

Pitanja i zadaci za
Županijsko natjecanje iz astronomije 2012.
4. razred srednje škole
8. ožujka 2012.

Zaporka					
riječ			peteroznamenasti broj		

Pitanja

Zaokružite slovo ispred točnog odgovora ili dopunite rečenicu (svaki točan odgovor donosi 2 boda)

1. Zvijezde u našoj galaksiji imaju mase u rasponu od
- a) 0,05 mase Sunca do 10 masa Sunca
 - b) 0,05 mase Sunca do 100 masa Sunca**
 - c) 0,05 mase Sunca do 1000 masa Sunca
 - d) nula do beskonačno

Rješenje: b (2 boda)

2. Barem u jednoj fazi razvoja svaka se zvijezda sastoji od ioniziranog **plina**.

Rješenje: plina (2 boda)

3. U Hertzsprung-Russellovom dijagramu cefeide se nalaze
- a) unutar glavnoga niza
 - b) kao zasebno područje između glavnoga niza i bijelih patuljaka
 - c) kao zasebno područje između glavnoga niza i crvenih divova**
 - d) u području crvenih divova

Rješenje: c (2 boda)

4. Poznati otvoreni skup u zviježđu Bika koji sadrži nekoliko stotina zvijezda (od kojih je golim okom vidljivo njih sedam) nazivamo **Vlašići**.

Rješenje: Vlašići (2 boda)

također se priznaju odgovori: „Plejade” i „M45“

5. Zvezdani skupovi su
- a) nastali slučajnim okupljanjem zvijezda
 - b) zvijezde koje, promatrano sa Zemlje, izgledaju povezano
 - c) nakupine zvijezda koje su premale da bismo ih zvali galaksijama
 - d) **nastali fragmentacijom oblaka međuzvezdane tvari**

Rješenje: d (2 boda)

6. Sve zvijezde jednog kuglastoga skupa rođene su **istodobno**.

Rješenje: istodobno (2 boda)
također se priznaje „u isto vrijeme” i slični odgovori

7. Ukupni broj galaksija u svemiru iznosi oko
- a) milijun
 - b) 100 milijuna
 - c) milijardu
 - d) **100 milijardi**

Rješenje: 100 milijardi (2 boda)

8. Galaksija je masivni skup zvijezda, međuzvezdane tvari (plina i prašine) i **tamne tvari**.

Rješenje: tamne tvari (2 boda)
također se priznaje „tamne materije”

9. Što je zajedničko radiogalaksijama, Seyfertovim galaksijama, kvazarima i blazarima?
- a) sve su te galaksije spiralne
 - b) **sve su te galaksije aktivne**
 - c) sve su te galaksije eliptičke
 - d) ništa od navedenoga

Rješenje: b (2 boda)

10. Štefan-Boltzmannov zakon i Wienov zakon su svojstva spektra **crnog tijela**.

Rješenje: crnog tijela (2 boda)

Zadaci

1. Kad se Sunce počne pretvarati u crvenog diva njegov će polumjer rasti (sada iznosi 700 000 km). Nakon kojega će polumjera gustoća Sunca postati manja od gustoće vode? **(6 bodova)**

Rješenje:

Gustoća je omjer mase i volumena

$$\rho = \frac{M}{V} \quad \textbf{(1 bod)}$$

a volumen kugle

$$V = \frac{4 R^3 \pi}{3} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Iz gornjih izraza slijedi

$$M = \rho \cdot \frac{4 R^3 \pi}{3}$$
$$\frac{3 M}{4 \rho \pi} = R^3$$
$$R = \sqrt[3]{\frac{3 M}{4 \rho \pi}} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Masa Sunca približno je

$$M = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg} \quad \textbf{(1 bod)}$$

a gustoća vode

$$\rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Gustoća Sunca postat će manja od gustoće vode pri polumjeru

$$R = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{4 \pi \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}}} \approx 780\,000 \text{ km} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Priznaju se rješenja u rasponu od 780 000 km do 782 000 km.

2. Energija fotona opaženog na Zemlji manja je 3% od energije koju je taj foton izvorno imao kad ga je emitirao neki izvor u dalekoj galaksiji. Smanjenje energije posljedica je kozmološkog crvenog pomaka. Odredite udaljenost te galaksije u godinama svjetlosti. Za vrijednost Hubbleovog parametra uzmite $71 \text{ km s}^{-1} (\text{Mpc})^{-1}$. Koliko je puta ta galaksija udaljenija od Andromede? **(9 bodova)**

Rješenje:

Kozmološki crveni pomak, z , definiran je kao

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} \quad \textbf{(1 bod)}$$

gdje je λ_0 valna duljina emitiranog fotona, a λ valna duljina opaženog fotona.

Valna duljina i frekvencija fotona povezane su izrazom

$$c = \lambda \nu \quad \textbf{(1 bod)}$$

Energija i frekvencija fotona povezane su izrazom

$$E = h \nu \quad \textbf{(1 bod)}$$

Stoga je

$$z = \frac{\frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu_0}}{\frac{c}{\nu_0}} = \frac{\nu_0 - \nu}{\nu} = \frac{h\nu_0 - h\nu}{h\nu} = \frac{E_0 - E}{E} = \frac{\Delta E}{E}$$

odnosno relativna promjena energije odgovara crvenom pomaku

$$z = \frac{\Delta E}{E} = 3\% = 0,03 \quad \textbf{(1 bod)}$$

Za male vrijednosti crvenog pomaka vrijedi

$$z = \frac{\nu}{c} \quad \textbf{(1 bod)}$$

što u kombinaciji s Hubbleovim zakonom

$$\nu = H_0 \cdot d \quad \textbf{(1 bod)}$$

daje

$$z \cdot c = H_0 \cdot d$$

Dakle, udaljenost galaksije je

$$d = \frac{z \cdot c}{H_0} = \frac{0,03 \cdot 300\,000 \text{ km s}^{-1}}{71 \text{ km s}^{-1} (\text{Mpc})^{-1}} = 126,76 \text{ Mpc} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Jedan parsek jednak je 3,26 godina svjetlosti

$$1 \text{ pc} = 3,26 \text{ gs}$$

pa je udaljenost galaksije od nas

$$d = 126,76 \text{ Mpc} = 126,76 \cdot 10^6 \cdot 3,26 \text{ gs} \approx 413 \cdot 10^6 \text{ gs} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Andromeda je od nas udaljena oko 2,5 milijuna godina svjetlosti. Iz omjera

$$\frac{413 \cdot 10^6 \text{ gs}}{2,5 \cdot 10^6 \text{ gs}} \approx 165 \quad \textbf{(1 bod)}$$

slijedi da je promatrana galaksija 165 puta udaljenija od Andromede.

Priznaju se rješenja u rasponu od 160 do 170.

3. Za pet supernova u drugim galaksijama izmjerene su udaljenosti i kozmološki crveni pomaci:

d (Mpc)	z
20	0,005
43	0,01
280	0,07
450	0,1
530	0,13

Iz ovih podataka procijenite vrijednost Hubbleovog parametra i njegovu pogrešku. Postoje različiti načini na koje se to može napraviti (primjerice metoda najmanjih kvadrata), no ovdje će biti dovoljno naći srednju vrijednost i maksimalnu apsolutnu pogrešku (kao da je H_0 mjeren izravno). **(9 bodova)**

Rješenje:

Hubbleov zakon je

$$v = H_0 \cdot d \quad (1 \text{ bod})$$

Za male vrijednosti crvenog pomaka vrijedi

$$z = \frac{v}{c} \quad (1 \text{ bod})$$

Kombinacijom gornjih izraza dobije se

$$z \cdot c = H_0 \cdot d$$
$$H_0 = \frac{z \cdot c}{d} \quad (1 \text{ bod})$$

Primjerice, za prvi redak tablice

$$H_0 = \frac{0,005 \cdot 300000 \text{ km/s}}{20 \text{ Mpc}} = 75 \text{ km s}^{-1} (\text{Mpc})^{-1}$$

Na isti način, za cijelu tablicu:

d (Mpc)	z	$H_0 / \text{km s}^{-1} (\text{Mpc})^{-1}$
20	0.005	75.00
43	0.01	69.77
280	0.07	75.00
450	0.1	66.67
530	0.13	73.58

(2 boda)

Srednja vrijednost Hubbleovog parametra je

$$\langle H_0 \rangle = \frac{75 + 69,77 + 75 + 66,67 + 73,58}{5} \text{ km s}^{-1} (\text{Mpc})^{-1} = 72 \text{ km s}^{-1} (\text{Mpc})^{-1}$$

(1 bod)

Odstupanje pojedine vrijednosti od srednje vrijednosti je

$$\Delta(H_0)_i = \langle H_0 \rangle - (H_0)_i$$

Primjerice, za prvi redak tablice

$$\Delta(H_0)_1 = 72 \text{ km s}^{-1} (\text{Mpc})^{-1} - 75 \text{ km s}^{-1} (\text{Mpc})^{-1} = -3 \text{ km s}^{-1} (\text{Mpc})^{-1}$$

Na isti način, za cijelu tablicu:

d (Mpc)	z	$H_0 / \text{km s}^{-1} (\text{Mpc})^{-1}$	$\Delta(H_0) / \text{km s}^{-1} (\text{Mpc})^{-1}$
20	5	75,00	-3,00
43	0,01	69,77	+2,24
280	0,07	75,00	-3,00
450	0,1	66,67	+5,34
530	0,13	73,58	-1,58

(2 boda)

Maksimalna apsolutna vrijednost

$$\Delta(H_0)_m = 5,34 \text{ km s}^{-1} (\text{Mpc})^{-1}$$

(1 bod)

Konačno, procijena Hubbleovog parametra i njegove pogreške iz danih podataka

$$H_0 = (72 \pm 5) \text{ km s}^{-1} (\text{Mpc})^{-1}$$

Metodom najmanjih kvadrata dobije se

$$H_0 = (71 \pm 3) \text{ km s}^{-1} (\text{Mpc})^{-1}$$

Ako netko dođe do tog rezultata korištenjem statističkih funkcija kalkulatora, to se, naravno, priznaje kao puni zadatak.

4. Vega ima površinsku temperaturu 9600 K, a polumjer 2,5 puta veći od polumjera Sunca. Koliko je puta njezina luminoznost veća od luminoznosti Sunca? **(6 bodova)**

Rješenje:

Zračenje obične zvijezde približno odgovara zračenju crnog tijela, a za crno tijelo snaga zračenja razmjerna je površini i četvrtoj potenciji površinske temperature (Štefan-Boltzmannov zakon)

$$P = \sigma T^4 S \quad (1 \text{ bod})$$

Površina zvijezde je

$$S = 4 R^2 \pi \quad (1 \text{ bod})$$

a luminoznost odgovara snazi zračenja

$$L = P \quad (1 \text{ bod})$$

Stoga možemo pisati

$$L = 4 R^2 \pi \sigma T^4$$

Omjer luminoznosti Vege i luminoznosti Sunca je

$$\frac{L_V}{L_S} = \frac{4 R_V^2 \pi \sigma T_V^4}{4 R_S^2 \pi \sigma T_S^4} = \left(\frac{R_V}{R_S} \right)^2 \cdot \left(\frac{T_V}{T_S} \right)^4 \quad (1 \text{ bod})$$

Površinska temperatura Sunca je

$$T_S = 5770 \text{ K} \quad (1 \text{ bod})$$

Napomena: Priznaje se i približna vrijednost temperature od 5800 K ili čak 6000 K.

Konačno je

$$\frac{L_V}{L_S} = \left(\frac{R_V}{R_S} \right)^2 \cdot \left(\frac{T_V}{T_S} \right)^4 = \left(\frac{2,5 R_S}{R_S} \right)^2 \cdot \left(\frac{9600 \text{ K}}{5770 \text{ K}} \right)^4$$
$$\frac{L_V}{L_S} \approx 48 \quad (1 \text{ bod})$$

Priznaju se rješenja u rasponu od 40 do 50.
