

Županijsko natjecanje iz fizike 25.02.2016.
Srednje škole – 3. Skupina (rješenja i smjernice za bodovanje)

1. zadatak (10 bodova)

Ukupna impedancija kruga jednaka je:

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi fL)^2} = 10\sqrt{2} \, \Omega \quad (2 \text{ boda})$$

Faza struje u odnosu na napon dana je s:

$$\tan(\phi) = \frac{\omega L}{R} = \frac{2\pi fL}{R} = 1 \rightarrow \phi = \pm \frac{\pi}{4} \quad (2 \text{ boda})$$

Struja u krugu dana je s:

$$I = I_0 \cos(\omega t + \phi) = \frac{V_0}{Z} \cos(\omega t + \phi) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{4}) \, \text{A} \quad (2 \text{ boda})$$

Napomena: 1 bod se daje za pravilan izraz, jedan za pravilan predznak ispred faze.

Magnetsko polje u centru zavojnice dano je izrazom $B = \mu_0 NI/L$ (1 bod), tj. u našem slučaju, nakon uvrštavanja $N=800$ i $L=0.2\text{m}$:

$$B = 8\pi\sqrt{2} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{4}) \cdot 10^{-4} = 3.55 \cos(314t + \frac{\pi}{4}) \, \text{mT} \quad (1 \text{ bod})$$

Petlja sa žaruljicom postavljena u centar petlje svijelit će ovisno o orijentaciji petlje u odnosu na smjer magnetskog polja. (1 bod) Ako su polje i petlja okomiti, žaruljica neće svijetliti jer je tok magnetskog polja kroz petlju uvijek jednak nuli. Ako pak nisu okomiti, već pod bilo kojim kutom različitim od okomitog, žaruljica svijetli promijenjivo jer se magnetsko polje mijenja u vremenu, pa se i tok mijenja u vremenu. (1 bod za objašnjenje)

2. zadatak (12 bodova)

Za određivanje polja u pojedinoj točki potrebno je znati udaljenosti točaka od žica koje nose struju. Iznos polja u pojedinoj koordinati od pojedine žice jednak je $|\mu_0 I/(2d\pi)|$ (1 bod), pri čemu je d okomita udaljenost od žice. Smjer polja od pojedine žice određuje se pravilom desne ruke (1 bod).

Nalaženje koordinata točaka ili udaljenosti točaka od žica može se na više načina pronaći trigonometrijski. Primijetimo da točke leže u vrhovima peterokuta pa time i na kružnici opisanoj tom peterokutu. Kako je unutarnji kut peterokuta jednak $2\pi/5$ (1 bod), lako se vidi da je točka A na kutu $9\pi/10$ (1 bod), a točka B na kutu $17\pi/10$ (1 bod), oba mjerena od osi x. Dakle, koordinate tih točaka jednake su $A(r\cos(9\pi/10), r\sin(9\pi/10))$ i $B(r\cos(17\pi/10), r\sin(17\pi/10))$. (1 bod). Preostaje naći koliki je polumjer kružnice opisane peterokutu. Ako uzmemo jednu stranicu i povežemo s centrom peterokuta, dobijamo jednakokračan trokut kuta $2\pi/5$ i stranica r , r i a . Pomoću kosinusovog poučka dobija se:

$$a^2 = r^2 + r^2 - 2r^2 \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) \quad (1 \text{ bod})$$

$$r = a \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}} = 0.85065a \quad (1 \text{ bod})$$

Napomena: za neki drugi način pronalaženja općenitog zapisa koordinata točaka ili udaljenosti od žica dodijeljuje se ravnopravno 6 bodova.

Konačno, korištenjem pravila desne ruke slijedi da ukupno polje u A gleda iz papira (1 bod) i iznos mu je

$$B_A = \frac{\mu_0 I}{2r\pi} \left(\left| \frac{1}{\sin \frac{9\pi}{10}} \right| + \left| \frac{1}{\cos \frac{9\pi}{10}} \right| \right) = \frac{\mu_0 I}{2a\pi} \sqrt{\frac{2\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}} \left(\left| \frac{1}{\sin \frac{9\pi}{10}} \right| + \left| \frac{1}{\cos \frac{9\pi}{10}} \right| \right)$$

$$B_A = 10.08\mu T \quad (1 \text{ bod})$$

Analogno, polje u B gleda u papir (1 bod) i iznos mu je

$$B_B = \frac{\mu_0 I}{2r\pi} \left(\left| \frac{1}{\sin \frac{17\pi}{10}} \right| + \left| \frac{1}{\cos \frac{17\pi}{10}} \right| \right) = \frac{\mu_0 I}{2a\pi} \sqrt{\frac{2\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}} \left(\left| \frac{1}{\sin \frac{17\pi}{10}} \right| + \left| \frac{1}{\cos \frac{17\pi}{10}} \right| \right)$$

$$B_B = 6.91\mu T \quad (1 \text{ bod})$$

3. zadatak (12 bodova)

Da bi osoba taman dotaknula površinu vode, mora u tom trenutku stati (1 bod). Stoga je zgodno koristiti zakon očuvanja energije. Postavimo površinu vode na $h=0$. Zakon očuvanja energije daje:

$$mgh_1 = mgh_2 + \frac{1}{2}k(\Delta l)^2 \quad (2 \text{ boda})$$

pri čemu je h_1 jednak 46m (visina do mosta + visina do težišta osobe), h_2 je 1m (visina do težišta osobe u najnižoj točki putanje) (2 boda za visine), a Δl jednak je 20m (jer je od vode do mosta 45m - 2m visina osobe - 23m nerastegnuta dužina užeta) (1 bod). Uvrštavanjem brojeva slijedi da je $k = 180 \text{ N/m}$ (1 bod) **Napomena: za drugi odabir koordinate $h=0$ dodijeljuje se isto bodovanje.**

Osoba u početku ubrzava, zatim postiže najveću brzinu u nekom trenutku i zatim usporava. Očito, kad je brzina najveća, ubrzanje promijeni smjer, tj. u tom je trenutku jednako nuli (1 bod). Ako je tad ubrzanje jednako nuli, i sila je jednaka nuli, pa se koordinata u kojoj je težište u tom trenutku lako nađe iz ravnoteže sila:

$$mg = k\Delta l \quad (1 \text{ bod})$$

iz čega slijedi da je $\Delta l = 40/9 \text{ m}$ (1 bod). Visina na kojoj je težište osobe kad je uže rastegnuto za toliko je $45\text{m} - (23\text{m} + 40/9\text{m} + 1\text{m}) = 16.56\text{m}$ iznad površine vode (1 bod).

Kako nema trenja početna energija je očuvana pa se osoba u povratku vrati u početnu točku **(1 bod)**.

4. zadatak (8 bodova)

Brzina širenja vala na napetoj niti dana je s $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ **(1 bod)**. Kako se val širi stalnom brzinom, kroz navedena tri komada treba mu:

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{L}{v_1} = L \sqrt{\frac{\mu}{T}} \\ t_2 &= \frac{L}{v_2} = L \sqrt{\frac{4\mu}{T}} = 2L \sqrt{\frac{\mu}{T}} \\ t_3 &= \frac{L}{v_3} = L \sqrt{\frac{\mu}{4T}} = \frac{1}{2} L \sqrt{\frac{\mu}{T}} \end{aligned} \quad \textbf{(3 boda, jedan po komadu)}$$

Ukupno vrijeme jednako je zbroju ova 3 vremena i NE ovisi o poretку kojim je užad vezana **(1 bod)**. Slijedi:

$$t_{uk} = \frac{7}{2} L \sqrt{\frac{\mu}{T}} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Ako je uže jednoliko, duljine $3L$, tad je ukupno vrijeme potrebno jednako

$$t_{uk} = 3L \sqrt{\frac{\mu}{T}} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Očito na nejednolikom užetu valu treba više vremena **(1 bod)**.

5. zadatak (8 bodova)

Šimiš prvo djeluje kao izvor zvuka, a buba kao prijateljnik **(1 bod)**. Frekvencija tona koji čuje buba jednaka je:

$$f_B = f \frac{c}{c-v} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Kad se zvuk reflektira, buba djeluje kao izvor, a šišmiš kao prijateljnik **(1 bod)**. Šišmiš čuje frekvenciju iznosa:

$$f' = f_B \frac{c+v}{c} = f \frac{c+v}{c-v} \quad \textbf{(2 boda)}$$

Prema uvjetu zadatka, ta je frekvencija jednaka $1.6f$ **(1 bod)**. Uvrštavanjem i rješavanjem po c slijedi:

$$c = v \frac{1.6+1}{1.6-1} = \frac{13}{3} v \quad \textbf{(2 boda)}$$