

# ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE - RJEŠENJA

- srednje škole: IV. grupa -

25.02.2016.

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. • Budući da se svi elektroni sudaraju savršeno neelastično sa zidom, oni mu predaju svu svoju količinu gibanja. Stoga silu na zid možemo prikazati u obliku

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = p_1 \frac{\Delta N}{\Delta t}, \quad [1 \text{ BOD}]$$

gdje je  $p_1$  količina gibanja pojedinog elektrona prije sudara, a  $\Delta N/\Delta t$  broj elektrona koji se sudaraju sa zidom u jedinici vremena. Ti su elektroni u vremenu  $\Delta t$  prenijeli zidu naboj

$$\Delta Q = e\Delta N, \quad [1 \text{ BOD}]$$

što znači da se broj sudara elektrona sa zidom u jedinici vremena može prikazati preko jakosti struje tih elektrona

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1}{e} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{I}{e}, \quad [1 \text{ BOD}]$$

gdje je  $I = \Delta Q/\Delta t$  količina prenesenog naboja u jedinici vremena, odnosno jakost struje elektrona. Kombinacijom gornjih relacija možemo izraziti količinu gibanja pojedinačnih elektrona preko zadanih veličina

$$p_1 = \frac{eF}{I}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Uvrštavanje nerelativističkog izraza  $p_1 = mv$  vodi na brzinu elektrona koja je veća od brzine svjetlosti, što znači da moramo koristiti izraz za relativističku količinu gibanja  $p_1 = \gamma mv$ , odakle, nakon sređivanja izraza, imamo

$$v = \frac{\frac{eF}{mI}}{\sqrt{1 + \left(\frac{eF}{mcI}\right)^2}} \quad [2 \text{ BODA}]$$
$$= 2.48 \times 10^8 \text{ m/s}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

- Da bismo usporili elektrone u električnom polju, potrebno je nametnuti takvu razliku potencijala koja će u potpunosti poništiti kinetičku energiju elektrona. Prema tome, mora vrijediti

$$U = \frac{E_k}{e} = \frac{(\gamma - 1)mc^2}{e} \quad [1 \text{ BOD}]$$
$$= 3.96 \times 10^5 \text{ V}, \quad [1 \text{ BOD}]$$

gdje smo relativistički faktor  $\gamma = 1.77$  odredili iz prethodno izračunate brzine.

- Za kraj, izlazni rad ovog metala je

$$W = E_{\text{fot}} - E_k = \frac{hc}{\lambda} - (\gamma - 1)mc^2 \quad [1 \text{ BOD}]$$
$$= 2.95 \times 10^{-15} \text{ J}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

2. Prva dva difrakcijska maksimuma su određena relacijama

$$d \sin \theta_1 = \lambda \quad \& \quad d \sin \theta_2 = 2\lambda$$

Ukoliko podijelimo te dvije relacije i pišemo  $\theta_2 = \theta_1 + \Delta\theta$ , dolazimo do jednadžbe

$$\sin(\theta_1 + \Delta\theta) = 2 \sin \theta_1 \quad \rightsquigarrow \quad \operatorname{tg} \theta_1 = \frac{\sin \Delta\theta}{2 - \cos \Delta\theta}, \quad [1 \text{ BOD}]$$

gdje smo koristili adicijske formule za sinus. Sad je lako odrediti valnu duljinu svjetlosti

$$\lambda = d \sin \theta_1 = d \frac{\operatorname{tg} \theta_1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta_1}} = \frac{d \sin \Delta\theta}{\sqrt{5 - 4 \cos \Delta\theta}} \quad [1 \text{ BOD}]$$

$$= 0.534 \mu\text{m}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Poznavajući valnu duljinu svjetlosti, lako je odrediti broj difrakcijskih maksimuma (ne uključujući središnji)

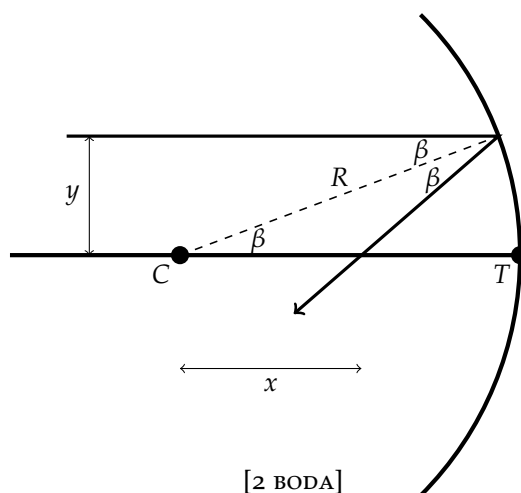
$$n = \left\lfloor \frac{d}{\lambda} \right\rfloor = 4. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Njihovi su kutni položaji dani relacijom  $\theta_m = \arcsin(m\lambda/d)$ . Uvrštavanjem dobivamo

$$\theta_1 = 14.05^\circ, \quad \theta_2 = 29.05^\circ, \quad \theta_3 = 46.75^\circ, \quad \theta_4 = 76.22^\circ. \quad [4 \text{ BODA}]$$

Ukoliko je učenik promatrao maksimume s obje strane od središnjeg te tako dobio dvostruko veći broj maksimuma, priznati sve bodove.

3. • Skicirajmo detaljnije zraku koja upada paralelno optičkoj osi na udaljenosti  $y$ .



Upadni (i izlazni) kut  $\beta$  mora biti jednak kutu kojeg crtkana normala zatvara s optičkom osi. Prema tome, možemo pisati

$$\sin \beta = \frac{y}{R}, \quad [2 \text{ BODA}]$$

kao i

$$\cos \beta = \frac{R/2}{x}. \quad [2 \text{ BODA}]$$

Eliminacijom kuta  $\beta$  iz gornjih jednažbi, dobivamo traženu ovisnost

$$x = \frac{R^2}{2\sqrt{R^2 - y^2}}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

- Uzimajući u obzir da je središnji kut zrcala  $\alpha = 90^\circ$ , slijedi da na zrcalo upadaju sve zrake na udaljenosti

$$y \in [0, R \sin 45^\circ] = [0, R/\sqrt{2}] \quad [1 \text{ BOD}]$$

od optičke osi. Pripadne reflektirane zrake će sjeći optičku os na udaljenosti

$$x \in [R/2, R/\sqrt{2}] \quad [1 \text{ BOD}]$$

$$= [10 \text{ cm}, 14.14 \text{ cm}]. \quad [1 \text{ BOD}]$$

od središta zakrivljenosti.

4. • Kako na pikulu ne djeluje sila u horizontalnom smjeru, gibat će se konstantnom brzinom, tako da će vremenska ovisnost horizontalnog položaja biti

$$x(t) = x_0 + v_0 t, \quad [1 \text{ BOD}]$$

gdje je  $v_0 = p_0/m$  početna horizontalna brzina pikule. Budući da su kvantni efekti mali, ne očekujemo relativističke brzine, stoga smo koristili relaciju  $p = mv$ . Nadalje, pošto ne znamo niti  $x_0$  niti  $v_0$ , ne možemo odrediti  $x(t)$ , no možemo dati interval unutar kojeg se horizontalni položaj čestice mora nalaziti,

$$x(t) \in [-\delta x(t), +\delta x(t)]. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Taj ćemo interval odrediti pomoću „najgoreg mogućeg“ slučaja kad se pikula nalazi na rubu početnog intervala  $x_0 = \pm \Delta x$ , te giba maksimalnom brzinom usmjerenom tako da izlazi iz početnog intervala  $v_0 = \pm \Delta p/m$ . Sad je jasno da će se interval u kojem se pikula nalazi linearno povećavati u vremenu

$$\pm \delta x(t) = \pm \Delta x \pm \frac{\Delta p}{m} t. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Koristeći relaciju neodređenosti, možemo izraziti  $\Delta p$  preko  $\Delta x$

$$\Delta p = \frac{h}{4\pi\Delta x}, \quad [1 \text{ BOD}]$$

čime prethodna relacija postaje

$$\delta x(t) = \Delta x + \frac{ht}{4\pi m} \frac{1}{\Delta x}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

- Vrijeme  $\tau$  potrebno da pikula padne na tlo računamo uzimajući u obzir da je slobodni pad jednoliko ubrzano gibanje te vrijedi

$$H = \frac{1}{2} g \tau^2, \quad [1 \text{ BOD}]$$

gdje smo uzeli u obzir da je pikula ispuštena, dakle nije imala početnu vertikalnu brzinu. Odavde imamo

$$\tau = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 2.26 \text{ s}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

- Horizontalna neodređenost u trenutku pada je sad

$$\begin{aligned} \delta x(\tau) &= \Delta x + \frac{h\tau}{4\pi m} \frac{1}{\Delta x} \\ &= \left( \sqrt{\Delta x} - \sqrt{\frac{h\tau}{4\pi m}} \frac{1}{\sqrt{\Delta x}} \right)^2 + \sqrt{\frac{h\tau}{\pi m}}. \end{aligned} \quad [1 \text{ BOD}]$$

U posljednjem smo izrazu prikazali  $\delta x(\tau)$  kao sumu dva nenegativna doprinosa. Ukoliko želimo minimizirati taj izraz, moramo posebno minimizirati svaki od ta dva doprinosa. Drugi je doprinos konstantan, a prvi je minimalan kad je jednak nuli, odnosno kad vrijedi

$$\Delta x = \Delta x_{\min} = \sqrt{\frac{h\tau}{4\pi m}} \quad [1 \text{ BOD}]$$

$$= 7.72 \times 10^{-17} \text{ m}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

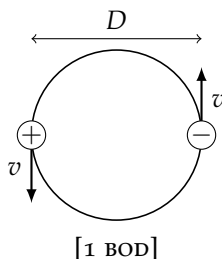
Minimalna će vrijednost  $\delta x(\tau)$  tad biti

$$\delta x(\tau)_{\min} = \sqrt{\frac{h\tau}{\pi m}} \quad [1 \text{ BOD}]$$

$$= 1.54 \times 10^{-16} \text{ m}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Dakle, kvantni efekti su potpuno zanemarivi u slučaju slobodnog pada pikule.

5. • Jedini način da se elektron i pozitron gibaju istom brzinom stalnog iznosa pod utjecajem elektrostatske privlačne sile jest da se gibaju po kružnici kao što je prikazano na donjoj slici.



- Prilikom gibanja po kružnici polumjera  $D/2$  elektrostatska privlačna sila igra ulogu centripetalne sile,

$$\frac{mv^2}{D/2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{D^2} \equiv k_e \frac{e^2}{D^2} \rightsquigarrow D = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2mv^2} \equiv k_e \frac{e^2}{2mv^2}. \quad [2 \text{ BODA}]$$

- Ukupna se energija sastoji od kinetičke i potencijalne energije

$$E = 2 \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{D} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2D} \equiv -k_e \frac{e^2}{2D}, \quad [1 \text{ BOD}]$$

gdje smo brzinu  $v$  eliminirali u korist udaljenosti  $D$ .

- Ukupni je zamah

$$L = 2mv \frac{D}{2} = mvD. \quad [1 \text{ BOD}]$$

- Uvrštavajući  $v = (nh)/(2\pi mD)$  u relaciju koja povezuje brzinu  $v$  i veličinu atoma  $D$ , lako nalazimo dopuštene vrijednosti veličine pozitronija

$$D_n = n^2 \frac{2\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} \equiv n^2 \frac{h^2}{2\pi^2 k_e m e^2}, \quad [1 \text{ BOD}]$$

odakle lako nalazimo veličinu pozitronija u osnovnom stanju

$$D_1 = 1.06 \times 10^{-10} \text{ m}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Dopuštene su energije pozitronija

$$E_n = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2D_n} = -\frac{1}{n^2} \frac{m e^4}{16\epsilon_0^2 h^2} \equiv -\frac{1}{n^2} \frac{\pi^2 k_e^2 m e^4}{h^2}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Energija ionizacije pozitronija je stoga

$$E_{\text{ion}} = -E_1 = 6.77 \text{ eV}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Radi lakšeg ispravljanja, konačni su rezultati su zapisani i pomoću  $\epsilon_0$  i pomoću  $k_e$ .