

Rješenja pitanja i zadataka za Županijsko natjecanje iz astronomije 2016. g.

4. razred srednje škole

31. ožujka 2016. g.

1. Anomalistički mjesec je period između dva uzastopna prolaska Mjeseca kroz:

2	
---	--

a) **perigej**

b) uzlazni čvor Mjesečeve staze

c) proljetnu točku

d) presjecište Mjesečeve staze i nebeskog ekvatora

e) period između dva mladaka

2. Za promatrača na ekvatoru, zvijezda s rektascenzijom 6 h doći će u položaj gornje kulminacije u ponoć na:

2	
---	--

a) prvi dan ljeta

b) prvi dan jeseni

c) **prvi dan zime**

d) prvi dan proljeća

e) niti jedan od navedenih dana

3. Najvažniji parametar koji određuje kako će zvijezda završiti svoj život je:

a) **njezina masa**

2	
---	--

b) detalji njezinog kemijskog sastava (posebno metalicitet)

c) blizina otvorenih zvjezdanih skupova

d) početna koncentracija željeza u jezgri

e) postoje li ekstrasolarni planeti oko nje

4. Seyfertove galaktike su:

a) podgrupa nepravilnih galaktika

2	
---	--

b) mlade galaktike u dalekom svemiru

c) **aktivne galaktike sa supermasivnom crnom rupom u središtu**

d) galaktike u kojima su opažene cefeide

e) galaktike jednakog apsolutnog sjaja pa se koriste za određivanje udaljenosti u svemiru

5. Koje od ovih zvijezda ne postoji:

2	
---	--

- a) Poletuša (Volans)
- b) Ždral (Grus)
- c) Dlijeto (Caelum)
- d) Plamenac (Phoenicoparrus)**
- e) Kameleon (Chamaeleon)

6. Pojava kod leće da se zrake svjetlosti različitih valnih duljina (boja) ne sijeku u istom žarištu naziva se **kromatska aberacija**.

2	
---	--

7. Ukupan broj Sunčevih i Mjesečevih pomrčina u kalendarskoj godini ne može biti manji od **4** i veći od **7**.

2	
---	--

Napomena: svaki točan odgovor po jedan bod

8. Napišite imena zvijezda:

2	
---	--

- | | |
|-----------------|---------------------------------------|
| a) α PsA | <u>Fomalhaut</u> |
| b) β Gem | <u>Poluks (Pollux)</u> |
| c) β Sco | <u>Akrab (Acrab; Graffias)</u> |
| d) α Cep | <u>Alderamin</u> |

Napomena: 0 ili 1 točan odgovor 0 bodova; 2 ili 3 točna odgovora 1 bod; sva četiri točna odgovora 2 boda

9. Najzastupljeniji kemijski element u svemiru nakon vodika i helija je **kisik**.

2	
---	--

10. Maglica M16 (Orao) nalazi se u zvijezdu **Zmije**.

2	
---	--

Napomena : priznaju se i nazivi Tijelo zmije ili Zmija (tijelo) ili Serpens ili Serpens Cauda

RJEŠENJA ZADATAKA

1. Pomrčinski promjenljivoj dvojnjoj zvijezdi spektroskopski su izmjerene maksimalne radijalne brzine komponenti: $v_1 = 17 \text{ km/s}$ i $v_2 = 7 \text{ km/s}$. Staze komponenti su kružne i imaju period obilaska oko centra mase od 4 godine. Od početka pomrčine u sustavu do primarnog minimuma protekne 0,4 dana, a sam primarni minimum traje 1,2 dana. Odredite masu i radijuse obje komponente zvjezdanog sustava. Gravitacijska konstanta iznosi:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

$$v_1 = 17 \text{ km/s}$$

8	
---	--

$$v_2 = 7 \text{ km/s}$$

$$t_{1-\min} = 0,4 \text{ dana} = 34560 \text{ s}$$

$$t_{\min} = 1,2 \text{ dana} = 103680 \text{ s}$$

$$T = 4 \text{ god} = 1,26 \cdot 10^8 \text{ s}$$

$$m_1, m_2, r_1, r_2 = ?$$

$$v_1 = \frac{2d_1\pi}{T} \Rightarrow d_1 = \frac{v_1 T}{2\pi} = \frac{17 \text{ km/s} \cdot 1,26 \cdot 10^8 \text{ s}}{2\pi} = 3,41 \cdot 10^8 \text{ km} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v_2 = \frac{2d_2\pi}{T} \Rightarrow d_2 = \frac{v_2 T}{2\pi} = \frac{7 \text{ km/s} \cdot 1,26 \cdot 10^8 \text{ s}}{2\pi} = 1,4 \cdot 10^8 \text{ km} \quad (1 \text{ bod})$$

$$d = d_1 + d_2 = 3,41 \cdot 10^8 \text{ km} + 1,4 \cdot 10^8 \text{ km} = 4,81 \cdot 10^8 \text{ km} = 4,81 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

Prvi način određivanja mase komponenti:

$$\frac{T^2}{d^3} = \frac{4\pi^2}{G(m_1 + m_2)} \Rightarrow m_1 + m_2 = \frac{4\pi^2 d^3}{GT^2}$$

$$m_1 + m_2 = \frac{4\pi^2 \cdot (4,81 \cdot 10^{11})^3 \text{ m}^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot (1,26 \cdot 10^8)^2 \text{ s}^2} = 4,15 \cdot 10^{30} \text{ kg} \quad (1 \text{ bod})$$

$$m = m_1 + m_2 \Rightarrow m_1 = m - m_2; m_1 d_1 = m_2 d_2$$

$$(m - m_2) d_1 = m_2 d_2 \Rightarrow m d_1 = m_2 d_1 + m_2 d_2 = m_2 (d_1 + d_2) = m_2 d \quad (1 \text{ bod})$$

$$m_2 = \frac{m d_1}{d} = \frac{4,15 \cdot 10^{30} \text{ kg} \cdot 3,41 \cdot 10^8 \text{ km}}{4,81 \cdot 10^8 \text{ km}} = 2,94 \cdot 10^{30} \text{ kg} \quad (1 \text{ bod})$$

$$m_1 = m - m_2 = 4,15 \cdot 10^{30} \text{ kg} - 2,94 \cdot 10^{30} \text{ kg} = 1,21 \cdot 10^{30} \text{ kg} \quad (1 \text{ bod})$$

Drugi način određivanja mase komponenti:

$$G \frac{m_1 m_2}{d^2} = m_1 \frac{v_1^2}{d_1} \quad (1 \text{ bod})$$

$$G \frac{m_1 m_2}{d^2} = m_2 \frac{v_2^2}{d_2} \quad (1 \text{ bod})$$

$$m_1 = \frac{v_2^2 \cdot d^2}{G \cdot d_2} = \frac{(7000)^2 \text{ m}^2/\text{s}^2 \cdot (4,81 \cdot 10^{11})^2 \text{ m}^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot 1,4 \cdot 10^{11} \text{ m}} = 1,21 \cdot 10^{30} \text{ kg} \quad (1 \text{ bod})$$

$$m_2 = \frac{v_1^2 \cdot d^2}{G \cdot d_1} = \frac{(17000)^2 \text{ m}^2/\text{s}^2 \cdot (4,81 \cdot 10^{11})^2 \text{ m}^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot 3,41 \cdot 10^{11} \text{ m}} = 2,94 \cdot 10^{30} \text{ kg} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v = v_1 + v_2 = 17 \text{ km/s} + 7 \text{ km/s} = 24 \text{ km/s}$$

$$s_{1-\min} = v \cdot t_{1-\min} = 24 \text{ km/s} \cdot 34560 \text{ s} = 8,3 \cdot 10^5 \text{ km}$$

$$s_{\min} = v \cdot t_{\min} = 24 \text{ km/s} \cdot 103680 \text{ s} = 2,49 \cdot 10^6 \text{ km}$$

$$r_1 = \frac{s_{1-\min}}{2} = \frac{8,3 \cdot 10^5 \text{ km}}{2} = 4,15 \cdot 10^5 \text{ km} \quad (1 \text{ bod})$$

$$r_2 = \frac{s_{\min} + 2r_1}{2} = \frac{2,49 \cdot 10^6 \text{ km} + 8,3 \cdot 10^5 \text{ km}}{2} = 1,66 \cdot 10^6 \text{ km} \quad (1 \text{ bod})$$

Ukupno: 8 bodova

2. Koliko bi morala biti udaljena kugla rastaljenog željeza (izraženo u km) temperature 2800 K i promjera 15 m kako bi imala prividni bolometrijski sjaj jednak apsolutnom bolometrijskom sjaju zvijezde Betelgez (α Ori) čiji prividni bolometrijski sjaj iznosi $0,42^m$, a udaljena je od nas 640 godina svjetlosti. Pretpostavite da su i Betelgez i kugla rastaljenog željeza idealna crna tijela. Luminozitet Betelgeza iznosi $3,9 \cdot 10^{31} \text{ W}$. Stefan-Boltzmannova konstanta iznosi $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$, $1 \text{ AJ} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$.

$$T = 2800 \text{ K}$$

8	
---	--

$$r = 7,5 \text{ m}$$

$$m_B = 0,42^m$$

$$d_B = 640 \text{ g.s.}$$

$$L_B = 3,9 \cdot 10^{31} \text{ W}$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$$

$$d_k = ?$$

$$d_B = 640 \text{ g.s.} = 196 \text{ pc}$$

$$M_B = m_B + 5 - 5 \log d_B [pc] = 0,42 + 5 - 5 \log 196 = -6,04^m \quad (1 \text{ bod})$$

$$L_k = \sigma S T^4 = \sigma 4\pi r_k^2 T^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4} \cdot 4\pi \cdot 7,5^2 \text{ m}^2 \cdot 2800^4 \text{ K}^4 = 2,46 \cdot 10^9 \text{ W} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\frac{L_B}{L_k} = 2,512^{M_k - M_B} \Rightarrow \log \frac{L_B}{L_k} = (M_k - M_B) \cdot \log 2,512 \Rightarrow M_k = M_B + \frac{\log \frac{L_B}{L_k}}{\log 2,512} \quad (1 \text{ bod})$$

$$M_k = -6,04 + \frac{\log \frac{3,9 \cdot 10^{31} \text{ W}}{2,46 \cdot 10^9 \text{ W}}}{0,4} = 49,46^m \quad (1 \text{ bod})$$

Iz uvjeta zadatka: $m_k = M_B$

$$M_k = M_B + 5 - 5 \log d_k [pc] \Rightarrow \log d_k [pc] = \frac{M_B + 5 - M_k}{5} \quad (1 \text{ bod})$$

$$d_k [pc] = 10^{\frac{M_B + 5 - M_k}{5}} = 10^{\frac{-6,04 + 5 - 49,46}{5}} = 10^{-10,1} = 7,94 \cdot 10^{-11} \text{ pc} \quad (1 \text{ bod})$$

$$1 \text{ pc} = \frac{1}{\text{tg } \frac{1}{1''}} [\text{AJ}] = 206265 \text{ AJ} = 3,09 \cdot 10^{13} \text{ km} \quad (1 \text{ bod})$$

$$d_k = 7,94 \cdot 10^{-11} \text{ pc} \cdot 3,09 \cdot 10^{13} \text{ km} = 2453 \text{ km} \quad (1 \text{ bod})$$

Ukupno: 8 bodova

3. Za zadane parametre Venerine staze: velika poluos 0,7 AJ, ekscentricitet staze 0 i nagib staze prema ekliptici $3,5^\circ$, odredite najveću moguću visinu Venere iznad horizonta ako se motritelj nalazi u Karlovcu ($\varphi = 45,5^\circ$). Nagib ekliptike prema ekvatoru iznosi $23,5^\circ$.

$$d_{SV} = 0,7 \text{ AJ}$$

7	
---	--

$$e = 0$$

$$i = 3,5^\circ$$

$$\varepsilon = 23,5^\circ$$

$$\varphi = 45,5^\circ$$

$$h_{\max V} = ?$$

Venera će postići najveću moguću visinu iznad horizonta (1) u kulminaciji na dan ljetnog solsticija, te (2) da se u tom trenutku nalazi u donjoj konjunktiji sa Suncem i da (3) joj je tada staza najviše otklonjena od ekliptike, tj da je Venera na svojoj stazi prešla 90° nakon uzlaznog čvora.

Za visinu u prva dva uvjeta dovoljno je izračunati visinu Sunca u kulminaciji na prvi dan ljeta:

$$h_{\max \text{Sunca}} = 90^\circ - \varphi + \varepsilon = 90^\circ - 45,5^\circ + 23,5^\circ = 68^\circ \quad (1+1 \text{ bod})$$

Utjecaj trećeg uvjeta može se izračunati iz sinusovog poučka:

$$\frac{\sin \beta}{d_{SV}} = \frac{\sin i}{d_{VZ}}, \quad (1 \text{ bod})$$

gdje je β kut pod kojim se, gledano sa Zemlje, Venera prividno udaljila od ekliptike, a d_{VZ} udaljenost između Venere i Zemlje, koja u trenutku donje konjunktije iznosi:

$$d_{VZ} = d_{SZ} - d_{SV} = 1 \text{ AJ} - 0,7 \text{ AJ} = 0,3 \text{ AJ} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\sin \beta = \frac{d_{SV}}{d_{VZ}} \cdot \sin i$$

$$\beta = \arcsin\left(\frac{0,7 \text{ AJ}}{0,3 \text{ AJ}} \cdot \sin 3,5^\circ\right) = 8,2^\circ \quad (1 \text{ bod})$$

$$h_{\max \text{Venere}} = h_{\max \text{Sunca}} + \beta = 68^\circ + 8,2^\circ = 76,2^\circ \quad (1+1 \text{ bod})$$

Ukupno: 7 bodova

4. Radioteleskopom je opažan izvangalaktički oblak neutralnog vodika. Izmjereno je najjače zračenje na valnoj duljini od 23 cm, a širina izmjerene spektralne linije iznosila je 0,1 mm. U laboratorijskim uvjetima neutralni vodik najviše zrači na valnoj duljini od 21 cm. Prividne kutne dimenzije oblaka vodika su iznosile 4". Odredite masu tog oblaka vodika. Hubbleova

konstanta iznosi $H = 69 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}}$, brzina svjetlosti je $c = 3 \cdot 10^5 \text{ km/s}$, a gravitacijska konstanta

iznosi: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, $1 \text{ AJ} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$.

7	
---	--

$$\lambda_0 = 21 \text{ cm}$$

$$\lambda_i = 23 \text{ cm}$$

$$\lambda_{\text{širina}} = 0,1 \text{ mm}$$

$$\varphi = 4'' = 1,11 \cdot 10^{-3} (^\circ)$$

$$M = ?$$

$$v = cz = c \frac{\lambda_i - \lambda_0}{\lambda_0} = 3 \cdot 10^5 \text{ km/s} \cdot \frac{23 \text{ cm} - 21 \text{ cm}}{21 \text{ cm}} = 2,86 \cdot 10^4 \text{ km/s} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v = H \cdot r \Rightarrow r = \frac{v}{H} = \frac{2,86 \cdot 10^4 \text{ km/s}}{69 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}}} = 414,5 \text{ Mpc} = 1,28 \cdot 10^{25} \text{ m} \quad (1 \text{ bod})$$

$$R = r \cdot \text{tg} \frac{\varphi}{2} = 1,28 \cdot 10^{25} \text{ m} \cdot \text{tg} 5,56 \cdot 10^{-4} (^\circ) = 1,24 \cdot 10^{20} \text{ m} \quad (1 \text{ bod})$$

Opažena širina spektralne linije nastaje zbog Dopplerovog učinka uslijed gibanja plina u oblaku (prema nama i od nas). Dakle, za određivanje brzine atoma plina uzimamo polovinu širine linije, a referentna valna duljina je ona na kojoj je obavljeno mjerenje, tj. 23 cm.

$$\frac{v_0}{c} = \frac{\lambda_{\text{širina}} / 2}{\lambda_i} \Rightarrow v_0 = c \frac{\lambda_{\text{širina}}}{2\lambda_i} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v_0 = 3 \cdot 10^5 \text{ km/s} \cdot \frac{0,1 \text{ mm}}{2 \cdot 230 \text{ mm}} = 65 \text{ km/s} \quad (1 \text{ bod})$$

Iz virijalnog teorema ili uz pretpostavku da je brzina atoma plina na udaljenosti R jednaka prvoj kozmičkoj brzini uz masu M:

$$2 \frac{M v_0^2}{2} - \frac{GM^2}{R} = 0$$

$$v_0^2 = \frac{GM}{R}$$

$$M = \frac{v_0^2 \cdot R}{G} \quad (1 \text{ bod})$$

$$M = \frac{(65000 \text{ m/s})^2 \cdot 1,24 \cdot 10^{20} \text{ m}}{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}} = 7,9 \cdot 10^{39} \text{ kg} \quad (1 \text{ bod})$$

Ukupno: 7 bodova