

DRŽAVNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
Poreč, 25.travnja-27.travnja 2012.

5. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. S t označimo točne odgovore, s n netočne odgovore, a s m neodgovorene odgovore.

- 35 točnih odgovora $\Leftrightarrow 35 \cdot 5 = 175$ bodova
- 34 točna odgovora $\Leftrightarrow \begin{cases} 34t + n \Leftrightarrow 34 \cdot 5 - 2 = 168 \\ 34t + m \Leftrightarrow 34 \cdot 5 - 1 = 169 \end{cases}$
- 33 točna odgovora $\Leftrightarrow \begin{cases} 33t + 2n \Leftrightarrow 33 \cdot 5 - 4 = 161 \\ 33t + n + m \Leftrightarrow 33 \cdot 5 - 2 - 1 = 162 \\ 33t + 2m \Leftrightarrow 34 \cdot 5 - 2 = 163 \end{cases}$
- 32 točna odgovora $\Leftrightarrow \begin{cases} 32t + 3n \Leftrightarrow 32 \cdot 5 - 6 = 154 \\ 32t + 2n + m \Leftrightarrow 32 \cdot 5 - 4 - 1 = 155 \\ 32t + n + 2m \Leftrightarrow 32 \cdot 5 - 2 - 2 = 156 \\ 32t + 3m \Leftrightarrow 32 \cdot 5 - 3 = 157 \end{cases}$
- 31 točan odgovor $\Leftrightarrow \begin{cases} 31t + 4n \Leftrightarrow 31 \cdot 5 - 8 = 147 \\ 31t + 3n + m \Leftrightarrow 31 \cdot 5 - 6 - 1 = 148 \\ 31t + 2n + 2m \Leftrightarrow 31 \cdot 5 - 4 - 2 = 149 \\ 31t + n + 3m \Leftrightarrow 31 \cdot 5 - 2 - 3 = 150 \\ 31t + 4m \Leftrightarrow 31 \cdot 5 - 4 = 151 \end{cases}$

Istinu govore Šime i Ivo.

2. Traže se četveroznamenasti brojevi oblika $\overline{ab5c}$ koji su djeljivi s 36, a znamenke a , b i c su međusobno različite.

Broj je djeljiv s 36 ako je djeljiv brojevima 4 i 9.

Uvjet djeljivosti brojem 4 daje da je dvoznamenkasti završetak $\overline{5c}$ jednak 52 ili 56, što znači da je znamenka $c = 2$ ili $c = 6$.

Prema tome, traže se brojevi oblika $\overline{ab52}$ ili $\overline{ab56}$ s međusobno različitim znamenkama koji su djeljivi s 9, odnosno kojima je zbroj znamenaka djeljiv s 9.

Zbroj znamenaka broja $\overline{ab52}$ je $7 + a + b$ pa zbroj znamenaka $a + b$ može biti 2 ili 11.

Ako je zbroj znamenaka $a+b=2$, znamenke a i b mogu biti: $a=1$ i $b=1$ ili $a=2$ i $b=0$, ali obje mogućnosti otpadaju zbog ponavljanja znamenaka.

Ako je zbroj znamenaka $a+b=11$, znamenke a i b mogu biti: $a=2$ i $b=9$, $a=3$ i $b=8$, $a=4$ i $b=7$, $a=5$ i $b=6$, $a=6$ i $b=5$, $a=7$ i $b=4$, $a=8$ i $b=3$ ili $a=9$ i $b=2$. Zbog uvjeta različitosti znamenaka, preostaju: $a=3$ i $b=8$, $a=4$ i $b=7$, $a=7$ i $b=4$, $a=8$ i $b=3$.

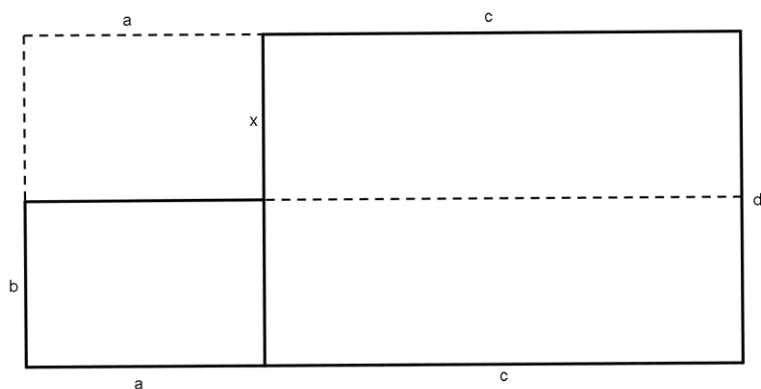
Zbroj znamenaka broja $\overline{ab56}$ je $11+a+b$ pa zbroj znamenaka $a+b$ može biti 7 ili 16.

Ako je zbroj znamenaka $a+b=7$, znamenke a i b mogu biti: $a=1$ i $b=6$, $a=2$ i $b=5$, $a=3$ i $b=4$, $a=4$ i $b=3$, $a=5$ i $b=2$, $a=6$ i $b=1$ ili $a=7$ i $b=0$. Zbog uvjeta različitosti znamenaka, preostaju: $a=3$ i $b=4$, $a=4$ i $b=3$, $a=7$ i $b=0$.

Ako je zbroj znamenaka $a+b=16$, znamenke a i b mogu biti: $a=7$ i $b=9$, $a=8$ i $b=8$ ili $a=9$ i $b=7$. Preostaju rješenja $a=7$ i $b=9$, $a=9$ i $b=7$.

Rješenja su brojevi: 3852, 4752, 7452, 8352, 3456, 4356, 7056, 7956 i 9756.

3.



Prema uvjetima i uz oznake kao na slici vrijedi $ax=80$ i $cx=160$.

Dalje je $cx=160=2 \cdot 80=2 \cdot ax$ pa je $c=2 \cdot a$.

Također iz uvjeta vrijedi $ab+cb=685-160=525$ te slijedi $ab+2ab=525$ odnosno $ab=175$.

Na kraju $cd=685-175=510$.

Površina većeg pravokutnika je 510 cm^2 .

4.

1. mogućnost:

Ako je Borisov iskaz "*Ja sam odbojkaš*" točan, tada njegov iskaz "*Zoran igra košarku*" nije točan (lažan je). Očigledno je tada da Markov iskaz "*Boris igra košarku*" nije točan pa je točan iskaz "*Zoran je rukometaš*".

Prema tome, Boris je odbojkaš, Marko je košarkaš, a Zoran rukometaš.

Ovo možemo prikazati tablicom na sljedeći način:

	košarkaš	odbojkaš	rukometaš
Boris	–	+	–
Marko	+	–	–
Zoran	–	–	+

2. mogućnost:

Ako je Borisov iskaz "*Ja sam odbojkaš*" netočan, tada je njegov iskaz "*Zoran igra košarku*" točan. Očigledno je tada da Markov iskaz "*Zoran je rukometaš*" nije točan pa je točan iskaz "*Boris igra košarku*".

Kako sada i Zoran i Boris igraju košarku, ova mogućnost otpada.

5. Neka su a, b, c, d redom traženi brojevi.

Tada vrijedi $a + b + c + d = 1000$ i $a + 4 = b - 4 = 4c = \frac{d}{4}$.

Slijedi $a = 4c - 4$, $b = 4c + 4$ i $d = 16c$.

Vrijedi

$$4c - 4 + 4c + 4 + c + 16c = 1000$$

$$25c = 1000$$

$$c = 40$$

pa je $a = 156$, $b = 164$ i $d = 640$.

Traženi brojevi su 156, 164, 40 i 640.