj. uvijek je 7.</u></p> <p>Što se iz retka u redak događa s vrijednosti umnoška? <u>Umnožak se smanjuje za 7, od 42 do 0.</u></p>
<p>Nastavi niz istim pravilom.</p> <p>$(-1) \cdot 7 = \underline{-7}$</p> <p>$(-2) \cdot 7 = \underline{-14}$</p> <p>$(-3) \cdot 7 = \underline{-21}$</p> <p>$(-4) \cdot 7 = \underline{-28}$</p> <p>$(-5) \cdot 7 = \underline{-35}$</p> <p>$(-6) \cdot 7 = \underline{-42}$</p>	<p>Usporedi prvu i 13. jednakost, drugu i 12. jednakost, treću i 10. jednakost itd. Što uočavaš? <u>U parovima jednakosti isti je 2. faktor, a 1. faktori i umnošci su međusobno suprotni brojevi.</u></p> <p>Kakav je po predznaku prvi faktor umnoška u drugom dijelu niza? <u>Prvi faktor je negativan broj.</u></p> <p>Kakav je po predznaku drugi faktor umnoška u drugom dijelu niza? <u>Drugi faktor je pozitivan broj.</u></p> <p>Kakva je po predznaku vrijednost umnoška u drugom dijelu niza? <u>Umnožak je negativan.</u></p>

Primjer riješenog drugog nastavnog listića (2)

Pokušaj pomnožiti:

$$(-7) \cdot 7 = \underline{-49}$$

$$(-11) \cdot 7 = \underline{-77}$$

$$(-5) \cdot 6 = \underline{-30}$$

$$(-15) \cdot 4 = \underline{-60}$$

Napiši pravilo za množenje pozitivnog cijelog broja negativnim cijelim brojem.

Negativan cijeli broj i pozitivan cijeli broj se množe tako da se faktori pomnože i rezultatu dopiše negativan predznak.

Zaključak

- Negativan cijeli broj i pozitivan cijeli broj se množe tako da im se pomnože apsolutne vrijednosti i rezultatu dopiše negativan predznak.
- Umnožak pozitivnog cijelog broja i nule jednak je nuli.



Brojevni nizovi 3

- Cilj aktivnosti:
 - Učenici će otkriti pravilnosti u nizu jednakosti te primjenjujući ih zaključiti kako se negativan cijeli broj množi negativnim cijelim brojem i kako nula množi negativan cijeli broj.
- Oblik rada:
 - suradnički rad učenika u paru
- Potrebni materijali:
 - različiti nastavni listići s nizovima i pitanjima
- Tijek aktivnosti
 - ispunjavanje nastavnih listića u parovima
 - diskusija

Primjer prvog nastavnog listića

<p>Pomnoži:</p> $(-5) \cdot 6 = \underline{\hspace{2cm}}$ $(-5) \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}}$ $(-5) \cdot 4 = \underline{\hspace{2cm}}$ $(-5) \cdot 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ $(-5) \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ $(-5) \cdot 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ $(-5) \cdot 0 = \underline{\hspace{2cm}}$	<p>Što se iz retka u redak događa s prvim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?</p> <p>_____</p> <p>Što se iz retka u redak događa s drugim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?</p> <p>_____</p> <p>Što se iz retka u redak događa s vrijednost umnoška?</p> <p>_____</p>
<p>Nastavi niz istim pravilom.</p> $(-5) \cdot (-1) = \underline{\hspace{2cm}}$ $(-5) \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ $\underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ $\underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ $\underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ $\underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$	<p>Usporedi prvu i 13. jednakost, drugu i 12. jednakost, treću i 10. jednakost itd. Što uočavaš?</p> <p>_____</p> <p>Kakav je po predznaku prvi faktor umnoška u drugom dijelu niza? _____</p> <p>Kakav je po predznaku drugi faktor umnoška u drugom dijelu niza? _____</p> <p>Kakva je po predznaku vrijednost umnoška u drugom dijelu niza? _____</p> <p>Čemu je jednak umnožak negativnog cijelog broja i</p>

Primjer prvog nastavnog listića (2)

Pokušaj pomnožiti:

$$(-6) \cdot (-7) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-6) \cdot (-9) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-8) \cdot (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-5) \cdot (-16) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Napiši pravilo za množenje negativnog cijelog broja negativnim cijelim brojem.

Primjer riješenog prvog nastavnog listića

Pomnoži:

$$(-5) \cdot 6 = \underline{-30}$$

$$(-5) \cdot 5 = \underline{-25}$$

$$(-5) \cdot 4 = \underline{-20}$$

$$(-5) \cdot 3 = \underline{-15}$$

$$(-5) \cdot 2 = \underline{-10}$$

$$(-5) \cdot 1 = \underline{-5}$$

$$(-5) \cdot 0 = \underline{0}$$

Što se iz retka u redak događa s prvim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?

Prvi faktor ostaje isti, tj. uvijek je -5 .

Što se iz retka u redak događa s drugim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?

Drugi se faktor iz retka u redak smanjuje za 1, od 6 do 0.

Što se iz retka u redak događa s vrijednosti umnoška?

Umnožak se povećava za 5, od -30 do 0.

Nastavi niz istim pravilom:

$$(-5) \cdot (-1) = \underline{5}$$

$$(-5) \cdot \underline{(-2)} = \underline{10}$$

$$\underline{(-5)} \cdot \underline{(-3)} = \underline{15}$$

$$\underline{(-5)} \cdot \underline{(-4)} = \underline{20}$$

$$\underline{(-5)} \cdot \underline{(-5)} = \underline{25}$$

$$\underline{(-5)} \cdot \underline{(-6)} = \underline{30}$$

Usporedi prvu i 13. jednakost, drugu i 12. jednakost, treću i 10. jednakost itd. Što uočavaš?

U parovima jednakosti isti je 1. faktor, a 2. faktori i umnošci su suprotni brojevi.

Kakav je po predznaku prvi faktor umnoška u drugom dijelu niza? Prvi faktor je negativan broj.

Kakav je po predznaku drugi faktor u drugom dijelu niza? Drugi faktor je negativan broj.

Kakav je po predznaku umnožak? Umnožak je pozitivan.

Čemu je jednak umnožak negativnog cijelog broja i nule? Umnožak je jednak nuli.

Primjer riješenog prvog nastavnog listića (2)

Pokušaj pomnožiti:

$$(-5) \cdot (-7) = 35$$

$$(-5) \cdot (-19) = 95$$

$$(-5) \cdot (-29) = 145$$

$$(-5) \cdot (-32) = 160$$

Napiši pravilo za množenje negativnog cijelog broja negativnim cijelim brojem.

Dva negativna cijela broja množimo tako da im pomnožimo apsolutne vrijednosti.

Primjer drugog nastavnog listića

<p>Pomnoži:</p> $(-6) \cdot 6 = \underline{\hspace{2cm}}$ $(-6) \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}}$ $(-6) \cdot 4 = \underline{\hspace{2cm}}$ $(-6) \cdot 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ $(-6) \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ $(-6) \cdot 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ $(-6) \cdot 0 = \underline{\hspace{2cm}}$	<p>Što se iz retka u redak događa s prvim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?</p> <p>_____</p> <p>Što se iz retka u redak događa s drugim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?</p> <p>_____</p> <p>Što se iz retka u redak događa s vrijednosti umnoška?</p> <p>_____</p>
<p>Nastavi niz istim pravilom.</p> $(-6) \cdot (-1) = \underline{\hspace{2cm}}$ $(-6) \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ $\underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ $\underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ $\underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ $\underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$	<p>Usporedi prvu i 13. jednakost, drugu i 12. jednakost, treću i 10. jednakost itd. Što uočavaš?</p> <p>_____</p> <p>Kakav je po predznaku prvi faktor umnoška u drugom dijelu niza? _____</p> <p>Kakav je po predznaku drugi faktor umnoška u drugom dijelu niza? _____</p> <p>Kakva je po predznaku vrijednost umnoška u drugom dijelu niza? _____</p> <p>—</p>

Primjer drugog nastavnog listića (2)

Pokušaj pomnožiti:

$$(-6) \cdot (-7) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-6) \cdot (-14) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-12) \cdot (-6) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-11) \cdot (-8) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Napiši pravilo za množenje negativnog cijelog broja negativnim cijelim brojem.

Primjer riješenog drugog nastavnog listića

Pomnoži:

$$(-6) \cdot 6 = \underline{-36}$$

$$(-6) \cdot 5 = \underline{-30}$$

$$(-6) \cdot 4 = \underline{-24}$$

$$(-6) \cdot 3 = \underline{-18}$$

$$(-6) \cdot 2 = \underline{-12}$$

$$(-6) \cdot 1 = \underline{-6}$$

$$(-6) \cdot 0 = \underline{0}$$

Što se iz retka u redak događa s prvim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?

Prvi faktor ostaje isti, tj. uvijek je -6 .

Što se iz retka u redak događa s drugim faktorom umnoška na lijevoj strani jednakosti?

Drugi se faktor iz retka u redak smanjuje za 1, od 6 do 0.

Što se iz retka u redak događa s vrijednosti umnoška?

Umnožak se povećava za 6, od -36 do 0.

Nastavi niz istim pravilom.

$$(-6) \cdot (-1) = \underline{6}$$

$$(-6) \cdot \underline{(-2)} = \underline{12}$$

$$\underline{(-6)} \cdot \underline{(-3)} = \underline{18}$$

$$\underline{(-6)} \cdot \underline{(-4)} = \underline{24}$$

$$\underline{(-6)} \cdot \underline{(-5)} = \underline{30}$$

$$\underline{(-6)} \cdot \underline{(-6)} = \underline{36}$$

Usporedi prvu i 13. jednakost, drugu i 12. jednakost, treću i 10. jednakost itd. Što uočavaš?

U parovima jednakosti isti je 1. faktor, a 2. faktor i umnošci su suprotni brojevi.

Kakav je prvi faktor po predznaku umnoška u drugom dijelu niza? Prvi faktor je negativan broj.

Kakav je drugi faktor po predznaku umnoška u drugom dijelu niza? Drugi faktor je negativan broj.

Kakav je po predznaku umnožak?

Umnožak je pozitivan.

Čemu je jednak umnožak negativnog cijelog broja i nule?

Umnožak je jednak nuli.

Primjer riješenog drugog nastavnog listića (2)

Pokušaj pomnožiti:

$$(-6) \cdot (-7) = \underline{42}$$

$$(-6) \cdot (-12) = \underline{72}$$

$$(-9) \cdot (-16) = \underline{144}$$

$$(-12) \cdot (-17) = \underline{204}$$

Napiši pravilo za množenje negativnog cijelog broja negativnim cijelim brojem.

Dva negativna cijela broja množimo tako da im pomnožimo apsolutne vrijednosti.

Zaključak



- Dva negativna cijela broja množimo tako da im pomnožimo apsolutne vrijednosti.
- Umnožak svakog cijelog broja i nule jednak je nuli.

$a \cdot 0 = 0$, za sve cijele brojeve a .

Tablica predznaka

- Cilj aktivnosti:
 - Učenici će popuniti tablicu predznaka za množenje cijelih brojeva na temelju otkrivenih pravila.
- Oblik rada:
 - individualni rad učenika
- Potrebni materijali:
 - bilježnica .
- Tijek aktivnosti
 - popunjavanje tablice predznaka

Tablica predznaka (2)

U bilježnici nacrtajte tablicu predznaka pri množenju cijelih brojeva i ispunite je prema otkrivenim pravilima.

.	+	0	−
+			
0			
−			

Tablica predznaka (3)

Ispunjena tablica predznaka:

.	+	0	−
+	+	0	−
0	0	0	0
−	−	0	+



Svojstvo broja 1

- Cilj aktivnosti:
 - Učenici će otkriti da je broj 1 neutralni element za množenje cijelih brojeva.
- Oblik rada:
 - individualni rad učenika
- Potrebni materijali:
 - nastavni listić sa zadacima i pitanjima za diskusiju
- Tijek aktivnosti
 - ispunjavanje nastavnih listića
 - diskusija

Primjer nastavnog listića

Izračunaj:

$5 \cdot 1 = \underline{\quad}$

$(-5) \cdot 1 = \underline{\quad}$

$(-6) \cdot 1 = \underline{\quad}$

$7 \cdot 1 = \underline{\quad}$

$(-13) \cdot 1 = \underline{\quad}$

$(-9) \cdot 1 = \underline{\quad}$

$1 \cdot 4 = \underline{\quad}$

$1 \cdot (-21) = \underline{\quad}$

$1 \cdot (-33) = \underline{\quad}$

$1 \cdot 8 = \underline{\quad}$

$1 \cdot (-81) = \underline{\quad}$

$1 \cdot (-28) = \underline{\quad}$

Čemu je jednak umnožak nekog cijelog broja brojem 1?

Primjer riješenog nastavnog listića

Izračunaj:

$$5 \cdot 1 = \underline{5}$$

$$(-5) \cdot 1 = \underline{-5}$$

$$(-6) \cdot 1 = \underline{-6}$$

$$7 \cdot 1 = \underline{7}$$

$$(-13) \cdot 1 = \underline{-13}$$

$$(-9) \cdot 1 = \underline{-9}$$

$$1 \cdot 4 = \underline{4}$$

$$1 \cdot (-21) = \underline{-21}$$

$$1 \cdot (-33) = \underline{-33}$$

$$1 \cdot 8 = \underline{8}$$

$$1 \cdot (-81) = \underline{-81}$$

$$1 \cdot (-28) = \underline{-28}$$

Čemu je jednak umnožak nekog cijelog broja brojem 1?

Umnožak cijelog broja i broja 1 jednak je tom cijelom broju.

Zaključak

Umnožak svakog cijelog broja a i broja 1 jest broj a , tj.

$$1 \cdot a = a \cdot 1 = a, \text{ za svaki cijeli broj } a.$$



Opće pravilo



Pozitivan cijeli broj i negativan cijeli broj množe se tako da im se pomnože apsolutne vrijednosti i rezultatu dopiše negativan predznak.

Negativan cijeli broj i pozitivan cijeli broj množe se tako da im se pomnože apsolutne vrijednosti i rezultatu dopiše negativan predznak.

Dva negativna cijela broja množimo tako da im pomnožimo apsolutne vrijednosti.

Umnožak cijelog broja i nule jednak je nuli.

Umnožak nule i cijelog broja jednak je nuli.

Umnožak cijelog broja i broja 1 jednak je tom cijelom broju.

Svojstvo komutativnosti

- Cilj aktivnosti:
 - Učenici će otkriti da za množenje cijelih brojeva vrijedi svojstvo komutativnosti.
- Oblik rada:
 - suradnički rad učenika u paru
- Potrebni materijali:
 - različiti nastavni listići s nizovima i pitanjima
- Tijek aktivnosti
 - ispunjavanje nastavnih listića u parovima
 - diskusija

Primjer prvog nastavnog listića

Odredi i usporedi dobivene umnoške:

$$(-8) \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-5) \cdot (-7) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$9 \cdot (-7) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5 \cdot (-8) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-7) \cdot (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-7) \cdot 9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-4) \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-8) \cdot (-4) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-6) \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5 \cdot (-4) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-4) \cdot (-8) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5 \cdot (-6) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Kakvi su faktori u oba umnoška u svakom paru?

Kakav je drugi faktor prvog umnoška u paru u odnosu na prvi faktor drugog umnoška u paru?

Što je u odnosu na prvi umnožak različito u drugom umnošku?

Što se događa s umnoškom ako faktorima zamijenimo mjesta?

Primjer riješenog prvog nastavnog listića

Odredi i usporedi dobivene umnoške:

$$(-8) \cdot 5 = -40$$

$$(-5) \cdot (-7) = 35$$

$$9 \cdot (-7) = -63$$

$$5 \cdot (-8) = -40$$

$$(-7) \cdot (-5) = 35$$

$$(-7) \cdot 9 = -63$$

$$(-4) \cdot 5 = -20$$

$$(-8) \cdot (-4) = 32$$

$$(-6) \cdot 5 = -30$$

$$5 \cdot (-4) = -20$$

$$(-4) \cdot (-8) = 32$$

$$5 \cdot (-6) = -30$$

Kakvi su faktori u oba umnoška u svakom paru?

U oba umnoška se pojavljuju isti faktori ali obrnutim redoslijedom.

Kakav je drugi faktor prvog umnoška u paru u odnosu na prvi faktor drugog umnoška u paru?

Drugi faktor prvog umnoška je isti kao prvi faktor drugog umnoška.

Što je u odnosu na prvi umnožak različito u drugom umnošku?

Poredak faktora.

Što se događa s umnoškom ako faktorima zamijenimo mjesta?

Umnožak ostaje isti.

Primjer drugog nastavnog listića

Odredi i usporedi dobivene umnoške:

$$(-6) \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-4) \cdot (-7) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$6 \cdot (-7) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5 \cdot (-6) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-7) \cdot (-4) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-7) \cdot 6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-3) \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-6) \cdot (-4) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-2) \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5 \cdot (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-4) \cdot (-6) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5 \cdot (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Kakvi su faktori u oba umnoška u svakom paru?

Kakav je drugi faktor prvog umnoška u paru u odnosu na prvi faktor drugog umnoška u paru?

Što je u odnosu na prvi umnožak različito u drugom umnošku?

Što se događa s umnoškom ako faktorima zamijenimo mjesta?

Primjer drugog riješenog nastavnog listića

Odredi i usporedi dobivene umnoške:

$$(-6) \cdot 5 = -30$$

$$(-4) \cdot (-7) = 28$$

$$6 \cdot (-7) = -42$$

$$5 \cdot (-6) = -30$$

$$(-7) \cdot (-4) = 28$$

$$(-7) \cdot 6 = -42$$

$$(-3) \cdot 5 = -15$$

$$(-6) \cdot (-4) = 24$$

$$(-2) \cdot 5 = -10$$

$$5 \cdot (-3) = -15$$

$$(-4) \cdot (-6) = 24$$

$$5 \cdot (-2) = -10$$

Kakvi su faktori u oba umnoška u svakom paru?

U oba umnoška se pojavljuju isti faktori ali obrnutim redoslijedom.

Kakav je drugi faktor prvog umnoška u paru u odnosu na prvi faktor drugog umnoška u paru?

Drugi faktor prvog umnoška je isti kao prvi faktor drugog umnoška.

Što je u odnosu na prvi umnožak različito u drugom umnošku?

Poredak faktora.

Što se događa s umnoškom ako faktorima zamijenimo mjesta?

Umnožak ostaje isti.

Primjer nastavnog listića

Pomnoži i usporedi dobivene umnoške u stupcima:

$$\begin{array}{cccccc} (-8) \cdot 5 = \underline{\quad} & (-6) \cdot 3 = \underline{\quad} & (-5) \cdot (-7) = \underline{\quad} & (-4) \cdot (-2) = \underline{\quad} & 5 \cdot 0 = \underline{\quad} & 9 \cdot 0 = \underline{\quad} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} 5 \cdot (-8) = \underline{\quad} & 3 \cdot (-6) = \underline{\quad} & (-7) \cdot (-5) = \underline{\quad} & (-2) \cdot (-4) = \underline{\quad} & 0 \cdot 5 = \underline{\quad} & 0 \cdot 9 = \underline{\quad} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} 8 \cdot (-5) = \underline{\quad} & 6 \cdot (-3) = \underline{\quad} & 5 \cdot 7 = \underline{\quad} & 4 \cdot 2 = \underline{\quad} & (-5) \cdot 0 = \underline{\quad} & (-9) \cdot 0 = \underline{\quad} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} (-5) \cdot 8 = \underline{\quad} & (-3) \cdot 6 = \underline{\quad} & 7 \cdot 5 = \underline{\quad} & 2 \cdot 4 = \underline{\quad} & 0 \cdot (-5) = \underline{\quad} & 0 \cdot (-9) = \underline{\quad} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} -(8 \cdot 5) = \underline{\quad} & -(6 \cdot 3) = \underline{\quad} & -(-(5 \cdot 7)) = \underline{\quad} & -(-(4 \cdot 2)) = \underline{\quad} & -(0 \cdot 5) = \underline{\quad} & -(0 \cdot 9) = \underline{\quad} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} -(5 \cdot 8) = \underline{\quad} & -(3 \cdot 6) = \underline{\quad} & -(-(7 \cdot 5)) = \underline{\quad} & -(-(2 \cdot 4)) = \underline{\quad} & -(5 \cdot 0) = \underline{\quad} & -(9 \cdot 0) = \underline{\quad} \end{array}$$

Što uočavaš? Kakvi su umnošci u svakom stupcu?

Promotri faktore u svakom stupcu. Kakva je razlika u pojedinom redu obzirom na predznak faktora i njihov

Primjer riješenog nastavnog listića

Pomnoži i usporedi dobivene umnoške u stupcima:

$(-8) \cdot 5 = -40$	$(-6) \cdot 3 = -18$	$(-5) \cdot (-7) = 35$	$(-4) \cdot (-2) = 8$	$5 \cdot 0 = 0$	$9 \cdot 0 = 0$
$5 \cdot (-8) = -40$	$3 \cdot (-6) = -18$	$(-7) \cdot (-5) = 35$	$(-2) \cdot (-4) = 8$	$0 \cdot 5 = 0$	$0 \cdot 9 = 0$
$8 \cdot (-5) = -40$	$6 \cdot (-3) = -18$	$5 \cdot 7 = 35$	$4 \cdot 2 = 8$	$(-5) \cdot 0 = 0$	$(-9) \cdot 0 = 0$
$(-5) \cdot 8 = -40$	$(-3) \cdot 6 = -18$	$7 \cdot 5 = 35$	$2 \cdot 4 = 8$	$0 \cdot (-5) = 0$	$0 \cdot (-9) = 0$
$-(8 \cdot 5) = -40$	$-(6 \cdot 3) = -18$	$-(-(5 \cdot 7)) = 35$	$-(-(4 \cdot 2)) = 8$	$-(0 \cdot 5) = 0$	$-(0 \cdot 9) = 0$
$-(5 \cdot 8) = -40$	$-(3 \cdot 6) = -18$	$-(-(7 \cdot 5)) = 35$	$-(-(2 \cdot 4)) = 8$	$-(5 \cdot 0) = 0$	$-(9 \cdot 0) = 0$

Što uočavaš? Kakvi su umnošci u svakom stupcu?

U svakom stupcu umnošci su jednaki.

Promotri faktore u svakom stupcu. Kakva je razlika u pojedinom redu obzirom na predznak faktora i njihov poredak?

U svakom stupcu su samo dva faktora koja mijenjaju svoj predznak i poredak.

Zaključak



$$a \cdot (-b) = (-b) \cdot a = (-a) \cdot b = b \cdot (-a) = \\ = -(a \cdot b)$$

za sve cijele brojeve a i b

Svojstvo asocijativnosti

- Cilj aktivnosti:
 - Učenici će otkriti da pri množenju cijelih brojeva vrijedi svojstvo asocijativnosti.
- Oblik rada:
 - individualni rad učenika
- Potrebni materijali:
 - nastavni listić sa zadacima i pitanjima za diskusiju
- Tijek aktivnosti
 - ispunjavanje nastavnih listića
 - diskusija

Primjer nastavnog listića

1. Izračunaj:

$$((-9) \cdot (-3)) \cdot 2 =$$

$$(-9) \cdot ((-3) \cdot 2) =$$

$$((-6) \cdot 3) \cdot 4 =$$

$$(-6) \cdot (3 \cdot 4) =$$

$$((-4) \cdot (-5)) \cdot (-3) =$$

$$(-4) \cdot ((-5) \cdot (-3)) =$$

2. Izračunaj:

$$(120 \cdot (-4)) \cdot 0 =$$

$$(4 \cdot 13 \cdot 25) \cdot 2 =$$

$$343 \cdot (78 \cdot 0 \cdot (-45)) =$$

$$(2 \cdot (-5) \cdot 99) \cdot 75 =$$

- Kojim si redoslijedom množio/la **plave**, a kojim **crvene** zadatke?

- Što uočavaš?

- Ovisi li umnožak o redoslijedu kojim smo množili faktore?

Primjer riješenog nastavnog listića

1. Izračunaj:

$$((-9) \cdot (-3)) \cdot 2 = 54$$

$$(-9) \cdot ((-3) \cdot 2) = 54$$

$$((-6) \cdot 3) \cdot 4 = -72$$

$$(-6) \cdot (3 \cdot 4) = -72$$

$$((-4) \cdot (-5)) \cdot (-3) = -60$$

$$(-4) \cdot ((-5) \cdot (-3)) = -60$$

2. Izračunaj:

$$(120 \cdot (-4)) \cdot 0 = 0$$

$$(4 \cdot 13 \cdot 25) \cdot 2 = 2\,600$$

$$(343 \cdot 78 \cdot 0) \cdot (-45) = 0$$

$$2 \cdot ((-5) \cdot 99 \cdot 75) = -74\,250$$

- Kojim si redoslijedom množio/la **plave**, a kojim **crvene** zadatke?

Kod plavih zadataka prvo smo pomnožili prva dva faktora u zagradama i taj smo umnožak pomnožili trećim faktorom. Kod crvenih zadataka prvo smo pomnožili drugi i treći faktor u zagradama, a onda smo taj umnožak pomnožili prvim faktorom.

- Što uočavaš?

Redoslijed zagrada u parovima crvenih i plavih zadataka je različit.

- Ovisi li umnožak o redoslijedu kojim smo množili faktore?

Rezultat množenja je isti bez obzira na redoslijed množenja.

Zaključak

Pri množenju cijelih brojeva vrijedi svojstvo asocijativnosti, tj.

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c),$$

za sve cijele brojeve a , b i c .



Množenje više faktora

- Cilj aktivnosti:
 - Učenici će, uz pomoć kalkulatora, otkriti predznak umnoška pri množenju više faktora.
- Oblik rada:
 - diferencirana nastava, rad učenika u paru
- Potrebni materijali:
 - nastavni listići sa zadacima i pitanjima za diskusiju
- Tijek aktivnosti
 - ispunjavanje nastavnih listića
 - diskusija

Prvi nastavni listić

Pomnoži:	Umnožak:
$27 \cdot (-42) \cdot 2 \cdot 12 \cdot 33 =$	
$25 \cdot 62 \cdot 65 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (-17) =$	
$(-8) \cdot 7 \cdot (-3) \cdot 25 =$	
$(-78) \cdot 12 \cdot (-5) \cdot 9 \cdot 13 =$	
$2 \cdot (-12) \cdot 3 \cdot (-22) \cdot (-15) =$	
$3 \cdot (-42) \cdot 21 \cdot (-2) \cdot 4 \cdot (-3) =$	
$23 \cdot 2 \cdot (-16) \cdot 39 \cdot 3 \cdot (-29) \cdot (-3) =$	
$(-12) \cdot (-22) \cdot 5 \cdot (-13) \cdot 34 \cdot (-17) =$	
$14 \cdot (-15) \cdot (-33) \cdot (-2) \cdot 5 \cdot (-10) \cdot 6 =$	
$(-9) \cdot (-11) \cdot 6 \cdot (-15) \cdot 4 \cdot (-6) \cdot 25 \cdot 7 =$	

Riješeni prvi nastavni listić

Pomnoži:	Umnožak:
$27 \cdot (-42) \cdot 2 \cdot 12 \cdot 33 =$	$- 898\,128$
$25 \cdot 62 \cdot 65 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (-17) =$	$- 20\,553\,000$
$(-8) \cdot 7 \cdot (-3) \cdot 25 =$	4200
$(-78) \cdot 12 \cdot (-5) \cdot 9 \cdot 13 =$	$126\,360$
$2 \cdot (-12) \cdot 3 \cdot (-22) \cdot (-15) =$	$- 23\,760$
$3 \cdot (-42) \cdot 21 \cdot (-2) \cdot 4 \cdot (-3) =$	$- 63\,504$
$23 \cdot 2 \cdot (-16) \cdot 39 \cdot 3 \cdot (-29) \cdot (-3) =$	$- 7\,491\,744$
$(-12) \cdot (-22) \cdot 5 \cdot (-13) \cdot 34 \cdot (-17) =$	$762\,960$
$14 \cdot (-15) \cdot (-33) \cdot (-2) \cdot 5 \cdot (-10) \cdot 6 =$	$4\,158\,000$
$(-9) \cdot (-11) \cdot 6 \cdot (-15) \cdot 4 \cdot (-6) \cdot 25 \cdot 7 =$	$37\,422\,000$

Drugi nastavni listić

Pomnoži:	Umnožak:	Predznak umnoška (<0, >0,=0):
$27 \cdot (-42) \cdot 2 \cdot 12 \cdot 33 =$	- 898 128	
$25 \cdot 62 \cdot 65 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (-17) =$	- 20 553 000	
$(-8) \cdot 7 \cdot (-3) \cdot 25 =$	4200	
$(-78) \cdot 12 \cdot (-5) \cdot 9 \cdot 13 =$	126 360	
$2 \cdot (-12) \cdot 3 \cdot (-22) \cdot (-15) =$	- 23 760	
$3 \cdot (-42) \cdot 21 \cdot (-2) \cdot 4 \cdot (-3) =$	- 63 504	
$23 \cdot 2 \cdot (-16) \cdot 39 \cdot 3 \cdot (-29) \cdot (-3) =$	- 7 491 744	
$(-12) \cdot (-22) \cdot 5 \cdot (-13) \cdot 34 \cdot (-17) =$	762 960	
$14 \cdot (-15) \cdot (-33) \cdot (-2) \cdot 5 \cdot (-10) \cdot 6 =$	4 158 000	
$(-9) \cdot (-11) \cdot 6 \cdot (-15) \cdot 4 \cdot (-6) \cdot 25 \cdot 7 =$	37 422 000	

Naslućuješ li o čemu ovisi predznak umnoška?

Riješeni drugi nastavni listić

Pomnoži:	Umnožak:	Predznak umnoška (<0, >0,=0):
$27 \cdot (-42) \cdot 2 \cdot 12 \cdot 33 =$	- 898 128	negativan
$25 \cdot 62 \cdot 65 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (-17) =$	- 20 553 000	negativan
$(-8) \cdot 7 \cdot (-3) \cdot 25 =$	4200	pozitivan
$(-78) \cdot 12 \cdot (-5) \cdot 9 \cdot 13 =$	126 360	pozitivan
$2 \cdot (-12) \cdot 3 \cdot (-22) \cdot (-15) =$	- 23 760	negativan
$3 \cdot (-42) \cdot 21 \cdot (-2) \cdot 4 \cdot (-3) =$	- 63 504	negativan
$23 \cdot 2 \cdot (-16) \cdot 39 \cdot 3 \cdot (-29) \cdot (-3) =$	- 7 491 744	negativan
$(-12) \cdot (-22) \cdot 5 \cdot (-13) \cdot 34 \cdot (-17) =$	762 960	pozitivan
$14 \cdot (-15) \cdot (-33) \cdot (-2) \cdot 5 \cdot (-10) \cdot 6 =$	4 158 000	pozitivan
$(-9) \cdot (-11) \cdot 6 \cdot (-15) \cdot 4 \cdot (-6) \cdot 25 \cdot 7 =$	37 422 000	pozitivan

Naslućuješ li o čemu ovisi predznak umnoška?

Predznak umnoška ovisi o broju negativnih faktora, a broj pozitivnih faktora ne utječe na predznak.

Treći nastavni listić

Koliko je faktora koji su:	pozitivni	negativni	Napiši kojeg je predznaka umnožak bez da računate:
$27 \cdot (-42) \cdot 2 \cdot 12 \cdot 33 =$			
$25 \cdot 62 \cdot 65 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (-17) =$			
$(-8) \cdot 7 \cdot (-3) \cdot 25 =$			
$(-78) \cdot 12 \cdot (-5) \cdot 9 \cdot 13 =$			
$2 \cdot (-12) \cdot 3 \cdot (-22) \cdot (-15) =$			
$3 \cdot (-42) \cdot 21 \cdot (-2) \cdot 4 \cdot (-3) =$			
$23 \cdot 2 \cdot (-16) \cdot 39 \cdot 3 \cdot (-29) \cdot (-3) =$			
$(-12) \cdot (-22) \cdot 5 \cdot (-13) \cdot 34 \cdot (-17) =$			
$14 \cdot (-15) \cdot (-33) \cdot (-2) \cdot 5 \cdot (-10) \cdot 6 =$			
$(-9) \cdot (-11) \cdot 6 \cdot (-15) \cdot 4 \cdot (-6) \cdot 25 \cdot 7 =$			

Riješeni treći nastavni listić

Koliko je faktora koji su:	pozitivni	negativni	Napiši kojeg je predznaka umnožak bez da računate:
$27 \cdot (-42) \cdot 2 \cdot 12 \cdot 33 =$	4	1	negativan
$25 \cdot 62 \cdot 65 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (-17) =$	5	1	negativan
$(-8) \cdot 7 \cdot (-3) \cdot 25 =$	2	2	pozitivan
$(-78) \cdot 12 \cdot (-5) \cdot 9 \cdot 13 =$	3	2	pozitivan
$2 \cdot (-12) \cdot 3 \cdot (-22) \cdot (-15) =$	2	3	negativan
$3 \cdot (-42) \cdot 21 \cdot (-2) \cdot 4 \cdot (-3) =$	3	3	negativan
$23 \cdot 2 \cdot (-16) \cdot 39 \cdot 3 \cdot (-29) \cdot (-3) =$	4	3	negativan
$(-12) \cdot (-22) \cdot 5 \cdot (-13) \cdot 34 \cdot (-17) =$	2	4	pozitivan
$14 \cdot (-15) \cdot (-33) \cdot (-2) \cdot 5 \cdot (-10) \cdot 6 =$	3	4	pozitivan
$(-9) \cdot (-11) \cdot 6 \cdot (-15) \cdot 4 \cdot (-6) \cdot 25 \cdot 7 =$	4	4	pozitivan

Diskusija

Koje pravilnosti uočavaš?

- U zadacima u kojima je jedan faktor negativan broj umnožak je negativan broj.
- U zadacima u kojima su dva faktora negativni brojevi umnožak je pozitivan broj.
- U zadacima u kojima su tri faktora negativni brojevi i umnožak je negativan broj.
- U zadacima u kojima su četiri faktora negativni brojevi umnožak pozitivan broj.

Što zaključuješ?

1. Ako je broj negativnih faktora u umnošku više faktora neparan, tada je umnožak negativan cijeli broj.
2. Ako je broj negativnih faktora u umnošku više faktora paran, tada je umnožak pozitivan cijeli broj.

Uvjeri se sam!

Odredi koliko je faktora većih od nule, koliko je faktora manjih od nule, izračunaj vrijednost i odredi

predznak umnoška.

$$17 \cdot (-2) \cdot 9 \cdot 4 \cdot 12 \cdot 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5 \cdot 2 \cdot 35 \cdot 14 \cdot 6 \cdot (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3 \cdot (-24) \cdot 7 \cdot 18 \cdot (-23) \cdot 11 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-7) \cdot 1 \cdot (-15) \cdot 8 \cdot 12 \cdot 6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$14 \cdot (-12) \cdot 11 \cdot 3 \cdot (-2) \cdot (-10) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3 \cdot (-42) \cdot 6 \cdot 37 \cdot (-2) \cdot (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$23 \cdot (-16) \cdot 99 \cdot 5 \cdot (-29) \cdot (-13) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-12) \cdot 2 \cdot (-22) \cdot 5 \cdot (-13) \cdot 6 \cdot (-17) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$14 \cdot 7 \cdot (-15) \cdot (-33) \cdot (-2) \cdot 5 \cdot (-10) \cdot 6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Četvrti nastavni listić – množenje nulom

Pomnoži:	Koliko ima faktora jednakih 0:	Umnožak:
$27 \cdot (-42) \cdot 9 \cdot 0 \cdot 12 \cdot 33 =$		
$25 \cdot 0 \cdot 65 \cdot 0 \cdot 3 \cdot (-13) =$		
$5 \cdot (-8) \cdot 0 \cdot 28 \cdot (-3) \cdot 25 =$		
$(-78) \cdot 0 \cdot (-5) \cdot 9 \cdot 12 \cdot 0 =$		
$3 \cdot (-42) \cdot 0 \cdot 37 \cdot (-2) \cdot 0 \cdot (-3) =$		
$0 \cdot (-16) \cdot 99 \cdot 0 \cdot (-29) \cdot (-13) \cdot 0 =$		
$(-12) \cdot 0 \cdot (-22) \cdot 5 \cdot (-13) \cdot 7 \cdot (-17) =$		
$14 \cdot 0 \cdot (-15) \cdot (-33) \cdot (-2) \cdot 0 \cdot (-10) \cdot 6 =$		
$(-9) \cdot 0 \cdot (-15) \cdot 0 \cdot (-6) \cdot (-25) \cdot 0 =$		
$(-9) \cdot (-11) \cdot 0 \cdot (-15) \cdot 0 \cdot (-6) \cdot 0 \cdot 0 =$		

Riješeni četvrti nastavni listić – množenje nulom

Pomnoži:	Koliko ima faktora jednakih 0:	Umnožak:
$27 \cdot (-42) \cdot 9 \cdot 0 \cdot 12 \cdot 33 =$	1	0
$25 \cdot 0 \cdot 65 \cdot 0 \cdot 3 \cdot (-13) =$	2	0
$5 \cdot (-8) \cdot 0 \cdot 28 \cdot (-3) \cdot 25 =$	2	0
$(-78) \cdot 0 \cdot (-5) \cdot 9 \cdot 12 \cdot 0 =$	2	0
$3 \cdot (-42) \cdot 0 \cdot 37 \cdot (-2) \cdot 0 \cdot (-3) =$	2	0
$0 \cdot (-16) \cdot 99 \cdot 0 \cdot (-29) \cdot (-13) \cdot 0 =$	3	0
$(-12) \cdot 0 \cdot (-22) \cdot 5 \cdot (-13) \cdot 7 \cdot (-17) =$	1	0
$14 \cdot 0 \cdot (-15) \cdot (-33) \cdot (-2) \cdot 0 \cdot (-10) \cdot 6 =$	2	0
$(-9) \cdot 0 \cdot (-15) \cdot 0 \cdot (-6) \cdot (-25) \cdot 0 =$	3	0
$(-9) \cdot (-11) \cdot 0 \cdot (-15) \cdot 0 \cdot (-6) \cdot 0 \cdot 0 =$	4	0

Diskusija

- Koji se broj pojavljuje u svakom od umnožaka? 0.
- Koliko iznosi svaki od umnožaka? 0.
- Što zaključuješ o umnošku više cijelih brojeva u kojem je jedan od faktora 0?

Ako je barem jedan od faktora jednak nuli, umnožak iznosi nula!

Zaključak

Ako je barem jedan od faktora jednak nuli,
umnožak iznosi nula!



Svojstvo distributivnosti

- Cilj aktivnosti:
 - Učenici će otkriti da pri množenju cijelih brojeva vrijedi svojstvo distributivnosti prema zbrajanju i oduzimanju.
- Oblik rada:
 - individualni rad učenika
- Potrebni materijali:
 - nastavni listić sa zadacima i pitanjima za diskusiju
- Tijek aktivnosti
 - ispunjavanje nastavnih listića
 - diskusija

Primjer nastavnog listića

Izračunaj:

$$5 \cdot ((-4) + 2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(2 - 3) \cdot 7 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5 \cdot (-4) + 5 \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2 \cdot 7 - 3 \cdot 7 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-2) \cdot ((-8) + (-3)) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(4 - 3) \cdot (-8) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-2) \cdot (-8) + (-2) \cdot (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2 \cdot (-8) - 3 \cdot (-8) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$9 \cdot ((-7) + 3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(2 - 3) \cdot (-6) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$9 \cdot (-7) + 9 \cdot 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2 \cdot (-6) - 3 \cdot (-6) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Što smo u prvim zadacima svakoga para zadataka prvo radili?

Što smo u drugim zadacima svakoga para zadataka prvo radili?

Promotri rezultate u svakom paru zadataka. Ovisi li rezultat o redoslijedu računanja?

Primjer riješenog nastavnog listića

Izračunaj:

$$5 \cdot ((-4) + 2) = \underline{-10}$$

$$(2 - 3) \cdot 7 = \underline{-7}$$

$$5 \cdot (-4) + 5 \cdot 2 = \underline{-10}$$

$$2 \cdot 7 - 3 \cdot 7 = \underline{-7}$$

$$(-2) \cdot ((-8) + (-3)) = \underline{22}$$

$$(4 - 3) \cdot (-8) = \underline{-8}$$

$$(-2) \cdot (-8) + (-2) \cdot (-3) = \underline{22}$$

$$4 \cdot (-8) - 3 \cdot (-8) = \underline{-8}$$

$$9 \cdot ((-7) + 3) = \underline{-36}$$

$$(2 - 3) \cdot (-6) = \underline{6}$$

$$9 \cdot (-7) + 9 \cdot 3 = \underline{-36}$$

$$4 \cdot (-6) - 3 \cdot (-6) = \underline{6}$$

Što smo u prvim zadacima svakoga para zadataka prvo radili?

Prvo smo zbrojili brojeve u zagradi, a zatim smo taj zbroj pomnožili brojem ispred zagrade.

Što smo u drugim zadacima svakoga para zadataka prvo radili?

Prvo smo pomnožili broj ispred zagrade sa svakim brojem u zagradi te smo umnoške onda zbrojili.

Promotri rezultate u svakom paru zadataka. Ovisi li rezultat o redoslijedu računanja?

Rezultat ne ovisi o redoslijedu računanja.

Zaključak



Množenje cijelih brojeva je distributivno prema zbrajanju, tj.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \text{ za sve cijele brojeve } a, b, c \text{ i}$$

$$(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a, \text{ za sve cijele brojeve } a, b, c .$$

Množenje cijelih brojeva je distributivno prema oduzimanju, tj.

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c, \text{ za sve cijele brojeve } a, b, c \text{ i}$$

$$(b - c) \cdot a = b \cdot a - c \cdot a, \text{ za sve cijele brojeve } a, b, c .$$

Izlučivanje zajedničkog faktora

- Cilj aktivnosti:
 - učenici će otkriti da izlučivanjem zajedničkog faktora pojednostavljaju izraze te lakše i brže računaju
- Oblik rada:
 - individualni rad učenika
- Potrebni materijali:
 - nastavni listić sa zadacima i pitanjima za diskusiju
- Tijek aktivnosti
 - ispunjavanje nastavnih listića
 - diskusija

Primjer nastavnog listića

1. Izračunaj:

$$27 \cdot 358 + 27 \cdot 49 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$14 \cdot 112 - 14 \cdot 11 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$12 \cdot 13 + 12 \cdot 15 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$8 \cdot 102 - 8 \cdot 12 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$13 \cdot 99 + 13 \cdot 27 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$11 \cdot 25 - 11 \cdot 12 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$22 \cdot 18 + 22 \cdot 9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$15 \cdot 8 - 15 \cdot 14 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$21 \cdot 14 + 21 \cdot 15 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$19 \cdot 23 - 19 \cdot 27 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Na koji način ste izračunali rezultat?

Primjer nastavnog listića – nastavak (1)

2. Izračunaj:

$$(-27) \cdot 358 + (-27) \cdot 49 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-14) \cdot 112 - (-14) \cdot 11 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-12) \cdot 13 + (-12) \cdot 15 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-8) \cdot 102 - (-8) \cdot 12 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-13) \cdot 99 + (-13) \cdot 27 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$12 \cdot (-25) - 12 \cdot (-12) =$$

$$18 \cdot (-18) + (-3) \cdot (-9) =$$

$$8 \cdot (-15) - 8 \cdot (-15) =$$

$$14 \cdot (-21) + 15 \cdot (-21) =$$

$$8 \cdot (-3) - 9 \cdot (-3) =$$

Na koji način ste izračunali rezultat?

Primjer nastavnog listića – nastavak (2)

3. Izračunaj:

$$25 \cdot (-13) + (-13) \cdot 49 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$11 \cdot (-12) - (-12) \cdot 4 =$$

$$18 \cdot (-101) - (-101) \cdot 11 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$22 \cdot (-9) + (-9) \cdot 9 =$$

$$12 \cdot (-13) + (-13) \cdot 15 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$15 \cdot (-8) - (-8) \cdot 14 =$$

$$8 \cdot (-102) - (-102) \cdot 12 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$21 \cdot (-14) + (-14) \cdot 15 =$$

$$13 \cdot (-99) + (-99) \cdot 27 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$19 \cdot (-23) - (-23) \cdot 27 =$$

Na koji način ste izračunali rezultat?

Primjer riješenog nastavnog listića

1. Izračunaj:

$$27 \cdot 358 + 27 \cdot 49 = \underline{27 \cdot (358 + 49) = 10\,989}$$

$$14 \cdot 112 - 14 \cdot 11 = \underline{14 \cdot (112 - 14) = 1\,372}$$

$$12 \cdot 13 + 12 \cdot 15 = \underline{12 \cdot (13 + 15) = 336}$$

$$8 \cdot 102 - 8 \cdot 12 = \underline{8 \cdot (102 - 12) = 720}$$

$$13 \cdot 99 + 13 \cdot 27 = \underline{13 \cdot (99 + 27) = 1\,638}$$

$$11 \cdot 25 - 11 \cdot 12 = \underline{11 \cdot (25 - 12) = 143}$$

$$22 \cdot 18 + 22 \cdot 9 = \underline{22 \cdot (18 + 9) = 594}$$

$$15 \cdot 8 - 15 \cdot 14 = \underline{15 \cdot (8 - 14) = -90}$$

$$21 \cdot 14 + 21 \cdot 15 = \underline{21 \cdot (14 + 15) = 609}$$

$$19 \cdot 23 - 19 \cdot 27 = \underline{19 \cdot (23 - 27) = -76}$$

Mogući odgovori:

Prvo smo pomnožili brojeve pa ih onda zbrojili ili oduzeli.

Prvo smo prepoznali zajednički faktor oba umnoška. Njega smo napisali ispred zagrade, a brojeve koji su ostali u zagradi zbrojili ili oduzeli i pomnožili s tim zajedničkim faktorom.

Primjer riješenog nastavnog listića – nastavak (1)

2. Izračunaj:

$$(-27) \cdot 358 + (-27) \cdot 49 = \underline{(-27) \cdot (358 + 49) = -11\,718}$$

$$12 \cdot (-25) - 12 \cdot (-12) = \underline{(-12) \cdot (-25 + 12) = -}$$

$$(-14) \cdot 112 - (-14) \cdot 11 = \underline{(-14) \cdot (112 + 11) = -1\,722}$$

$$18 \cdot (-9) + (-3) \cdot (-9) = \underline{(-9) \cdot (18 - 3) = -}$$

$$(-12) \cdot 13 + (-12) \cdot 15 = \underline{(-12) \cdot (13 + 15) = -56}$$

$$8 \cdot (-15) - 8 \cdot (-15) = \underline{(-15) \cdot (8 - 8) = 0}$$

$$(-8) \cdot 102 - (-8) \cdot 12 = \underline{(-8) \cdot (102 - 12) = -720}$$

$$14 \cdot (-21) + 15 \cdot (-21) = \underline{(-21) \cdot (14 + 15) = -}$$

$$(-13) \cdot 99 + (-13) \cdot 27 = \underline{(-13) \cdot (99 + 27) = 1638}$$

$$8 \cdot (-3) - 9 \cdot (-3) = \underline{(-3) \cdot (8 - 9) = 3}$$

Mogući odgovori:

Prvo smo pomnožili brojeve pa ih onda zbrojili ili oduzeli.

Prvo smo prepoznali zajednički faktor oba umnoška. Njega smo napisali ispred zagrade, a brojeve koji su ostali u zagradi zbrojili ili oduzeli i pomnožili s tim zajedničkim faktorom.

Primjer riješenog nastavnog listića – nastavak (2)

3.) Izračunaj:

$$25 \cdot (-13) + (-13) \cdot 49 = \underline{(-13) \cdot (25 + 49) = 962}$$

$$18 \cdot (-101) - (-101) \cdot 11 = \underline{(-101) \cdot (18 - 11) = -707}$$

$$12 \cdot (-13) + (-13) \cdot 15 = \underline{(-13) \cdot (12 + 15) = -351}$$

$$8 \cdot (-102) - (-102) \cdot 12 = \underline{(-102) \cdot (8 - 12) = 418}$$

504

$$13 \cdot (-99) + (-99) \cdot 27 = \underline{(-99) \cdot (13 + 27) = 3\,960}$$

$$11 \cdot (-12) - (-12) \cdot 4 = \underline{(-12) \cdot (11 - 4) = -84}$$

$$22 \cdot (-9) + (-9) \cdot 9 = \underline{(-9) \cdot (22 + 9) = 279}$$

$$15 \cdot (-8) - (-8) \cdot 14 = \underline{(-8) \cdot (15 - 14) = -8}$$

$$21 \cdot (-14) + (-14) \cdot 15 = \underline{(-14) \cdot (21 + 15) = }$$

$$9 \cdot (-23) - (-23) \cdot 27 = \underline{(-23) \cdot (9 - 27) = 414}$$

Mogući odgovori:

Prvo smo pomnožili brojeve pa ih onda zbrojili ili oduzeli.

Prvo smo prepoznali zajednički faktor oba umnoška. Njega smo napisali ispred zagrade, a brojeve koji su ostali u zagradi zbrojili ili oduzeli i pomnožili s tim zajedničkim faktorom.

Zaključak



Primjenom distributivnosti množenja prema zbrajanju izlučujemo zajednički faktor a , tj. zajednički faktor a smo stavili pred zagradu u kojoj je zbroj pribrojnika b i c

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c), \text{ za sve cijele brojeve } a, b \text{ i } c$$

Aktivnosti za uvježbavanje množenja cijelih brojeva

- Dan – noć za uvježbavanje predznaka
- Matematički bingo
- Matematički lanac
- Križić– kružić



Dan – noć (2)

- Tijek aktivnosti:
 - na početku aktivnosti, svi učenici stoje
 - ako učitelj izgovori zadatak čije je rješenje pozitivno, učenici trebaju ustati
 - ako učitelj izgovori zadatak čije je rješenje negativno, učenici trebaju čučnuti
 - tko pogriješi, ispada iz igre
 - igra se dok ne dobijemo pobjednika koji je ostao stajati
- Napomena:
 - upute za ovu aktivnost učitelj treba napisati na ploču.
 - aktivnost se treba odvijati u brzom tempu.



Dan – noć (3)

Primjer niza zadatka:

$1 \cdot 2$	$7 \cdot (-4)$	$3 \cdot 1$	$(-3) \cdot 1$	$4 \cdot 2$	$(-4) \cdot 2$	$7 \cdot 1$	$(-7) \cdot 1$	$9 \cdot 9$	$(-9) \cdot 9$
$2 \cdot 8$	$1 \cdot (-2)$	$9 \cdot 3$	$(-1) \cdot 3$	$2 \cdot 4$	$(-2) \cdot 4$	$(-1) \cdot (-7)$	$7 \cdot (-1)$	$(-9) \cdot (-9)$	$9 \cdot (-9)$
$(-4) \cdot (-2)$	$(-2) \cdot 8$	$(-9) \cdot (-3)$	$9 \cdot (-3)$	$(-4) \cdot (-1)$	$4 \cdot (-2)$	$2 \cdot 7$	$(-2) \cdot 7$	$9 \cdot 8$	$(-9) \cdot 8$
$8 \cdot 2$	$4 \cdot (-2)$	$4 \cdot 3$	$4 \cdot (-3)$	$(-1) \cdot (-4)$	$(-4) \cdot (-4)$	$(-7) \cdot (-2)$	$2 \cdot (-7)$	$(-6) \cdot (-9)$	$9 \cdot (-8)$
$9 \cdot 4$	$(-8) \cdot 2$	$(-5) \cdot (-3)$	$(-4) \cdot 3$	$4 \cdot 4$	$(-5) \cdot 5$	$(-2) \cdot (-7)$	$(-3) \cdot 7$	$(-7) \cdot (-9)$	$(-7) \cdot 9$
$(-8) \cdot (-2)$	$(-9) \cdot 4$	$(-3) \cdot (-5)$	$5 \cdot (-3)$	$(-4) \cdot (-4)$	$5 \cdot (-6)$	$3 \cdot 7$	$(-7) \cdot 3$	$9 \cdot 7$	$7 \cdot (-9)$
$(-9) \cdot (-2)$	$4 \cdot (-9)$	$11 \cdot 2$	$(-5) \cdot 3$	$5 \cdot 5$	$(-5) \cdot 6$	$(-7) \cdot (-3)$	$(-8) \cdot 4$	$(-6) \cdot (-9)$	$6 \cdot (-9)$
$10 \cdot 2$	$8 \cdot (-2)$	$3 \cdot 11$	$11 \cdot (-2)$	$(-5) \cdot (-5)$	$(-5) \cdot 8$	$8 \cdot 4$	$4 \cdot (-8)$	$6 \cdot 9$	$8 \cdot (-7)$
$2 \cdot 9$	$(-9) \cdot 2$	$(-4) \cdot (-8)$	$(-2) \cdot 11$	$5 \cdot 6$	$5 \cdot (-8)$	$(-8) \cdot (-4)$	$9 \cdot (-4)$	$(-5) \cdot (-9)$	$(-5) \cdot 9$
$(-7) \cdot (-2)$	$(-10) \cdot 2$	$5 \cdot 9$	$4 \cdot (-1)$	$(-6) \cdot (-5)$	$5 \cdot (-2)$	$4 \cdot 9$	$(-9) \cdot 4$	$9 \cdot 5$	$9 \cdot (-5)$

Stupci obojani crvenom imaju pozitivno rješenje a stupci obojani plavom negativno.

Matematički bingo

- Cilj aktivnosti:
 - učenici će uvježbati množenje cijelih brojeva
- Oblik rada:
 - zajednička aktivnost za cijeli razred
- Potreban materijal:
 - prazan “Bingo” listić za svakog učenika
 - ispisana lista svih cijelih brojeva od -15 do 15 za voditelja igre (za kontrolu igre)
 - 31 kartica s po jednim zadatkom čije je jedinstveno rješenje cijeli broj od -15 do 15 (rješenja su različita, tj. zastupljeno je svih 31 brojeva)



Matematički bingo (2)

Primjer prazne bingo kartice za svakog igrača

Matematički bingo (3)

- Tijek igre:
 - svaki igrač kemijskom olovkom po volji svoj “Bingo” listić ispuni različitim cijelim brojevima od -15 do 15 (njih 25)
 - primjer popunjenog “Bingo” listića:

5	2	0	1	-3
8	-4	-14	5	6
9	10	15	13	-5
-10	-12	10	-6	3
-8	-9	4	-1	-2

Matematički bingo (4)

- Tijek igre (nastavak):
 - voditelj igre nasumice izvlači karticu sa zadatkom i zadatak zapisuje na ploču (ili čita naglas)
 - svaki učenik samostalno rješava postavljeni zadatak i njegovo rješenje (koje je cijeli broj od -15 do 15) zaokružuje na svom "Bingu" listiću, ako na njemu postoji taj broj
 - voditelj igre izvlači novu karticu sa zadatkom itd.
 - pobjednik je učenik koji prvi na svom listiću ima sve zaokružene brojeve u jednom retku, stupcu ili na dijagonali



Matematički bingo (5)

Primjer listića sa zadacima

$(-5) \cdot 3 =$	$3 \cdot (-3) =$	$(-4) \cdot 1 =$	$(-1) \cdot (-3) =$	$(-1) \cdot (-13) =$
$(-4) \cdot (-3) =$	$2 \cdot (-3) =$	$(-2) \cdot 3 =$	$(-7) \cdot (-1) =$	$1 \cdot (-3) =$
$(2) \cdot (0) =$	$(-5) \cdot (-2) =$	$(-2) \cdot 4 =$	$(-1) \cdot (-11) =$	$(-2) \cdot 5 =$
$(-3) \cdot (-3) =$	$4 \cdot (-3) =$	$(-4) \cdot (-3) =$	$(-1) \cdot 13 =$	$(-1) \cdot 11 =$
$(-2) \cdot 1 =$	$(-1) \cdot (-2) =$	$(-4) \cdot (-3) =$	$(-2) \cdot (-5) =$	$(-1) \cdot 7 =$
$(-1) \cdot (-4) =$				

Matematički lanac

- Cilj aktivnosti
 - aktiviranjem cijelog razreda uvježbati ili ponoviti množenje cijelih brojeva
- Oblik rada
 - zajednička aktivnost za cijeli razred
- Potreban materijal
 - 49 kartica sa zadacima, tako da svaki učenik u razredu dobije dvije kartice
 - jedna kartica za učitelja koji počinje igru.



Matematički lanac (2)

- Tijek aktivnosti:
 - na svakoj od kartica nalazi se broj te zadatak vezan uz taj broj

Ja imam (neki konkretni broj).
Tko ima (nekoliko) puta moj broj?

- rješenje svakog zadatka nalazi se na točno jednoj od preostalih kartica (rješenja su različita, kao i brojevi na karticama)

Matematički lanac (3)

- Tijek aktivnosti (nastavak):
 - svaki učenik nasumce bira određeni broj kartica sa zadacima
 - učitelj zadržava jednu karticu i počinje igru čitajući tekst sa kartice
 - svi učenici (svatko za sebe) rješavaju postavljeni zadatak, a netko od njih i na ploči (ako je potrebno)
 - učenik koji na svojoj kartici ima broj koji je rješenje zadatka nastavlja igru na isti način
 - pobjednik je učenik koji prvi “ostane bez svih kartica”
 - igra se nastavlja dok se ne riješe svi zadaci
 - ako su svi zadaci točno riješeni, rješenje zadnjega od njih je broj na učiteljevoj kartici (broj kojim je igra započela)



Matematički lanac (4)

Ja imam 10. Tko ima 15 manje?	Ja imam 15. Tko ima (-10) puta moj broj?	Ja imam -89 . Tko ima 13 manje?	Ja imam -100 . Tko ima 94 više?
Ja imam (-5) . Tko ima 9 puta moj broj?	Ja imam -150 . Tko ima 80 više?	Ja imam -102 . Tko ima 68 više?	Ja imam -6 . Tko ima 25 manje?
Ja imam (-45) . Tko ima 82 više?	Ja imam -70 . Tko ima 30 manje?	Ja imam -34 . Tko ima 14 više?	Ja imam -31 . Tko ima 3 puta moj broj?
Ja imam 37. Tko ima 40 manje?	Ja imam -100 . Tko ima 99 više?	Ja imam -20 . Tko ima 20 puta moj broj?	Ja imam -93 . Tko ima 100 više?
Ja imam (-3) . Tko ima (-5) puta moj broj?	Ja imam -1 . Tko ima 89 puta moj broj?	Ja imam -400 . Tko ima 300 više?	Ja imam 7. Tko ima 3 puta moj broj?

Matematički lanac (5)

Ja imam 21. Tko ima (-2) puta moj broj?	Ja imam 17. Tko ima 3 puta moj broj?	Ja imam -12 . Tko ima 12 puta moj broj?	Ja imam 32. Tko ima 8 više?
Ja imam -42 . Tko ima 3 puta moj broj?	Ja imam 51. Tko ima (-3) puta moj broj?	Ja imam -144 . Tko ima 137 više?	Ja imam 40. Tko ima 7 puta moj broj?
Ja imam -126 . Tko ima 255 više?	Ja imam -153 . Tko ima 200 više?	Ja imam -7 . Tko ima (-11) puta moj broj?	Ja imam 280. Tko ima 300 manje?
Ja imam 129. Tko ima (-2) puta moj broj?	Ja imam 47. Tko ima 4 puta moj broj?	Ja imam 77. Tko ima 76 manje?	Ja imam -20 . Tko ima 12 puta moj broj?
Ja imam (-258) . Tko ima 275 više?	Ja imam 188. Tko ima 200 manje?	Ja imam 1. Tko ima 32 puta moj broj?	Ja imam -240 . Tko ima 273 više?

Matematički lanac (6)

Ja imam -33 . Tko ima (-2) puta moj broj?	Ja imam -18 . Tko ima 5 puta moj broj?	Ja imam -540 . Tko ima 554 više?	Ja imam 154. Tko ima 156 manje?
Ja imam 66. Tko ima 2 puta moj broj?	Ja imam -90 . Tko ima 6 puta moj broj?	Ja imam 14. Tko ima 11 puta moj broj?	Ja imam -2 . Tko ima (-5) puta moj broj?
Ja imam 132. Tko ima 150 manje?			

Matematički križić – kružić



- Cilj aktivnosti:
 - učenici će radeći u paru, uvježbati množenje cijelih brojeva
- Oblik rada:
 - suparnički rad učenika u paru
- Potreban materijal:
 - polja za križić – kružić sa zadacima koji sadrže množenje cijelih brojeva

Matematički križić – kružić

- Tijek igre
 - prvi igrač odabire polje koje želi označiti i rješava zadatak koji piše na tom polju
 - ukoliko ga točno riješi stavlja svoj znaka (križić ili kružić)
 - točnost rješenja provjerava drugi igrač koji također rješava taj zadatak
 - ukoliko prvi igrač pogrešno riješi zadatak, igra drugi igrač, odabirući ili to polje ili bilo koje drugo polje
 - igrači naizmjenice odabiru polja i rješavaju zadatke
 - pobjednik je igrač koji osvoji tri polja u jednom redu, stupcu ili dijagonali

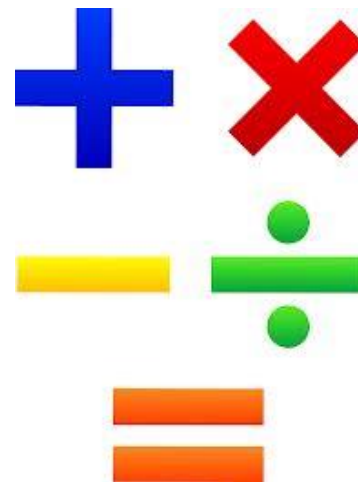


Matematički križić – kružić

Primjer nastavnog listića

$(5 - 12) \cdot 8 + (-4 \cdot 3) =$	$(-4 - 5) \cdot (8 - 9) =$	$(-14) \cdot (8 - 12) =$
$(-17) \cdot 23 - (-17 \cdot 7) =$	$(-8) \cdot (-6 - 4) =$	$11 \cdot (9 - 12) \cdot (-22 + 21) =$
$12 \cdot (-2) - 4 \cdot 8 =$	$(-4) \cdot (-4) - 8 - 9 - (-15) =$	$9 \cdot (-3) + (-4 - 3) \cdot (-2) =$

Dijeljenje cijelih brojeva



Veza s množenjem

Prisjetimo se dijeljenja prirodnih brojeva:

$$20 : 4 = 5 \text{ jer je } 5 \cdot 4 = 20$$

$$12 : 2 = 6 \text{ jer je } 6 \cdot 2 = 12$$

$$32 : 8 = 4 \text{ jer je } 4 \cdot 8 = 32$$

Aktivnost 1

- Cilj aktivnosti

Učenici će, radeći u paru, na modelima iz stvarnog svijeta otkriti kako se negativan cijeli broj dijeli pozitivnim cijelim brojem.

- Oblik rada

- diferencirana nastava, rad učenika u paru

- Potrebni materijal

- nastavni listić sa zadacima za svaki par učenika

- Tijek aktivnosti

- ispunjavanje različitih nastavnih listića te prepisivanje i rješavanje zadatka s drugog nastavnog listića; zatim ispunjavanje istog nastavnog listića za cijeli razred
- diskusija

Model duga – nastavni listić 1

Dug za vodu jedne zgrade iznosi 3 500 kn. U zgradi ima 7 stanova. Raspodijeli li se dug za vodu jednako na sve stanove, koliki je dug svakog stana?



Model duga – riješeni nastavni listić 1

Dug za vodu jedne zgrade je 3 500 kn. U zgradi ima 7 stanova. Raspodijeli li se dug za grijanje jednako na sve stanove, koliki je dug svakog stana?

Učenici će prema dosadašnjem iskustvu reći:

$$3\ 500 : 7 = 500$$

Kako bismo zapisali dug?

Dug zapisujemo negativnim brojem.

Zapisujemo:

$$(-3\ 500) : 7 = -500$$

Provjera:

$$(-500) \cdot 7 = -3\ 500$$

Dug svakog stana je 500 kuna.

Model duga – nastavni listić 2

Dug za vodu jedne zgrade je 8 088 kn. U zgradi ima 12 stanova.

Raspodijeli li se dug za grijanje jednako na sve stanove, koliki je dug svakog stana?



Model duga – riješeni nastavni listić 2

Dug za vodu jedne zgrade je 8088 kn. U zgradi ima 12 stanova. Raspodijeli li se dug za grijanje jednako na sve stanove, koliki je dug svakog stana?

Prema dosadašnjem iskustvu učenici će zaključiti sljedeće:

$$8088 : 12 = 674$$

Kako bismo zapisali dug?

Dug zapisujemo negativnim brojem.

Zapisujemo:

$$(-8\ 088) : 12 = -674$$

Provjera:

$$(-674) \cdot 12 = -8\ 088$$

Dug svakog stana je 674 kune.

Model dubine – nastavni listić 1

U bunar dubine 35 m s vremenom se nakupilo mulja i pijeska, tako da se dubina bunara smanjila 5 puta. Kolika je nova dubina bunara?



Model dubine – riješeni nastavni listić 1

U bunar dubine 35 m s vremenom se nakupilo mulja i pijeska tako da se dubina bunara smanjila 5 puta. Kolika je nova dubina bunara?

Prema dosadašnjem iskustvu učenici će zaključiti:

$$35 : 5 = 7$$

Kako bismo zapisali dug?

Dug zapisujemo negativnim brojem.

Zapisujemo:

$$(-35) : 5 = -7$$

Provjera:

$$(-7) \cdot 5 = -35$$

Nova dubina bunara je 7 metara.

Model dubine – nastavni listić 2

Jama dubine 660 m urušila se tako da joj je dubina nakon urušavanja 5 puta manja. Kolika je dubina jame nakon urušavanja.



Model dubine – riješeni nastavni listić 2

Jama dubine 660 m urušila se tako da joj je dubina nakon urušavanja 5 puta manja. Kolika je dubina jame nakon urušavanja?

Prema dosadašnjem iskustvu učenici će zaključiti:

$$660 : 5 = 132$$

Kako bismo zapisali dug?

Dug zapisali negativnim brojem.

Zapisujemo:

$$(-660) : 5 = -132$$

Provjera:

$$(-132) \cdot 5 = -660$$

Nova dubina jame je 132 metra.

Nastavni listić za cijeli razred

Podijeli i rezultat provjeri množenjem:

$$(-3\,500) : 7 = \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{jer je } \underline{\hspace{2cm}} \cdot 7 = -3\,500$$

$$(-450) : 9 = \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{jer je } \underline{\hspace{2cm}} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-35) : 5 = \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{jer je } \underline{\hspace{2cm}} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-660) : 5 = \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{jer je } \underline{\hspace{2cm}} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Što uočavaš? Kakav je predznak količnika ako je djeljenik negativan, a djelitelj pozitivan cijeli broj?

Pokušaj napisati pravilo za dijeljenje negativnog cijelog broja prirodnim brojem:

Riješeni nastavni listić za cijeli razred

Podijeli i rezultat provjeri množenjem:

$$(-3500) : 7 = \underline{-500} \quad \text{jer je} \quad \underline{(-500)} \cdot \underline{7} = \underline{-3500}$$

$$(-450) : 9 = \underline{-50} \quad \text{jer je} \quad \underline{(-50)} \cdot \underline{9} = \underline{-450}$$

$$(-35) : 5 = \underline{-7} \quad \text{jer je} \quad \underline{(-7)} \cdot \underline{5} = \underline{-35}$$

$$(-660) : 5 = \underline{-132} \quad \text{jer je} \quad \underline{(-132)} \cdot \underline{5} = \underline{-660}$$

Što uočavaš? Kakav je predznak količnika ako je djeljenik negativan, a djelitelj pozitivan cijeli broj?

Količnik je negativan.

Pokušaj napisati pravilo za dijeljenje negativnog cijelog broja prirodnim brojem:

Negativan cijeli broj dijelimo pozitivnim cijelim brojem tako da podijelimo njihove apsolutne vrijednosti i njihovom količniku dopišemo negativan predznak.

Zaključak

Negativni cijeli broj dijeli se pozitivnim cijelim brojem tako da se podijele njihove apsolutne vrijednosti, a rezultatu se dopiše negativan predznak.



Aktivnost 2

- Cilj aktivnosti

Učenici će, radeći u paru, otkriti kako se pozitivan cijeli broj dijeli negativnim cijelim brojem.

- Oblik rada

- diferencirana nastava, rad učenika u paru

- Potrebni materijal

- nastavni listić sa zadacima za svaki par učenika pri čemu svaku učenik radi na svojem zadatku

- Tijek aktivnosti

- ispunjavanje različitih nastavnih listića te prepisivanje i rješavanje zadatka s drugog nastavnog listića
- diskusija

Nastavni listić 1

Dopuni sljedeće jednakosti:

$$(-25) \cdot (-3) = 75 \qquad 75 : (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-14) \cdot (-2) = 28 \qquad 28 : (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-32) \cdot (-3) = 96 \qquad 96 : (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-15) \cdot (-4) = 60 \qquad 60 : (-4) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-22) \cdot (-5) = 110 \qquad 110 : (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Što uočavaš? Kakvog je predznaka količnik ako je djeljenik pozitivan, a djelitelj negativan?

Pokušaj napisati pravilo.

Nastavni listić 2

Dopuni sljedeće jednakosti

$14 \cdot (-3) = 42 \qquad 42 : (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$

$21 \cdot (-4) = 84 \qquad 84 : (-4) = \underline{\hspace{2cm}}$

$12 \cdot (-8) = 96 \qquad 96 : (-8) = \underline{\hspace{2cm}}$

$19 \cdot (-3) = 57 \qquad 57 : (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$

$17 \cdot (-2) = 34 \qquad 34 : (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$

Što uočavaš? Kakvog je predznaka količnik ako je djeljenik pozitivan, a djelitelj negativan?

Pokušaj napisati pravilo.

Riješeni nastavni listić 1

Dopuni sljedeće jednakosti:

$$25 \cdot (-3) = 75$$

$$75 : (-3) = \underline{-25}$$

$$14 \cdot (-2) = 28$$

$$28 : (-2) = \underline{-14}$$

$$32 \cdot (-3) = 96$$

$$96 : (-3) = \underline{-32}$$

$$15 \cdot (-4) = 60$$

$$60 : (-4) = \underline{-15}$$

$$22 \cdot (-5) = 110$$

$$110 : (-5) = \underline{-22}$$

Što uočavaš? Kakvog je predznaka količnik ako je djeljenik pozitivan, a djelitelj negativan?
Količnik je negativan.

Pokušaj napisati pravilo:

Pozitivan cijeli broj dijelimo negativnim cijelim brojem tako da podijelimo njihove apsolutne vrijednosti i rezultatu dopišemo negativan predznak.

Riješeni nastavni listić 2

Dopuni sljedeće jednakosti

$$14 \cdot (-3) = 42$$

$$42 : (-3) = \underline{-14}$$

$$21 \cdot (-4) = 84$$

$$84 : (-4) = \underline{-21}$$

$$12 \cdot (-8) = 96$$

$$96 : (-8) = \underline{-12}$$

$$19 \cdot (-3) = 57$$

$$57 : (-3) = \underline{-19}$$

$$17 \cdot (-2) = 34$$

$$34 : (-2) = \underline{-17}$$

Što uočavaš? Kakvog je predznaka količnik ako je djeljenik pozitivan, a djelitelj negativan?

Količnik je negativan cijeli broj.

Pokušaj napisati pravilo:

Pozitivan cijeli broj dijelimo negativnim cijelim brojem tako da podijelimo njihove apsolutne vrijednosti i rezultatu dopišemo negativan predznak.

Zaključak

Pozitivan cijeli broj dijeli se negativnim cijelim brojem tako da se podijele njihove apsolutne vrijednosti, a rezultatu se dopiše negativan predznak.



Aktivnost 3

- Cilj aktivnosti

Učenici će radeći u paru otkriti kako se negativan cijeli broj dijeli negativnim cijelim brojem.

- Oblik rada

- diferencirana nastava, rad učenika u paru

- Potrebni materijal

- nastavni listić sa zadacima za svaki par učenika pri čemu svaki učenik radi na svojem zadatku

- Tijek aktivnosti

- ispunjavanje različitih nastavnih listića te prepisivanje i rješavanje zadatka s drugog nastavnog listića
- diskusija

Nastavni listić 1

Dopunite sljedeće jednakosti:

$$5 \cdot (-3) = -15 \qquad (-15) : (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$7 \cdot (-5) = -35 \qquad (-35) : (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$8 \cdot (-2) = -16 \qquad (-16) : (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4 \cdot (-8) = -32 \qquad (-32) : (-8) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3 \cdot (-9) = -27 \qquad (-27) : (-9) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Što uočavaš? Kakvog je predznaka količnik ako su i djeljenik i djeliteľ negativni cijeli brojevi?

Pokušaj napisati pravilo.

Nastavni listić 2

Dopuni sljedeće jednakosti:

$$8 \cdot (-3) = -24 \qquad (-24) : (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$6 \cdot (-9) = -54 \qquad (-54) : (-9) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$8 \cdot (-9) = -72 \qquad (-72) : (-9) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2 \cdot (-9) = -18 \qquad (-18) : (-9) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$7 \cdot (-8) = -56 \qquad (-56) : (-8) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Što uočavaš? Kakvog je predznaka količnik ako su i djeljenik i djelitelj negativni cijeli brojevi?

Pokušaj napisati pravilo.

Riješeni nastavni listić 1

Dopuni sljedeće jednakosti:

$$5 \cdot (-3) = -15$$

$$(-15) : (-3) = \underline{5}$$

$$7 \cdot (-5) = -35$$

$$(-35) : (-5) = \underline{7}$$

$$8 \cdot (-2) = -16$$

$$(-16) : (-2) = \underline{8}$$

$$4 \cdot (-8) = -32$$

$$(-32) : (-8) = \underline{4}$$

$$3 \cdot (-9) = -27$$

$$(-27) : (-9) = \underline{3}$$

Što uočavaš? Kakvog je predznaka količnik ako su i djeljenik i djelitelj negativni cijeli brojevi?

Količnik je pozitivan cijeli broj.

Pokušaj napisati pravilo.

Negativan cijeli broj dijelimo negativnom cijelim brojem tako da podijelimo njihove apsolutne vrijednosti.

Riješeni nastavni listić 2

Dopuni sljedeće jednakosti:

$$8 \cdot (-3) = -24$$

$$(-24) : (-3) = \underline{8}$$

$$6 \cdot (-9) = -54$$

$$(-54) : (-9) = \underline{6}$$

$$8 \cdot (-9) = -72$$

$$(-72) : (-9) = \underline{8}$$

$$2 \cdot (-9) = -18$$

$$(-18) : (-9) = \underline{2}$$

$$7 \cdot (-8) = -56$$

$$(-56) : (-8) = \underline{7}$$

Što uočavaš? Kakvog je predznaka količnik ako su i djeljenik i djelitelj negativni cijeli brojevi?

Količnik je pozitivan cijeli broj.

Pokušaj napisati pravilo.

Negativan cijeli broj dijelimo negativnom cijelim brojem tako da podijelimo njihove apsolutne vrijednosti.

Zaključak

Negativan cijeli broj dijeli se negativnim cijelim brojem tako da se podijele njihove apsolutne vrijednosti.



Dijeljenje kao uzastopno oduzimanje

- Cilj aktivnosti
 - Učenici će, radeći u paru, otkriti pravilo za dijeljenje negativnog cijelog broja negativnim cijelim brojem kao uzastopno oduzimanje cijelog broja.
- Oblik rada
 - diferencirana nastava, rad učenika u paru
- Potrebni materijali
 - nastavni listić za svaki par učenika
- Tijek aktivnosti
 - ispunjavanje nastavnih listića u parovima
 - diskusija

Nastavni listić 1

Oduzmi:

1.) $8 - 4 - 4 =$

Čemu je jednak rezultat? _____

Koliko smo puta od broja 8 oduzeli broj (-4) ? _____

Kako bismo mogli kraće zapisati: $8 - 4 - 4$? _____

2.) $(-8) - (-4) - (-4) =$ _____

Čemu je jednak rezultat? _____

Koliko smo puta od broja (-8) oduzeli broj (-4) ? _____

Kako bismo mogli kraće zapisati: $(-8) - (-4) - (-4)$? _____

Nastavni listić 1 – nastavak (1)

Na isti način podijeli sljedeće brojeve:

$$(-20) : (-5) =$$

$$(-32) : (-8) =$$

Kakav je količnik ako su i djeliteľ i djeljenik negativni cijeli brojevi?

Napiši pravilo za dijeljenje negativnog cijelog broja negativnim cijelim brojem.

Nastavni listić 2

Oduzmi:

1.) $9 - 3 - 3 - 3 =$ _____

Koliki je rezultat? _____

Koliko smo puta od broja 9 oduzeli broj (-3) ? _____

Kako bismo kraće zapisali : $(-9) - (-3) - (-3) - (-3)$? _____

Na isti način oduzmi:

2.) $(-9) - (-3) - (-3) - (-3) =$ _____

Koliki je rezultat? _____

Koliko smo puta od broja (-9) oduzeli broj (-3) ? _____

Kako bismo kraće zapisali: $(-9) - (-3) - (-3) - (-3)$? _____

Nastavni listić 2 - nastavak

2.) $30 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

Koliki je rezultat? _____

Koliko smo puta od broja (-30) oduzeli broj (-5) ? _____

Kako bismo kraće zapisali : $30 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5$? _____

Na isti način oduzmi:

$$(-30) - (-5) - (-5) - (-5) - (-5) - (-5) - (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Koliki je rezultat? _____

Koliko smo puta od broja (-30) oduzeli broj (-5) ? _____

Kako bismo zapisali kraće: $(-30) - (-5) - (-5) - (-5) - (-5) - (-5) - (-5)$? _____

Nastavni listić 2 – nastavak (1)

Na isti način podijeli sljedeće brojeve:

$$(-36) : (-6) =$$

$$(-24) : (-6) =$$

Kakav je količnik ako su i djeliteľ i djeljenik negativni cijeli brojevi?

Napiši pravilo za dijeljenje negativnog cijelog broja negativnim cijelim brojem.

Riješeni nastavni listić 1

Oduzmi:

1.) $8 - 4 - 4 =$

Čemu je jednak rezultat? 0.

Koliko smo puta od broja (-8) oduzeli broj (-4) ? 2 puta.

Kako bismo mogli kraće zapisati: $8 - 4 - 4$? $8 : 4 = 2$

Na isti način oduzmi:

$(-8) - (-4) - (-4) =$ 0.

Čemu je jednak rezultat? 0.

Koliko smo puta od broja (-8) oduzeli broj (-4) ? 2 puta

Kako bismo mogli kraće zapisati: $(-8) - (-4) - (-4)$? $(-8) : (-4) = 2$

Riješeni nastavni listić 1 – nastavak

Na isti način podijeli sljedeće brojeve:

$$(-20) : (-5)$$

$$(-20) - (-5) - (-5) - (-5) - (-5) = 0$$

Od broja (-20) moramo 4 puta oduzeti broj (-5) . Zato je

$$(-20) : (-5) = 4.$$

$$(-32) : (-8)$$

$$(-32) - (-8) - (-8) - (-8) - (-8) = 0$$

Od broja (-32) moramo 4 puta oduzeti broj (-8) da bismo dobili 0. Zato je $(-32) : (-8) = 4$.

Kakav je količnik ako su i djelitelj i djeljenik negativni cijeli brojevi?

Količnik je pozitivan.

Napiši pravilo za dijeljenje negativnog cijelog broja negativnim cijelim brojem.

Negativan cijeli broj dijelimo negativnim cijelim brojem tako da podijelimo njihove apsolutne vrijednosti

Riješeni nastavni listić 2

Oduzmi:

1.) $12 - 4 - 4 - 4 = \underline{0}$

Koliki je rezultat? 0

Koliko smo puta od broja 12 oduzeli broj 4 ? 3 puta

Kako bismo kraće zapisali : $12 - 4 - 4 - 4$? $12 : 4 = 3$

Na isti način oduzmi:

$(-12) - (-4) - (-4) - (-4) = \underline{0.}$

Koliki je rezultat? 0.

Koliko smo puta od broja (-12) oduzeli broj (-4) ? 3 puta .

Kako bismo kraće zapisali: $(-12) - (-4) - (-4) - (-4)$? $(-12) : (-4) = 3$

Riješeni nastavni listić 2 – nastavak

Na isti način podijeli sljedeće brojeve:

$$(-36) : (-6)$$

$$(-36) - (-6) - (-6) - (-6) - (-6) - (-6) - (-6) = 0$$

Od broja (-36) moramo 6 puta oduzeti broj (-6) da bismo dobili 0

Zato je: $(-36) : (-6) = 6$.

$$(-24) : (-6)$$

$$(-24) - (-6) - (-6) - (-6) - (-6) = 0$$

Od broja (-24) moramo 4 puta oduzeti broj (-6) da bismo dobili 0

Zato je $(-24) : (-6) = 4$.

Kakav je količnik ako su i djelitelj i djeljenik negativni cijeli brojevi?

Količnik je pozitivan.

Napiši pravilo za dijeljenje negativnog cijelog broja negativnim cijelim brojem.

Negativan cijeli broj dijelimo negativnim cijelim brojem tako da podijelimo njihove apsolutne

Zaključak

Negativan cijeli broj dijelimo negativnim cijelim brojem tako da podijelimo njihove apsolutne vrijednosti.



Aktivnost 4

- Cilj aktivnosti
 - Učenici će, radeći u paru, otkriti čemu je jednak količnik nule i negativnog cijelog broja.
- Oblik rada
 - Individualni rad učenika.
- Potrebni materijali
 - nastavni listić sa zadacima za svaki par učenika pri čemu svaki učenik radi na svojim zadacima
- Tijek aktivnosti
 - ispunjavanje različitih nastavnih listića te prepisivanje i rješavanje zadataka s drugog nastavnog listića
 - diskusija

Nastavni listić

Podijeli:

$$0 \cdot 3 = 0$$

$$0 : 3 = \underline{\quad}$$

$$0 \cdot 2 = 0$$

$$0 : 2 = \underline{\quad}$$

$$0 \cdot (-5) = 0$$

$$0 : (-5) = \underline{\quad}$$

$$0 \cdot (-55) = 0$$

$$0 : (-55) = \underline{\quad}$$

$$0 \cdot (-125) = 0$$

$$0 : (-125) = \underline{\quad}$$

Što uočavaš? _____

Napiši pravilo za dijeljenje nule i negativnog cijelog broja.

Riješeni nastavni listić 1

Podijeli:

$$0 \cdot 3 = 0$$

$$0 : 3 = \underline{0}$$

$$0 \cdot 2 = 0$$

$$0 : 2 = \underline{0}$$

$$0 \cdot (-5) = 0$$

$$0 : (-5) = \underline{0}$$

$$0 \cdot (-55) = 0$$

$$0 : (-55) = \underline{0}$$

$$0 \cdot (-125) = 0$$

$$0 : (-125) = \underline{0}$$

Što uočavaš? Rezultat je uvijek nula.

Napiši pravilo za dijeljenje nule i negativnog cijelog broja.

Količnik nule i negativnog cijelog broja uvijek je nula.

Zaključak

Količnik nule i svakog negativnog cijelog broja različitog od nule jednak je nuli.



Dijeljenje nulom

- Primjer:

Marko želi podijeliti 30 bombona svojim prijateljima iz razreda. Kada Marko dođe u učionicu shvati da nema nikoga. Sada se Marko pita kako će podijeliti ove bombone kada nema kome podijeliti, a sebi ne želi ostaviti niti jedan bombon.

- Kako će Marko podijeliti 30 bombona?
- Hoće li uopće uspjeti? Pritom sebi ne smije ostaviti niti jedan bombon.



Dijeljenje nulom (2)

- Cilj aktivnosti:
 - učenici će otkriti da se nulom ne dijeli
- Oblik rada:
 - individualni rad učenika
- Potrebni materijali:
 - nastavni listić sa zadacima i pitanjima za diskusiju
- Tijek aktivnosti
 - ispunjavanje nastavnih listića u parovima
 - diskusija

Primjer nastavnog listića

Odredi sljedeće količnike i provjeri rezultat množenjem:

$$0 : (-5) = \quad \text{jer je} \quad _ \cdot (-5) = 0$$

$$0 : 7 = \quad \text{jer je} \quad _ \cdot 7 = 0$$

$$16 : 0 = \quad \text{jer je} \quad _ \cdot 0 = 16$$

$$(-5) : 0 = \quad \text{jer je} \quad _ \cdot 0 = (-5)$$

$$0 : 0 = \quad \text{jer je} \quad _ \cdot 0 = 0$$

Koliko iznosi količnik pri dijeljenju nule s cijelim brojem različitim od nule?

Možemo li dijeliti cijeli broj nulom?

Možemo li nulu dijeliti nulom?

Primjer riješenog nastavnog listića

Odredi sljedeće količnike i provjeri rezultat množenjem:

$0 : (-5) = \underline{0}$	jer je	$0 \cdot (-5) = \underline{0}$
$0 : 7 = \underline{0}$	jer je	$0 \cdot 7 = \underline{0}$
$16 : 0 = \underline{?}$	jer je	$\underline{?} \cdot 0 = \underline{16}$
$(-5) : 0 = \underline{?}$	jer je	$\underline{?} \cdot 0 = \underline{(-5)}$
$0 : 0 = \underline{?}$	jer je	$\underline{?} \cdot 0 = \underline{0}$

Koliko iznosi količnik pri dijeljenju nule s cijelim brojem različitim od nule?

Količnik se ne mijenja, uvijek je 0.

Možemo li dijeliti cijeli broj nulom?

Ne možemo jer prilikom provjere množenje uočavamo da ne postoji cijeli broj koji pri množenju

nulom daje cijeli broj različit od nula.

Možemo li nulu dijeliti nulom?

Ne možemo jer prilikom provjere množenjem uočavamo da bilo koji broj pomnožen nulom

Dijeljenje nulom

- Primjer:

Marko želi podijeliti 30 bombona svojim prijateljima iz razred. Kada Marko dođe u učionicu shvati da nema nikoga. Sada se Marko pita kako će podijeliti ove bombone kada nema kome podijeliti, a sebi ne želi ostaviti niti jedan bombon.

- Kako će Marko podijeliti 30 bombona?
- Hoće li uopće uspjeti? Pritom sebi ne smije ostaviti niti jedan bombon.

Marko ne može podijeliti 30 bombona svojim prijateljima iz razreda jer nema kome podijeliti, a sebi ne smije ostaviti niti jedan bombon.



Zaključak



Količnik nule i bilo kojeg cijelog broja, različitog od nule, jest nula.

Dijeljenje nulom nema smisla.

Tablica predznaka

- Cilj aktivnosti:
 - Učenici će popuniti tablicu predznaka za dijeljenje cijelih brojeva na temelju otkrivenih pravila.
- Oblik rada:
 - individualni rad učenika
- Potrebni materijali:
 - bilježnica .
- Tijek aktivnosti
 - popunjavanje tablice predznaka

Tablica predznaka

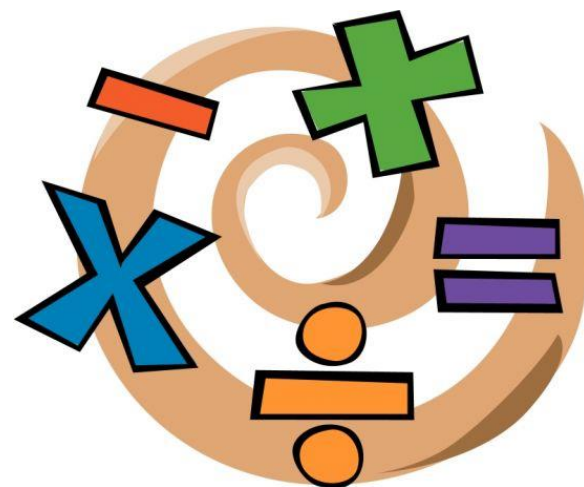
Ispunite tablicu predznaka pri dijeljenju cijelih brojeva u bilježnicu.

:	+	0	–
+			
0			
–			

Ispunjena tablica predznaka

:	+	0	−
+	+	nemoguće	−
0	0	neodređeno	0
−	−	nemoguće	+





Svojstva dijeljenja cijelih brojeva

Aktivnost 5

- Cilj aktivnosti
 - Učenici će, radeći u paru, otkriti da za dijeljenje cijelih brojeva ne vrijedi svojstvo kumulativnosti.
- Oblik rada
 - diferencirana nastava, rad učenika u paru
- Potrebni materijali
 - nastavni listić sa zadacima za svaki par učenika pri čemu svaki učenik radi na svojim zadacima
- Tijek aktivnosti
 - ispunjavanje različitih nastavnih listića te prepisivanje i rješavanje zadataka s drugog nastavnog listića
 - diskusija

Nastavni listić 1

Podijeli:

$$(-12) : 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3 : (-12) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$8 : (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-2) : 8 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$16 : (-4) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-4) : 16 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$25 : (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-5) : 25 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-48) : (-8) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-8) : (-48) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Usporedi rezultate u svakom redu. Što uočavaš? Mijenja li se rezultat dijeljenja kada djeljenik i djelitelj zamijene mjesta?

Nastavni listić 2

Podijeli:

$$(-8) : 2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2 : (-8) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$12 : (-4) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-4) : 12 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$21 : (-7) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-7) : 21 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$36 : (-6) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-6) : 36 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-56) : (-8) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-8) : (-56) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Usporedi rezultate u svakom redu. Što uočavaš? Mijenja li se rezultat dijeljenja kada djeljenik
i

djelitelj zamijene mjesta?

Riješeni nastavni listić 1

Podijeli:

$$(-12) : 3 = \underline{-4}$$

$$3 : (-12) \text{ nije cijeli broj}$$

$$8 : (-2) = \underline{-4}$$

$$(-2) : 8 \text{ nije cijeli broj}$$

$$16 : (-4) = \underline{-4}$$

$$(-4) : 16 \text{ nije cijeli broj}$$

$$25 : (-5) = \underline{-5}$$

$$(-5) : 25 \text{ nije cijeli broj}$$

$$(-48) : (-8) = \underline{6}$$

$$(-8) : (-48) \text{ nije cijeli broj}$$

Usporedi rezultate u svakom redu. Što uočavaš? Mijenja li se rezultat dijeljenja ako djeljenik i djelitelj zamijene mjesta?

Rezultati nisu jednaki ako djeljenik i djelitelj zamijene mjesta.

Riješeni nastavni listić 2

Podijeli:

$$(-8) : 2 = \underline{-4}$$

$$2 : (-8) \text{ nije cijeli broj}$$

$$12 : (-4) = \underline{-3}$$

$$(-4) : 12 \text{ nije cijeli broj}$$

$$21 : (-7) = \underline{-3}$$

$$(-7) : 21 \text{ nije cijeli broj}$$

$$36 : (-6) = \underline{-6}$$

$$(-6) : 36 \text{ nije cijeli broj}$$

$$(-56) : (-8) = \underline{7}$$

$$(-8) : (-56) \text{ nije cijeli broj}$$

Usporedi rezultate u svakom redu. Što uočavaš? Mijenja li se rezultat dijeljenja kada djeljenik
i

djelitelj zamijene mjesta?.

Rezultati nisu jednaki ako djeljenik i djelitelj zamijene mjesta.

Zaključak

Pri dijeljenju cijelih brojeva svojstvo komutativnosti općenito NE vrijedi :

$a : b \neq b : a$, za neke cijele brojeve a , b .



Opće pravilo

Količnik negativnog cijelog broja i pozitivnog cijelog broja je negativan cijeli broj.

Količnik pozitivnog cijelog broja i negativnog cijelog broja je negativan cijeli broj.

Količnika dva negativna cijela broja je pozitivan cijeli broj.

Količnik nule i bilo kojeg cijelog broja različitog od nule je uvijek nula.

Pri dijeljenju cijelih brojeva ne vrijedi svojstvo komutativnosti.

Aktivnost 6

- Cilj aktivnosti
 - Učenici će, radeći u paru, otkriti da je rezultat dijeljenja cijelog broja brojem (-1) suprotan broj tog cijelog broja.
- Oblik rada
 - Individualni rad učenika.
- Potrebni materijali
 - nastavni listić sa zadacima za svaki par učenika pri čemu svaki učenik radi na svojim zadacima
- Tijek aktivnosti
 - ispunjavanje različitih nastavnih listića te prepisivanje i rješavanje zadataka s drugog nastavnog listića
 - diskusija

Nastavni listić

Podijeli:

$$8 : (-1) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$12 : (-1) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-5) : (-1) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-32) : (-1) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Što je djeljitelj? _____

U kakvoj su vezi djeljenik i količnik? _____

Riješeni nastavni listić

Podijeli:

$$8 : (-1) = \underline{-8}$$

$$12 : (-1) = \underline{-12}$$

$$(-5) : (-1) = \underline{5}$$

$$(-32) : (-1) = \underline{32}$$

Što je djelitelj? Djelitelj je broj -1.

U kakvoj su vezi djeljenik i količnik? Djeljenik i količnik su međusobno suprotni brojevi.

Zaključak

Količnik svakoga cijelog broja a i broja (-1) jednak je suprotnom broju broja a , tj.

$a : (-1) = -a$, za svaki cijeli broj a .



Aktivnost 7

- Cilj aktivnosti
 - Učenici će, radeći u paru, otkriti da je rezultat dijeljenja cijelog broja njim samim jednak 1.
- Oblik rada
 - individualni rad učenika.
- Potrebni materijali
 - nastavni listić sa zadacima za svaki par učenika pri čemu svaki učenik radi na svojim zadacima
- Tijek aktivnosti
 - ispunjavanje različitih nastavnih listića te prepisivanje i rješavanje zadataka s drugog nastavnog listića koji je dobio njegov par
 - diskusija

Nastavni listić

Podijeli:

$$4 : 4 = \underline{\quad}$$

$$25 : 25 = \underline{\quad}$$

$$5 : 5 = \underline{\quad}$$

$$(-12) : (-12) = \underline{\quad}$$

$$(-5) : (-5) = \underline{\quad}$$

$$(-5) : (-5) = \underline{\quad}$$

Pogledaj djeljenik i djelitelj. Što uočavaš? _____

Čemu je jednak količnik? _____

Napiši pravilo dijeljenja cijelog broja samim sobom.

Riješeni nastavni listić

Podijeli:

$$4 : 4 = \underline{1}$$

$$25 : 25 = \underline{1}$$

$$5 : 5 = \underline{1}$$

$$(-12) : (-12) = \underline{1}$$

$$(-5) : (-5) = \underline{1}$$

$$(-5) : (-5) = \underline{1}$$

Pogledaj djeljenik i djelitelj. Što uočavaš? Djeljenik i djelitelj su jednaki.

Čemu je jednak količnik? Količnik je jednak 1.

Napiši pravilo dijeljenja cijelog broja samim sobom.

Ako cijeli broj podijelimo s njim samim rezultat je uvijek 1.

Zaključak

Količnik pri dijeljenju cijelog broja a ($a \neq 0$) sa samim sobom je jednak 1.



Aktivnost 8

- Cilj aktivnosti
 - Učenici će, radeći u paru, otkriti da za dijeljenje cijelih brojeva ne vrijedi svojstvo asocijativnosti.
- Oblik rada
 - diferencirana nastava, rad učenika u paru
- Potrebni materijali
 - nastavni listić sa zadacima za svaki par učenika pri čemu svaki učenik radi na svojim zadacima
- Tijek aktivnosti
 - ispunjavanje različitih nastavnih listića te prepisivanje i rješavanje zadataka s drugog nastavnog listića koji je dobio njegov par
 - diskusija

Nastavni listić 1

1. Podijeli:

$$(-24) : ((-6) : 2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-16) : ((-4) : 2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$((-24) : (-6)) : 2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$((-16) : (-4)) : 2 =$$

$$(-36) : ((-6) : 2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-18) : ((-9) : 3) =$$

$$((-36) : (-6)) : 2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$((-18) : (-9)) : 3 =$$

Što ste radili u prvom zadatku svakog para zadataka?

Što ste radili u drugom zadatku svakog para zadataka?

Što uočavaš? _____

Što je različito? _____

Nastavni listić 2

Podijeli:

$$(-8) : ((-4) : 2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-12) : ((-6) : 3) =$$

$$((-8) : (-4)) : 2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$((-12) : (-6)) : 3 =$$

$$(-16) : ((-4) : 2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-14) : ((-7) : 1) =$$

$$((-16) : (-4)) : 2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$((-14) : (-7)) : 1 =$$

Što ste radili u prvom zadatku svakog para zadataka?

Što ste radili u drugom zadatku svakog para zadataka?

Što uočavaš? _____

Što je različito? _____

Riješeni nastavni listić 1

1. Podijeli:

$$(-24) : ((-6) : 2) = \underline{(-24) : (-3) = -8}$$

$$(-16) : ((-4) : 2) = \underline{(-16) : (-2) = 8}$$

$$((-24) : (-6)) : 2 = \underline{4 : 2 = 2}$$

$$((-16) : (-4)) : 2 = \underline{4 : 2 = 2}$$

$$(-36) : ((-6) : 2) = \underline{(-36) : (-3) = 12}$$

$$(-18) : ((-9) : 3) = \underline{(-18) : (-3) = 6}$$

$$((-36) : (-6)) : 2 = \underline{6 : 2 = 3}$$

$$((-18) : (-9)) : 3 = \underline{2 : 3 = \text{nije cijeli broj}}$$

Što ste radili u prvom zadatku svakog para zadataka?

Prvo smo podijelili brojeve u zagradi, a onda broj ispred zagrade podijelili s tim brojem.

Što ste radili u drugom zadatku svakog para zadataka?

Prvo smo podijelili brojeve u zagradi, a onda dobiveni broj podijelili brojem iza zagrade.

Što uočavaš? Količnici nisu jednaki.

Što je različito? Raspored zagrada.

Što izvodimo prvo? Prvo izvodimo računske operacije unutar zagrada.

Riješeni nastavni listić 2

Podijeli:

$$(-8) : ((-4) : 2) = \underline{(-8) : (-2) = 4}$$

$$(-12) : ((-6) : 3) = \underline{(-12) : (-2) = 6}$$

$$((-8) : (-4)) : 2 = \underline{2 : 2 = 1}$$

$$((-12) : (-6)) : 3 = \underline{2 : 3 = \text{nije cijeli broj}}$$

$$(-16) : ((-4) : 2) = \underline{(-16) : (-2) = 8}$$

$$(-40) : ((-20) : 5) = \underline{(-40) : (-4) = 10}$$

$$((-16) : (-4)) : 2 = \underline{4 : 2 = 2}$$

$$((-40) : (-20)) : 5 = \underline{2 : 5 = \text{nije cijeli broj}}$$

Što ste radili u prvom zadatku svakog para zadataka?

Prvo smo podijelili brojeve u zagradi, a onda broj ispred zagrade podijelili s tim brojem.

Što ste radili u drugom zadatku svakog para zadataka?

Prvo smo podijelili brojeve u zagradi, a onda dobiveni broj podijelili brojem iza zagrade.

Što uočavaš? Količnici nisu jednaki.

Što je različito? Raspored zagrada.

Što izvodimo prvo? Prvo izvodimo računske operacije unutar zagrada.

Zaključak

Svojstvo asocijativnosti dijeljenja cijelih brojeva
NE vrijedi, tj.

$a : (b : c) \neq (a : b) : c$, za sve cijele brojeve
 a, b i $c \neq 0$.



Aktivnost 9

- Cilj aktivnosti
 - Učenici će, radeći u paru, otkriti da za dijeljenje cijelih brojeva vrijedi svojstvo distributivnosti prema zbrajanju zdesna, a da ne vrijedi svojstvo distributivnosti prema zbrajanju slijeva.
- Oblik rada
 - diferencirana nastava, rad učenika u paru
- Potrebni materijali
 - nastavni listić s zadacima za svaki par učenika pri čemu svaki učenik radi na svojim zadacima
- Tijek aktivnosti
 - ispunjavanje različitih nastavnih listića te prepisivanje i rješavanje zadataka s drugog nastavnog listića koji je dobio njegov par
 - diskusija

Nastavni listić 1

Izračunaj:

$$60 : ((-10) + 5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$24 : (3 + (-4)) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$60 : (-10) + 60 : 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$24 : 3 + 24 : (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$30 : ((-10) - 5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$32 : (4 - 8)) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$30 : (-10) - 30 : 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$32 : 4 - 32 : 8 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(25 + (-20)) : (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$((-12) + 18) : 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$25 : (-5) + (-20) : (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-12) : 3 + 18 : 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(10 - (-5)) : (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$((-12) - (-18)) : 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$10 : (-5) - (-5) : (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-12) : 3 - (-18) : 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Što ste radili u prvom zadatku svakog para zadatka? _____

Što ste radili u drugom zadatku svakog para zadataka? _____

Usporedi rješenja u paru zadataka. Što uočavaš? _____

Nastavni listić 2

Izračunaj:

$$40 : ((-10) + 2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$12 : (3 + (-2)) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$40 : (-10) + 40 : 2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$12 : 3 + 12 : (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$((-16) - 4) : (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$((-25) - 15) : (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-16) : (-2) - 4 : (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-25) : (-5) - 15 : (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(12 + (-20)) : (-4) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$((-40) + 8) : 2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$12 : (-4) + (-20) : (-4) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-40) : 2 + 8 : 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(15 - (-5)) : (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$((-63) - (-3)) : 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$15 : (-5) - (-5) : (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-63) : 3 - (-3) : 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Što ste radili u prvom zadatku svakog para zadataka? _____

Što ste radili u drugom zadatku svakog para zadataka? _____

Usporedi rješenja u paru zadataka. Što uočavaš? _____

Riješeni nastavni listić 1

Izračunaj:

$$60 : ((-10) + 5) = \underline{60 : (-5)} = \underline{12}$$

$$24 : (3 + (-4)) = \underline{24 : (-1)} = \underline{-24}$$

$$60 : (-10) + 60 : 5 = \underline{-6 + 12} = \underline{6}$$

$$24 : 3 + 24 : (-2) = \underline{8 + (-12)} = \underline{-4}$$

$$30 : ((-10) - 5) = \underline{30 : (-15)} = \underline{-2}$$

$$32 : (4 - 8) = \underline{32 : (-4)} = \underline{-8}$$

$$30 : (-10) - 30 : 5 = \underline{-3 - 6} = \underline{-9}$$

$$32 : 4 - 32 : 8 = \underline{8 - 4} = \underline{4}$$

$$(25 + (-20)) : (-5) = \underline{5 : (-5)} = \underline{-1}$$

$$((-12) + 18) : 3 = \underline{6 : 3} = \underline{2}$$

$$25 : (-5) + (-20) : (-5) = \underline{-5 + 4} = \underline{-1}$$

$$(-12) : 3 + 18 : 3 = \underline{-4 + 6} = \underline{2}$$

$$(10 - (-5)) : (-5) = \underline{15 : (-5)} = \underline{-3} \quad ((-12) - (-18)) : 3 = \underline{6 : 3} = \underline{2}$$

$$10 : (-5) - (-5) : (-5) = \underline{(-2) - 1} = \underline{-3} \quad (-12) : 3 - (-18) : 3 = \underline{-4 + 6} = \underline{2}$$

Što ste radili u prvom zadatku svakog para zadataka?

Prvo smo zbrojili ili oduzeli brojeve u zagradi pa onda broj ispred zagrade podijelili tim broje.

Što ste radili u drugom zadatku svakog para zadataka?

Prvo smo broj ispred zagrade podijelili sa svaki brojem unutar zagrade i dobivene rezultate zbrojili ili oduz

Usporedi rješenja u paru zadataka. Što uočavaš? Rješenja u paru zadataka nisu jednaka.

Riješeni nastavni listić 2

Izračunaj:

$$40 : ((-10) + 2) = \underline{40 : (-5)} = \underline{-8}$$

$$12 : (3 + (-2)) = \underline{12 : 1} = \underline{12}$$

$$40 : (-10) + 40 : 2 = \underline{-4 + 20} = \underline{16}$$

$$12 : 3 + 12 : (-2) = \underline{4 + (-6)} = \underline{-2}$$

$$((-16) - 4) : (-2) = \underline{(-20) : (-2)} = \underline{10}$$

$$((-25) - 15) : (-5) = \underline{(-40) : (-5)} = \underline{8}$$

$$(-16) : (-2) - 4 : (-2) = \underline{8 + 2} = \underline{10}$$

$$(-25) : (-5) - 15 : (-5) = \underline{5 + 3} = \underline{8}$$

$$(12 + (-20)) : (-4) = \underline{(-8) : (-4)} = \underline{2}$$

$$((-40) + 8) : 2 = \underline{(-32) : 2} = \underline{-16}$$

$$12 : (-4) + (-20) : (-4) = \underline{(-3) + 5} = \underline{2}$$

$$(-40) : 2 + 8 : 2 = \underline{(-20) + 4} = \underline{-16}$$

$$(15 - (-5)) : (-5) = \underline{20 : (-5)} = \underline{-4}$$

$$((-63) - (-3)) : 3 = \underline{(-60) : 3} = \underline{-20}$$

$$15 : (-5) - (-5) : (-5) = \underline{(-3) - 1} = \underline{-4}$$

$$(-63) : 3 - (-3) : 3 = \underline{(-21) + 1} = \underline{-20}$$

Što ste radili u prvom zadatku svakog para zadataka?

Prvo smo zbrojili ili oduzeli brojeve u zagradi pa onda broj ispred zagrade podijelili tim broje.

Što ste radili u drugom zadatku svakog para zadataka?

Prvo smo broj ispred zagrade podijelili sa svaki brojem unutar zagrade i dobivene rezultate zbrojili ili oduzeli

Usporedi rješenja u paru zadataka. Što uočavaš? Rješenja u paru zadataka nisu jednaka.

Zaključak



Dijeljenje cijelih brojeva je distributivno zdesna prema zbrajanju i oduzimanju cijelih brojeva, tj.

$$(a + b) : c = a : c + b : c$$

$$(a - b) : c = a : c - b : c$$

za sve cijele brojeve a , b i $c \neq 0$.

Dijeljenje cijelih brojeva nije distributivno slijeva prema zbrajanju i oduzimanju cijelih brojeva, tj.

$$a : (b + c) \neq a : b + a : c \quad (b \neq -c)$$

$$a : (b - c) \neq a : b - a : c \quad (b \neq c)$$

ne vrijedi općenito za sve cijele brojeve a , b , i $c \neq 0$.

Veza s kurikulumom

Učenik/ca:

- izražava ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom, u skladu s dobi, različitim načinima: usmeno, pisano, vizualno i slično (Prikazivanje i komunikacija)
- saslušava i razmjenjuje matematičke ideje i objašnjenja te suradnički radi u skupinama (Prikazivanje i komunikacija)
- uspoređuje, grupira i klasificira objekte prema određenom kriteriju (Povezivanje)
- zaključuje nepotpunom indukcijom i neformalnom dedukcijom s malim brojem koraka (Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje)
- izgrađuje novo matematičko znanje rješavanjem problema (Rješavanje problema i matematičko modeliranje)
- čita, zapisuje i uspoređuje cijele brojeve (Brojevi)

Aktivnosti za uvježbavanje dijeljenja cijelih brojeva

- Dan – noć za uvježbavanje predznaka
- Matematički bingo
- Matematički lanac
- Križić– kružić



Dan – noć (2)

- Tijek aktivnosti:
 - na početku aktivnosti, svi učenici stoje
 - ako učitelj izgovori zadatak čije je rješenje pozitivno, učenici trebaju ustati
 - ako učitelj izgovori zadatak čije je rješenje negativno, učenici trebaju čučnuti
 - tko pogriješi, ispada iz igre
 - igra se dok ne dobijemo pobjednika koji je ostao stajati
- Napomena:
 - upute za ovu aktivnost učitelj treba napisati na ploču.
 - aktivnost se treba odvijati u brzom tempu.



Dan– noć (3)

Primjer niza zadatka:

12 : 3	25 : (–5)	15 : 3	20 : (–5)	81 : 9	(–21) : 7	72 : 9	(–14) : 7	72 : 8	50 : (–5)
15 : 5	24 : (–6)	20 : 5	30 : (–6)	64 : 8	(–48) : 8	56 : 8	(–40) : 8	56 : 7	60 : (–6)
21 : 7	12 : (–3)	28 : 7	9 : (–3)	35 : 7	(–27) : 9	63 : 7	(–36) : 9	63 : 9	27 : (–3)
(–15) : (–5)	4 : (–2)	(–40) : (–5)	6 : (–2)	50 : 10	(–20) : 10	20 : 10	(–40) : 10	20 : 2	50 : (–2)
(–24) : (–6)	10 : (–1)	(–24) : (–4)	13 : (–1)	54 : 6	(–18) : 6	48 : 6	(–12) : 6	48 : 8	11 : (–1)
20 : 4	10 : 2	40 : 4	18 : 2	50 : 5	18 : (–6)	10 : 5	24 : (–6)	10 : 2	18 : 2
(–40) : (–8)	(–12) : 3	(–40) : (–2)	(–15) : 3	(–2) : (–1)	14 : (–2)	(–18) : (–1)	12 : (–2)	(–18) : (–6)	(–27) : 3
32 : 8	(–12) : 4	32 : 4	(–16) : 4	(–2) : (–2)	8 : (–1)	(–8) : (–2)	1 : (–1)	(–8) : (–4)	(–24) : 4
(–10) : (–10)	(–25) : 5	(–8) : (–2)	(–15) : 5	(–9) : (–3)	15 : (–3)	(–12) : (–3)	3 : (–3)	(–12) : (–4)	(–45) : 5
(–30) : (–6)	(–24) : 6	(–30) : (–5)	(–18) : 6	(–21) : (–7)	12 : (–4)	(–28) : (–7)	4 : (–4)	(–28) : (–1)	(–6) : 6

Stupci obojani crvenom imaju pozitivno rješenje a stupci obojani plavom negativno.

Matematički bingo

- Cilj aktivnosti:
 - učenici će uvježbati dijeljenje cijelih brojeva
- Oblik rada:
 - zajednička aktivnost za cijeli razred
- Potreban materijal:
 - prazan “Bingo” listić za svakog učenika
 - ispisana lista svih cijelih brojeva od -15 do 15 za voditelja igre (za kontrolu igre)
 - 31 kartica s po jednim zadatkom čije je jedinstveno rješenje cijeli broj od -15 do 15 (rješenja su različita, tj. zastupljeno je svih 31 brojeva)



Matematički bingo (2)

Primjer prazne bingo kartice za svakog igrača

Matematički bingo (3)

- Tijek igre:
 - svaki igrač kemijskom olovkom po volji svoj “Bingo” listić ispuni različitim cijelim brojevima od -15 do 15 (njih 25)
 - primjer popunjenog “Bingo” listića:

5	2	0	1	-3
8	-4	-14	5	6
9	10	15	13	-5
-10	-12	10	-6	3
-8	-9	4	-1	-2

Matematički bingo (4)

- Tijek igre (nastavak):
 - voditelj igre nasumice izvlači karticu sa zadatkom i zadatak zapisuje na ploču (ili čita naglas)
 - svaki učenik samostalno rješava postavljeni zadatak i njegovo rješenje (koje je cijeli broj od -15 do 15) zaokružuje na svom “Bingu” listiću, ako na njemu postoji taj broj
 - voditelj igre izvlači novu karticu sa zadatkom itd.
 - pobjednik je učenik koji prvi na svom listiću ima sve zaokružene brojeve u jednom retku, stupcu ili na dijagonali



Matematički bingo (5)

Primjer listića sa zadacima

$(-30) : 2 =$	$(-63) : 7 =$	$9 : (-3) =$	$27 : 9 =$	$(-72) : (-8) =$
$28 : (-2) =$	$24 : (-3) =$	$(-4) : 2 =$	$(-16) : (-4) =$	$(-70) : (-7) =$
$(-39) : 3 =$	$(-56) \cdot 8 =$	$3 : (-3) =$	$35 : 7 =$	$(-11) : (-1) =$
$(-48) : 4 =$	$(-54) : 9 =$	$0 : (-11) =$	$(-66) : (-11) =$	$60 : 5 =$
$55 : (-5) =$	$45 : (-9) =$	$(-7) : (-7) =$	$(-56) : (-8) =$	$(-78) : (-6) =$
$60 : (-6) =$	$(-16) : 4 =$	$(-18) : (-9) =$	$(-56) : (-7) =$	$(-112) : (-8) =$
$(-30) : (-2) =$				

Matematički lanac

- Cilj aktivnosti
 - aktiviranjem cijelog razreda uvježbati i ponoviti dijeljenje cijelih brojeva
- Oblik rada
 - zajednička aktivnost za cijeli razred
- Potreban materijal
 - 49 kartica sa zadacima, tako da svaki učenik u razredu dobije dvije kartice
 - jedna kartica za učitelja koji počinje igru.



Matematički lanac (2)

- Tijek aktivnosti:
 - na svakoj od kartica nalazi se broj te zadatak vezan uz taj broj

Ja imam (neki konkretni broj).
Tko ima moj broj podjeljen sa (neki konkretni broj)?

- rješenje svakog zadatka nalazi se na točno jednoj od preostalih kartica (rješenja su različita, kao i brojevi na karticama)

Matematički lanac (3)

- Tijek aktivnosti (nastavak):
 - svaki učenik nasumce bira određeni broj kartica sa zadacima
 - učitelj zadržava jednu karticu i počinje igru čitajući tekst sa kartice
 - svi učenici (svatko za sebe) rješavaju postavljeni zadatak, a netko od njih i na ploči (ako je potrebno)
 - učenik koji na svojoj kartici ima broj koji je rješenje zadatka nastavlja igru na isti način
 - pobjednik je učenik koji prvi “ostane bez svih kartica”
 - igra se nastavlja dok se ne riješe svi zadaci
 - ako su svi zadaci točno riješeni, rješenje zadnjega od njih je broj na učiteljevoj kartici (broj kojim je igra započela)



Matematički lanac (4)

Ja imam 10. Tko ima moj broj podijeljen sa (-2) ?	Ja imam 9. Tko ima moj broj podijeljen sa 9 ?	Ja imam 32. Tko ima moj broj podijeljen sa (-4) ?	Ja imam -20 . Tko ima moj broj podijeljen sa 2 ?
Ja imam -5 . Tko ima 14 manje?	Ja imam 1. Tko ima 37 manje?	Ja imam -8 . Tko ima 27 manje?	Ja imam -10 . Tko ima moj broj podijeljen sa 5 ?
Ja imam (-24) . Tko ima moj broj podijeljen sa (-3) ?	Ja imam -36 . Tko ima moj broj podijeljen sa 4 ?	Ja imam -35 . Tko ima moj broj podijeljen sa (-5) ?	Ja imam (-2) . Tko ima 172 manje?
Ja imam 8. Tko ima 53 manje?	Ja imam -9 . Tko ima 105 više?	Ja imam 7. Tko ima 293 više?	Ja imam -174 . Tko ima moj broj podijeljen sa 2 ?
Ja imam (-45) . Tko ima moj broj podijeljen sa (-5) ?	Ja imam 96. Tko ima moj broj podijeljen sa 3 ?	Ja imam 300. Tko ima moj broj podijeljen sa (-15) ?	Ja imam -87 . Tko ima 12 više?

Matematički lanac (5)

Ja imam -75 . Tko ima moj broj podijeljen sa (-15) ?	Ja imam 3 . Tko ima 51 manje?	Ja imam 51 . Tko ima moj broj podijeljen sa (-3) ?	Ja imam -28 . Tko ima moj broj podijeljen sa 2 ?
Ja imam 5 . Tko ima 10 više?	Ja imam -48 . Tko ima moj broj podijeljen sa 8 ?	Ja imam -17 . Tko ima 17 manje?	Ja imam -14 . Tko ima moj broj podijeljen sa (-7) ?
Ja imam 15 . Tko ima moj broj podijeljen sa (-5) ?	Ja imam -6 . Tko ima moj broj podijeljen sa (-1) ?	Ja imam -34 . Tko ima moj broj podijeljen sa (-2) ?	Ja imam 2 . Tko ima 168 više?
Ja imam -3 . Tko ima 48 više?	Ja imam 6 . Tko ima 96 više?	Ja imam 17 . Tko ima 291 više?	Ja imam 170 . Tko ima moj broj podijeljen sa (-2) ?
Ja imam 45 . Tko ima moj broj podijeljen sa 15 ?	Ja imam 102 . Tko ima moj broj podijeljen sa 2 ?	Ja imam 308 . Tko ima moj broj podijeljen sa (-11) ?	Ja imam -85 . Tko ima 20 manje?

Matematički lanac (6)

Ja imam -105 . Tko ima moj broj podijeljen sa 15 ?	Ja imam 225 . Tko ima moj broj podijeljen sa 9 ?	Ja imam -16 . Tko ima moj broj podijeljen sa 4 ?	Ja imam -170 . Tko ima moj broj podijeljen sa (-17) ?
Ja imam -7 . Tko ima 661 manje?	Ja imam 25 . Tko ima 41 manje?	Ja imam -4 . Tko ima 166 manje?	Ja imam 10 .
Ja imam -675 . Tko ima moj broj podijeljen sa (-3) ?			

Matematički križić – kružić



- Cilj aktivnosti:
 - učenici će radeći u paru, uvježbati dijeljenje cijelih brojeva
- Oblik rada:
 - suparnički rad učenika u paru
- Potreban materijal:
 - polja za križić – kružić sa zadacima koji sadrže dijeljenje cijelih brojeva

Matematički križić – kružić

- Tijek igre
 - prvi igrač odabire polje koje želi označiti i rješava zadatak koji piše na tom polju
 - ukoliko ga točno riješi stavlja svoj znaka (križić ili kružić)
 - točnost rješenja provjerava drugi igrač koji također rješava taj zadatak
 - ukoliko prvi igrač pogrešno riješi zadatak, igra drugi igrač, odabirući ili to polje ili bilo koje drugo polje
 - igrači naizmjenice odabiru polja i rješavaju zadatke
 - pobjednik je igrač koji osvoji tri polja u jednom redu, stupcu ili dijagonali



Matematički križić – kružić

Primjer nastavnog listića

$0 : (-11) =$	$(-66) : (-11) =$	$60 : (-5) =$
$7 : (-7) =$	$(-56) : 8 =$	$(-78) : (-6) =$
$(-18) : (-9) =$	$56 : (-7) =$	$(-112) : 8 =$

Aktivnosti ponavljanja operacija s cijelim brojevima

- [IZAZOV CIJELIH BROJEVA.ppt](#)
- [MILIJUNAŠ, CIJELI BROJEVI.ppt](#)

