

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

Srednje škole – 1. skupina, rješenja i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (17 bodova)

a) S priloženog grafa se može vidjeti da kotač bicikla u vremenskom intervalu $\Delta t_1 = 0 - 0.8$ s napravi četiri puna okreta. Prema tome, kutna brzina okretanja kotača jednaka je:

$$\omega_0 = \frac{\Delta\theta}{\Delta t_1} = \frac{4 \cdot 2\pi}{0.8 \text{ s}} = 10\pi \text{ rad/s} \quad \text{(2 boda)}$$

U vremenskom intervalu $\Delta t_2 = 0.8 - 1.8$ s kotač se giba jednoliko usporeno s početnom kutnom brzinom ω_0 i kutnim ubrzanjem α te u tom vremenu napravi četiri puna okreta.

$$\Delta\theta = \omega_0 \Delta t_2 - \frac{1}{2} \alpha (\Delta t_2)^2$$

$$4 \cdot 2\pi = (10\pi \text{ rad/s})(1 \text{ s}) - \frac{1}{2} \alpha (1 \text{ s})^2 \Rightarrow \alpha = \frac{20\pi - 16\pi}{(1 \text{ s})^2} = 4\pi \text{ rad/s}^2 \quad \text{(3 boda)}$$

Brzina translacije bicikla jednaka je obodnoj brzini točke na vanjskom rubu kotača bicikla. Prema tome, u vremenskom intervalu Δt_1 bicikl se giba jednoliko brzinom:

$$v_0 = r\omega_0 = (0.35 \text{ m})(10\pi \text{ rad/s}) = 11 \text{ m/s}$$

U vremenskom intervalu Δt_2 bicikl se giba jednoliko usporeno ubrzanjem:

$$a = r\alpha = (0.35 \text{ m})(4\pi \text{ rad/s}^2) = 4.4 \text{ m/s}^2$$

te je gibanje opisano jednadžbom $v(t) = v_0 - at$.

$v(t)$ graf prikazan je na slici desno. **(4 boda)**

b) U vremenskom intervalu Δt_1 bicikl prijeđe put:

$$s_1 = v_0 \Delta t_1 = (11 \text{ m/s})(0.8 \text{ s}) = 8.8 \text{ m}$$

U vremenskom intervalu Δt_2 bicikl prijeđe put:

$$s_2 = v_0 \Delta t_2 - \frac{1}{2} a (\Delta t_2)^2$$

$$s_2 = (11 \text{ m/s})(1 \text{ s}) - \frac{1}{2} (4.4 \text{ m/s}^2)(1 \text{ s})^2 = 8.8 \text{ m}$$

Na kraju vremenskog intervala Δt_2 bicikl se nalazi na položaju $s_1 + s_2 = 17.6 \text{ m}$. $x(t)$ graf prikazan je na slici desno. **(4 boda)**

c) Bicikl će se zaustaviti u trenutku:

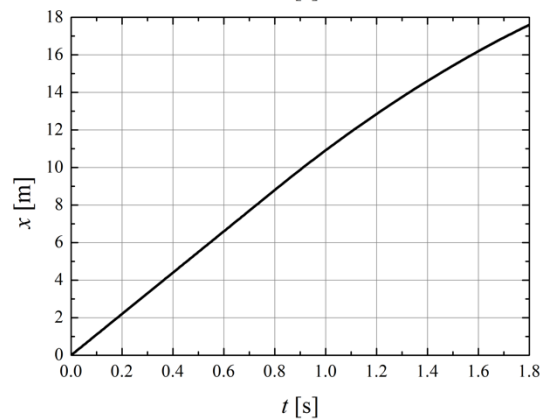
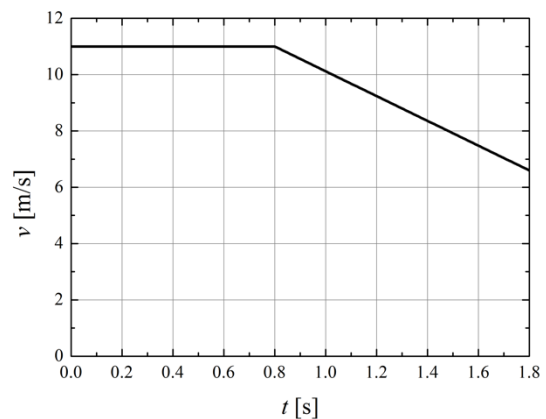
$$0 = v_0 - at \Rightarrow t = \frac{v_0}{a} = \frac{11 \text{ m/s}}{4.4 \text{ m/s}^2} = 2.5 \text{ s} \text{ nakon početka usporenog gibanja. (1 bod)}$$

Do tada će prijeći put:

$$s_{\text{ukupno}} = s_1 + v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 = 8.8 \text{ m} + (11 \text{ m/s})(2.5 \text{ s}) - \frac{1}{2} (4.4 \text{ m/s}^2)(2.5 \text{ s})^2 = 22.55 \text{ m} \quad \text{(2 boda)}$$

Srednja brzina po putu jednaka je:

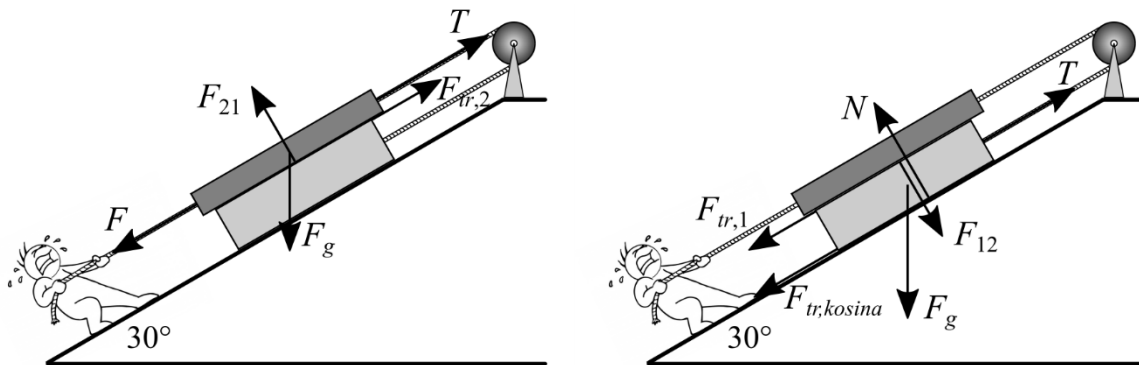
$$\bar{v} = \frac{s_{\text{ukupno}}}{t_{\text{ukupno}}} = \frac{22.55 \text{ m}}{0.8 \text{ s} + 2.5 \text{ s}} = 6.83 \text{ m/s} \quad \text{(1 bod)}$$



DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

Zadatak 2 (17 bodova)



- a) Točno nacrtan dijagram sila na dasku: **(2 boda)**
 b) Točno nacrtan dijagram sila na kvadar: **(2 boda)**
 c) S obzirom da se sustav giba stalnom brzinom zbroj svih sila, koje djeluju na svako pojedino tijelo, jednak je nuli. **(1 bod)** 2. Newtonov zakon za dasku u smjeru paralelno, odnosno okomito na kosinu glasi:

$$0 = T + F_{tr,2} - F - \frac{1}{2}m_1g, \quad 0 = F_{21} - \frac{\sqrt{3}}{2}m_1g \quad \textbf{(2 boda)}$$

2. Newtonov zakon za kvadar u smjeru paralelno, odnosno okomito na kosinu glasi:

$$0 = T - F_{tr,1} - F_{tr,kosina} - \frac{1}{2}m_2g, \quad 0 = N - F_{12} - \frac{\sqrt{3}}{2}m_2g \quad \textbf{(2 boda)}$$

Vrijede sljedeće relacije:

$$F_{12} = F_{21} = \frac{\sqrt{3}}{2}m_1g \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$F_{tr,1} = F_{tr,2} = \mu F_{12} = \mu \frac{\sqrt{3}}{2}m_1g \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$F_{tr,kosina} = \mu N = \mu \left(F_{12} + \frac{\sqrt{3}}{2}m_2g \right) = \mu \frac{\sqrt{3}}{2}(m_1 + m_2)g \quad \textbf{(1 bod)}$$

Uvrštavanjem za silu F se dobije:

$$0 = F - 2F_{tr,1} - F_{tr,kosina} + \frac{1}{2}m_1g - \frac{1}{2}m_2g$$

$$F = 2F_{tr,1} + F_{tr,kosina} + \frac{1}{2}(m_2 - m_1)g$$

$$F = \frac{1}{2} \left[\mu\sqrt{3}(3m_1 + m_2) + m_2 - m_1 \right]g$$

$$F = \frac{1}{2} \left[0.2\sqrt{3}(11 \text{ kg}) + (7 \text{ kg}) \right] (9.81 \text{ m/s}^2) = 53 \text{ N} \quad \textbf{(3 boda)}$$

d) Rad, koji čovjek izvrši, jednak je:

$$W = Fs = 5.3 \text{ J} \quad \textbf{(2 boda)}$$

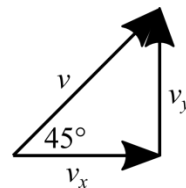
DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

Zadatak 3 (18 bodova)

a) Brzinu koplja u trenutku izbačaja, v , možemo rastaviti na horizontalnu (v_x) i vertikalnu komponentu (v_y):

$$v_x = v_x = \frac{\sqrt{2}}{2} v \text{ (1 bod)}$$



Domet koplja određen je horizontalnom komponentom brzine:

$$d = v_x t_{let} \Rightarrow v_x = \frac{d}{t_{let}} = \frac{35.2 \text{ m}}{2.75 \text{ s}} = 12.8 \text{ m/s (2 boda)}$$

Brzina koplja u trenutku izbačaja jednaka je: $v = \sqrt{2} v_x = 18.1 \text{ m/s (1 bod)}$

b) Budući da je vrijeme leta koplja jednako kao u prethodnom slučaju, vertikalna komponenta brzine je također jednaka. **(1 bod)**. S obzirom da je kut izbačaja u referentnom sustavu atletičara jednak, brzina koplja u referentnom sustavu atletičara je jednaka (18.1 m/s). **(1 bod)** Horizontalna komponenta brzine u odnosu na atletski stadion jednaka je zbroju horizontalne komponente brzine u sustavu atletičara i brzine atletičara v_a :

$$v'_x = v_x + v_a \text{ (1 bod)}$$

Domet koplja jednak je:

$$d' = v'_x t_{let} \Rightarrow v'_x = \frac{d'}{t_{let}} = \frac{1.25d}{t_{let}} = \frac{44 \text{ m}}{2.75 \text{ s}} = 16 \text{ m/s (1 bod)}$$

Prema tome, brzina atletičara u trenutku izbačaja koplja jednaka je:

$$v_a = v'_x - v_x = 3.2 \text{ m/s (1 bod)}$$

Brzina koplja u trenutku izbačaja u sustavu atletskog stadiona jednaka je:

$$v = \sqrt{v_x'^2 + v_y^2} = 20.5 \text{ m/s (1 bod)}$$

Ubrzanje atletičara na zaletištu jednako je:

$$s = \frac{v_a^2}{2a} \Rightarrow a = \frac{v_a^2}{2s} = \frac{(3.2 \text{ m/s})^2}{2(32 \text{ m})} = 0.16 \text{ m/s}^2 \text{ (2 boda)}$$

c) Visinu y_0 izračunamo iz jednadžbe:

$$y(t_{pad}) = 0 = y_0 + v_{y0} t_{pad} - \frac{1}{2} g t_{pad}^2 \Rightarrow y_0 = \frac{1}{2} g t_{pad}^2 - v_{y0} t_{pad} = 1.89 \text{ m (2 boda)}$$

Maksimalna visina, koju postiže koplje, jednaka je u oba slučaja jer je i vertikalna komponenta brzine jednaka u oba slučaja. Za gibanje u vertikalnom smjeru vrijedi:

$$y(t) = y_0 + v_{y0} t - \frac{1}{2} g t^2, \quad v_y(t) = v_{y0} - g t \text{ (2 boda)}$$

U najvišoj točki putanje vertikalna komponenta brzine jednaka je nuli:

$$0 = v_{y0} - g t \Rightarrow t = \frac{v_{y0}}{g} \text{ (1 bod)}$$

$$y_{\max} = y_0 + \frac{v_{y0}^2}{2g} = 10.25 \text{ m (1 bod)}$$

Zadatak 4 (18 bodova)

a) Brzina Voyagera 2 u referentnom sustavu Sunca prije prolaska pored Jupitera jednaka je vektorskom zbroju brzine Voyagera 2 u sustavu Jupitera i brzine Jupitera, kao što je prikazano

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

na slici (skica: **1 bod**). Brzinu Voyagera 2 u sustavu Jupitera $v_{V2(J)}$ možemo rastaviti na komponentu paralelnu brzini Jupitera i komponentu okomitu na brzinu Jupitera koje redom iznose:

$$v_{V2(J),\parallel} = \frac{\sqrt{2}}{2} v_{V2(J)} = 5.5 \text{ km/s}$$

$$v_{V2(J),\perp} = \frac{\sqrt{2}}{2} v_{V2(J)} = 5.5 \text{ km/s (1 bod)}$$

Slijedi da je brzina Voyagera 2 u referentnom sustavu Sunca prije prolaska pored Jupitera jednaka:

$$v_{V2} = \sqrt{(v_J - v_{V2(J),\parallel})^2 + v_{V2(J),\perp}^2} = 9.4 \text{ km/s (2 boda)}$$

Analogno se može napraviti za brzinu Voyagera 2 nakon prolaska pored Jupitera (skica vektora brzina: **1 bod**). Slijedi da je brzina Voyagera 2 u referentnom sustavu Sunca nakon prolaska pored Jupitera jednaka:

$$v'_{V2} = \sqrt{(v_J + v'_{V2(J),\parallel})^2 + v_{V2(J),\perp}^2} = 19.4 \text{ km/s}$$

(2 boda)

Prema tome, prilikom prolaska Voyagera 2 pored Jupitera, njegova brzina obzirom na Sunce se poveća za: $\Delta v_{V2} = v'_{V2} - v_{V2} = 10 \text{ km/s (1 bod)}$

Za prolazak Voyagera 2 pored Jupitera vrijedi zakon očuvanja količine gibanja:

$$m_{V2} \vec{v}_{V2} + m_J \vec{v}_J = m_{V2} \vec{v}'_{V2} + m_J \vec{v}'_J \text{ (1 bod)}$$

Promjena brzine Jupitera jednaka je: $\Delta \vec{v}_J = \vec{v}'_J - \vec{v}_J = \frac{m_{V2}}{m_J} (\vec{v}_{V2} - \vec{v}'_{V2}) \text{ (1 bod)}$

Omjer masa Jupitera i Voyagera 2 jednak je:

$$\frac{m_{V2}}{m_J} = \frac{722}{1.898 \cdot 10^{27}} = 3.8 \cdot 10^{-25}, \text{ što znači da je } \Delta \vec{v}_J \approx 0 \text{ (1 bod)}$$

b) Ukupna energija Voyagera 2 na udaljenosti od Sunca jednakoj udaljenosti Sunce-Jupiter je:

$$E = \frac{1}{2} m_{V2} v_{V2}^2 - G \frac{m_{V2} m_S}{r_{S-J}} \text{ (1 bod)}$$

Uvjet da Voyager 2 izađe iz gravitacijskog polja Sunca je $E \geq 0 \text{ (1 bod)}$. Slijedi:

$$v'_{V2} \geq \sqrt{\frac{2Gm_S}{r_{S-J}}} \Rightarrow 19.4 \text{ km/s} \geq 18.5 \text{ km/s}$$

Relacija je zadovoljena te Voyager 2 ima dovoljnu brzinu da izađe iz Sunčevog sustava. **(1 bod)**

c) Maksimalnu brzinu Voyager 2 ima u trenutku kada se nalazi najbliže Jupiteru. Ovu brzinu možemo izračunati iz zakona očuvanja energije:

$$\frac{1}{2} m_{V2} v_{V2(J)}^2 - G \frac{m_{V2} m_J}{r_{daleko}} = \frac{1}{2} m_{V2} v_{V2(J),\max}^2 - G \frac{m_{V2} m_J}{r_{\min}} \text{ (2 boda)}$$

Uzimajući u obzir da je $G \frac{m_{V2} m_J}{r_{daleko}} = 0$ i da je $r_{\min} = r_J + d = 640000 \text{ km}$ slijedi:

$$v_{V2(J),\max} = \sqrt{v_{V2(J)}^2 + \frac{2Gm_J}{r_{\min}}} = 21.4 \text{ km/s (2 boda)}$$

