

HRVATSKO ASTRONOMSKO DRUŠTVO

DRŽAVNO POVJERENSTVO ZA ŠKOLSKA NATJECANJA I SUSRETE IZ ASTRONOMIJE

RJEŠENJA pitanja i zadataka iz astronomije za županijsko natjecanje 2012.

III. razred. razred srednje škole

8. ožujka 2012.

Pitanja

1. Za energiju koju zrači Sunce uglavnom je zaslužna reakcija:
(a) ${}_1^1\text{H}_2 \rightarrow 2{}_1^1\text{H}$
(b) $4{}_1^1\text{H} \rightarrow {}_2^4\text{He}$
(c) ${}_7^{15}\text{N} + {}_1^1\text{H} \rightarrow {}_8^{14}\text{O}$
(d) $3{}_2^4\text{He} \rightarrow {}_6^{12}\text{C}$
2. Koja od navedenih tvrdnji upućuje na to da su pulsari u stvari neutronske zvijezde?
(a) pulsari su koncentrirani u galaktičkoj ravnini
(b) najbrži pulsari imaju periode manje od jedne sekunde
(c) svi pulsari emitiraju radiozračenje
(d) pulsar u maglici Rakovica pulsira i na optičkoj valnoj duljini
3. Trojanci su skupine asteroida koji se okupljaju u
(a) Kirkwoodovim zonama
(b) Cassinijevoj pukotini
(c) Titius-Bodeovom nizu
(d) Lagrangeovim točkama
4. U bijelom patuljku gravitacijska sila je:
(a) jaka, ali uravnotežena tlakom idealnog plina
(b) jaka, ali nije ničim uravnotežena
(c) uravnotežena je tlakom degeneriranog plina
(d) slaba pa nije potrebno uravnoteženje
5. Sunce neće nikad bljesnuti poput nove jer:
(a) bi trebalo imati puno veću masu
(b) bi trebalo imati puno manju masu
(c) bi trebalo biti u dvojnog sustavu zvijezda
(d) ne bi smjelo biti spektralnog tipa G2V

6. Drakonska godina je vrijeme potrebno Suncu (viđenom sa Zemlje) za revoluciju u odnosu na:
- (a) konjunkciju vanjskih planeta
 - (b) zadnju potpunu pomrčinu
 - (c) isti lunarni čvor**
 - (d) perigej Mjesečeve orbite
7. Do razlike sideričke i tropske godine dolazi zbog:
- (a) perturbacija orbite koje uzrokuju okolne zvijezde
 - (b) perturbacija orbite koje uzrokuju okolni planeti**
 - (c) precesije
 - (d) eliptičnosti orbite
8. Ekstrasolarni planeti najčešće se pronalaze pomoću metode:
- (a) mikrogravitacijske leće
 - (b) pozadinskog usporavanja
 - (c) povećanja aktivnosti pozadinske zvijezde
 - (d) radijalnih brzina**
9. Tamna tvar otkrivena je na temelju:
- (a) velike brzine kuglastih jata
 - (b) orbitalne brzine zvijezda oko središta galaktika**
 - (c) smanjene brzine galaksije od središta prema rubovima
 - (d) točnim mjerenjem Hubbleovog parametra
10. Zvijezda se pomiče vodoravno i udesno po Hertzsprung-Russelovom dijagramu. Koja je od slijedećih tvrdnji istinita?
- (a) površinska temperatura i polumjer se smanjuju
 - (b) površinska temperatura se povećava, a polumjer smanjuje
 - (c) površinska temperatura se smanjuje, a polumjer povećava**
 - (d) površinska temperatura i polumjer se povećavaju

Zadaci RJEŠENJA

1. Period rotacije najsjajnijeg poznatog milisekundnog pulsara PSR J0437-4715 iznosi $T = 5,75$ ms, a masa mu je $1,8 M_{\odot}$. Rad potreban za podizanje 1 g na visinu od 1 cm na tom pulsaru jednak je radu potrebnom za podizanje 1000 t na 1 m visine na Zemlji. Odredite brzinu rotacije na ekvatoru pulsara u usporedbi s brzinom svjetlosti. (masa Sunca = $2 \cdot 10^{30}$ kg, masa Zemlje = $6 \cdot 10^{24}$ kg, polumjer Zemlje $R_Z = 6400$ km, brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8$ m s⁻¹).

Rješenje

Općenito:

Rad = sila · put; $W = Fs$

u gravitacijskom polju rad je

$$W = g m h \quad [1 \text{ bod}]$$

gdje je g ubrzanje sile teže, m je masa tijela, a h je visina na koju se tijelo treba podignuti.

Rad na pulsaru i na Zemlji je jednak

$$W_p = W_Z$$

tj.

$$g_p m_p h_p = g_Z m_Z h_Z \quad [2 \text{ boda}]$$

Iz toga dobivamo omjer gravitacijske sile:

$$\frac{g_p}{g_Z} = \frac{m_Z h_Z}{m_p h_p} = 10^{11} \quad [1 \text{ bod}]$$

Newtonov izraz za gravitacijsku silu na površini:

$$F_G = G \frac{Mm}{R^2} = gm$$

gdje je M masa pulsara ili Zemlje, a R njihov polumjer. Iz toga dobivamo:

$$\frac{g_p}{g_Z} = \frac{M_p}{M_Z} \left(\frac{R_Z}{R_p} \right)^2 \quad [2 \text{ boda}]$$

Iz gornje jednadžbe slijedi izraz za polumjer pulsara:

$$R_p = R_Z \sqrt{\frac{M_p g_Z}{M_Z g_p}}$$

$$R_p = 15,677 \text{ km} \quad [1 \text{ bod}]$$

Brzina na ekvatoru pulsara:

$$v = R_p \omega = R_p \frac{2\pi}{T} \quad [2 \text{ boda}]$$

$$v = 1,7 \cdot 10^7 \text{ m s}^{-1}$$

$$v = 0,057 c \quad [1 \text{ bod}]$$

[ukupno 10 bodova]

2. Kamera s orbitera Mars Expressa razlučuje na Marsu predmete veličine 2 m, s udaljenosti od 250 km. Kolika je moć kutnog razlučivanja kamere u lučnim sekundama i koliki je promjer njezina objektiva ako je valna duljina 500 nm?

Rješenje

Kutno razlučivanje:

$$\alpha = \frac{l}{r} \quad (l \text{ je veličina predmeta, a } r \text{ udaljenost s koje se promatra)} \quad [1 \text{ bod}]$$

$$\alpha = 8 \cdot 10^{-6} \text{ rad} = 1,65'' \quad [1 \text{ bod}]$$

Promjer objektiva:

$$D = 1,22 \frac{\lambda}{\alpha} \quad [1 \text{ bod}]$$

$$D = 7,6 \text{ cm} \quad [1 \text{ bod}]$$

[ukupno 4 boda]

3. Polumjer crvenog superdiva KW Sagitarii je $R = 1460 R_{\odot}$. Prividna zvjezdana veličina te zvijezde iznosi $m = 8,983$, a nalazi se na udaljenosti 3005 pc. Kolika je površinska temperatura te zvijezde, ako je apsolutna zvjezdana veličina Sunca $M_{\odot} = 5$, a površinska temperatura Sunca $T_{\odot} = 6000$ K?

Rješenje

$$M = m + 5 - 5 \log d \quad [1 \text{ bod}]$$

$$M = -3,41 \quad [1 \text{ bod}]$$

Iz izraza za luminoznost:

$$\frac{L}{L_{\odot}} = 2,512^{M_{\odot} - M} \quad [1 \text{ bod}]$$

i:

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \frac{R^2 T^4}{R_{\odot}^2 T_{\odot}^4} \quad [1 \text{ bod}]$$

dobivamo:

$$\frac{R^2 T^4}{R_{\odot}^2 T_{\odot}^4} = 2,512^{M_{\odot} - M}$$

$$T = 2,512^{(M_{\odot} - M)/4} \cdot T_{\odot} \sqrt{\frac{R_{\odot}}{R}} \quad [1 \text{ bod}]$$

$$T = 1100 \text{ K} \quad [1 \text{ bod}]$$

[ukupno 6 bodova]

4. Odredite minimalnu i maksimalnu brzinu Jupitera čija je velika poluos $a = 5,2$ aj, a udaljenosti u afelu, odnosno perihelu $r_{\text{afel}} = 8,16 \cdot 10^8$ km i $r_{\text{perihel}} = 7,41 \cdot 10^8$ km. Masa Sunca je $1,99 \cdot 10^{30}$ kg.

Rješenje

Energija planeta, tj. zbroj kinetičke i potencijalne energije u bilo kojoj točki elipse je konstantna:

$$E = E_k + E_p = \text{const.} \quad [1 \text{ bod}]$$

$$E = \frac{mv^2}{2} - G \frac{mM_{\square}}{r} \quad [1 \text{ bod}]$$

gdje su r i v udaljenost od Sunca, odnosno brzina u nekoj točki.

Zbog konstantnosti energije, energiju možemo odrediti i koristeći kružnicu koja je energetski ekvivalentna elipsi. Polumjer te kružnice je jednak poluosi elipse.

$$E = \frac{mv_*^2}{2} - G \frac{mM_{\square}}{a} \quad [1 \text{ bod}]$$

v_* je srednje brzina planeta

Na kružnoj putanji gravitacijska sila je izjednačena s centripetalnom:

$$\frac{mv_*^2}{a} = G \frac{mM_{\square}}{a} \quad [1 \text{ bod}]$$

Prema tome, srednja brzina planeta je:

$$v_* = \sqrt{G \frac{M_{\square}}{a}} \quad [1 \text{ bod}]$$

Sad srednju brzinu uvrstimo u izraz za energiju po kružnoj putanji:

$$E = -G \frac{mM_{\square}}{2a} \quad [1 \text{ bod}]$$

Uvrstimo li energiju u polaznu jednadžbu po elipsi, sređivanjem dobivamo brzinu u bilo kojoj točki elipse:

$$v = \sqrt{GM_{\square} \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} \quad [2 \text{ boda}]$$

Brzina Jupitera će biti maksimalna u perihelu, a minimalna u afelu [1 bod]

$$v_{\min} = 12444 \text{ m s}^{-1} \quad [1 \text{ bod}]$$

$$v_{\max} = 13710 \text{ m s}^{-1} \quad [1 \text{ bod}]$$

[ukupno 10 bodova]