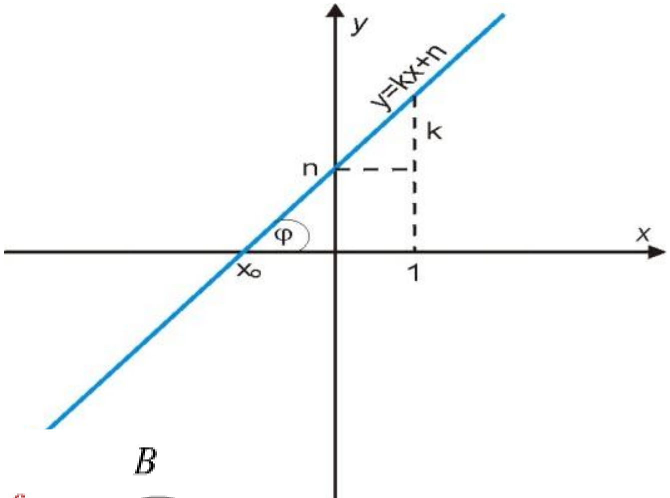
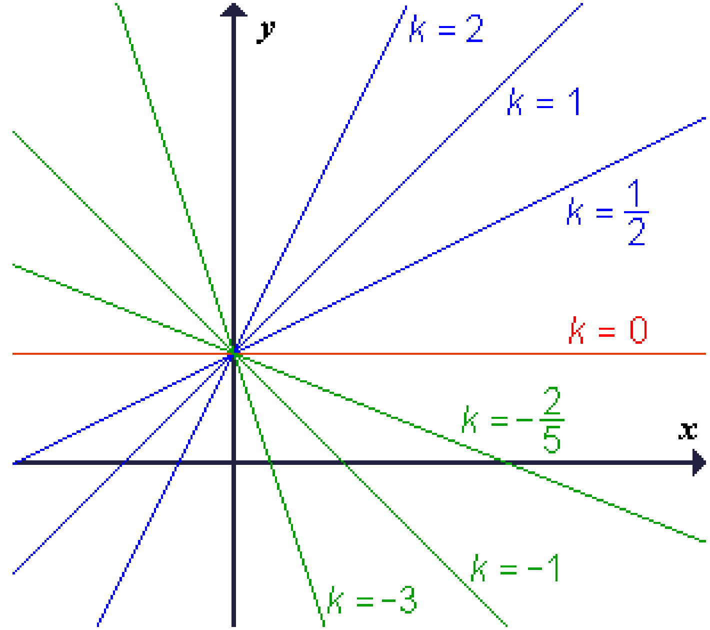
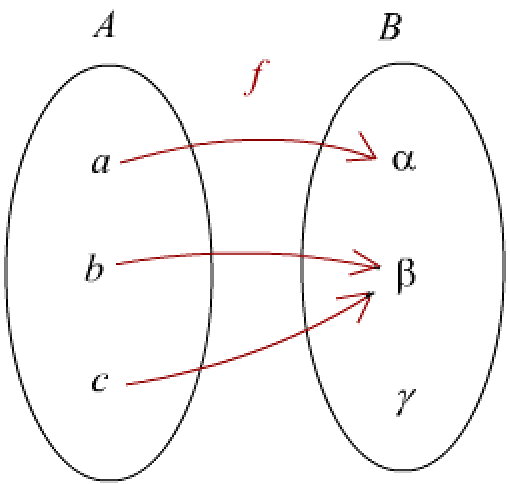



# Linearna funkcija i jednadžba pravca

Stručni skup za učitelje matematike
lipanj – kolovoz 2013.

Sanja Stilinović, prof.
učitelj savjetnik
OŠ Augusta Šenoe, Zagreb
sanjas@rocketmail.com

# Nekoliko uvodnih napomena

- od svih sadržaja učenici imaju najvećih poteškoća s funkcijama
- često funkciju poistovjećuju s krivuljom
- ne razlikuju jednadžbu od formule
- ne razlikuju nepoznanice i varijable
- primjerenije bi bilo linearnu funkciju obraditi u 8. razredu nakon skupa realnih brojeva
- u literaturi se koriste različite oznake zavisne varijable

(Kurepa: Matematička analiza – $f(x)$)

Demidovič: Zadaci i riješeni primjeri iz više matematike – $y$)

# 1. i 2. sat

- uočiti vezu među veličinama
- uvesti pojam pridružene vrijednosti
- uočiti da svakoj vrijednosti pridružujemo točno jednu vrijednost
- diskutirati domenu i kodomenu (konkretni primjeri)
- uvesti pojam funkcije
- definirati linearnu funkciju
- komentirati zadavanje linearne funkcije (opisom, tablicom pridruženih vrijednosti, formulom)
- rad u skupini (6 zadataka)

1. Duljina dužine navedena je u 1. stupcu tablice i izražena je u decimetrima. Popuni tablicu tako da u drugi stupac napišeš postupak, a u treći stupac odgovarajuću vrijednost izraženu u metrima.
Zapiši za koje vrijednosti zadatak ima smisla i obrazloži svoj odgovor.

| $\lvert\overline{AB}\rvert$ (u decimetrima) | račun | $\lvert\overline{AB}\rvert$ (u metrima) |
|---|---|---|
| 1 | $0.1 \cdot 1$ | 0.1 |
| 2 | $0.1 \cdot 2$ | 0.2 |
| 5 | $0.1 \cdot 5$ | 0.5 |
| 17 | $0.1 \cdot 17$ | 1.7 |
| 235 | $0.1 \cdot 235$ | 23.5 |
| 0.9 | $0.1 \cdot 0.9$ | 0.09 |
| 11.5 | $0.1 \cdot 11.5$ | 1.15 |
| $\frac{2}{3}$ | $0.1 \cdot \frac{2}{3}$ | $\frac{2}{30}$ |
| $3\frac{1}{4}$ | $0.1 \cdot 3\frac{1}{4}$ | $\frac{13}{40}$ |
| $x$ | $0.1 \cdot x$ | $0.1x$ |

2. Radijus kruga naveden je u 1. stupcu tablice. Popuni tablicu tako da u drugi stupac napišeš postupak, a u treći stupac opseg tog kruga. Sve vrijednosti izražene su u istoj mjernoj jedinici.
Zapiši za koje vrijednosti zadatak ima smisla i obrazloži svoj odgovor.

| radijus | račun | opseg kruga |
|---|---|---|
| 1 | $2\pi\cdot 1$ | $2\pi \approx 6.28$ |
| 2 | $2\pi\cdot 2$ | $4\pi \approx 12.56$ |
| 3 | $2\pi\cdot 3$ | $6\pi \approx 18.84$ |
| 11 | $2\pi\cdot 11$ | $22\pi \approx 69.08$ |
| 5.8 | $2\pi\cdot 5.8$ | $11.6\pi \approx 36.42$ |
| 9.28 | $2\pi\cdot 9.28$ | |
| $\frac{7}{9}$ | $2\pi\cdot\frac{7}{9}$ | $\frac{14}{9}\pi \approx 4.88$ |
| $x$ | $2\pi\cdot x$ | $2\pi x$ |

3. Cijena kilograma jagoda je 14,45 kn. Količina kupljenih jagoda navedena je u prvom stupcu tablice. Popuni tablicu tako da u drugi stupac napišeš postupak, a u treći cijenu (koja je izražena u kunama) za navedenu količinu jagoda.
Zapiši za koje vrijednosti zadatak ima smisla i obrazloži svoj odgovor.

| količina | račun | cijena |
|---|---|---|
| 1 | $14.45 \cdot 1$ | 14,45 |
| 2 | $14.45 \cdot 2$ | 28,90 |
| 3 | $14.45 \cdot 3$ | 43,35 |
| 0.5 | $14.45 \cdot 0.5$ | $7.225 \approx 7{,}23$ |
| 1.25 | $14.45 \cdot 1.25$ | $18.0625 \approx 18{,}06$ |
| $3\frac{1}{2}$ | $14.45 \cdot 3\frac{1}{2}$ | $50.575 \approx 50{,}58$ |
| $x$ | $14.45 \cdot x$ | $14.45x$ |

4. Taxi usluge naplaćuju se po modelu: start je 9,00 kn, a po prijeđenom kilometru od polazišta do odredišta naplaćuje se 4,00 kn.
U prvom stupcu tablice je podatak o prijeđenim kilometrima. Popuni tablicu tako da u drugi stupac napišeš postupak, a u treći cijenu (koja je izražena u kunama) za određenu taxi uslugu.
Zapiši za koje vrijednosti zadatak ima smisla i obrazloži svoj odgovor.

| udaljenost polazišta i odredišta | račun | cijena taxi usluge |
|---|---|---|
| 5 | $9 + 4 \cdot 5$ | 29,00 |
| 7 | $9 + 4 \cdot 7$ | 37,00 |
| 12 | $9 + 4 \cdot 12$ | 57,00 |
| 15.5 | $9 + 4 \cdot 15.5$ | 71,00 |
| 19.8 | $9 + 4 \cdot 19.8$ | 88,20 |
| $x$ | $9 + 4 \cdot x$ | $9 + 4x$ |

5. Automobil prosječno troši 7 litara benzina na 100 prijeđenih kilometara. Spremnik za gorivo ima kapacitet 50 litara. U prvom stupcu tablice je podatak o prijeđenim kilometrima nakon što je spremnik napunjen. Popuni tablicu tako da u drugi stupac napišeš postupak, a u treći količinu goriva (izraženu u litrama) koja je ostala u spremniku (nakon prijeđenih kilometara zadanih u 1. stupcu).
Zapiši za koje vrijednosti zadatak ima smisla i obrazloži svoj odgovor.

| prijeđeni kilometri | račun | količina benzina u spremniku |
|---|---|---|
| 10 | $50 - 0.07 \cdot 10$ | 49.3 |
| 60 | $50 - 0.07 \cdot 60$ | 45.8 |
| 96 | $50 - 0.07 \cdot 96$ | 43.28 |
| 100 | $50 - 0.07 \cdot 100$ | 43 |
| 350 | $50 - 0.07 \cdot 350$ | 25.5 |
| 700 | $50 - 0.07 \cdot 700$ | 1 |
| $x$ | $50 - 0.07 \cdot x$ | $50 - 0.07x$ |

6. Fahrenheitova termometarska skala je ljestvica za mjerenje temperature, koju je 1724. osmislio njemački fizičar Gabriel Fahrenheit. Normalna temperatura čovjekova tijela je 98,6°F, led se topi na 32°F, a voda vrije na 212°F. U Europi se od 1742. g. koristi jedinica Celzijev stupanj (°C) koju je definirao švedski fizičar Anders Celsius (temperaturna ljestvica sastoji se od sto jednakih dijelova (stupnjeva) između ledišta i vrelišta vode). Veza Fahrenheitove i Celsiusove ljestvice opisana je formulom: $F^\circ = \frac{9}{5}C^\circ + 32^\circ$

Popuni tablicu:

| temperatura u °C | račun | temperatura u °F |
|---|---|---|
| 0 | $\frac{9}{5}\cdot 0+32$ | 32 |
| 10 | $\frac{9}{5}\cdot 10+32$ | 50 |
| 37.5 | $\frac{9}{5}\cdot 37.5+32$ | 99.5 |
| 100 | $\frac{9}{5}\cdot 100+32$ | 212 |
| -2 | $\frac{9}{5}\cdot(-2)+32$ | 28.4 |
| -20 | $\frac{9}{5}\cdot(-20)+32$ | -4 |
| *x* | $\frac{9}{5}\cdot x+32$ | $\frac{9}{5}x+32$ |

Zapiši za koje vrijednosti zadatak ima smisla i obrazloži svoj odgovor.

Zapiši u *F*° najvišu i najnižu ikad izmjerenu temperaturu na Zemlji
Libija Al-Azizy 58°C
Antarktika ruska stanica Vostok – 89.2°C

| $\lvert\overline{AB}\rvert$ (u decimetrima) | $\lvert\overline{AB}\rvert$ (u metrima) |
|---|---|
| 1 | 0.1 |
| 2 | 0.2 |
| 5 | 0.5 |
| 17 | 1.7 |
| 235 | 23.5 |
| 0.9 | 0.09 |
| 11.5 | 1.15 |
| $\frac{2}{3}$ | $\frac{2}{30}$ |
| $3\frac{1}{4}$ | $\frac{13}{40}$ |
| $x$ | $0.1x$ |

Duljina izražena u metrima ovisi o duljini izraženoj u decimetrima.
Svakoj duljini izraženoj u decimetrima pridružujemo točno jednu duljinu izraženu u metrima
Ako je $x$ duljina izražena u decimetrima:

pridružena vrijednost = $0.1x$

| radijus | opseg kruga |
|---|---|
| 1 | $2\pi \approx 6.28$ |
| 2 | $4\pi \approx 12.56$ |
| 3 | $6\pi \approx 18.84$ |
| 11 | $22\pi \approx 69.08$ |
| 5.8 | $11.6\pi \approx 36.42$ |
| 9.28 | |
| $\frac{7}{9}$ | $\frac{14}{9}\pi \approx 4.88$ |
| $x$ | $2\pi x$ |

Opseg ovisi o radijusu.
Svakom radijusu pridružujemo točno jedan opseg.
Ako je $x$ radijus:

pridružena vrijednost = $2\pi x$

| količina | cijena |
|---|---|
| 1 | 14,45 |
| 2 | 28,90 |
| 3 | 43,35 |
| 0.5 | 7.225 ≈ 7,23 |
| 1.25 | 18.0625 ≈ 18,06 |
| $3\frac{1}{2}$ | 50.575 ≈ 50,58 |
| *x* | 14.45*x* |

Cijena ovisi o količini.
Svakoj količini pridružujemo točno jednu cijenu.
Ako je *x* količina:

pridružena vrijednost = 14.45*x*

| udaljenost polazišta i odredišta | cijena taxi usluge |
|---|---|
| 5 | 29,00 |
| 7 | 37,00 |
| 12 | 57,00 |
| 15.5 | 71,00 |
| 19.8 | 88,20 |
| $x$ | $9 + 4x$ |

Cijena usluge ovisi o udaljenosti polazišta i odredišta.
Svakoj udaljenosti polazišta i odredišta pridružujemo točno jednu cijenu usluge.
Ako je $x$ udaljenost polazišta i odredišta:

$$\text{pridružena vrijednost} = 4x + 9$$

| prijeđeni kilometri | količina benzina u spremniku |
|---|---|
| 10 | 49.3 |
| 60 | 45.8 |
| 96 | 43.28 |
| 100 | 43 |
| 350 | 25.5 |
| 700 | 1 |
| $x$ | $50 - 0.07x$ |

Količina benzina u spremniku ovisi o prijeđenim kilometrima.
Svakom broju prijeđenih kilometara pridružujemo točno jednu količinu preostalog benzina u spremniku.
Ako je $x$ broj prijeđenih kilometara:

pridružena vrijednost = $-\ 0.07x + 50$

| temperatura u °C | temperatura u °F |
|---|---|
| 0 | 32 |
| 10 | 50 |
| 37.5 | 99.5 |
| 100 | 212 |
| -2 | 28.4 |
| -20 | -4 |
| $x$ | $\frac{9}{5}x+32$ |

Temperatura izražena u °F ovisi o temperaturi izraženoj u °C.
Svakoj vrijednosti temperature u °C pridružujemo točno jednu vrijednost temperature u °F.
Ako je *x* temperatura u °C:

$$\text{pridružena vrijednost} = \frac{9}{5}x + 32$$

| udaljenost polazišta i odredišta | cijena taxi usluge |
|---|---|
| 5 | 29,00 |
| 7 | 37,00 |
| 12 | 57,00 |
| 15.5 | 71,00 |
| 19.8 | 88,20 |
| $x$ | $9 + 4x$ |

lat. fungor
izvršiti, napraviti
lat. functio
djelovanje

Cijena ovisi o prijeđenim kilometrima.
Svakoj vrijednosti *x* (udaljenost polazišta i odredišta) pridružujemo točno jednu cijenu.
Takvo pridruživanje nazivamo **funkcija**.
Formulom:

$$f(x) = 4x + 9$$ (čitamo: **ef od x** je četiri x plus devet)

zadana je funkcija koja
svakoj vrijednosti ***x*** (udaljenost polazišta i odredišta)
pridružuje
točno jednu vrijednost ***f*(*x*)** (cijena taksi usluge).

| $x$ | $f(x)$ |
|---|---|
| udaljenost polazišta i odredišta | cijena taxi usluge |
| 5 | 29,00 |
| 7 | 37,00 |
| 12 | 57,00 |
| 15.5 | 71,00 |
| 19.8 | 88,20 |
| $x$ | $9 + 4x$ |

$$f(x) = 4x + 9$$

VAŽNO!

**$f(x)$ je oznaka pridružene vrijednosti tj. cijena taksi usluge (želimo naglasiti da ovisi o *x* zato koristimo tu oznaku)**

čitamo: **ef od x**

Za svaki od preostalih zadataka zapiši formulu kojom je zadana funkcija (pridruživanje).

- $f(x) = 0.1x$
- $f(x) = 2\pi x$
- $f(x) = 14.45x$
- $f(x) = 4x + 9$
- $f(x) = - 0.07x + 50$
- $f(x) = \frac{9}{5} x + 32$

Pridruživanje $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ zadano formulom

$$f(x) = ax + b$$

$a, b \in \mathbb{Q},\ a \neq 0$ zovemo linearna funkcija

***a, b*** su parametri ili koeficijenti (*a* vodeći koeficijent, *b* slobodni član)

***x*** je argument funkcije (nezavisna varijabla)

***f(x)*** je vrijednost funkcije (zavisna varijabla)

# 3. i 4. sat

- određivanje funkcijske vrijednosti
- određivanje vrijednosti argumenta
- značenje parametra *b*

$f(0) = b$

učenici trebaju uočiti da je vrijednost funkcije jednaka parametru *b* ako je vrijednost argumenta jednaka 0

- nultočka je vrijednost nezavisne varijable tj. broj $x_0$ za koji je vrijednost funkcije jednaka 0.

  $x_0$ je nultočka funkcije ako je $f(x_0) = 0$

# 5. i 6. sat

- značenje parametra $a$ (brzina promjene linearne funkcije)
- ako se vrijednost argumenta $x$ poveća za jedan, vrijednost funkcije $f(x)$ se promijeni za $a$
- ako se vrijednost argumenta promijeni za $p$ vrijednost funkcije $f(x)$ se promijeni za $a \cdot p$
- pojam rastuće i padajuće funkcije
- brzina rasta i pada

# Rad u skupini

| 1. | 2. | 3. | 4. |
|---|---|---|---|
| $f(x)=x$ | $f(x)=-x$ | $f(x)=x-2$ | $f(x)=-x+1$ |
| $f(x)=2x$ | $f(x)=-3x$ | $f(x)=2x+3$ | $f(x)=-3x-3$ |
| $f(x)=5x$ | $f(x)=-10x$ | $f(x)=5x-1$ | $f(x)=-10x+5$ |
| $f(x)=2.4x$ | $f(x)=-1.5x$ | $f(x)=2.4x+8$ | $f(x)=-1.5x+2$ |
| $f(x)=\frac{3}{5}x$ | $f(x)=-\frac{1}{3}x$ | $f(x)=\frac{3}{5}x-1.2$ | $f(x)=-\frac{1}{3}x-0.5$ |

| | $f(x) = 2x + 3$ | | |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0 | $f(x_1)$ | 3 |
| $x_2$ | 1 | $f(x_2)$ | 5 |
| $x_3$ | 2 | $f(x_3)$ | 7 |
| $x_4$ | 3 | $f(x_4)$ | 9 |
| $x_5$ | 4 | $f(x_5)$ | 11 |
| $x_6$ | 5 | $f(x_6)$ | 13 |
| $x_7$ | 6 | $f(x_7)$ | 15 |
| $x_8$ | 7 | $f(x_8)$ | 17 |
| $x_9$ | 8 | $f(x_9)$ | 19 |
| $x_{10}$ | 9 | $f(x_{10})$ | 21 |

| | $f(x) = 2x + 3$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0 | $f(x_1)$ | 3 | 3 |
| $x_2$ | $0 + 1$ | $f(x_2)$ | $3 + 2$ | $3 + 2 \cdot 1$ |
| $x_3$ | $1 + 1$ | $f(x_3)$ | $5 + 2$ | $5 + 2 \cdot 1$ |
| $x_4$ | $2 + 1$ | $f(x_4)$ | $7 + 2$ | $7 + 2 \cdot 1$ |
| $x_5$ | $3 + 1$ | $f(x_5)$ | $9 + 2$ | $9 + 2 \cdot 1$ |
| $x_6$ | $4 + 1$ | $f(x_6)$ | $11 + 2$ | $11 + 2 \cdot 1$ |
| $x_7$ | $5 + 1$ | $f(x_7)$ | $13 + 2$ | $13 + 2 \cdot 1$ |
| $x_8$ | $6 + 1$ | $f(x_8)$ | $15 + 2$ | $15 + 2 \cdot 1$ |
| $x_9$ | $7 + 1$ | $f(x_9)$ | $17 + 2$ | $17 + 2 \cdot 1$ |
| $x_{10}$ | $8 + 1$ | $f(x_{10})$ | $19 + 2$ | $19 + 2 \cdot 1$ |

**Ako vrijednost argumenta povećamo za 1**
**vrijednost funkcije se poveća za 2**
**$a = 2$**

| | $f(x) = -10x + 5$ | | |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | -4 | $f(x_1)$ | 45 |
| $x_2$ | -3 | $f(x_2)$ | 35 |
| $x_3$ | -2 | $f(x_3)$ | 25 |
| $x_4$ | -1 | $f(x_4)$ | 15 |
| $x_5$ | 0 | $f(x_5)$ | 5 |
| $x_6$ | 1 | $f(x_6)$ | -5 |
| $x_7$ | 2 | $f(x_7)$ | -15 |
| $x_8$ | 3 | $f(x_8)$ | -25 |
| $x_9$ | 4 | $f(x_9)$ | -35 |
| $x_{10}$ | 5 | $f(x_{10})$ | -45 |

| | $f(x) = -10x + 5$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | -4 | $f(x_1)$ | 45 | 45 |
| $x_2$ | - 4 + 1 | $f(x_2)$ | 45 - 10 | $45 - 10 \cdot 1$ |
| $x_3$ | - 3 + 1 | $f(x_3)$ | 35 - 10 | $35 - 10 \cdot 1$ |
| $x_4$ | - 2 + 1 | $f(x_4)$ | 25 - 10 | $25 - 10 \cdot 1$ |
| $x_5$ | - 1 + 1 | $f(x_5)$ | 15 - 10 | $15 - 10 \cdot 1$ |
| $x_6$ | 0 + 1 | $f(x_6)$ | 5 - 10 | $5 - 10 \cdot 1$ |
| $x_7$ | 1 + 1 | $f(x_7)$ | - 5 - 10 | $- 5 - 10 \cdot 1$ |
| $x_8$ | 2 + 1 | $f(x_8)$ | - 15 - 10 | $- 15 - 10 \cdot 1$ |
| $x_9$ | 3 + 1 | $f(x_9)$ | - 25 - 10 | $- 25 - 10 \cdot 1$ |
| $x_{10}$ | 4 + 1 | $f(x_{10})$ | - 35 - 10 | $- 35 - 10 \cdot 1$ |

**Ako vrijednost argumenta povećamo za 1**
**vrijednost funkcije se smanji za 10 (promijeni za – 10)**
**$a = - 10$**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0 | $f(x_1)$ | 3 | 3 |
| $x_2$ | $0 + 1$ | $f(x_2)$ | $3 + 2$ | $3 + 2 \cdot 1$ |
| $x_3$ | $0 + 2$ | $f(x_3)$ | $3 + 4$ | $3 + 2 \cdot 2$ |
| $x_4$ | $0 + 5$ | $f(x_4)$ | $3 + 10$ | $3 + 2 \cdot 5$ |
| $x_5$ | $0 + 10$ | $f(x_5)$ | $3 + 20$ | $3 + 2 \cdot 10$ |
| $x_6$ | $0 + 0.5$ | $f(x_6)$ | $3 + 1$ | $3 + 2 \cdot 0.5$ |
| $x_7$ | $0 + 2.2$ | $f(x_7)$ | $3 + 4.4$ | $3 + 2 \cdot 2.2$ |
| $x_8$ | $0 - 1$ | $f(x_8)$ | $3 - 2$ | $3 + 2 \cdot (-1)$ |
| $x_9$ | $0 - 3$ | $f(x_9)$ | $3 - 6$ | $3 + 2 \cdot (-3)$ |
| $x_{10}$ | $0 - 1.5$ | $f(x_{10})$ | $3 - 3$ | $3+2\cdot(-1.5)$ |

**Ako vrijednost argumenta promijenimo za *p***
**vrijednost funkcije se promijeni za $2 \cdot p$**
**$a = 2$**

| | $f(x) = -10x + 5$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | $0$ | $f(x_1)$ | $5$ | $5$ |
| $x_2$ | $0 + 1$ | $f(x_2)$ | $5 - 10$ | $5 - 10 \cdot 1$ |
| $x_3$ | $0 + 2$ | $f(x_3)$ | $5 - 20$ | $5 - 10 \cdot 2$ |
| $x_4$ | $0 + 5$ | $f(x_4)$ | $5 - 50$ | $5 - 10 \cdot 5$ |
| $x_5$ | $0 + 10$ | $f(x_5)$ | $5 - 100$ | $5 - 10 \cdot 10$ |
| $x_6$ | $0 + 0.5$ | $f(x_6)$ | $5 - 5$ | $5 - 10 \cdot 0.5$ |
| $x_7$ | $0 + 2.2$ | $f(x_7)$ | $5 - 22$ | $5 - 10 \cdot 2.2$ |
| $x_8$ | $0 - 1$ | $f(x_8)$ | $5 + 10$ | $5 - 10 \cdot (-1)$ |
| $x_9$ | $0 - 3$ | $f(x_9)$ | $5 + 30$ | $5 - 10 \cdot (-3)$ |

**Ako vrijednost argumenta promijenimo za *p* vrijednost funkcije se promijeni za - 10 · *p***

***a* = - 10**

$$f(x) = 2x + 3$$

- Usporedi:

| | |
|---|---|
| $x_1$ i $x_2$ | $f(x_1)$ i $f(x_2)$ |
| $x_1$ i $x_3$ | $f(x_1)$ i $f(x_3)$ |
| $x_2$ i $x_5$ | $f(x_2)$ i $f(x_5)$ |
| $x_6$ i $x_7$ | $f(x_6)$ i $f(x_7)$ |
| $x_8$ i $x_1$ | $f(x_8)$ i $f(x_1)$ |
| $x_9$ i $x_2$ | $f(x_9)$ i $f(x_2)$ |
| $x_{10}$ i $x_8$ | $f(x_{10})$ i $f(x_8)$ |

Za bilo koja dva racionalna broja $x_1$ i $x_2$ vrijedi:
Ako je $x_1 < x_2$ , onda je $f(x_1) < f(x_2)$

Funkcija je **rastuća**.
***a* > 0**

$$f(x) = -10x + 5$$

- Usporedi:

| | |
|---|---|
| $x_1$ i $x_2$ | $f(x_1)$ i $f(x_2)$ |
| $x_1$ i $x_3$ | $f(x_1)$ i $f(x_3)$ |
| $x_2$ i $x_5$ | $f(x_2)$ i $f(x_5)$ |
| $x_6$ i $x_7$ | $f(x_6)$ i $f(x_7)$ |
| $x_8$ i $x_1$ | $f(x_8)$ i $f(x_1)$ |
| $x_9$ i $x_2$ | $f(x_9)$ i $f(x_2)$ |
| $x_{10}$ i $x_8$ | $f(x_{10})$ i $f(x_8)$ |

Za bilo koja dva racionalna broja $x_1$ i $x_2$ vrijedi:

Ako je $x_1 < x_2$, onda je $f(x_1) > f(x_2)$

Funkcija je **padajuća**.

$\boldsymbol{a < 0}$

| x | f(x) = x + 5 | f(x) =2x - 1 | f(x) = 3x | f(x) = 10x - 4 | f(x) = 100x |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 5 | -1 | 0 | -4 | 0 |
| 1 | 6 | 1 | 3 | 6 | 100 |
| 2 | 7 | 3 | 6 | 16 | 200 |
| 3 | 8 | 5 | 9 | 26 | 300 |
| 5 | 10 | 9 | 15 | 46 | 500 |
| 10 | 15 | 19 | 30 | 96 | 1000 |

Što je veći $a > 0$
to funkcija brže raste.

Što je manji $a < 0$
to funkcija brže pada.

| x | f(x) = - x + 5 | f(x) = - 2x - 1 | f(x) = - 3x | f(x) = - 10x - 4 | f(x) = - 100x |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 5 | -1 | 0 | -4 | 0 |
| 1 | 4 | -3 | -3 | -14 | -100 |
| 2 | 3 | -5 | -6 | -24 | -200 |
| 3 | 2 | -7 | -9 | -34 | -300 |
| 5 | 0 | -11 | -15 | -54 | -500 |
| 10 | -5 | -21 | -30 | -104 | -1000 |

# 7., 8. i 9. sat

- pojam grafa
- uređene parove brojeva možemo pridružiti točkama koordinatne ravnine
- sve točke grafa pripadaju istom pravcu
- crtanje grafa određivanjem dviju točaka
- geometrijska interpretacija parametra *b*
- geometrijska interpretacija nultočke
- crtanje grafa korištenjem odsječka na *y*-osi i nultočke

Neka je linearna funkcija zadana formulom: $f(x) = 2x$

| x | 0 | 1 | −1 | 2 | −2 | 3 | −3 | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x) = 2x$ | 0 | 2 | − 2 | 4 | − 4 | 6 | − 6 | 1 | − 1 |

$(x, f(x))$

$T_1\ (0, 0)$

$T_2\ (1, 2)$

$T_3\ (-1, -2)$

$T_4\ (2, 4)$

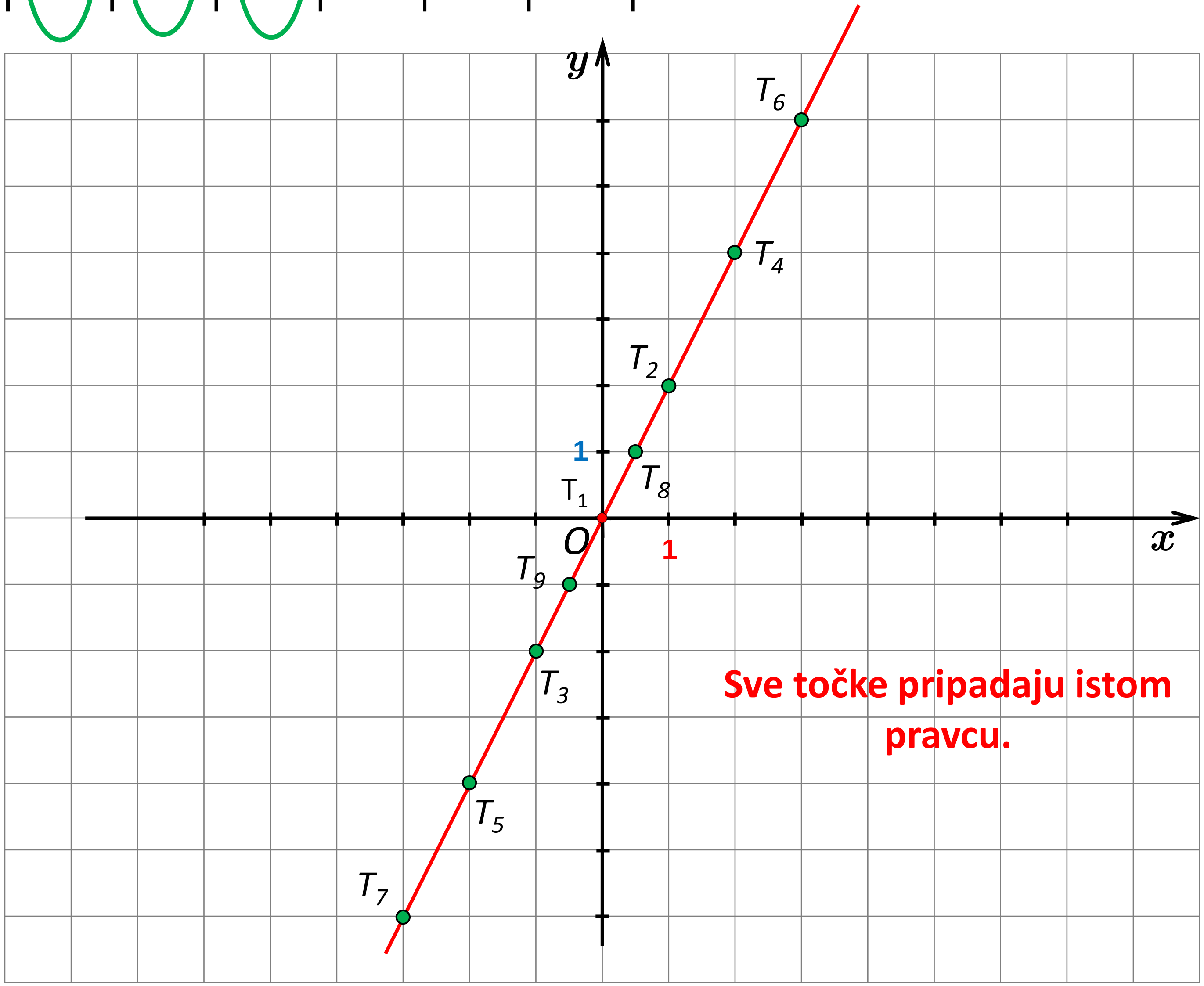
$T_5\ (-2, -4)$

$T_6\ (3, 6)$

$T_7\ (-3, -6)$

$T_8\ \left(\frac{1}{2}, 1\right)$

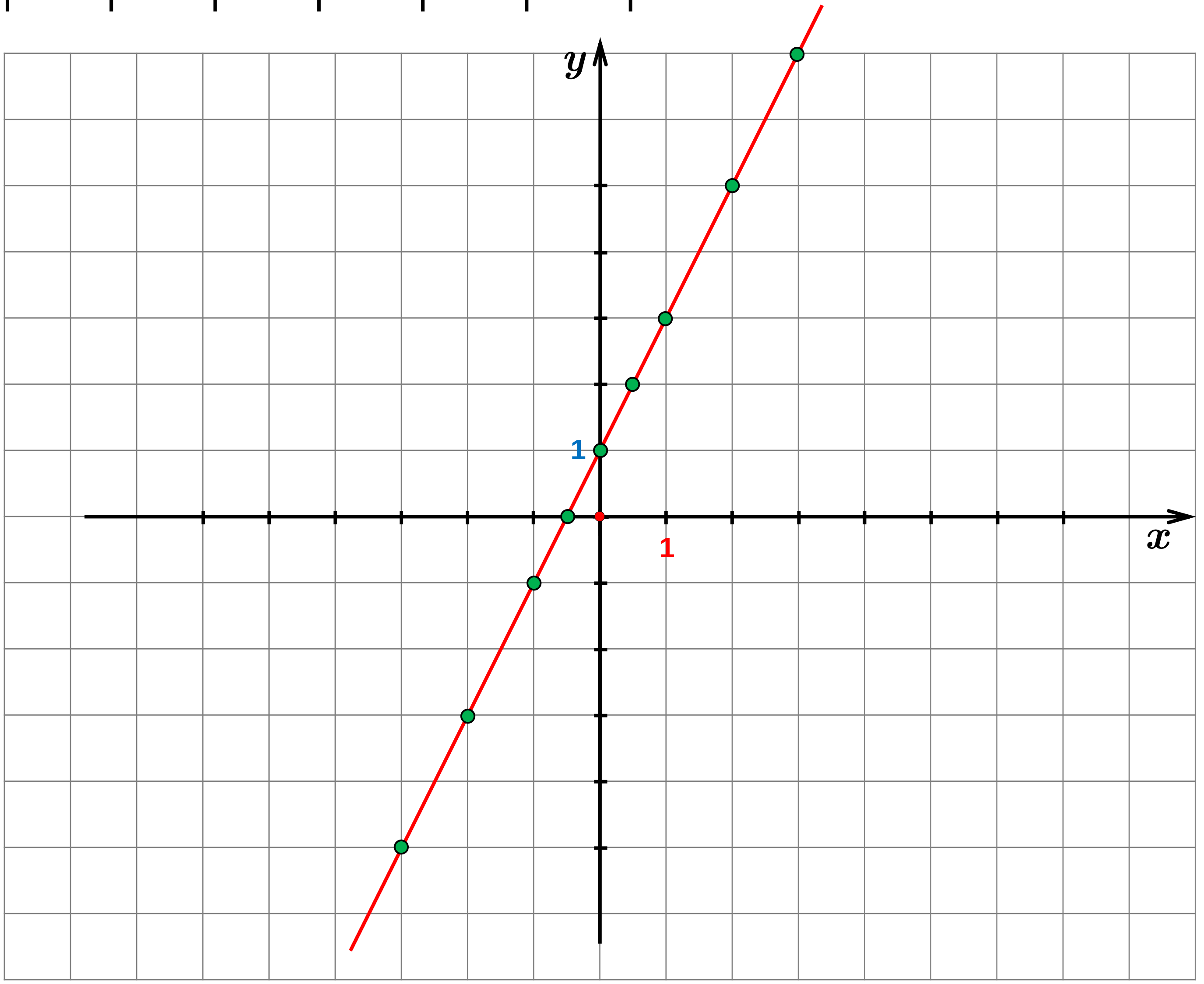
$T_9\ \left(-\frac{1}{2}, -1\right)$




**Sve točke pripadaju istom pravcu.**

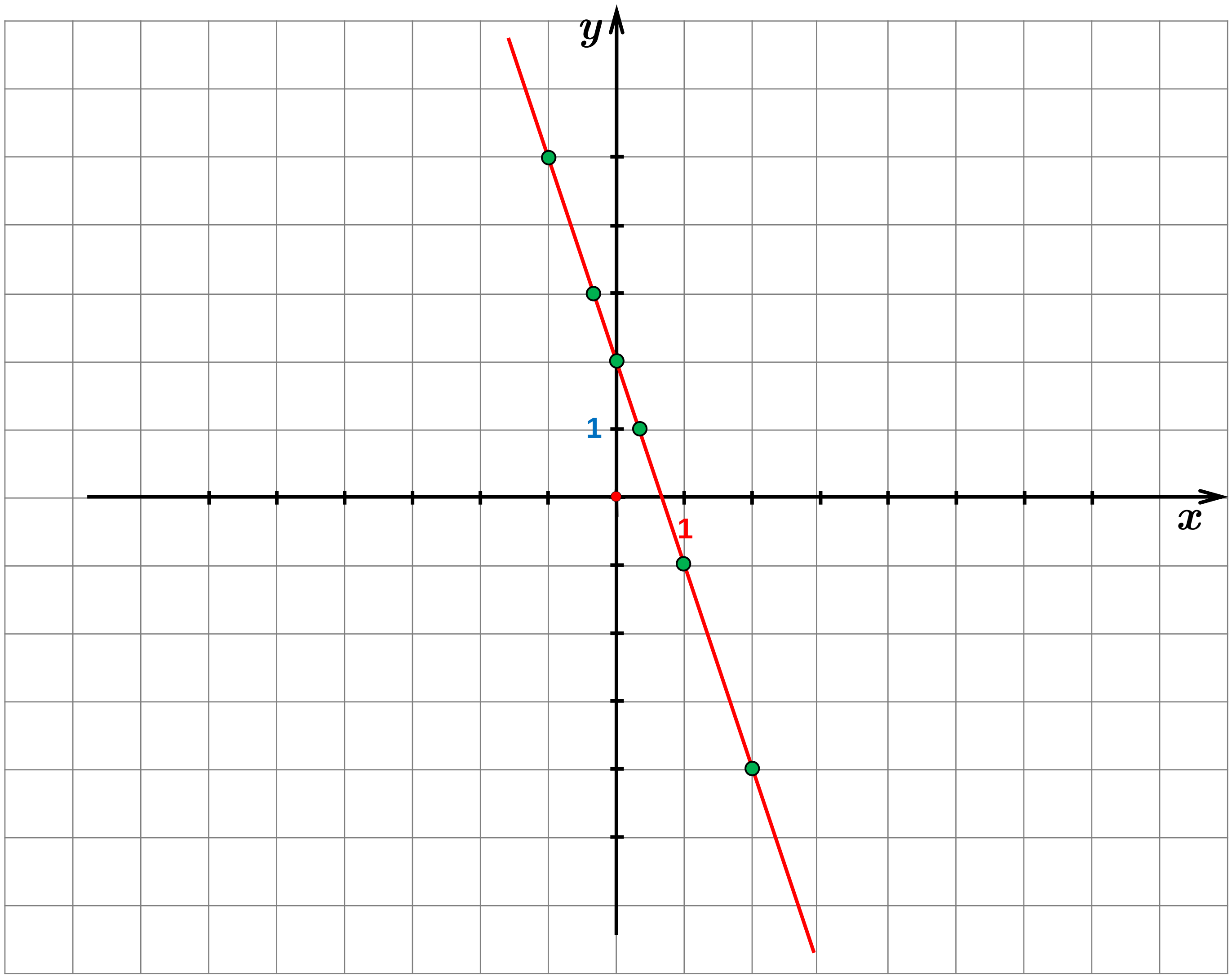
$f(x) = 2x + 1$

| x | 0 | 1 | $-1$ | 2 | $-2$ | 3 | $-3$ | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x) = 2x + 1$ | 1 | 3 | $-1$ | 5 | $-3$ | 7 | $-5$ | 2 | 0 |



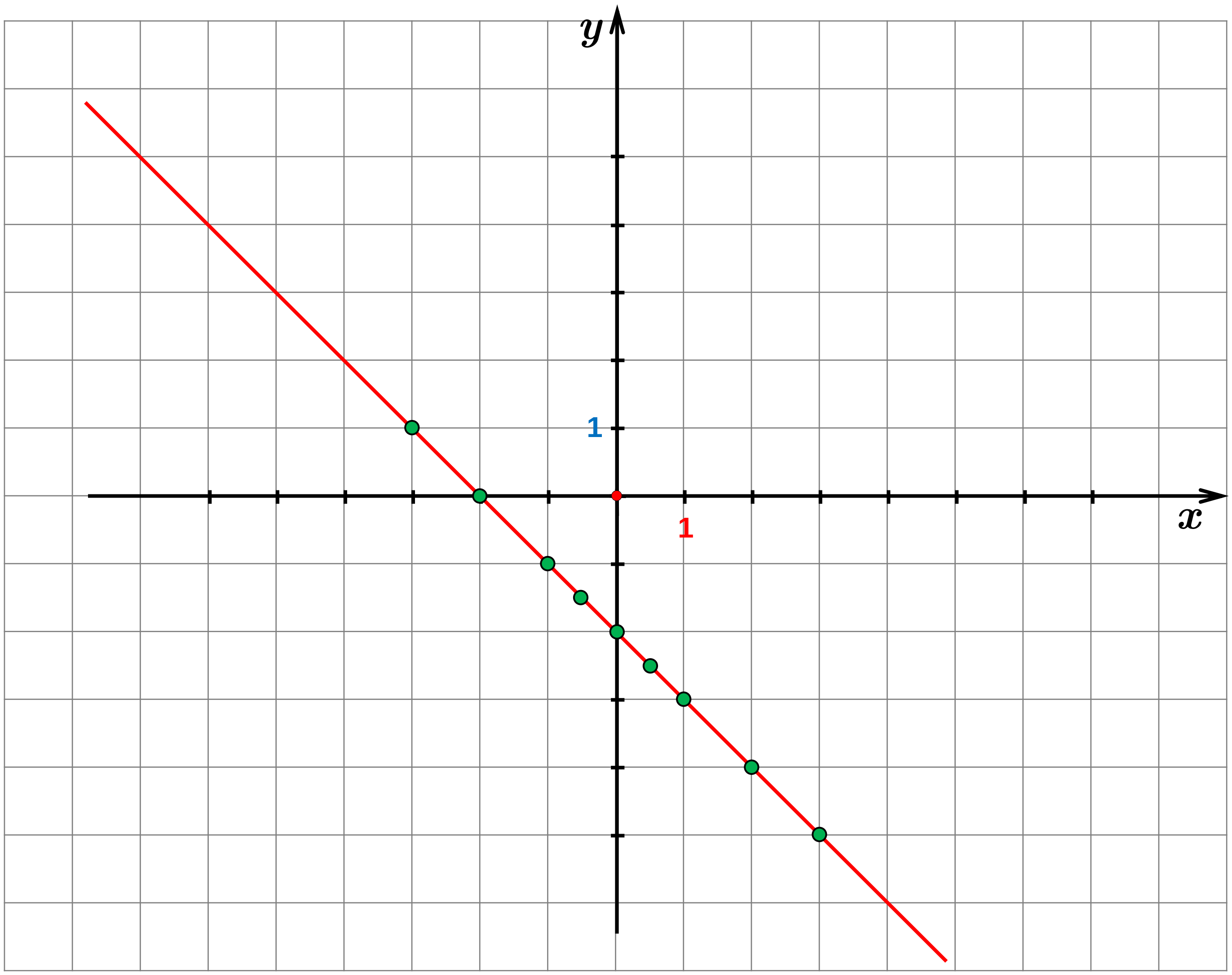
$f(x) = -3x + 2$

| $x$ | $0$ | $1$ | $-1$ | $2$ | $-2$ | $3$ | $-3$ | $\frac{1}{3}$ | $-\frac{1}{3}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x) = -3x + 2$ | $2$ | $-1$ | $5$ | $-4$ | $8$ | $-7$ | $11$ | $1$ | $3$ |



$f(x) = -x - 2$

| x | 0 | 1 | −1 | 2 | −2 | 3 | −3 | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x) = -x - 2$ | −2 | −3 | −1 | −4 | 0 | −5 | 1 | $-\frac{5}{2}$ | $-\frac{3}{2}$ |



Graf linearne funkcije zadane formulom *f(x) = ax + b* je skup svih uređenih parova (*x, f(x)*) pri čemu je *x* racionalan broj, a *f(x) = ax + b.*

$$G(f)=\left\{\left(x,f(x)\right):x\in\mathbb{Q}\ i\ f(x)=ax+b\right\}$$

Sve točke grafa linearne funkcije zadane formulom ***f(x) = ax + b*** pripadaju istom pravcu.

Znamo da je pravac određen s dvije točke u ravnini tj. dvjema točkama u ravnini prolazi točno jedan pravac.

Nacrtajmo graf linearne funkcije

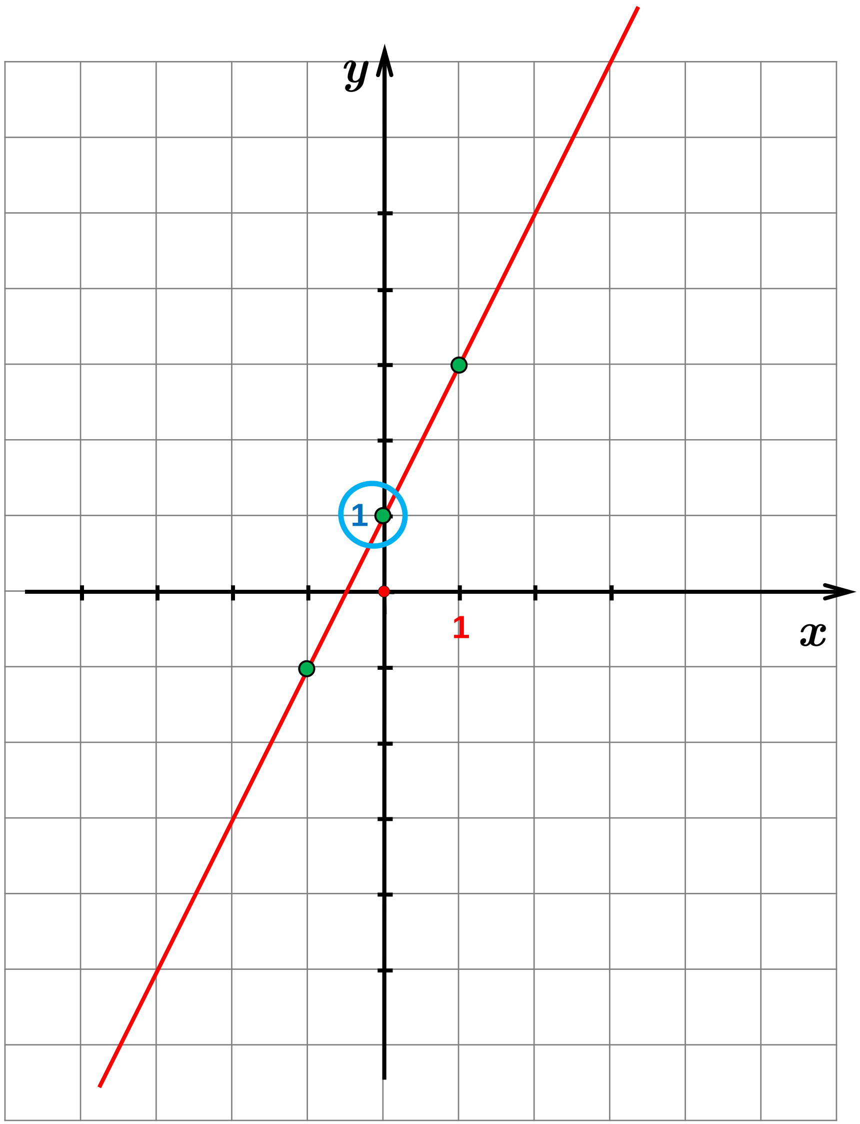
$$f(x) = 2x + 1$$

$b$ = 1

| x | 0 | 1 | −1 |
|---|---|---|---|
| $f(x) = 2x + 1$ | 1 | 3 | −1 |

Pravac kojemu pripadaju točke grafa siječe os ordinata u točki (0, 1).

**Odsječak na osi ordinata je 1**



Odredimo nul-točku linearne funkcije

$f(x) = 2x + 1$

$$f(x) = 0$$

$$2x + 1 = 0$$

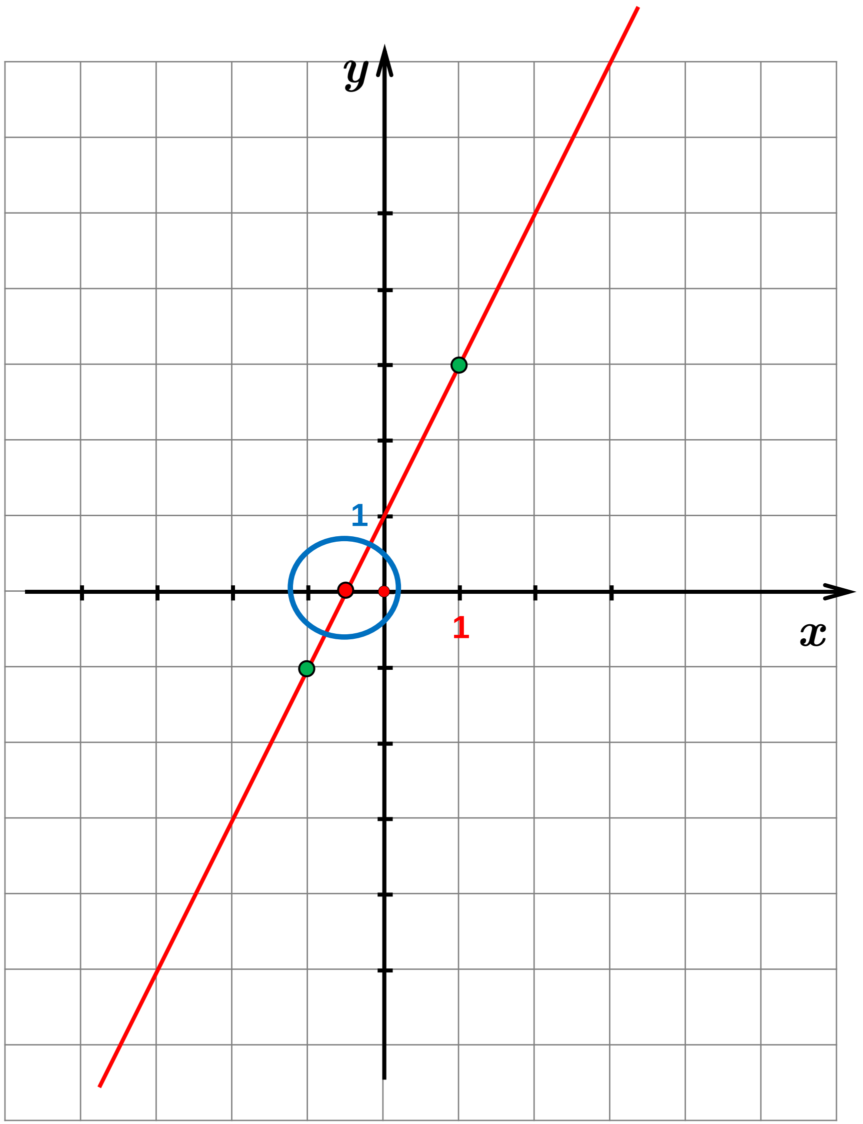
$$x = -\frac{1}{2}$$

Pravac kojemu pripadaju točke grafa siječe os apscisa u točki

$$\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$$

**Nul-točka funkcije je**

$$x_0 = -\frac{1}{2}$$



# 10., 11. i 12. sat

- geometrijska interpretacija parametra $a$
- crtanje grafa korištenjem parametara funkcije
- brzina rasta i pada

$f(x) = 2x - 2$

$a = 2$

$b = -2$

| x | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $f(x) = 2x - 2$ | −2 | 0 | 2 |

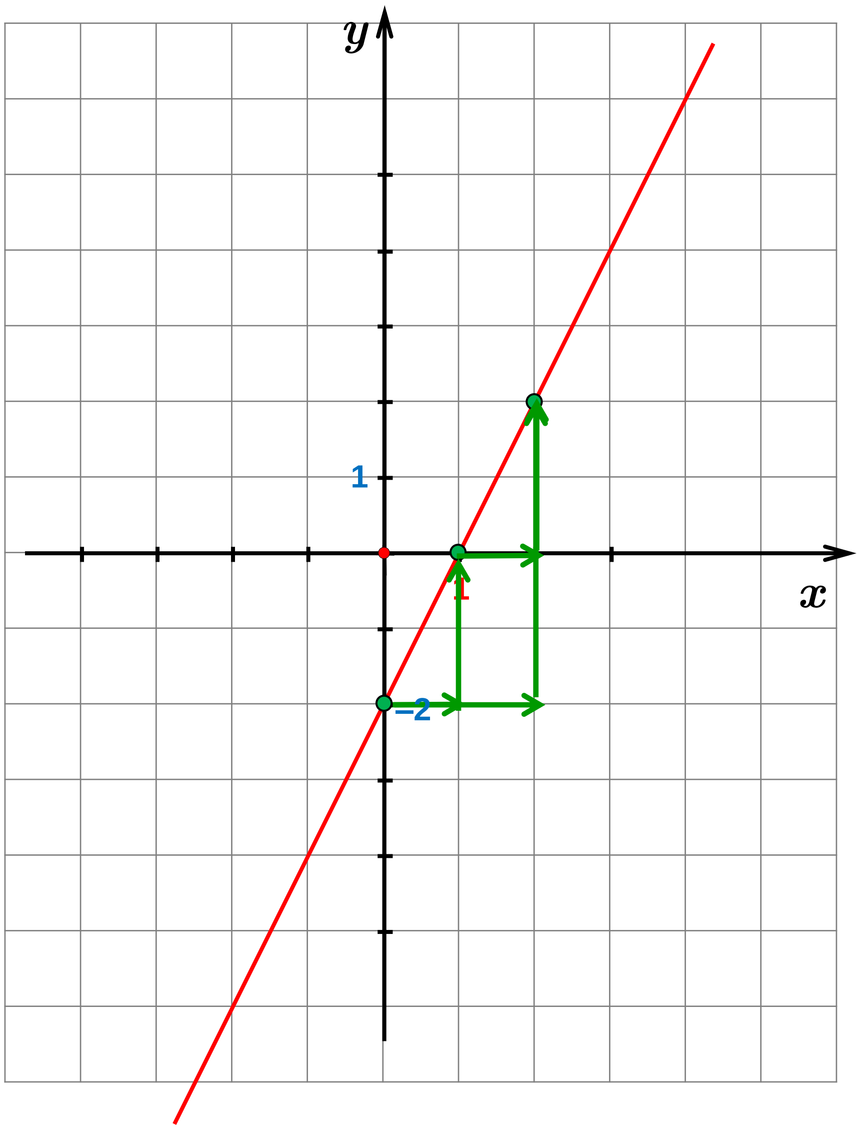
***x*** **povećamo za 1**

***f*****(x) se poveća za 2**·1

***x*** **povećamo za 2**

***f*****(x) se poveća za 2**·2

***a*** **= 2**



$a > 0$ kut je šiljasti

Što je veći $a$ to funkcija brže raste.

$$f(x) = x - 1$$

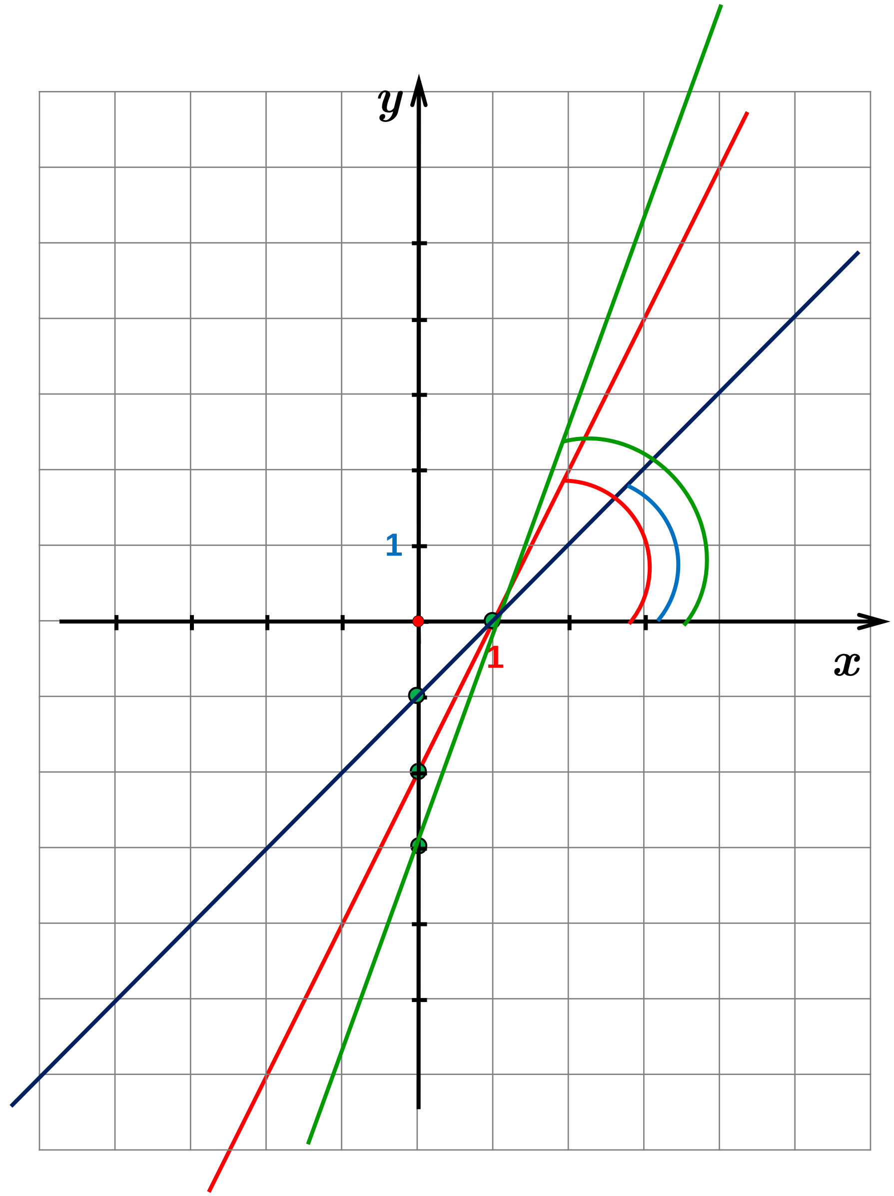
***a* = 1**

$$f(x) = 2x - 2$$

***a* = 2**

$$f(x) = 3x - 3$$

***a* = 3**

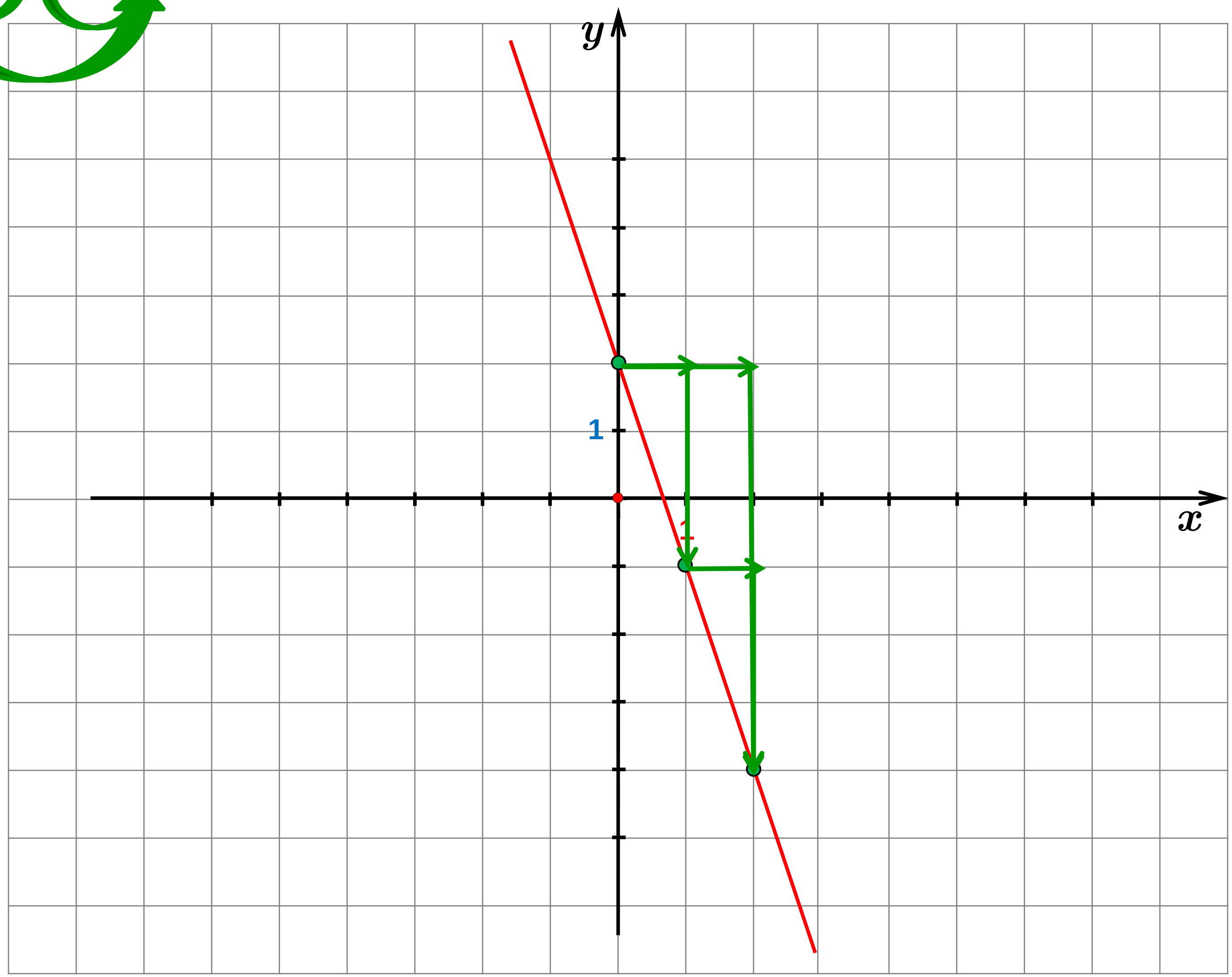


$f(x) = -3x + 2$

$a = -3$

$b = 2$

| $x$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $f(x) = -3x + 2$ | 2 | $-1$ | $-4$ |




***x* povećamo za 1**

***f*(x) se smanji za 3**·1

***x* povećamo za 2**

***f*(x) se smanji za 6**·2

***a* = − 3**

$a < 0$ kut je tupi

Što je manji $a$ to funkcija brže pada.

$$f(x) = -x + 1$$

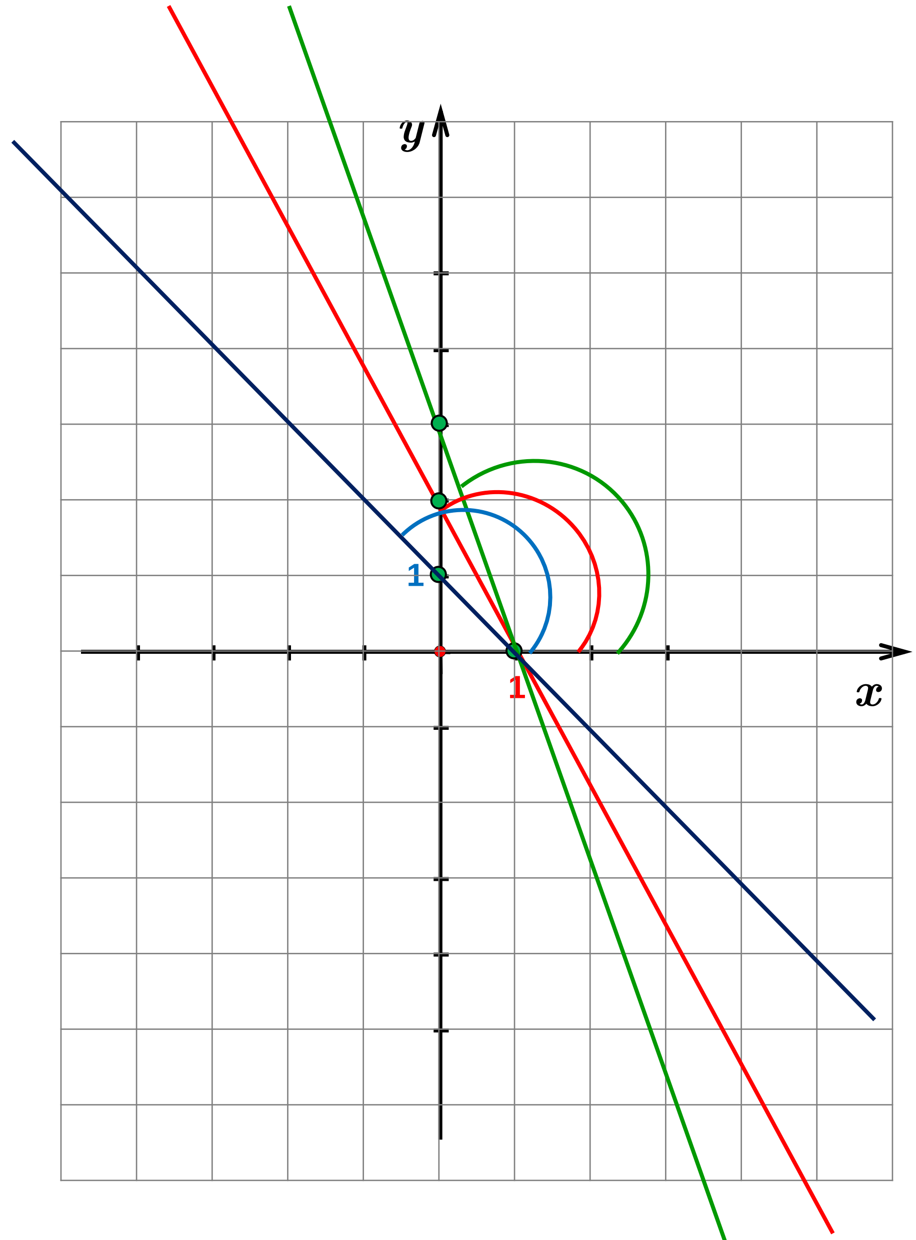
$a = -1$

$$f(x) = -2x + 2$$

$a = -2$

$$f(x) = -3x + 3$$

$a = -3$



$f(x) = 2x - 3$

Ako vrijednost argumenta $x$ povećamo za 1,

funkcijska vrijednost $f(x)$ poveća se za $2 \cdot 1 = 2$.

$$\frac{\text{promjena vrijednosti funkcije}}{\text{promjena vrijednosti argumenta}} = \frac{2}{1} = 2 = a$$

1. U koordinatnom sustavu označi sjecište grafa i osi ordinata

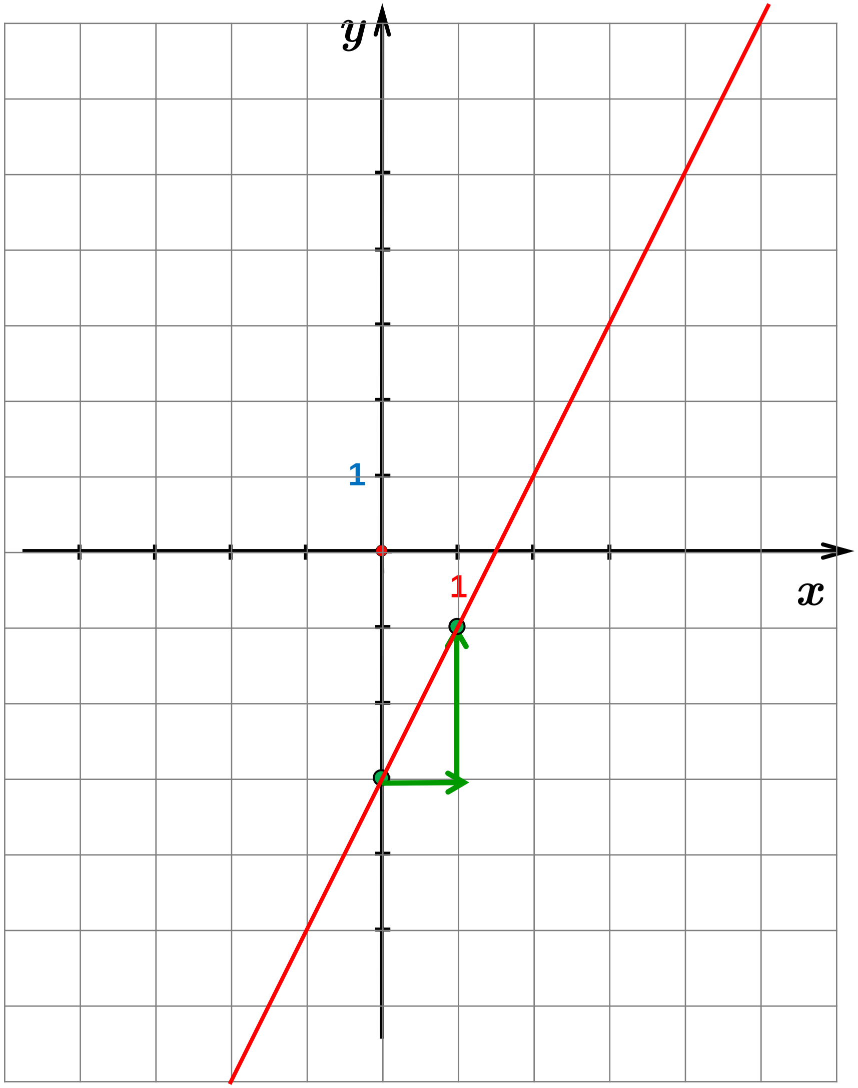
   (0, -3)

2. Odredi drugu točku grafa na način da vrijednost apscise te točke povećaš za 1, a vrijednost ordinate te točke povećaš za 2.

   (0 + 1, -3 + 2)

   (1, -1)

3. Računski odredi još jednu točku koja pripada grafu funkcije i označi ti točku u koordinatnom sustavu.




$$f(x) = 2x - 3$$

1. U koordinatnom sustavu označi sjecište grafa i osi ordinata

(0, -3)

2. Odredi drugu točku grafa na način da vrijednost apscise te točke povećaš za 1, a vrijednost ordinate te točke povećaš za 2.

(0 + 1, -3 + 2)

(1, -1)

3. Nacrtaj pravac kojem pripadaju te točke

**Rastuća funkcija**

**Ako vrijednost argumenta *x* povećamo za *m*, vrijednost funkcije *f*(*x*) se poveća za *a* · *m***

$$f(x) = -3x + \frac{1}{3}$$

Ako vrijednost argumenta $x$ povećamo za 1,

funkcijska vrijednost $f(x)$ smanji se za $3 \cdot 1 = 3$.

$$\frac{\text{promjena vrijednosti funkcije}}{\text{promjena vrijednosti argumenta}} = \frac{-3}{1} = -3 = a$$

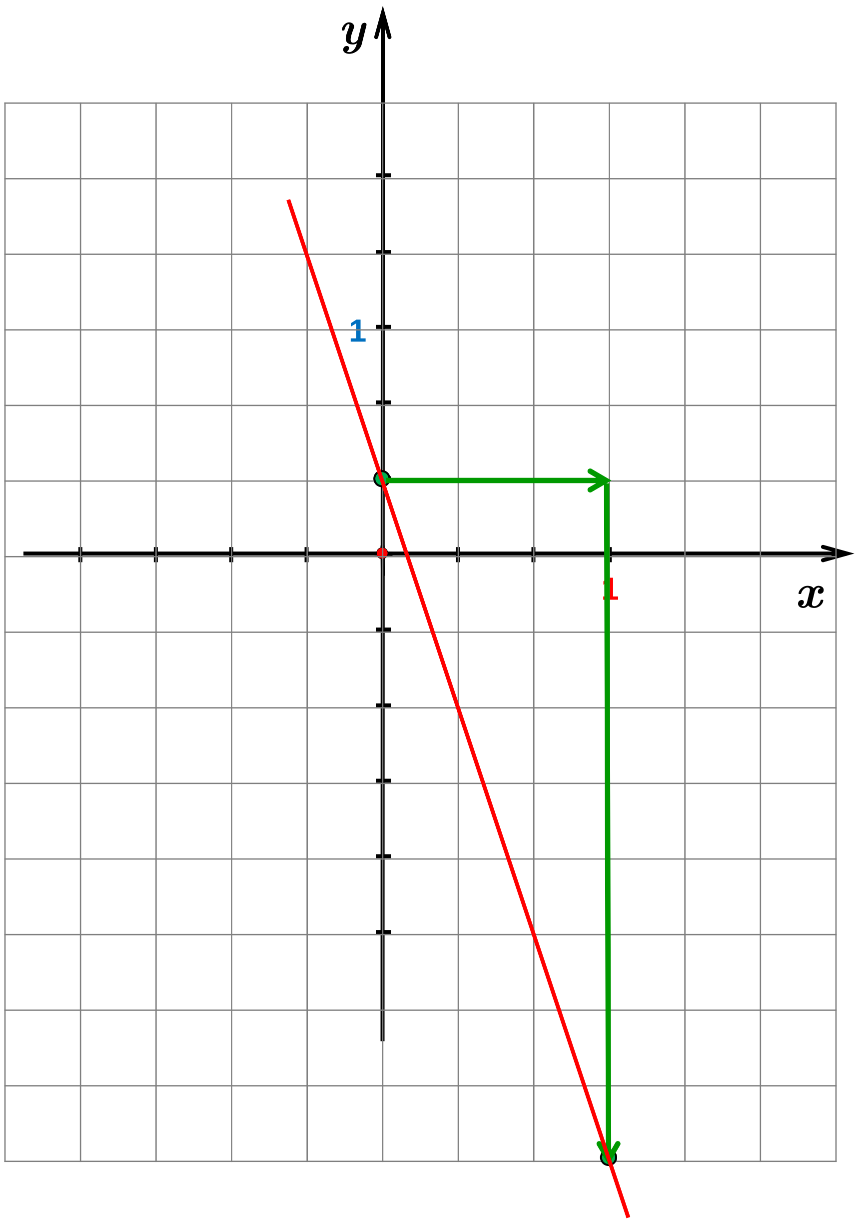
1. U koordinatnom sustavu označi sjecište grafa i osi ordinata

$$\left(0, \frac{1}{3}\right)$$

2. Odredi drugu točku grafa na način da vrijednost apscise te točke povećaš za 1, a vrijednost ordinate te točke smanjiš za 3 tj. promijeniš za -3.

$$\left(0+1, \frac{1}{3} - 3\right) = \left(1, -\frac{8}{3}\right)$$

3. Računski odredi još jednu točku koja pripada grafu funkcije i označi ti točku u koordinatnom sustavu.




$$f(x) = -3x + \frac{1}{3}$$

1. U koordinatnom sustavu označi sjecište grafa i osi ordinata

$$\left(\mathbf{0}, \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\right)$$

2. Odredi drugu točku grafa na način da vrijednost apscise te točke povećaš za 1, a vrijednost ordinate te točke smanjiš za 3.

$$\left(\mathbf{0}+\mathbf{1}, \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}-\mathbf{3}\right)$$

$$\left(\mathbf{1}, -\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{3}}\right)$$

3. Nacrtaj pravac kojem pripadaju te točke

**Padajuća funkcija**

**Ako vrijednost argumenta *x* povećamo za *m*, vrijednost funkcije *f*(*x*) se smanji za *a* · *m***

$$f(x)=\frac{2}{5}x+1$$

Ako vrijednost argumenta $x$ povećamo za 5,

funkcijska vrijednost $f(x)$ poveća se za $\frac{2}{5}\cdot 5=2.$

$$\frac{\text{promjena vrijednosti funkcije}}{\text{promjena vrijednosti argumenta}}=\frac{2}{5}=a$$

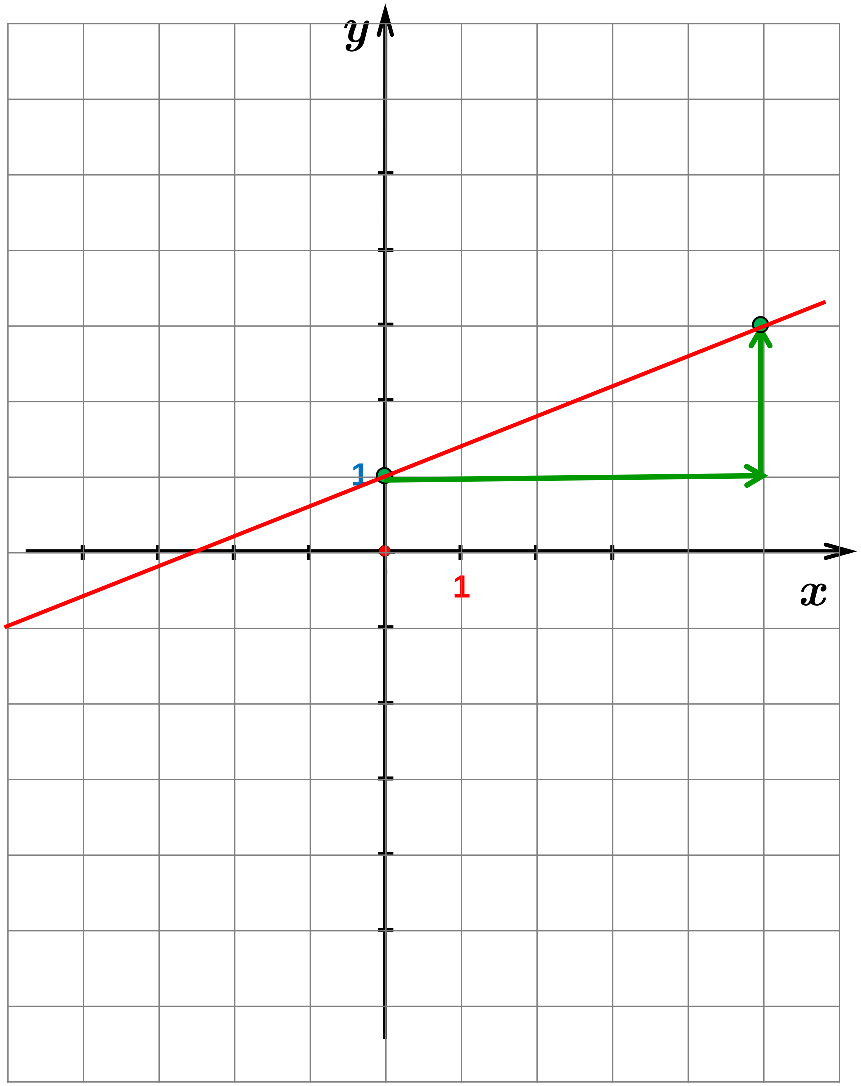
1. U koordinatnom sustavu označi sjecište grafa i osi ordinata

$$(0,1)$$

2. Odredi drugu točku grafa na način da vrijednost apscise te točke povećaš za 5, a vrijednost ordinate te točke povećaš za 2.

$$(0+5,1+2)=(5,3)$$

3. Računski odredi još jednu točku koja pripada grafu funkcije i označi ti točku u koordinatnom sustavu.




$$f(x)=\frac{2}{5}x+1$$

1. U koordinatnom sustavu označi sjecište grafa i osi ordinata

   (0, 1)

2. Odredi drugu točku grafa na način da vrijednost apscise te točke povećaš za 5, a vrijednost ordinate te točke povećaš za 2.

   (0 + 5, 1 + 2)

   (5, 3)

3. Nacrtaj pravac kojem pripadaju te točke

**Rastuća funkcija**

**Ako vrijednost argumenta *x* povećamo za *m*, vrijednost funkcije *f*(*x*) se poveća za *a* · *m***

$$f(x) = -\frac{3}{7}x - \frac{1}{2}$$

Ako vrijednost argumenta $x$ povećamo za 7,

funkcijska vrijednost $f(x)$ smanji se za $\frac{3}{7} \cdot 7 = 3$.

$$\frac{\text{promjena vrijednosti funkcije}}{\text{promjena vrijednosti argumenta}} = \frac{-3}{7} = -\frac{3}{7} = a$$

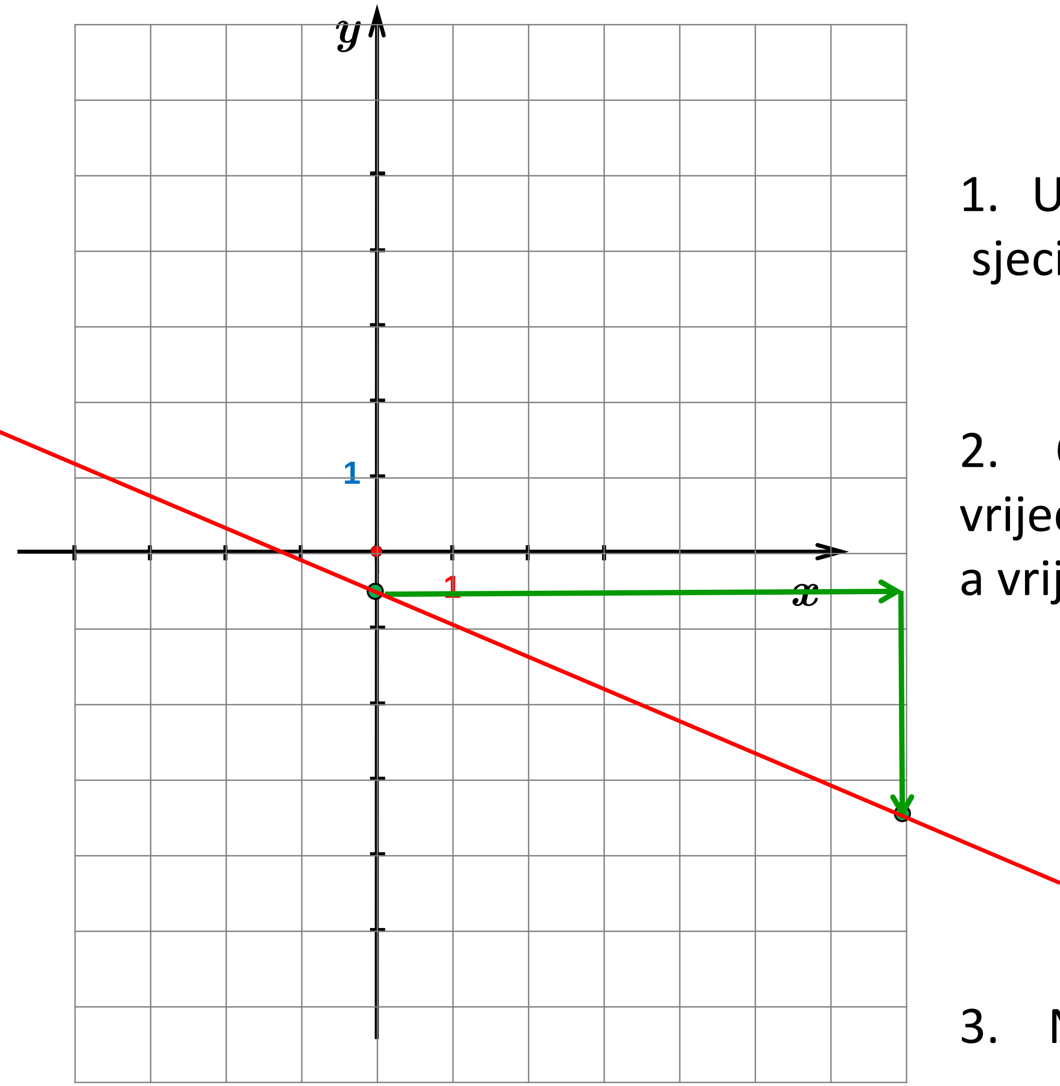
1. U koordinatnom sustavu označi sjecište grafa i osi ordinata

$$\left(0, -\frac{1}{2}\right)$$

2. Odredi drugu točku grafa na način da vrijednost apscise te točke povećaš za 7, a vrijednost ordinate te točke smanjiš za 3 tj. promijeniš za -3.

$$\left(0+7, -\frac{1}{2} - 3\right) = \left(7, -\frac{7}{2}\right)$$

3. Računski odredi još jednu točku koja pripada grafu funkcije i označi ti točku u koordinatnom sustavu.




$$f(x) = -\frac{3}{7}x - \frac{1}{2}$$

1. U koordinatnom sustavu označi sjecište grafa i osi ordinata

$$\left(0, -\frac{1}{2}\right)$$

2. Odredi drugu točku grafa na način da vrijednost apscise te točke povećaš za 7, a vrijednost ordinate te točke smanjiš za 3.

$$\left(0+7, -\frac{1}{2}-3\right)$$

$$\left(7, -\frac{7}{2}\right)$$

3. Nacrtaj pravac kojem pripadaju te točke

**Padajuća funkcija**

**Ako vrijednost argumenta *x* povećamo za *m*, vrijednost funkcije *f*(*x*) se smanji za I*a*I · *m***

Neka je zadana linearna funkcija $f(x) = ax + b$

1) Ako je $a$ pozitivan cijeli broj, tj. $a = \frac{a}{1}$

U koordinatnom sustavu označimo točku A(0, $b$)

Drugu točku grafa funkcije odredimo tako da se

od točke A pomaknemo za 1 jediničnu dužinu u desno i za $a$ jediničnih dužina gore

Neka je zadana linearna funkcija $f(x) = ax + b$

2) Ako je $a$ negativan cijeli broj, tj. $a = \frac{a}{1}$

U koordinatnom sustavu označimo točku A(0, $b$)

Drugu točku grafa funkcije odredimo tako da se

od točke A pomaknemo za 1 jediničnu dužinu u desno i za $|a|$ jediničnih dužina dolje

Neka je zadana linearna funkcija $f(x) = ax + b$

3) Ako je $a$ pozitivan racionalan broj, tj. $a = \frac{m}{n}$

U koordinatnom sustavu označimo točku A(0, $b$)

Drugu točku grafa funkcije odredimo tako da se

od točke A pomaknemo za $n$ jediničnih dužina u desno i za $m$ jediničnih dužina gore

Neka je zadana linearna funkcija $f(x) = ax + b$

4) Ako je $a$ negativan racionalan broj, tj. $a = -\frac{m}{n}$

U koordinatnom sustavu označimo točku A(0, $b$)

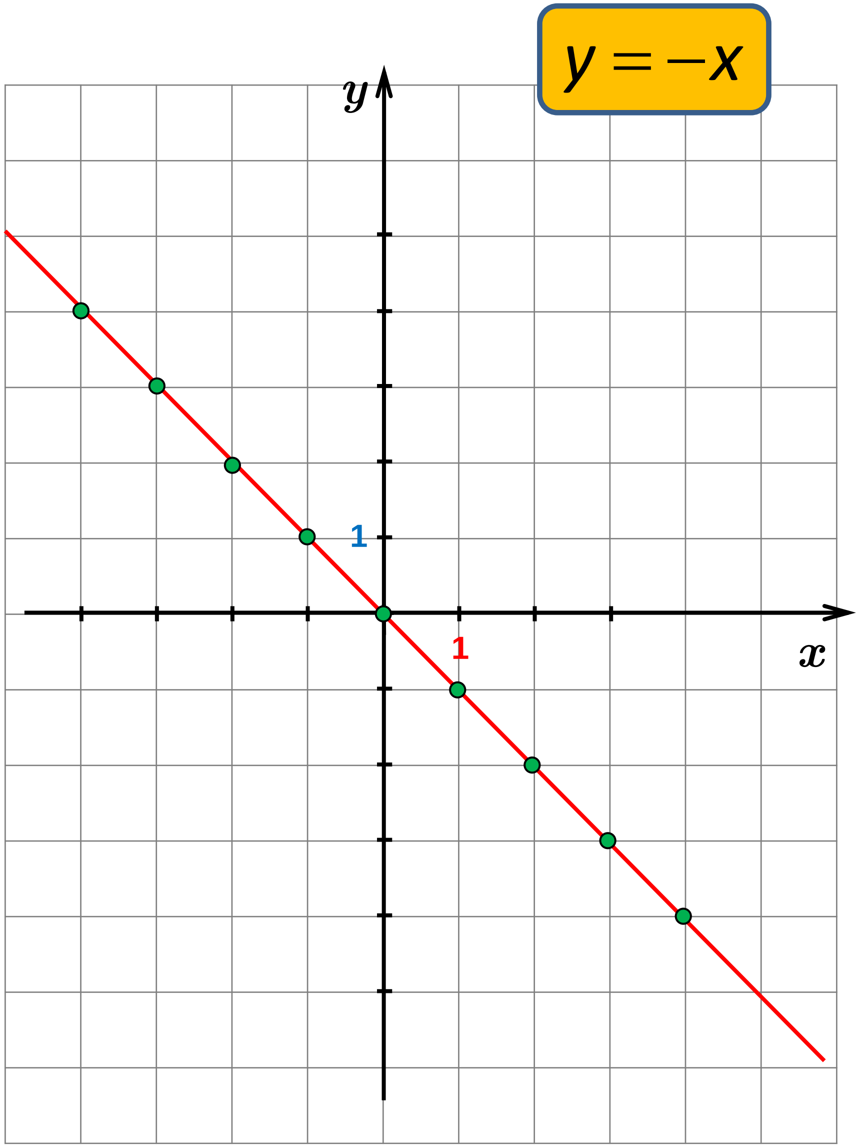
Drugu točku grafa funkcije odredimo tako da se

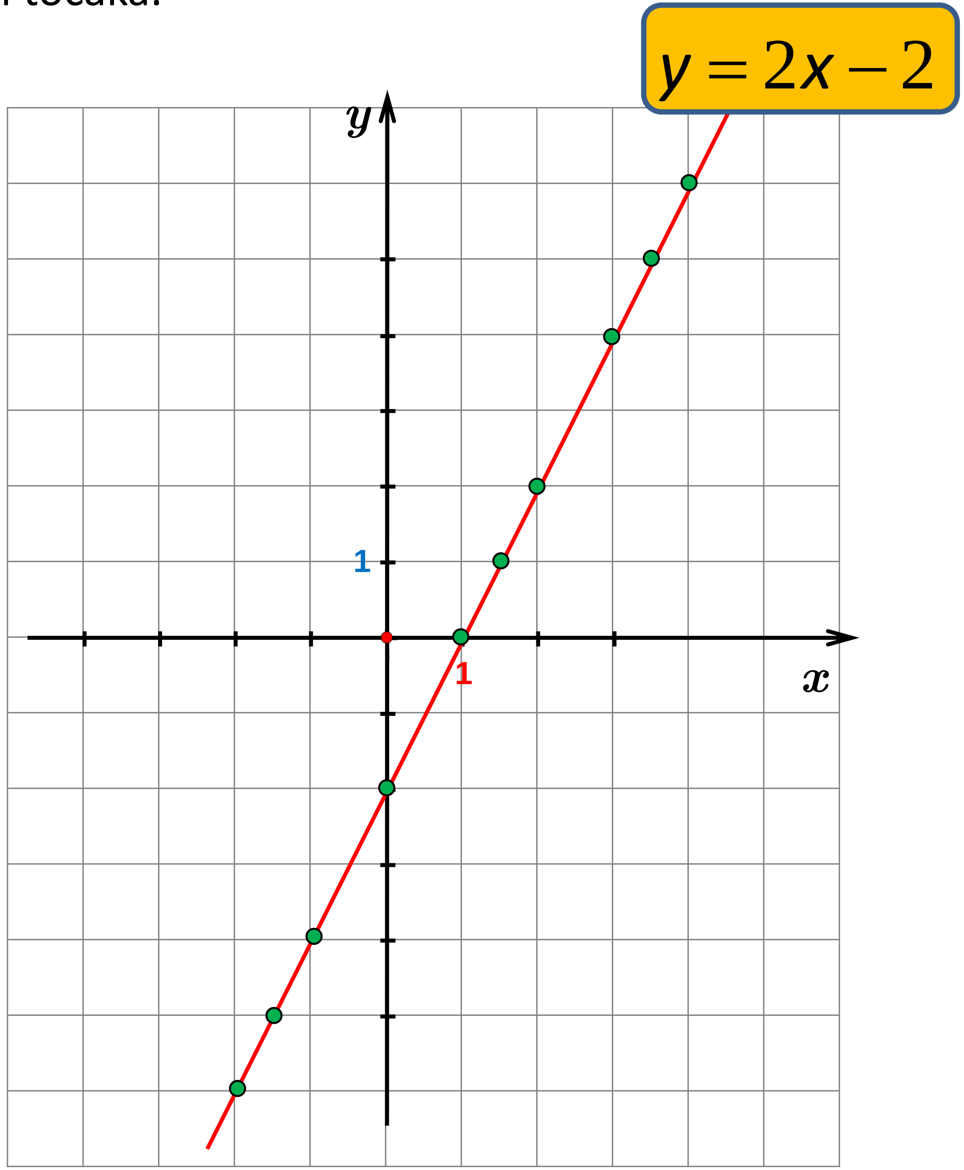
od točke A pomaknemo za $n$ jediničnih dužina u desno i za $m$ jediničnih dužina dolje

# 13., 14., 15. i 16. sat

- jednadžba pravca (rad u skupini, zapažanja vezana za koordinate točaka koje pripadaju zadanom pravcu)
- crtanje pravca zadanog jednadžbom
- usporedni pravci

U tablicu zapiši koordinate istaknutih točaka koje pripadaju zadanom pravcu.
Opiši zapažanja vezana za  koordinate tih točaka.

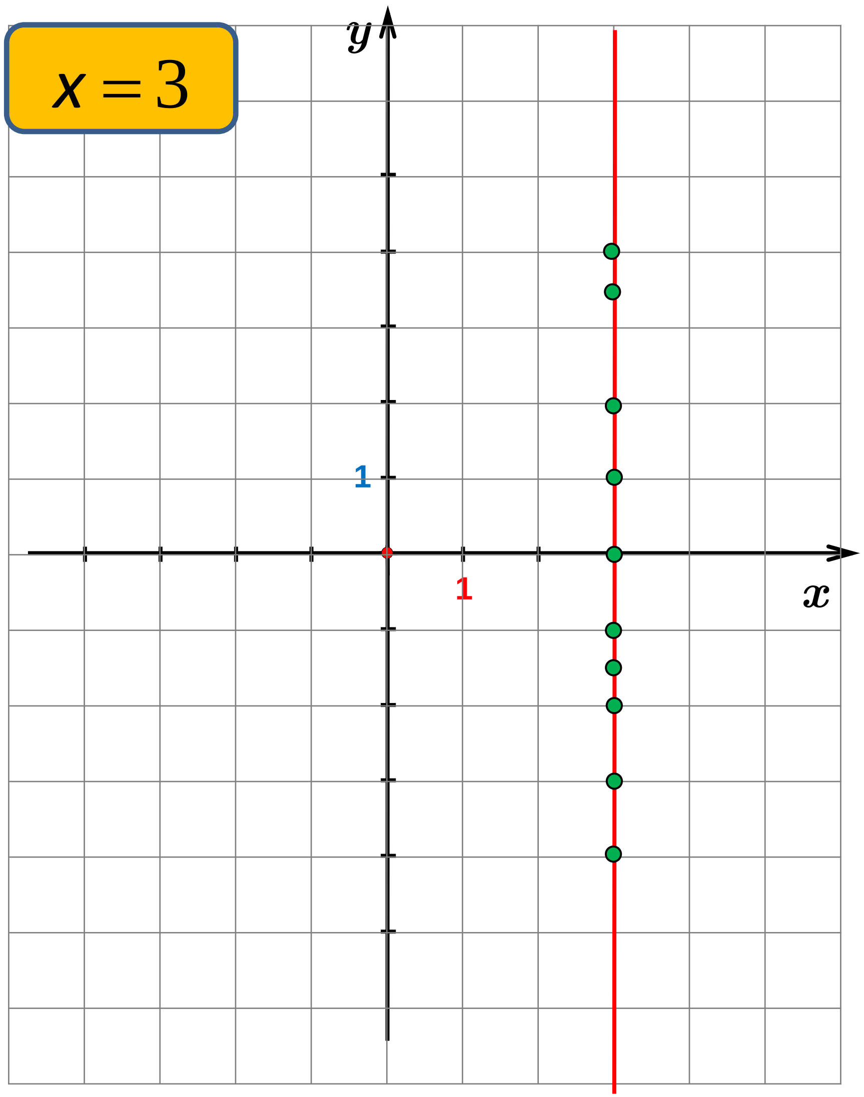


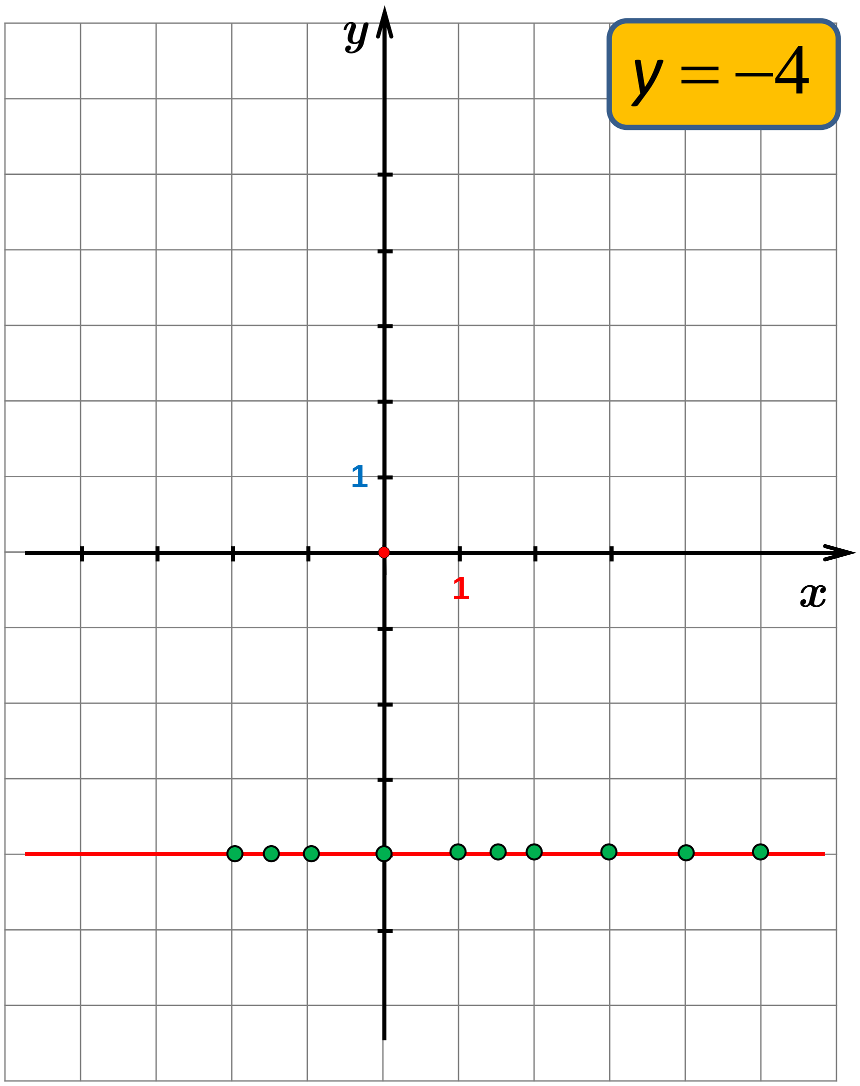



| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | -2 | -1.5 | -1 | 0 | 1 | 1.5 | 2 | 3 | 3.5 | 4 |
| y | -6 | -5 | -4 | -2 | 0 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 |

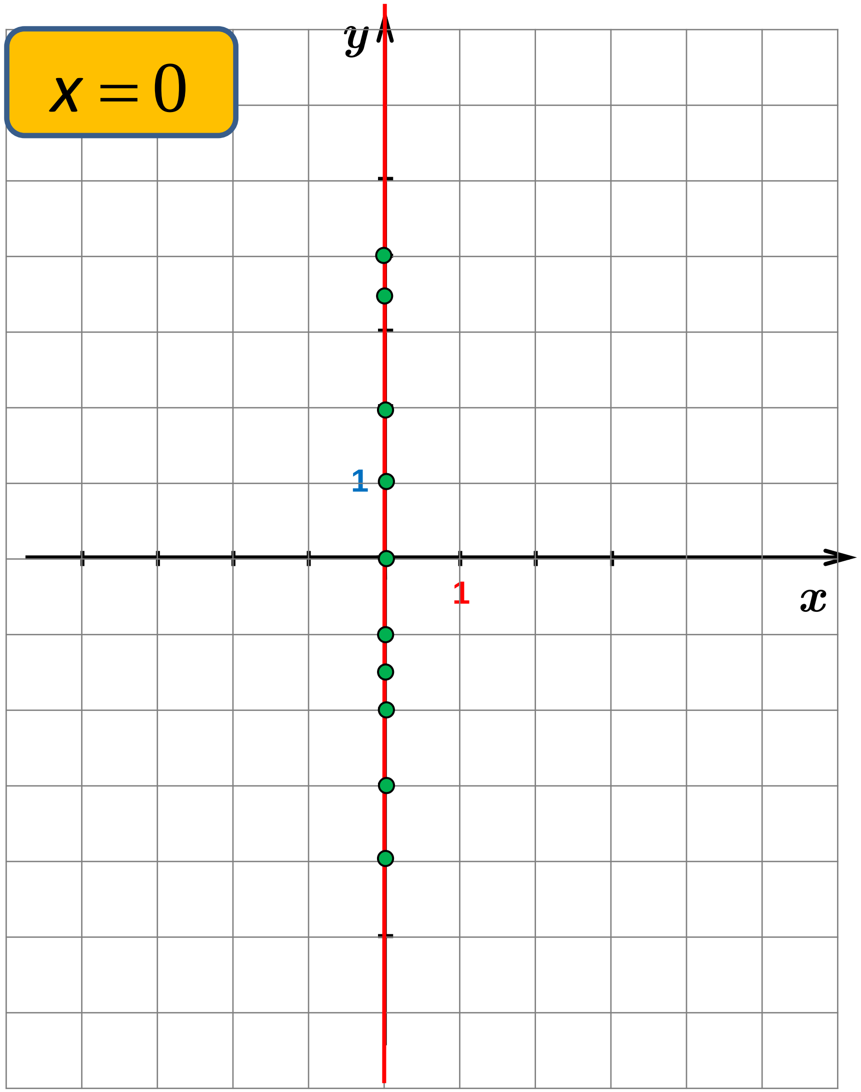
- učenici su imali poteškoća u zapisivanju veze apscise i ordinate zadanih točaka
- dio učenika je promatrao promjenu veličine *x* i promjenu veličine *y*
- uočili su: ako apscisu povećaju za 0.5, ordinata se poveća za 1,
  ako apscisu povećaju za 1, ordinata se poveća za 2
- povezali su s linearnom funkcijom i zaključili da je vodeći koeficijent 2
- dio njih je slobodni član odredio iz (0, -2), a dio njih množenjem apscise s 2 te određivanjem koliko još treba dodati (oduzeti) do vrijednosti ordinate

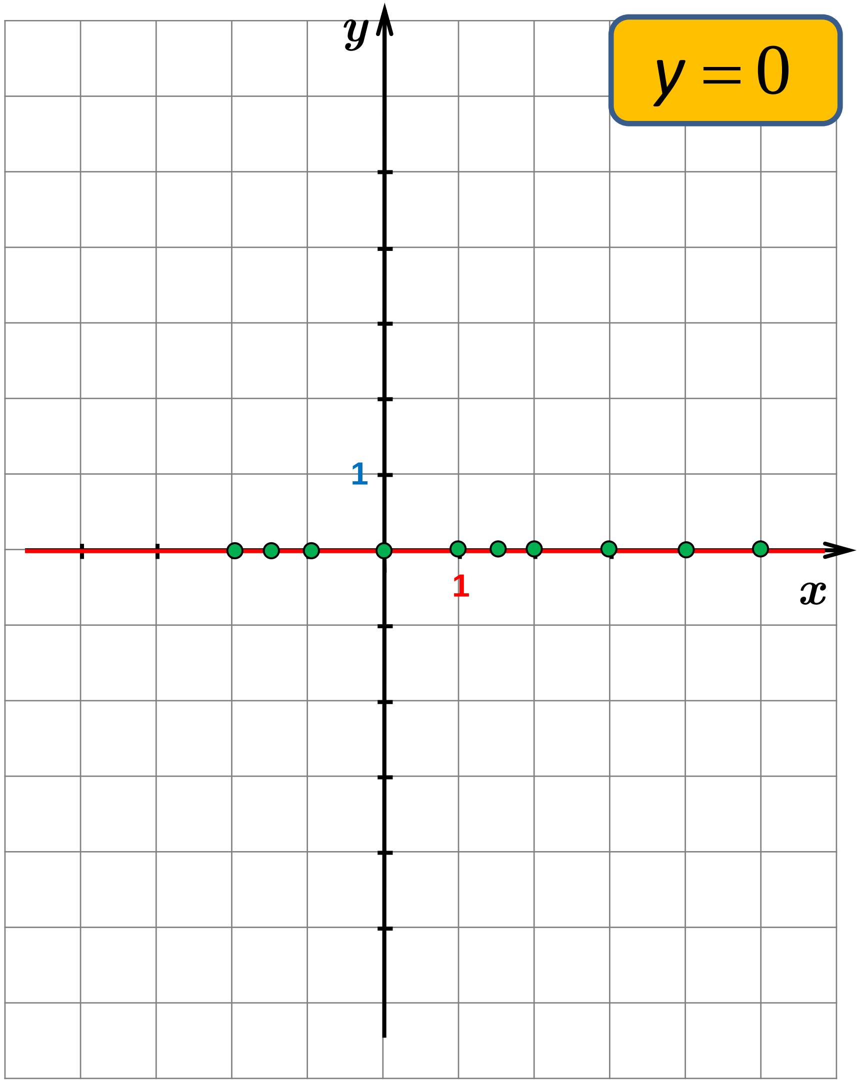
U tablicu zapiši koordinate istaknutih točaka koje pripadaju zadanom pravcu.
Opiši zapažanja vezana za  koordinate tih točaka.



U tablicu zapiši koordinate istaknutih točaka koje pripadaju zadanom pravcu.
Opiši zapažanja vezana za  koordinate tih točaka.



Koordinate svih točaka koje pripadaju istom pravcu zadovoljavaju jednu od jednadžbi:

- $y = ax + b$
- $y = b$
- $x = p$

- Ako točka pripada pravcu tada njene koordinate zadovoljavaju jednadžbu tog pravca.
- Ako koordinate neke točke zadovoljavaju jednadžbu pravca tada ta točka pripada tom pravcu.

# Jednadžba pravca

$$y = ax + b$$

koeficijent smjera
ili nagib pravca

odsječak pravca na
$y$ – osi

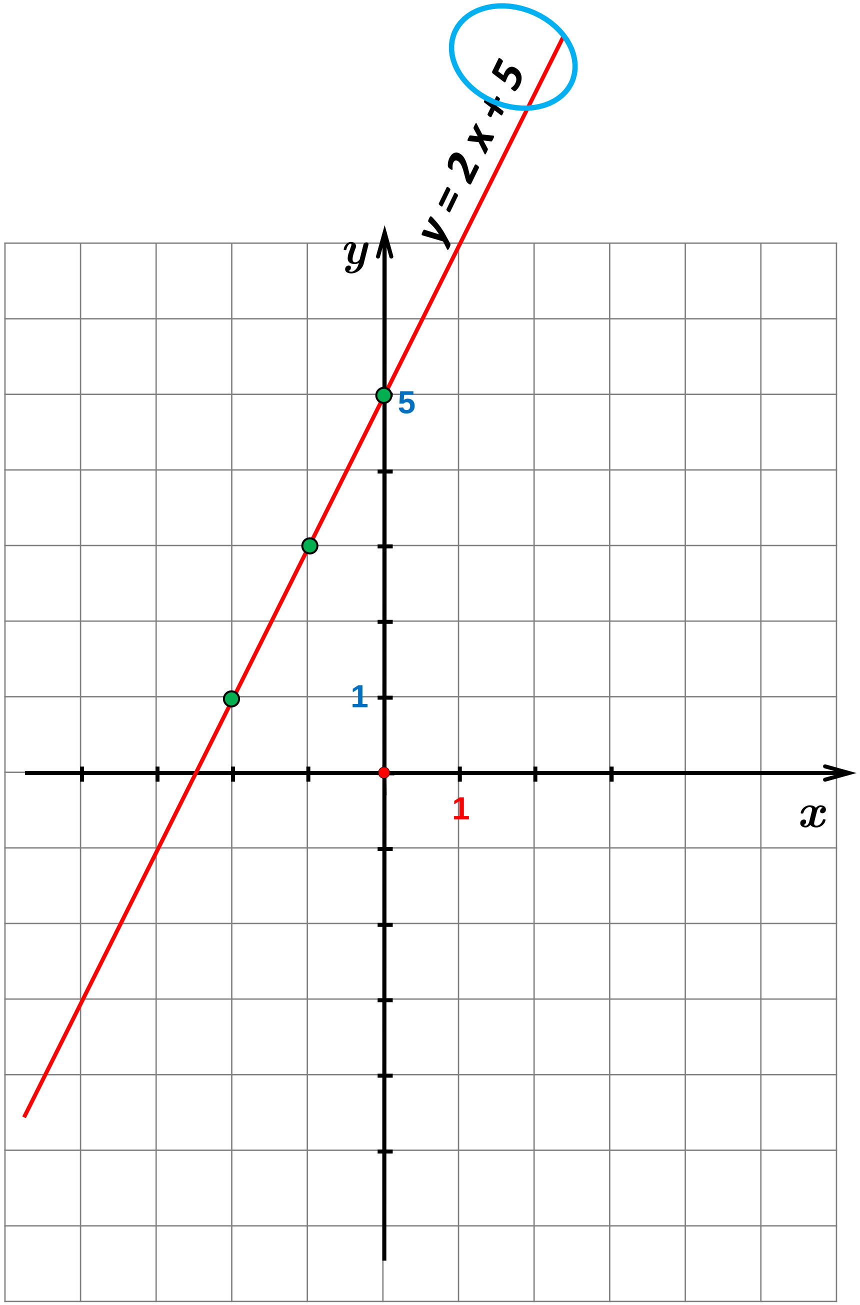
Sve točke grafa linearne funkcije zadane formulom $f(x) = ax + b$ pripadaju pravcu čija je jednadžba $y = ax + b$

Nacrtajmo pravac:

$y = 2x + 5$

$a = 2$
$b = 5$

| $x$ | 0 | $-1$ | $-2$ |
|---|---|---|---|
| $y = 2x + 5$ | 5 | 3 | 1 |




Pravac siječe os ordinata u točki (0, 5).

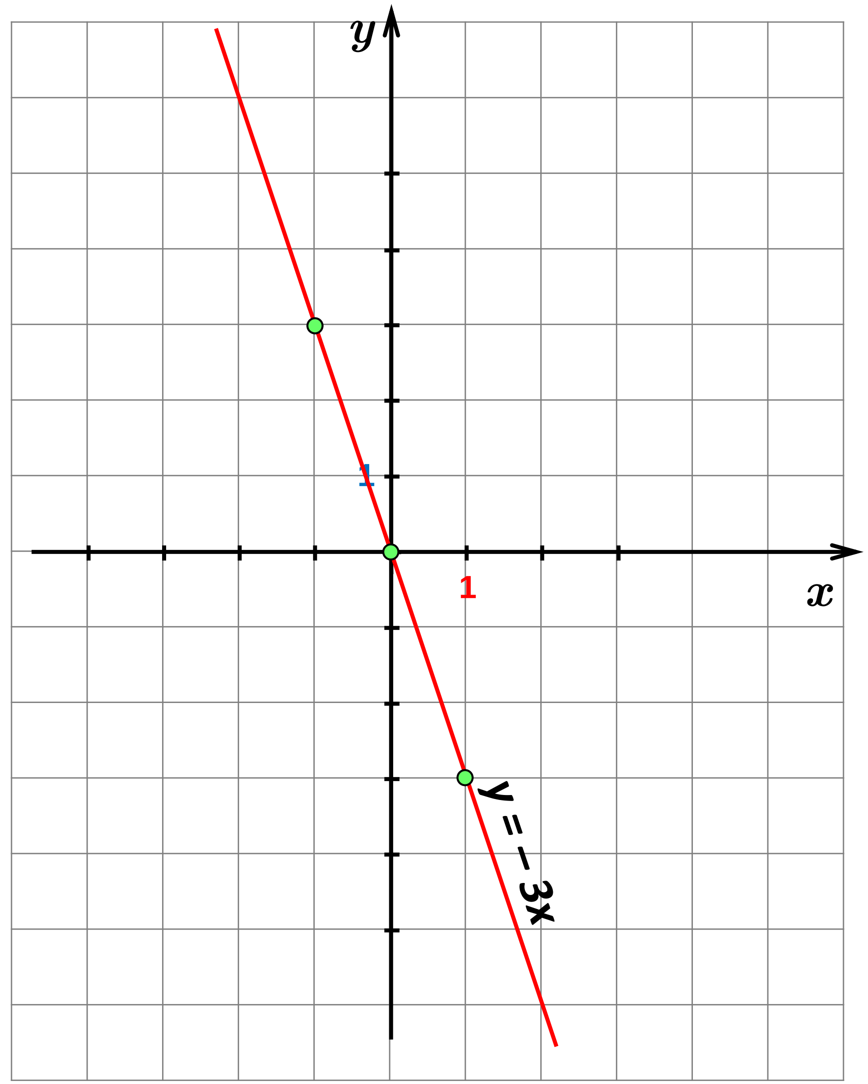
Odsječak na osi ordinata je 5.

Nacrtajmo pravac

$$y = -3x + 0$$

$a$ = – 3
$b$ = 0

| x | 0 | 1 | –1 |
|---|---|---|---|
| $y = -3x$ | 0 | –3 | 3 |




Pravac siječe os ordinata u točki (0, 0).

Odsječak na osi ordinata je 0.

Pravac prolazi ishodištem.

Nacrtajmo pravac

$$y = -x - 2$$

$b = -2$

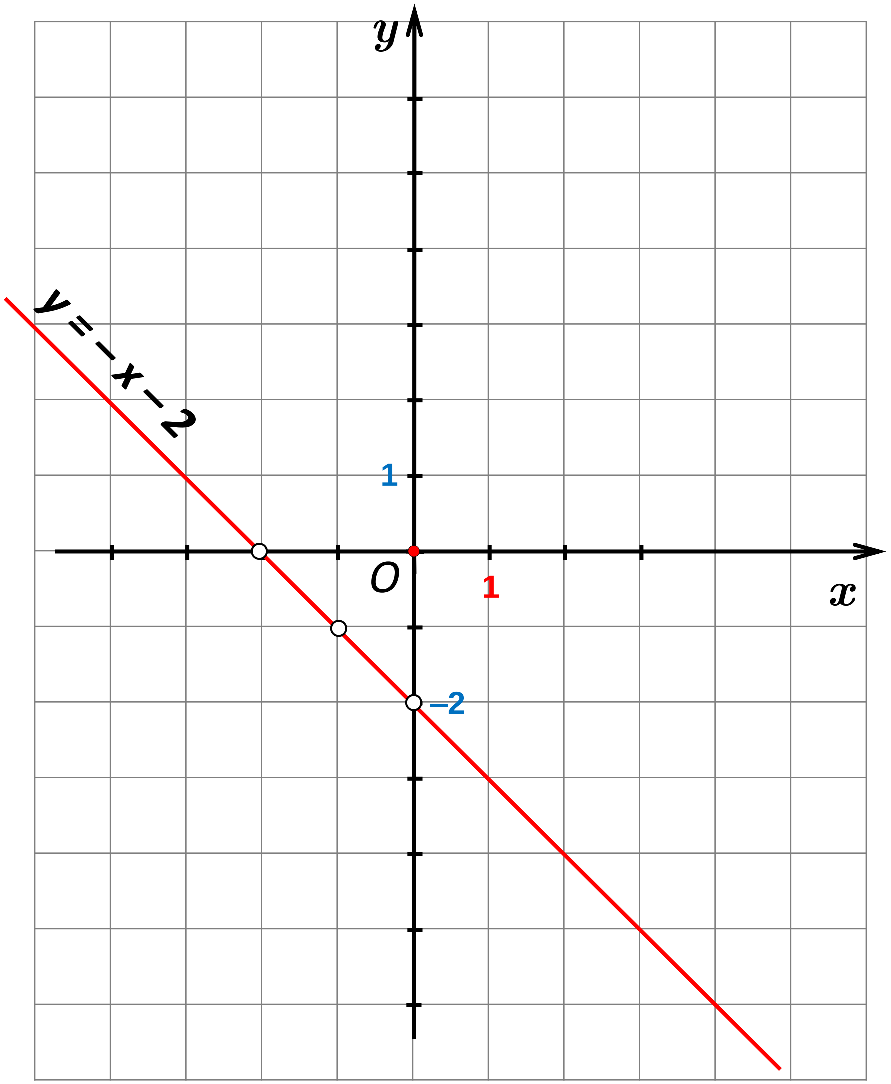
Odsječak na osi ordinata je –2.

Pravac siječe os ordinata u točki (0, –2).

$$y = -x - 2$$
$$y = 0$$
$$0 = -x - 2$$
$$x = -2$$

Pravac siječe os apscisa u točki (–2, 0).

$$y = -x - 2$$
$$x = -1$$
$$y = 1 - 2$$
$$y = -1$$
$$(-1, -1)$$



Nacrtajmo pravac

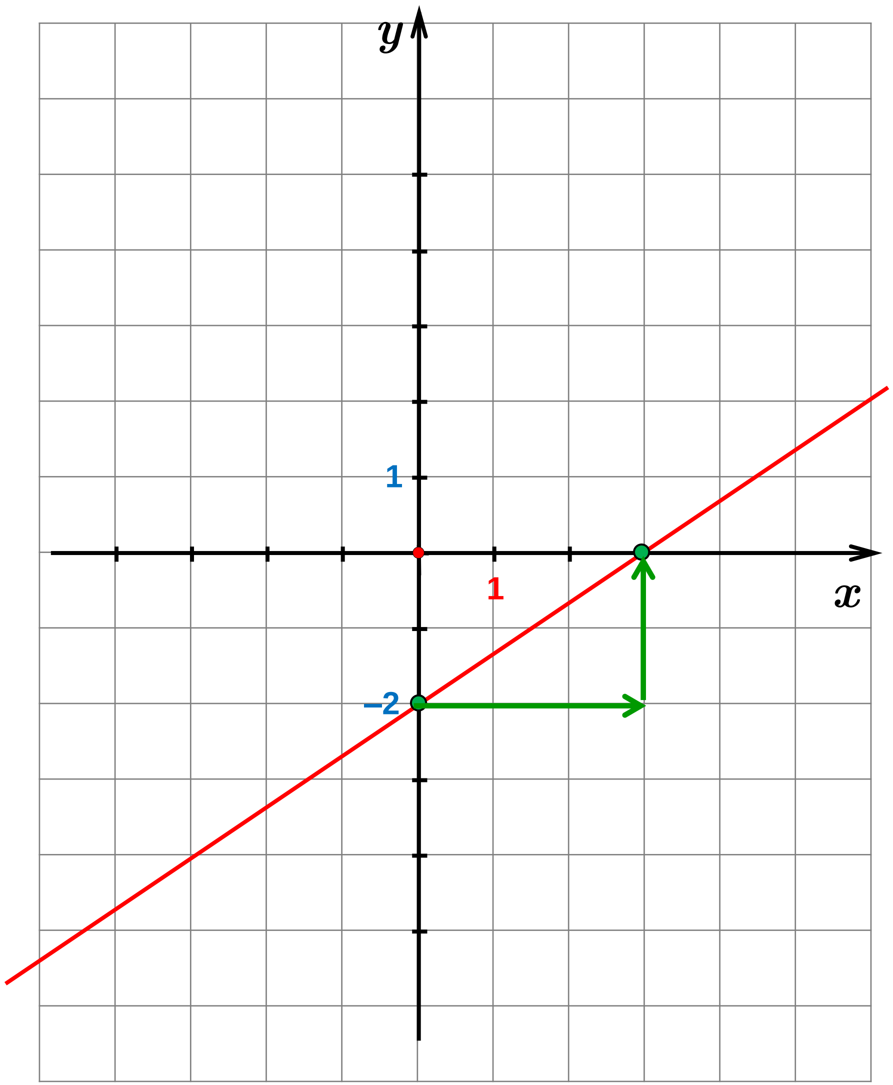
$$y = \frac{2}{3}x - 2$$

$$b = -2$$

Pravac siječe os ordinata u točki $B(0, -2)$

$$a = \frac{2}{3}$$

Ako apscisu točke $B$ povećamo za 3, ordinata se poveća za 2.



Nacrtajmo pravac

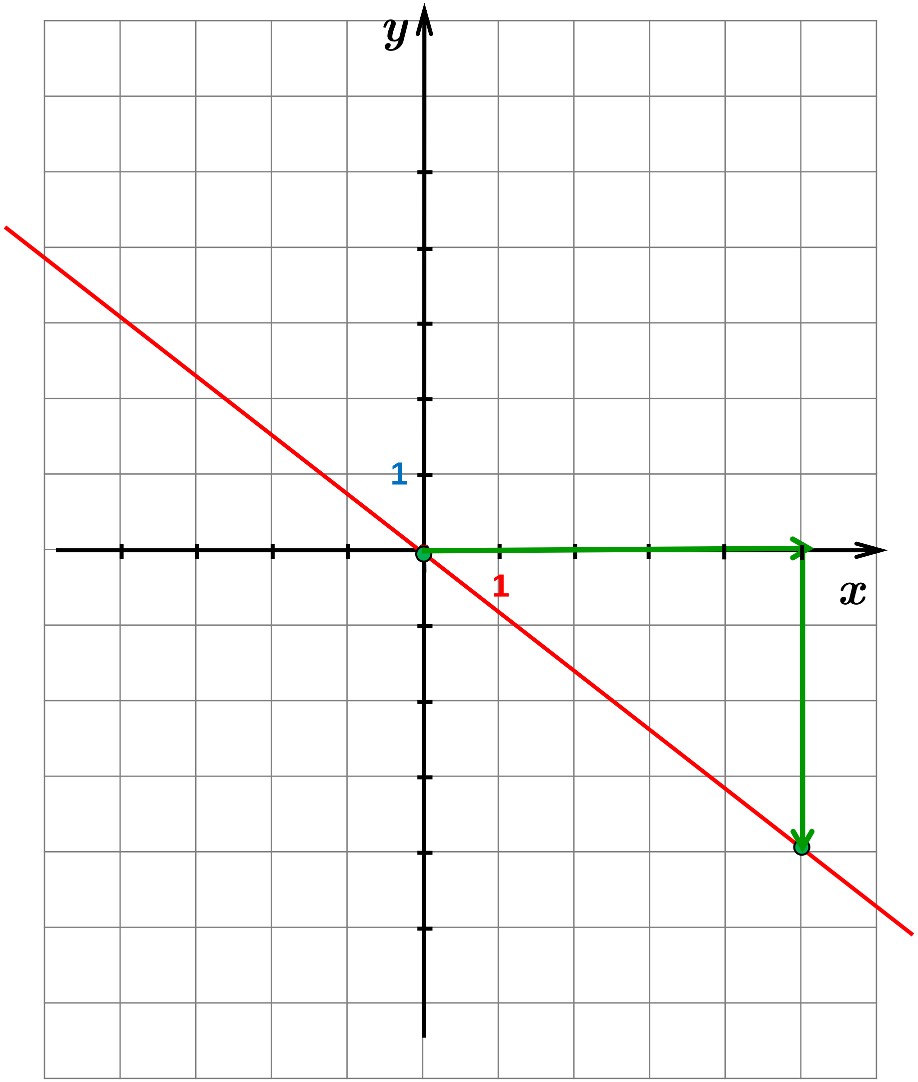
$$y = -\frac{4}{5}x + 0$$

$b = 0$

Pravac siječe os ordinata u točki $O(0, 0)$

$$a = -\frac{4}{5}$$

Ako apscisu točke *B* povećamo za 5, ordinata se smanji za 4.



Nacrtajmo pravce:

$y = 2x + 1$

| x | 0 | 1 | −1 |
|---|---|---|---|
| $y = 2x + 1$ | 1 | 3 | 1 |

$y = 2x - 2$

| x | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $y = 2x - 2$ | −2 | 0 | 2 |

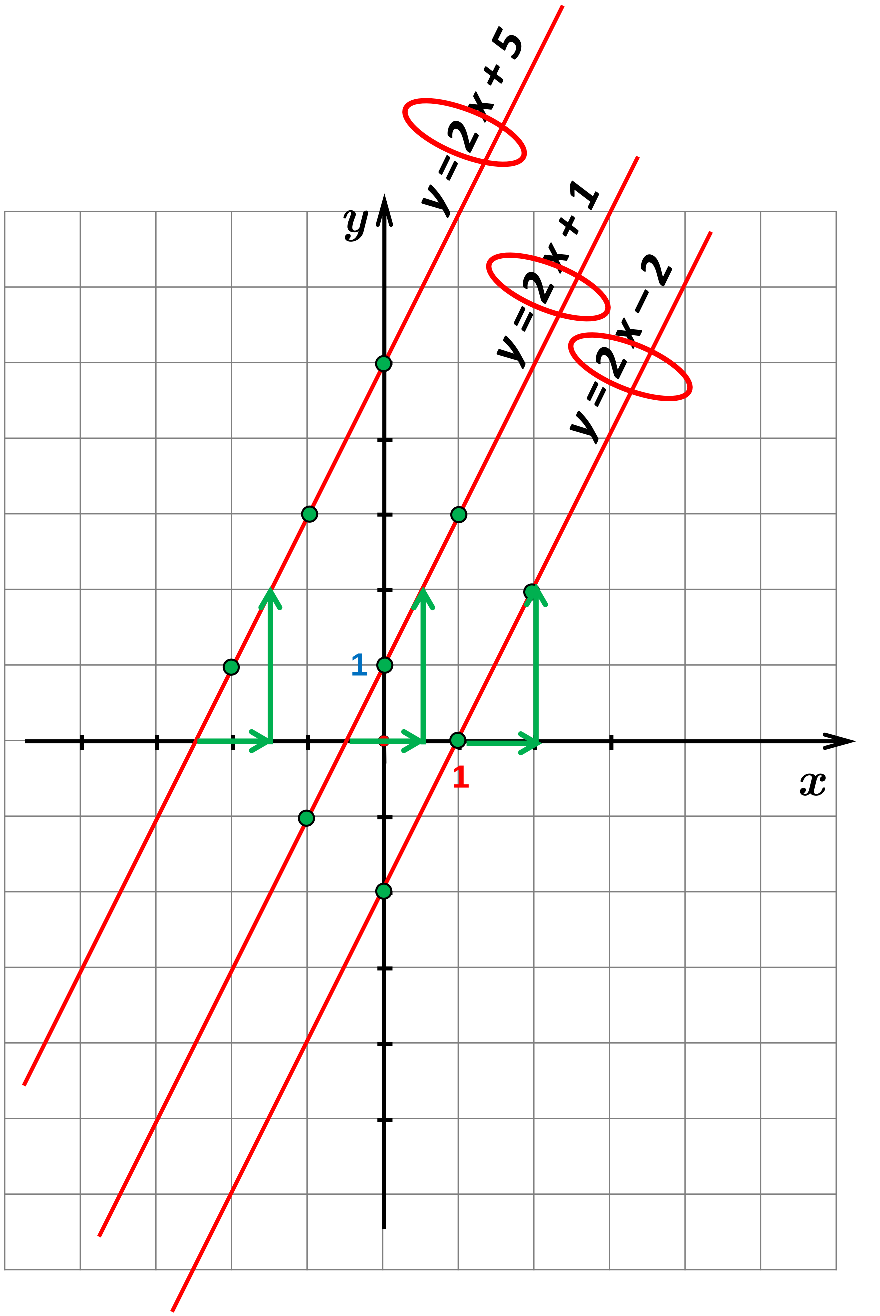
$y = 2x + 5$

| x | 0 | −1 | −2 |
|---|---|---|---|
| $y = 2x + 5$ | 5 | 3 | 1 |

**Pravci imaju isti nagib**

***a* = 2**

**Pravci su usporedni**



$y = -3x + 2$

| x | 0 | 1 | −1 |
|---|---|---|---|
| $y = -3x + 2$ | 2 | −1 | 5 |

$y = -3x$

| x | 0 | 1 | −1 |
|---|---|---|---|
| $y = -3x$ | 0 | −3 | 3 |

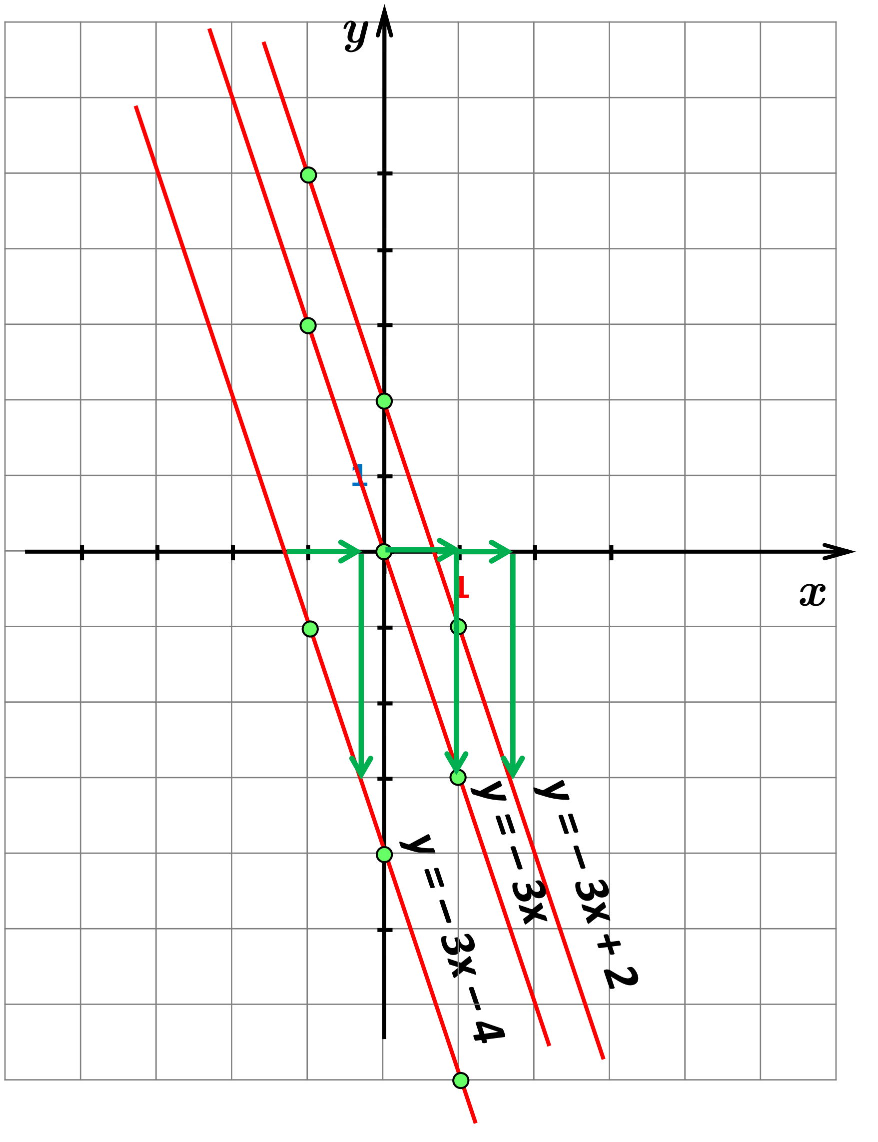
$y = -3x - 4$

| x | 0 | 1 | −1 |
|---|---|---|---|
| $y = -3x - 4$ | −4 | −7 | −1 |

**Pravci imaju isti nagib**

***a* = – 3**

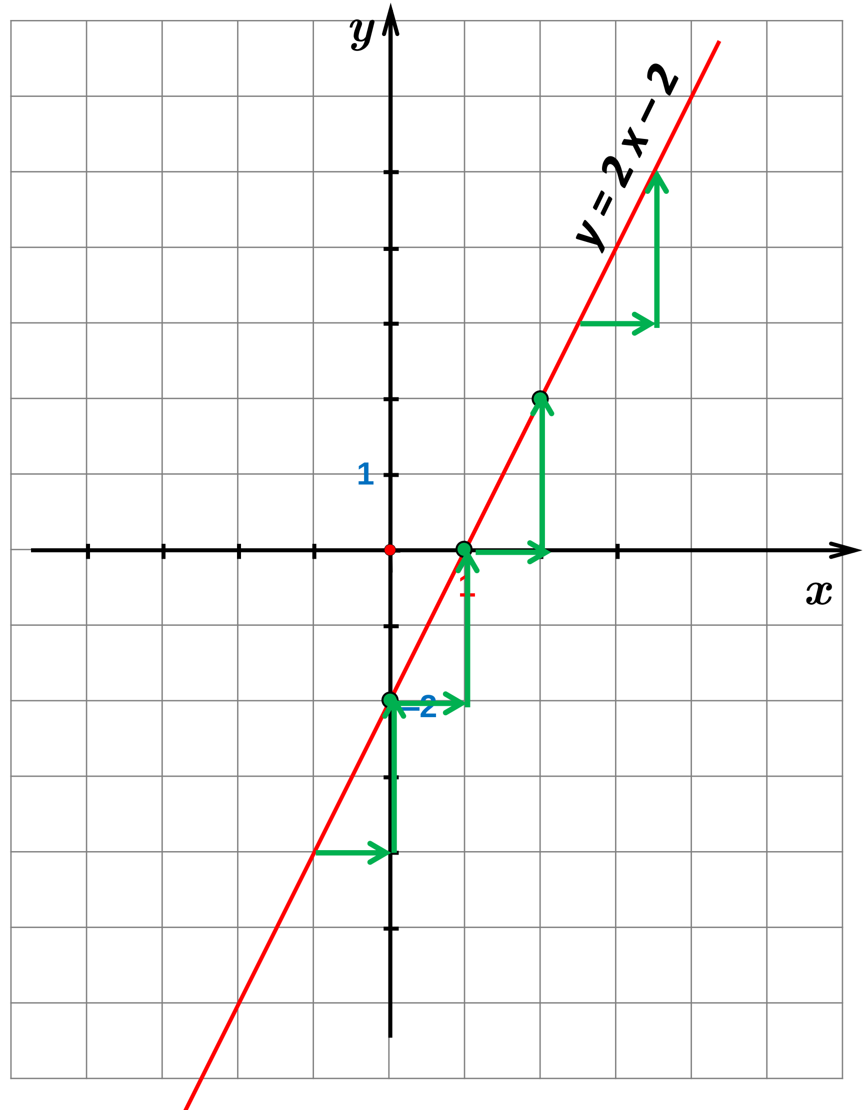
**Pravci su usporedni**



Nacrtajmo pravac čija je jednadžba $y = 2x - 2$

$a = 2$
$b = -2$

| x | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $y = 2x - 2$ | $-2$ | 0 | 2 |




Tom pravcu pripadaju točke grafa linearne funkcije $f(x) = 2x - 2$

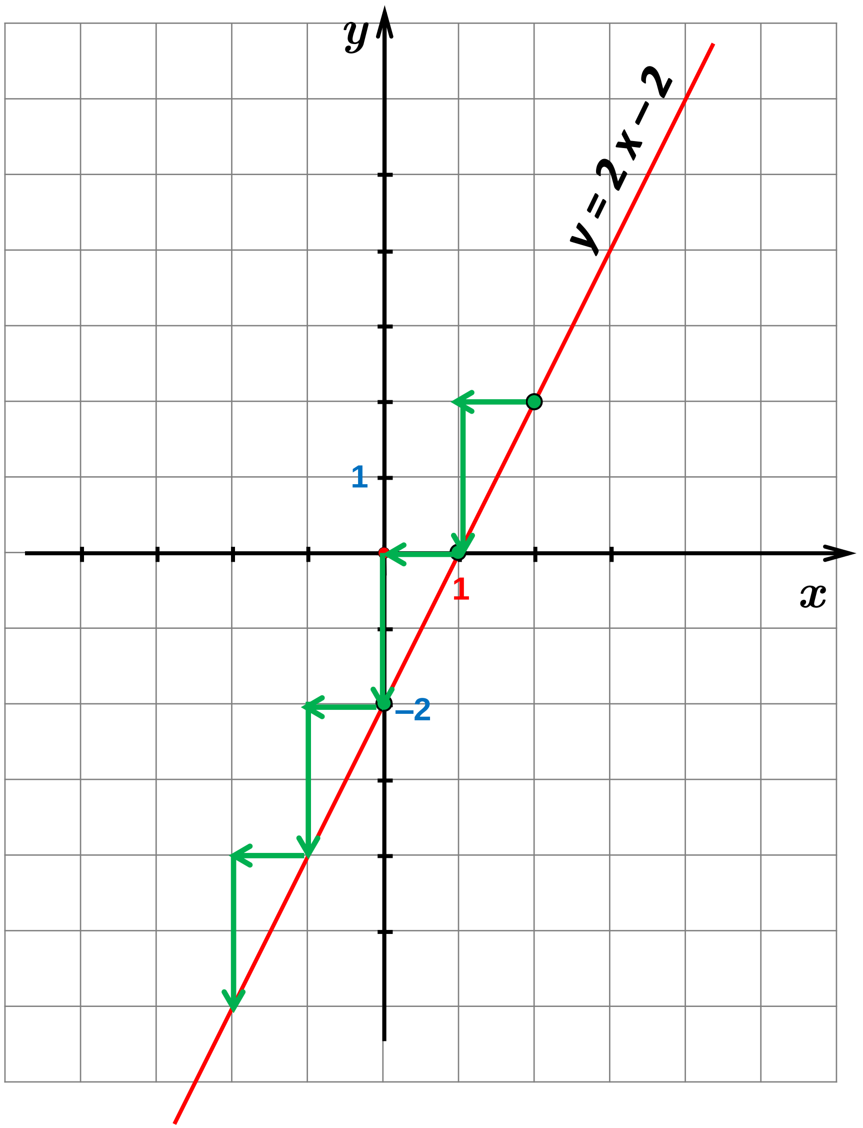
Odsječak na osi ordinata je –2.

Pravac siječe os ordinata u točki (0, –2).

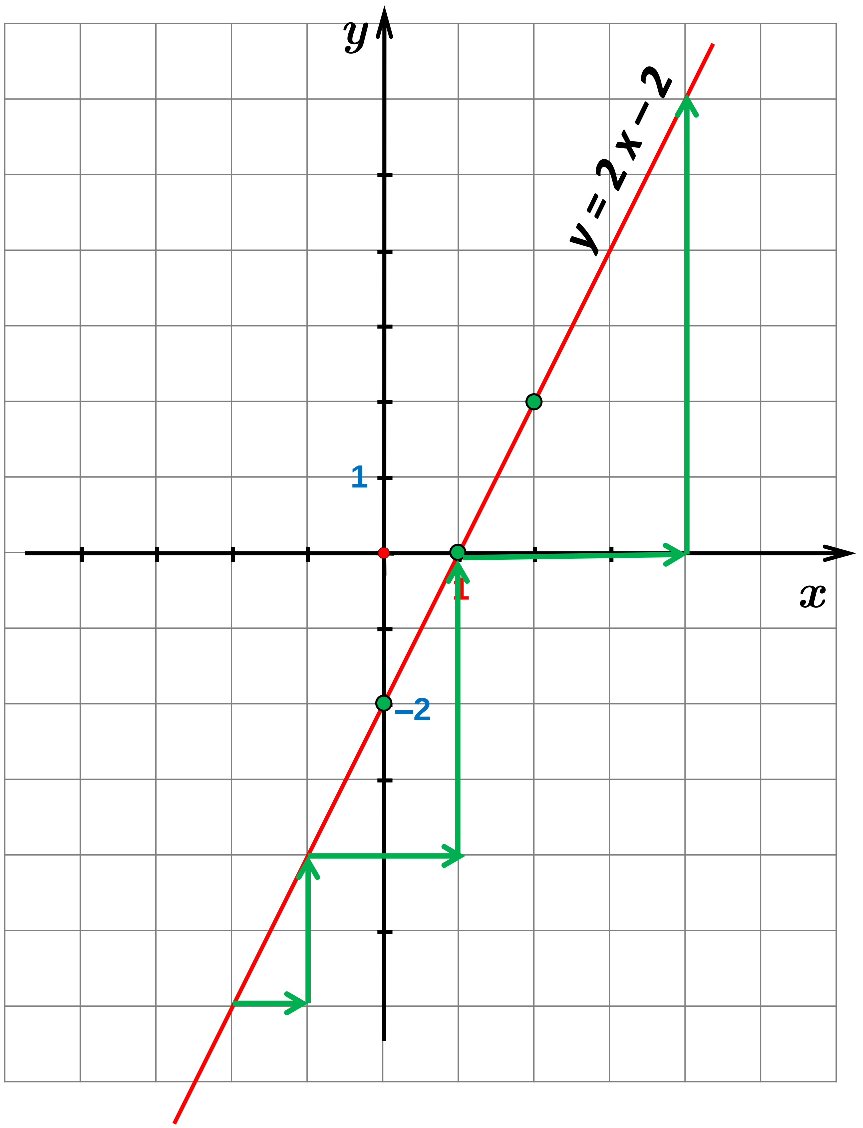
Nul-točka je 1.

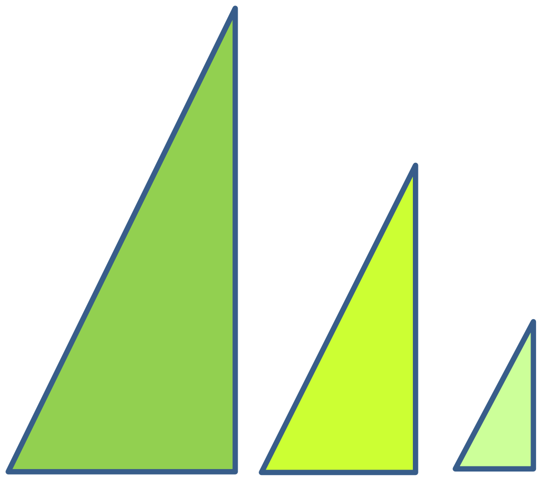
Pravac siječe os apscisa u točki (1, 0).

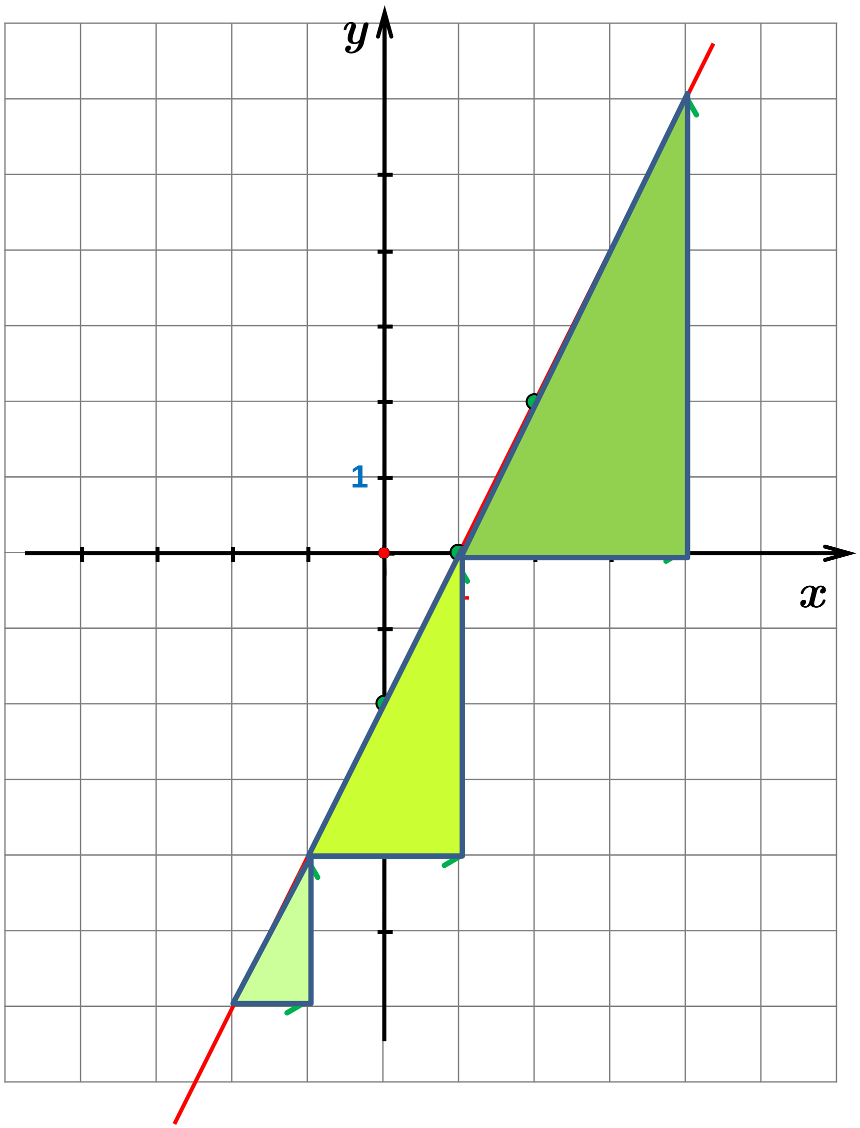
$$y = 2x - 2$$



$y = 2x - 2$



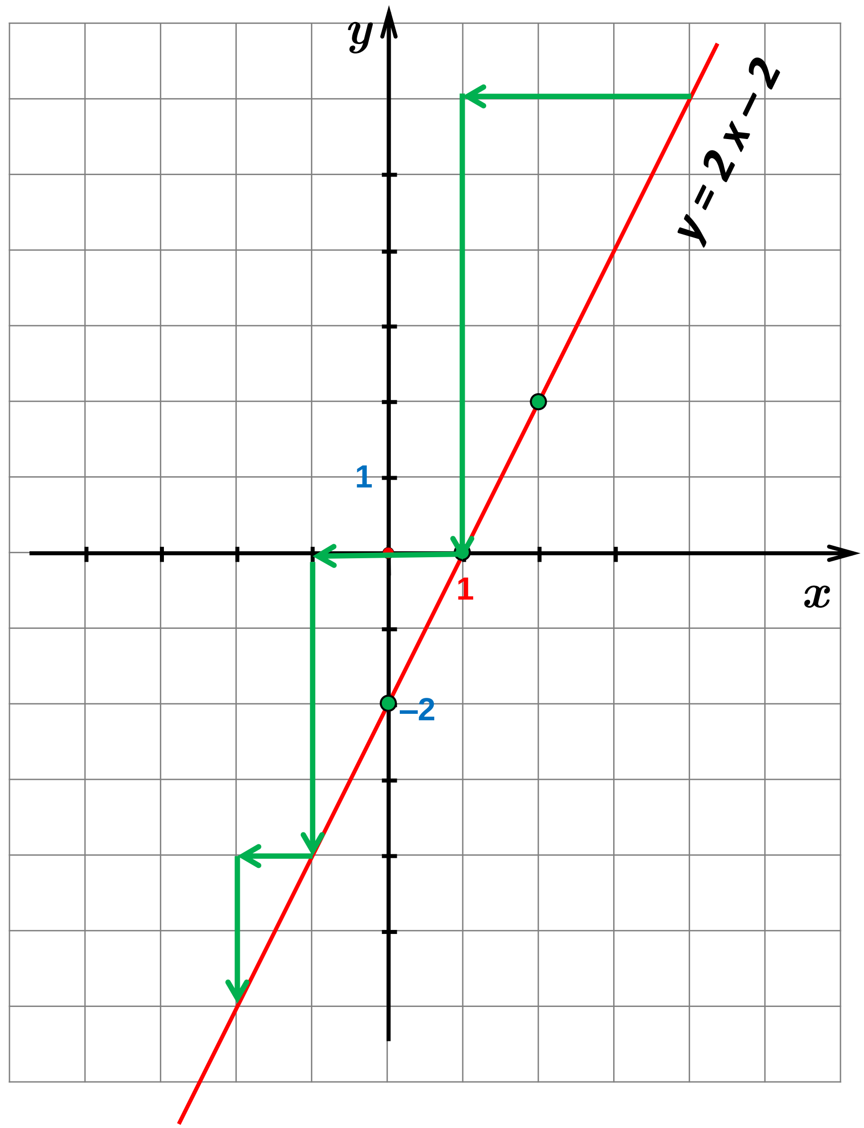


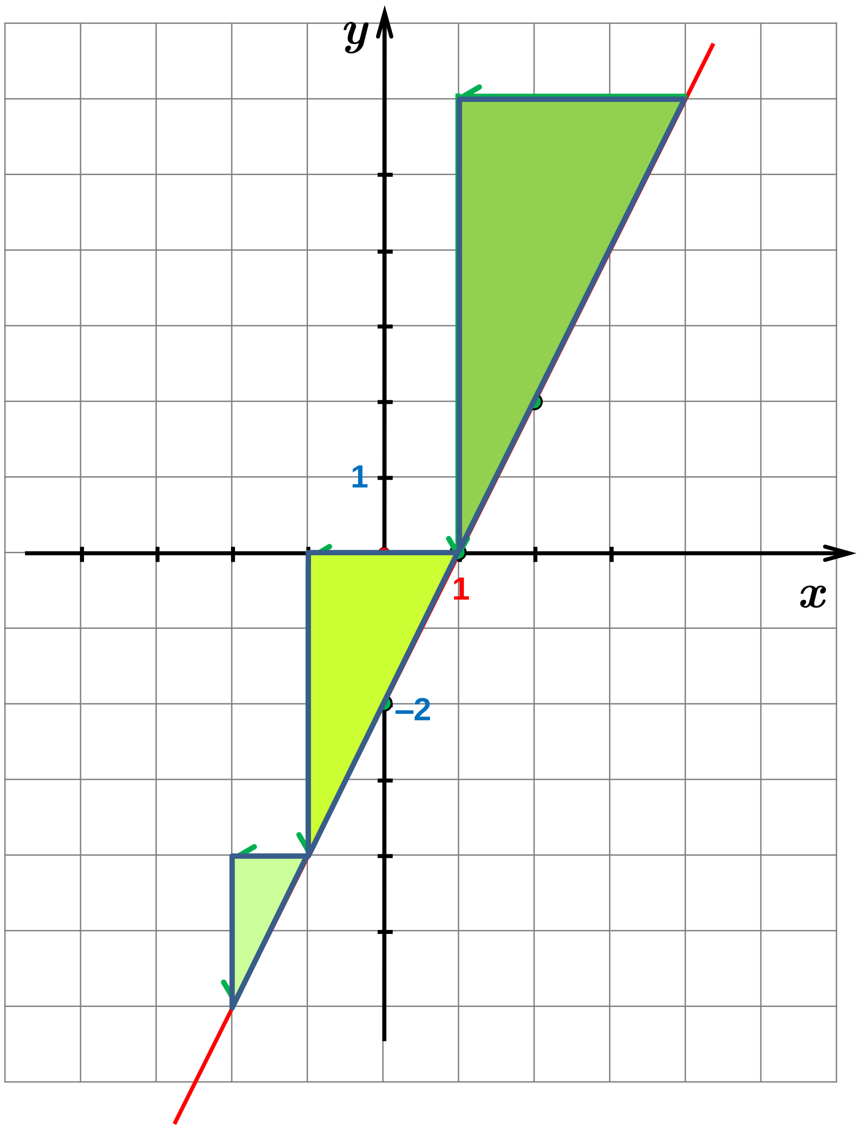



Trokuti su slični.
Omjeri duljina odgovarajućih stranica jednaki su parametru *a*:

$$\frac{6}{3}=2 \qquad \frac{4}{2}=2 \qquad \frac{2}{1}=2$$

$y = 2x - 2$



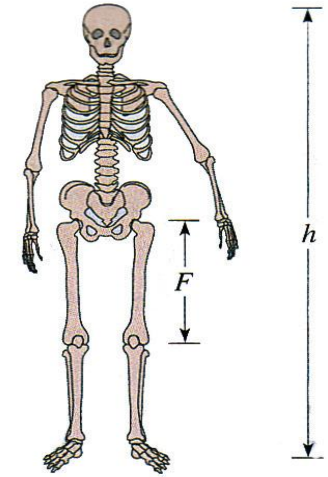



Trokuti su slični.
Omjeri duljina odgovarajućih stranica jednaki su parametru *a*:

$$\frac{6}{3} = 2 \qquad \frac{4}{2} = 2 \qquad \frac{2}{1} = 2$$

# Provjera znanja – grupni rad

1. CSI Zagreb (B. Dakić, N. Elezović: Matematika 1, str. 25.)




Procjenu visine neke osobe forenzičari donose na temelju duljine bedrene kosti. Ako je $d$ duljina bedrene kosti, onda je visina

muškarca $h(d) = 2.24d + 60.1$

žene $h(d) = 2.3d + 61.4$

a) Kolika je visina muškarca ako je duljina njegove bedrene kosti 52 cm?

b) Kolika je duljina bedrene kosti žene čija je visina 165 cm?

Duljina bedrene kosti $d$ i visina osobe $h(d)$ izražavaju se u centimetrima. Rješenja zaokruži na cijeli broj centimetara.

2. Otkucaji srca (Primjer PISA ispitnog zadatka)

Ljudi bi iz zdravstvenih razloga trebali ograničiti svoj fizički napor, primjerice tijekom bavljenja sportom, kako ne bi premašili određenu frekvenciju otkucaja srca.

Godinama je odnos između preporučenog maksimalnog broja otkucaja srca i starosti neke osobe bio opisivan formulom:

*preporučeni maksimalan broj otkucaja srca je 220 – godine života*

Nedavna istraživanja su pokazala da bi se ova formula trebala preinačiti.

Nova formula glasi:

*preporučeni maksimalan broj otkucaja srca je 208 – (0.7 · godine života)*

a) Zapiši formule kojima su zadane linearne funkcije koje opisuju ovisnost starosne dobi i preporučenog maksimalnog broja otkucaja srca.

b) Koliki je preporučen maksimalan broj otkucaja srca dvadesetogodišnjaka po staroj, a koliki po novoj formuli?

c) Za koju starosnu dob je preporučen maksimalan broj otkucaja srca 152 po staroj, a za koju po novoj formuli?

d) Za koju starosnu dob je preporučen maksimalan broj otkucaja srca jednak po staroj i novoj formuli?

e) U istom koordinatnom sustavu nacrtaj grafove ovih linearnih funkcija. Na osnovu grafičkog prikaza opiši razlike preporučenog maksimalnog broja otkucaja srca po novoj i staroj formuli.

3. Zapiši formulu kojom je zadana linearna funkcija $f:\mathbb{Q}\rightarrow\mathbb{Q}$ čiji su parametri: vodeći koeficijent je 3, a slobodni član je $\frac{2}{3}$.

   a) Izračunaj nultočku ove funkcije.
   b) Za koliko se promijeni vrijednost funkcije ako se vrijednost argumenta poveća za 9?
   c) Za koliko se promijeni vrijednost funkcije ako se vrijednost argumenta smanji za 3?
   d) Zapiši jednadžbu pravca kojemu pripadaju točke grafa ove funkcije i nacrtaj taj pravac u koordinatnom sustavu u ravnini.

4. Zapiši formulu kojom je zadana linearna funkcija $f:\mathbb{Q}\rightarrow\mathbb{Q}$ čiji su parametri: vodeći koeficijent je $-\frac{3}{2}$, a slobodni član je $-\frac{3}{5}$.

   a) Zapiši jednadžbu pravca kojemu pripadaju točke grafa ove funkcije i nacrtaj taj pravac u koordinatnoj ravnini.
   b) Zapiši koordinate sjecišta tog pravca i koordinatnih osi.
   c) Opiši promjenu vrijednosti funkcije ako se vrijednost argumenta poveća za 20.
   d) Opiši promjenu vrijednosti funkcije ako se vrijednost argumenta smanji za 6.

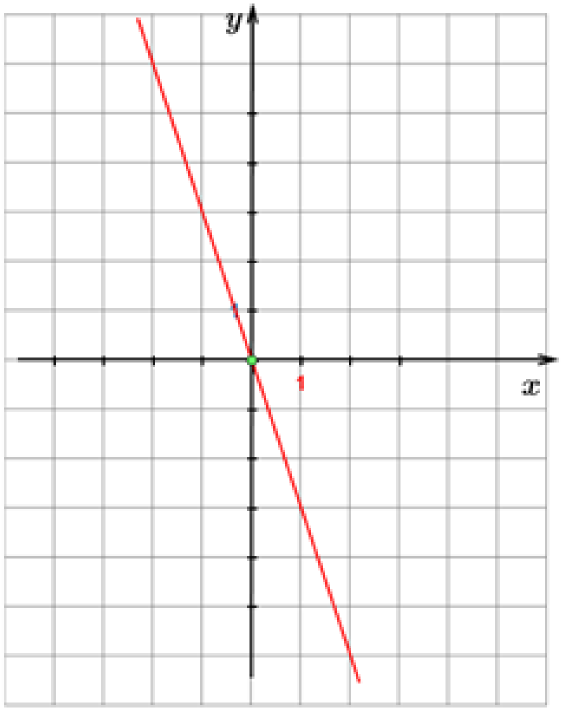
5.

a) Napiši jednadžbu pravca sa slike

b) Pripada li točka T(-7, 21) ovom pravcu?

c) Odredi nepoznate koordinate točaka A i B ako te točke pripadaju ovom pravcu

$A(9, y)$, $B\left(x, -\frac{2}{7}\right)$



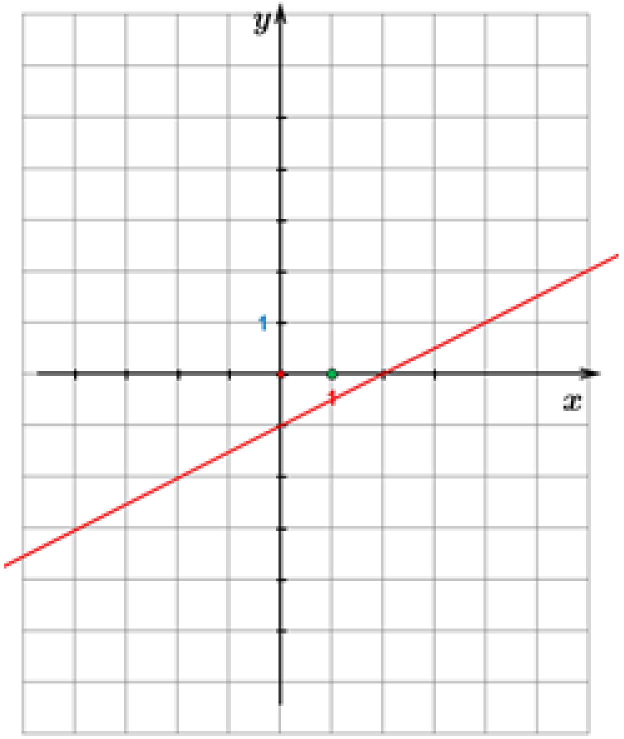
6.

a) Napiši jednadžbu pravca sa slike

b) Pripada li točka T(11, $\frac{11}{2}$) ovom pravcu?

c) Odredi nepoznate koordinate točaka A i B ako te točke pripadaju ovom pravcu

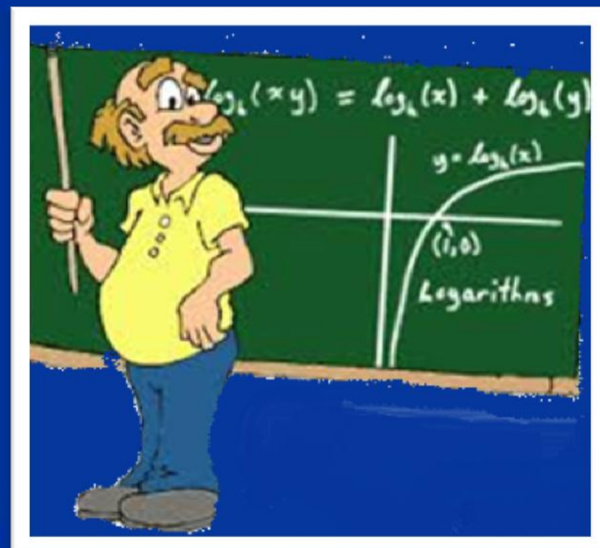
$A(16, y)$, $B(x, -\frac{2}{5})$



Literatura:


- B. Pavković, D. Veljan: Elementarna matematika 1, Školska knjiga, Zagreb, 2004., 424 str.
- B. Pavković, D. Veljan: Elementarna matematika 2, Školska knjiga, Zagreb, 1995., 610 str.
- S. Kurepa: Matematička analiza 1, Tehnička knjiga, Zagreb, 1984., 341 str.
- Demidovič i grupa autora: Zadaci i riješeni primjeri iz više matematike, Tehnička knjiga, Zagreb, 1963., 478 str.
- Ž. Orčić, R. Svedrec, N. Sarapa: Matematika 7 – 2. dio, Školska knjiga, Zagreb, 2009., 222 str.
- B. Dakić, N. Elezović: Matematika 1 – 2. dio, Element, Zagreb, 2007., 230 str.
- M. Braš Roth, M. Gregurović, A. Markočić Dekanić, M. Markuš: PISA 2006. Prirodoslovne kompetencije za život, NCVVO – PISA centar, Zagreb, 2008., 269 str.

- www.google.hr - slike




**Hvala na pažnji!**