

DRŽAVNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
Dubrovnik, 2.travnja-4.travnja 2013.

6. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Od rođenja do današnjeg dana svi su ostarili jednak broj godina pa su onda

$$(100 - 50) : 3 = 50 : 3 = 16\frac{2}{3} \text{ moje godine starosti.}$$

Do 17. rođendana nedostaje $\frac{1}{3}$ godine odnosno 4 mjeseca.

$$2. \text{ Iz } \frac{4}{9} < \frac{a}{7} \Rightarrow a > \frac{28}{9}.$$

$$\text{Iz } \frac{b}{5} < \frac{4}{9} \Rightarrow b < \frac{20}{9}.$$

Dakle, $b \in \{1, 2\}$.

Za $b = 1$ vrijedi $\frac{a+1}{16} < \frac{1}{5}$ odnosno $a < \frac{11}{5}$ što je nemoguće jer je $a > \frac{28}{9}$.

Za $b = 2$ vrijedi $\frac{a+2}{16} < \frac{2}{5}$ odnosno $a < \frac{22}{5}$. Dakle, $\frac{28}{9} < a < \frac{22}{5}$ pa je $a = 4$.

Na kraju, $a + b = 6$.

3. Neka su to brojevi $\frac{a}{b}$ i $\frac{b}{a}$ i $\frac{a}{b} > \frac{b}{a}$. Kako je njihova razlika pozitivna, vrijedi

$$\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = 3\frac{29}{90} \text{ odnosno } \frac{a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{299}{90} = \frac{-299}{-90}.$$

Zajednički je nazivnik je $a \cdot b = 90$ ili $a \cdot b = -90$.

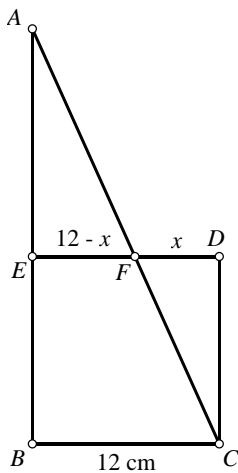
Vrijedi $90 = 90 \cdot 1 = 45 \cdot 2 = 30 \cdot 3 = 18 \cdot 5 = 15 \cdot 6 = 10 \cdot 9$

i $-90 = -1 \cdot 90 = -2 \cdot 45 = -3 \cdot 30 = -5 \cdot 18 = -6 \cdot 15 = -9 \cdot 10$.

Ispitivanjem svakog od navedenih slučajeva dolazimo do rješenja.

To su brojevi $\frac{18}{5}$ i $\frac{5}{18}$ te $-\frac{5}{18}$ i $-\frac{18}{5}$.

4.



Površina kvadrata $BCDE$ jednaka je $P_{\square BCDE} = 12 \cdot 12 = 144 \text{ cm}^2$.

Budući da je površina trokuta ABC dvostruko veća od površine kvadrata $BCDE$, vrijedi da je površina trokuta ABC jednaka $P_{\triangle ABC} = 2 \cdot 144 = 288 \text{ cm}^2$.

Trokut ABC je pravokutan pa je njegova površina jednaka $P_{\triangle ABC} = \frac{|AB| \cdot |BC|}{2}$ odakle slijedi

$$|AB| = 48 \text{ cm}.$$

Ali, $|AB| = |AE| + |EB|$ pa je $|AE| = 36 \text{ cm}$.

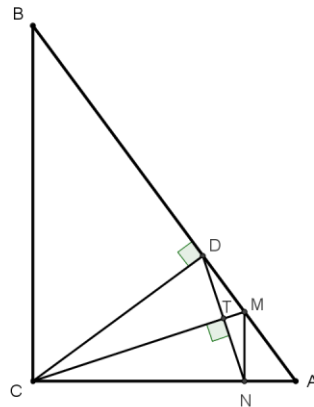
Vrijedi $P_{\square BCFE} = P_{\square BCDE} - P_{\triangle CDF} = 144 - 12 \cdot x : 2 = 144 - 6x$,

ali vrijedi i $P_{\square BCFE} = P_{\triangle ABC} - P_{\triangle AEF} = 288 - 36 \cdot (12 - x) : 2 = 72 + 18x$.

Slijedi $144 - 6x = 72 + 18x$ odnosno $x = 3 \text{ cm}$.

Na kraju, $P_{\square BCFE} = 144 - 6x = 144 - 18 = 126 \text{ cm}^2$.

5.



Iz zadanih uvjeta $|CD| = |CN|$ i $|\sphericalangle DTC| = |\sphericalangle CTN| = 90^\circ$ te \overline{CT} zajednička stranica prema poučku S-S-K> o sukladnosti slijedi $\triangle CTD \cong \triangle CTN$.

Iz sukladnosti slijedi $|\sphericalangle TCD| = |\sphericalangle NCT|$.

Dakle, $|\sphericalangle MCD| = |\sphericalangle NCM|$, $|CD| = |CN|$ i \overline{CM} zajednička stranica pa prema poučku S-K-S o sukladnosti slijedi $\triangle CMD \cong \triangle CMN$.

Iz sukladnosti slijedi $|\sphericalangle CNM| = |\sphericalangle CDM| = 90^\circ$.