

Važnost računa pogreške pri obradi rezultata mjerenja

Mateja Dumbović

Opservatorij Hvar

Geodetski fakultet, Sveučilište u Zagrebu



Praktični radovi i mjerenja

Cilj praktičnog rada - utvrditi brojčanu vrijednost neke veličine



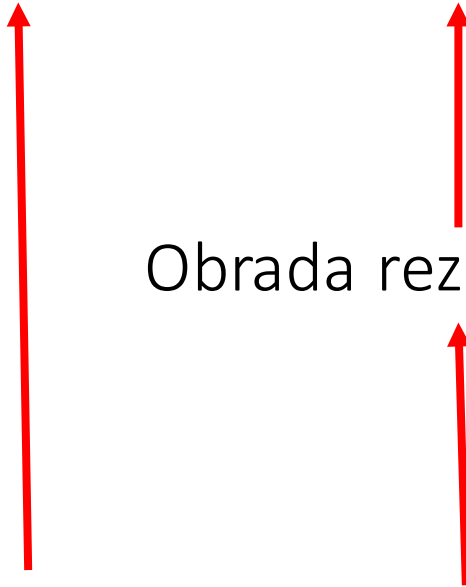
Metoda – mjerenja neke veličine

Praktični radovi i mjerenja

Cilj praktičnog rada - utvrditi brojčanu vrijednost neke veličine
(npr. udaljenost)

Obrada rezultata mjerenja!

Metoda – mjerenja neke veličine



Mjerenje i pogreška

Prava vrijednost se ne može odrediti!
Razlučivanje je ograničeno!

$$\Delta X^* = x - X^*$$

x = rezultat pojedinog mjerenja

X^* = prava vrijednost

ΔX^* = prava (stvarna) pogreška

Mjerenje i pogreška

Prava vrijednost se ne može odrediti!

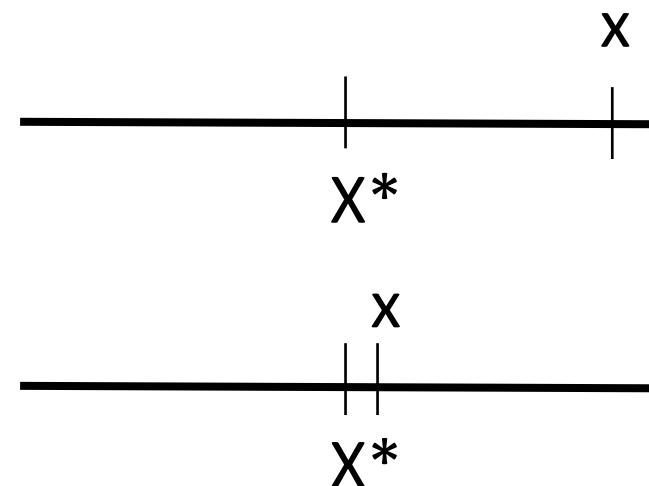
Razlučivanje je ograničeno!

$$\Delta X^* = x - X^*$$

x = rezultat pojedinog mjerenja

X^* = prava vrijednost

ΔX^* = prava (stvarna) pogreška



Rezultat pojedinog mjerenja
sam po sebi ne daje nikakvu
informaciju o pravoj
vrijednosti

Mjerenje i pogreška

Prava vrijednost se ne može odrediti!

Razlučivanje je ograničeno!

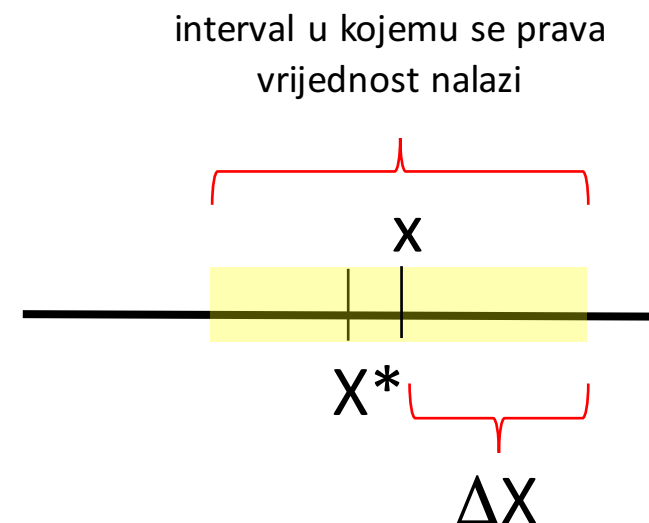
$$\Delta X^* = x - X^*$$

x = rezultat pojedinog mjerenja

X^* = prava vrijednost

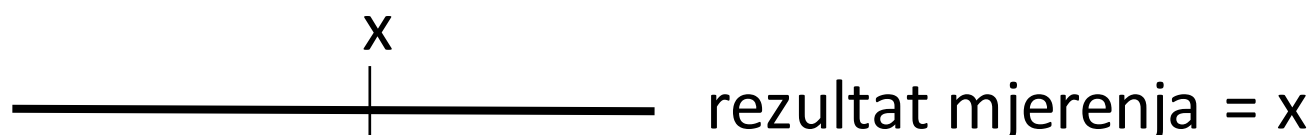
ΔX^* = prava (stvarna) pogreška

ΔX = pogreška mjerenja



Da bi dobili informaciju o
pravoj vrijednosti potreban je
i rezultat mjerenja i
POGREŠKA MJERENJA!

Mjerenje i pogreška



Ne znamo gdje
se X^* nalazi

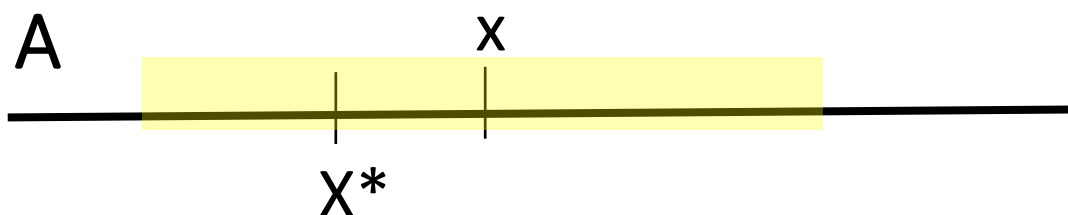


X^* se nalazi u
intervalu $\pm \Delta X$
oko mjerene
vrijednosti x

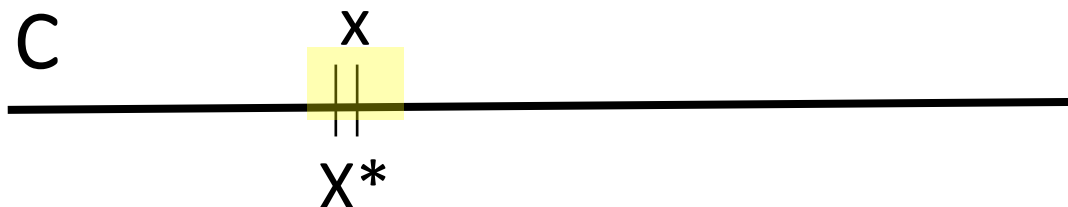
Svako iskazivanje rezultata mjerenja koje uz rezultat ne daje i podatak o pogrešci je bezvrijedno!

Cilj mjerenja

što preciznije i točnije odrediti vrijednost veličine

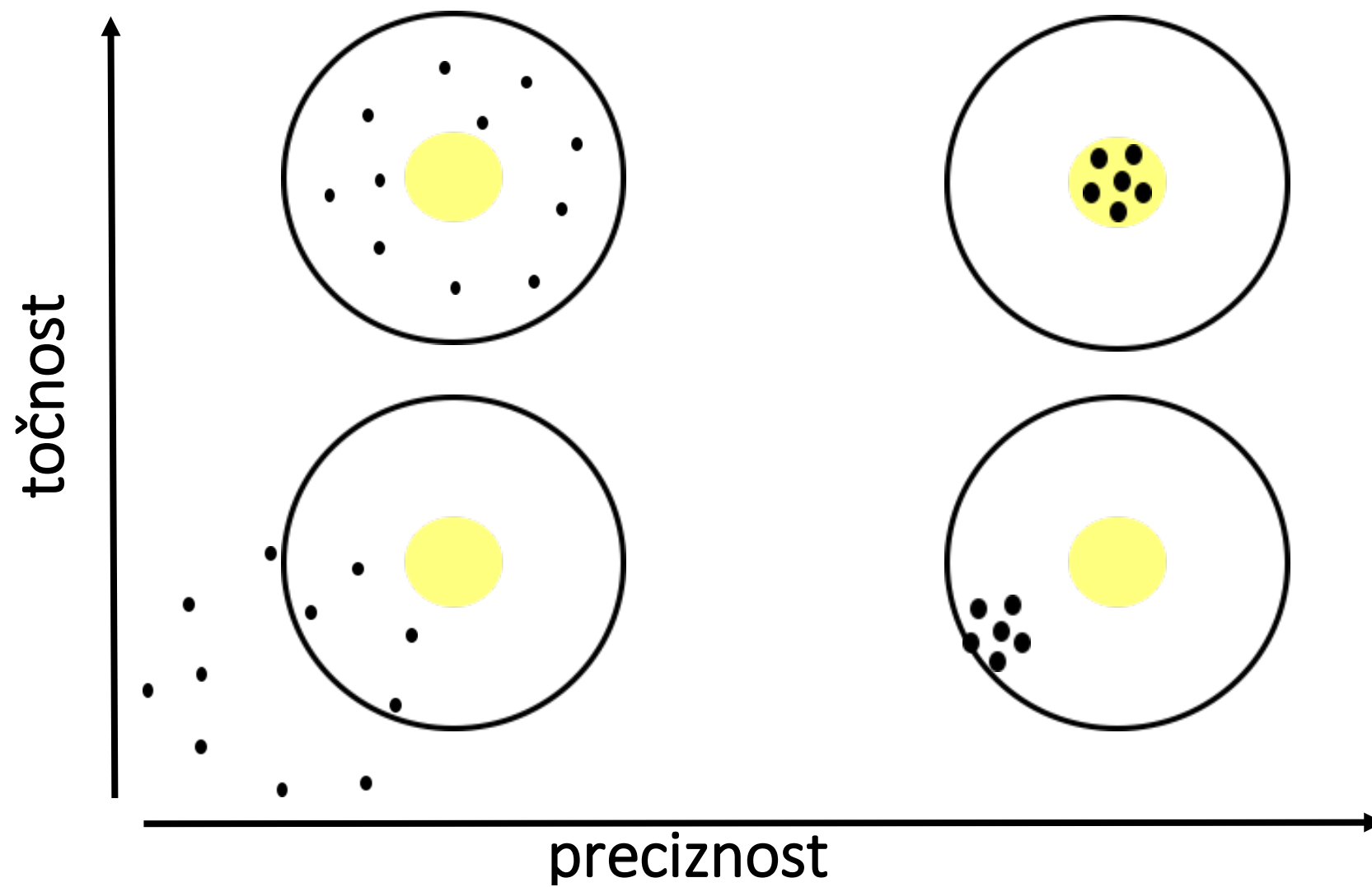


Mjerenje B je TOČNIJE od mjerenja A:
rezultat mjerenja x nalazi se bliže stvarnoj
vrijednosti X^*

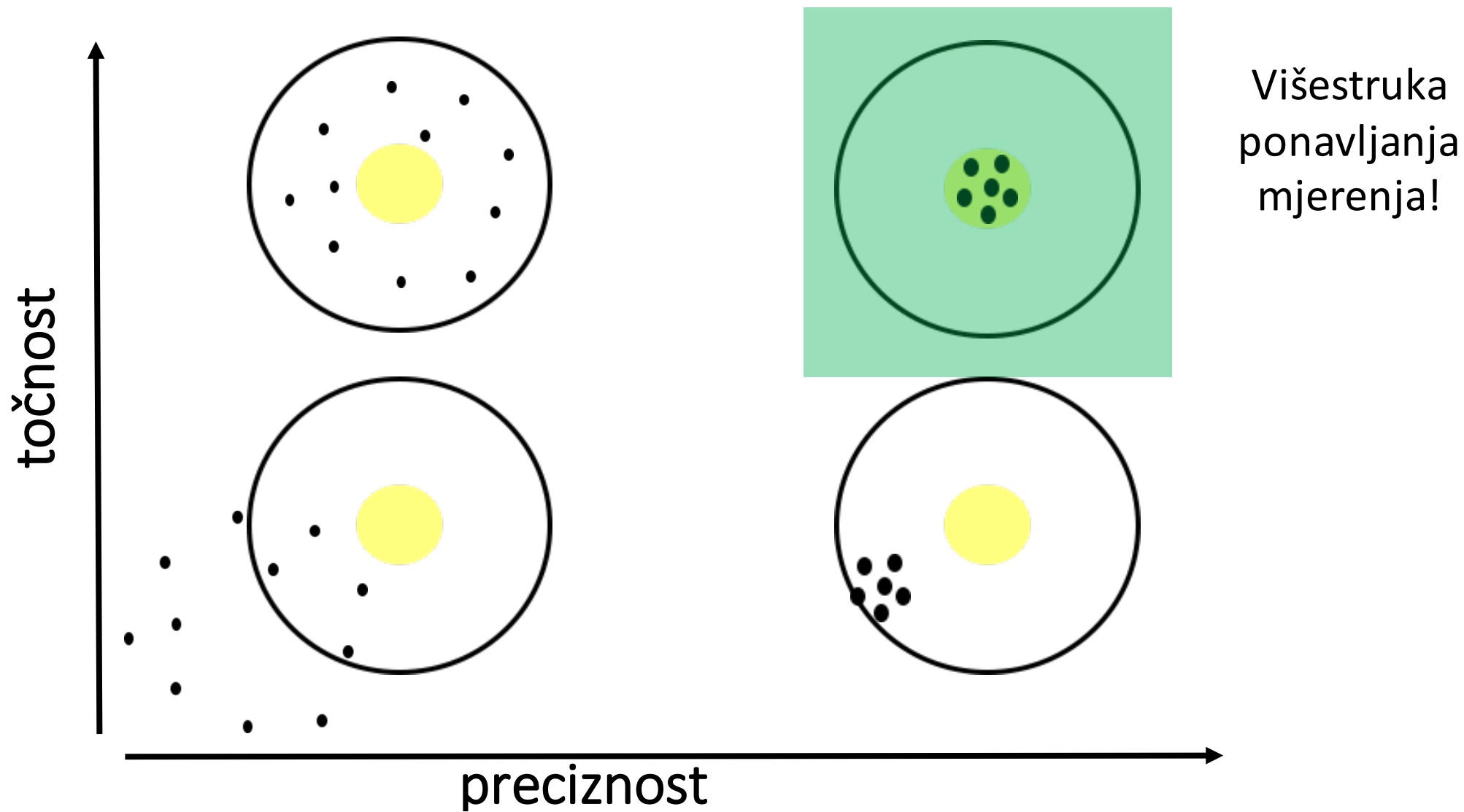


Mjerenje C je PRECIZNIJE od mjerenja A i B:
greška rezultata mjerenja x je manja

Preciznost i točnost



Preciznost i točnost



Kako odrediti rezultat mjerenja i pogrešku

Redni broj mjerenja	Rezultat pojedinog mjerenja
1	x_1
2	x_2
3	x_3
4	x_4
...	...
i	x_i
...	...
n-2	x_{n-2}
n-1	x_{n-1}
n	x_n

REZULTAT MJERENJA:

$$x = (\bar{x} \pm M_n)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

**Srednja vrijednost
(aritmetička sredina)**
= najvjerojatniji iskaz prave
vrijednosti X^*

$$m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

**Nepreciznost mjerenja
(standardna devijacija)**
= prosječno rasipanje rezultata
mjerenja

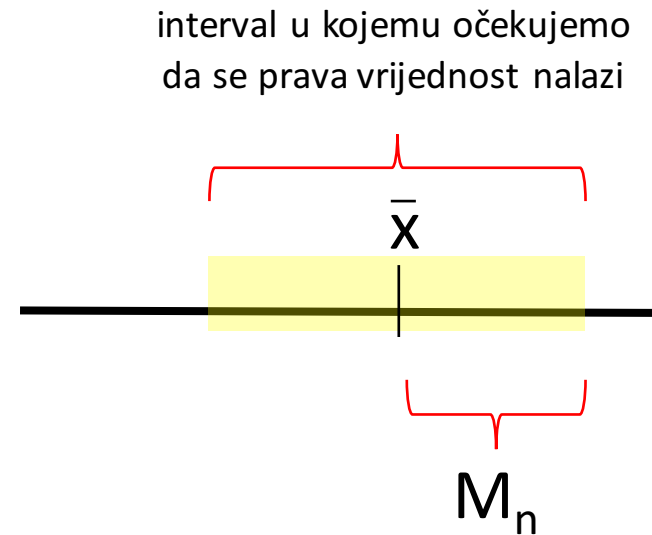
$$M_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n - 1)}}$$

**Nepouzdanost mjerenja
(standardna pogreška)**
= definira interval u kojemu se nalazi
stvarna vrijednost

Interpretacija rezultata mjerenja

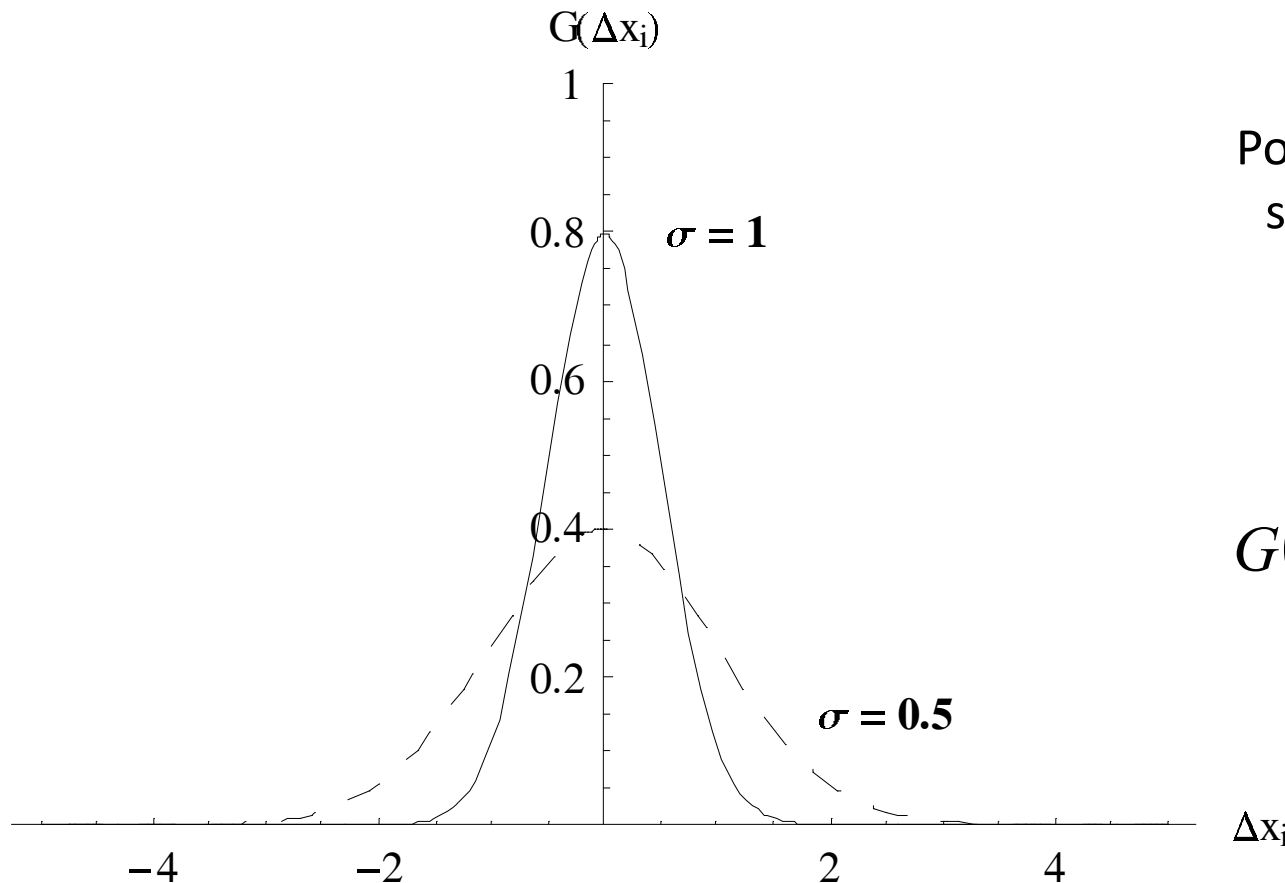
REZULTAT MJERENJA:

$$x = (\bar{x} \pm M_n)$$



Vjerojatnost da se prava vrijednost mjerene veličine nalazi u intervalu $\bar{x} - M_n \leq X^* \leq \bar{x} + M_n$ iznosi 68,3%, a vjerojatnost da se ona nalazi u intervalu $\bar{x} - 3M_n \leq X^* \leq \bar{x} + 3M_n$ iznosi 99,9%.

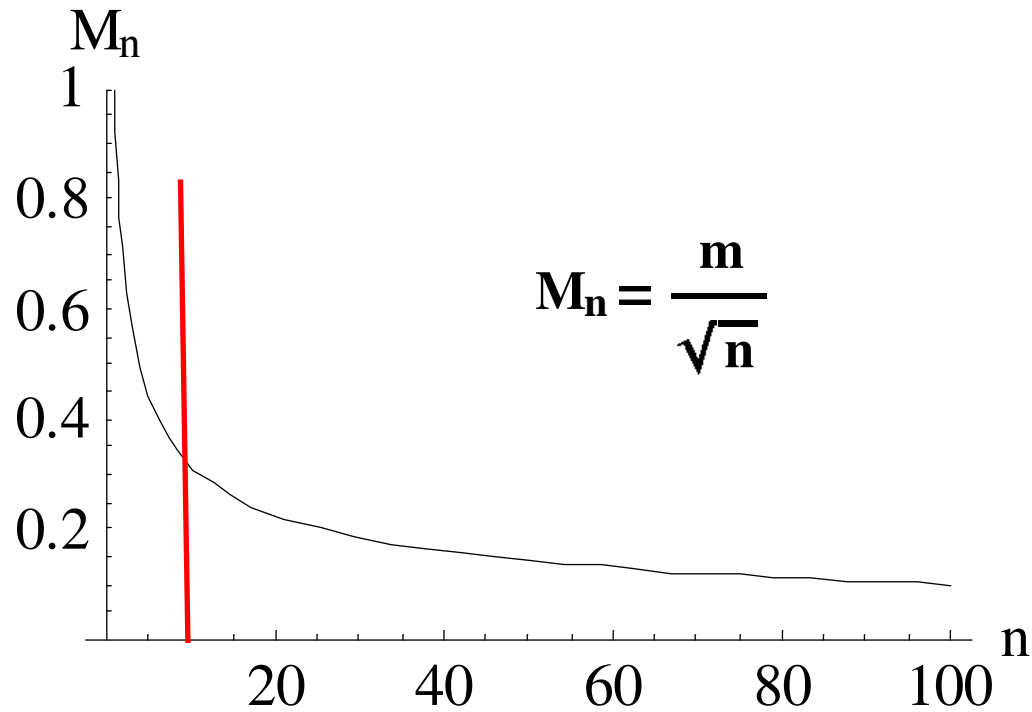
Zašto je to tako (od kuda formule)?



Pogreške mjerenja su slučajne i slijede Gaussovu (normalnu) raspodjelu:

$$G(\Delta x_i) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\Delta x_i)^2}{2\sigma^2}}$$

Koliko je mjerenja potrebno?



(obično) desetak mjerenja

Korisne napomene

Relativna nepouzdanost:

$$R_M = \frac{M_n}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

Maksimalna apsolutna pogreška:


$$\Delta x = \left| \bar{x} - x_i \right|_{\max}$$

Korisna kada ne znamo M_n ,
tj. kad nam je pogreška
zadana preciznošću
instrumenta


Zapis rezultata (na koliko decimala????):

$$x = (\bar{x} \pm M_n)$$

Zaokružuje se na broj
decimala sukladno M_n



Zaokružuje se na prvu
decimalu različitu od 0



Primjeri dobro i loše napisanih rezultata

$$L = (10,5 \pm 0,1)\text{cm}$$



$$L = (10,5111 \pm 0,1)\text{cm}$$



$$L = (10,5111 \pm 0,1035)\text{cm}$$



$$L = 10,5 \pm 0,1 \text{ cm}$$



$$L = 10,5 \text{ cm} \pm 0,1$$



$$L = 10,5111 \text{ cm}$$



Literatura

Uvod u fizički praktikum (osnove obrade rezultata mjerenja)

Npr. Požek&Dulčić – Fizički praktikum I i II

http://www.phy.pmf.unizg.hr/~dpajic/buksa/praktikum/0_ObradaRezultataMjerenja.pdf

Hvala na pažnji!

Slijedi radionica - primjeri