

## Školsko natjecanje iz astronomije

Razred ili kategorija natjecanja: 4. razred srednje škole

--	--	--	--	--

Zaporka \_\_\_\_\_

Broj postignutih bodova/ ukupan broj bodova:

Pitanja: \_\_\_\_\_ / 20.

Zadaci: \_\_\_\_\_ / 30.

Ukupno: \_\_\_\_\_ / 50.

Postotak riješenosti testa \_\_\_\_\_ %.

Potpis članova Povjerenstva

1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

(mjesto i nadnevak)

Školsko natjecanje iz astronomije sastoji se iz pisane provjere znanja (testa) u trajanju dva školska sata. Pisana provjera znanja (test) sastoji se od 10 pitanja koja se boduju po 2 boda, ukupno 20 bodova i 4 zadatka koja ukupno nose 30 bodova, a ukupan broj bodova na pisanoj provjeri znanja je 50. Uz svako pitanje i zadatak upisan je maksimalan broj bodova te ucrtano mjesto za upis ostvarenih bodova.

Ukoliko učenici trebaju dodatni papir za rješavanje zadataka, treba im ponuditi ovjereni bijeli papir.

Rješenja pitanja i zadataka za Školsko natjecanje iz astronomije 2017. g.

4. razred srednje škole

22. veljače 2017. g.

### PITANJA

**Zaokružite točan odgovor:**

1. Koja od sljedećih zvijezda je cirkumpolarna za promatrača iz Hrvatske?

2	
---	--

- a)  $\zeta$  Herkula ( $\alpha = 16^{\text{h}}41^{\text{m}}$ ,  $\delta = +31^{\circ}36'$ )
- b)  $\beta$  Volara ( $\alpha = 15^{\text{h}}01^{\text{m}}$ ,  $\delta = +40^{\circ}23'$ )
- c)  $\theta$  Kočijaša ( $\alpha = 5^{\text{h}}59^{\text{m}}$ ,  $\delta = +37^{\circ}12'$ )
- d)  $\gamma$  Zmaja ( $\alpha = 17^{\text{h}}56^{\text{m}}$ ,  $\delta = +51^{\circ}26'$ )**
- e)  $\alpha$  Risa ( $\alpha = 9^{\text{h}}21^{\text{m}}$ ,  $\delta = +34^{\circ}24'$ )

2. Koji je glavni doprinos danskog astronoma Tycha Brahea razvoju astronomije?

2	
---	--

- a) precizno mjerenje prividnih položaja planeta na nebeskoj sferi**
- b) detaljno kartografiranje Mjesečeve površine
- c) precizno određivanje trajanja tropske godine
- d) otkriće Sunčevih pjega
- e) prvo točno određivanje godišnje paralakse zvijezde

3. U koji tip objekata pripada Messierov objekt M44?

2	
---	--

- a) kuglasti skup zvijezda
- b) planetarna maglica
- c) otvoreni skup zvijezda**
- d) eliptična galaktika
- e) tamna maglica

4. Prijenos topline unutar crvenih patuljaka prvenstveno se odvija:

2	
---	--

- a) zračenjem (radijacijom)
- b) vođenjem (kondukcijom)
- c) strujanjem (konvekcijom)**
- d) sažimanjem (kontrakcijom)
- e) kolapsom jezgre

5. U noći od 23. na 24. prosinca 2015. g. Mjesec je okultirao sjajnu zvijezdu. O kojoj se zvijezdi radi ako znamo da je Mjesec bio u fazi uštapa 25. prosinca 2015. g.?

2	
---	--

a) Aldebaran ( $\alpha = 4^{\text{h}} 36^{\text{m}}$ ,  $\delta = 16^{\circ} 31'$ )

b) Poluks ( $\alpha = 7^{\text{h}} 45^{\text{m}}$ ,  $\delta = 28^{\circ} 2'$ )

c) Regul ( $\alpha = 10^{\text{h}} 8^{\text{m}}$ ,  $\delta = 11^{\circ} 58'$ )

d) Spika ( $\alpha = 13^{\text{h}} 25^{\text{m}}$ ,  $\delta = -11^{\circ} 10'$ )

e) Antares ( $\alpha = 16^{\text{h}} 29^{\text{m}}$ ,  $\delta = -26^{\circ} 26'$ )

**Nadopunite ili odgovorite:**

6. Najsjajnija zvijezda u zviježđu Cefeja ( $\alpha$  Cep) zove se **Alderamin.**

2	
---	--

7. Astronom je izmjerio da kut godišnje paralakse neke zvijezde iznosi  $0,125''$ . Kolika je udaljenost te zvijezde? **8 parseka (26 svjetlosnih godina)**

2	
---	--

8. Kirkwoodovi procijepi u asteroidnom pojasu uzrokovani su gravitacijskim djelovanjem planeta **Jupitera.**

2	
---	--

9. Uz svaki Messierov objekt napišite u kojem se zviježđu nalazi:

2	
---	--

M4	<b><u>Škorpion</u></b>
M8	<b><u>Strijelac</u></b>
M42	<b><u>Orion</u></b>
M87	<b><u>Djevica</u></b>

Napomena: 0 ili 1 točan odgovor - 0 bodova, 2 ili 3 točna odgovora 1 bod, sva četiri točna odgovora 2 boda

10. Kako se zove orbitalna konfiguracija kada je donji planet najviše udaljen od Zemlje? **Gornja konjunkcija (ili Gornja konjunkcija sa Suncem).**

2	
---	--

## ZADACI

1. Zemljin umjetni satelit obilazi oko Zemlje tako da se u perigeju nalazi 328 km iznad površine Zemlje, a u apogeju je 15140 km iznad Zemljine površine. Odredite ophodno vrijeme satelita, te njegovu brzinu u perigeju i apogeju. Polumjer Zemlje iznosi  $R_Z = 6378$  km, masa Zemlje je  $M_Z = 5,97 \cdot 10^{24}$  kg, a gravitacijska konstanta iznosi  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .

8	
---	--

$$r_p = 328 \text{ km}$$

$$r_a = 15140 \text{ km}$$

$$R_Z = 6378 \text{ km}$$

$$M_Z = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

$$T=? , v_p=? , v_a=?$$

$$a = \frac{r_p + r_a + 2R_Z}{2} = \frac{328 \text{ km} + 15140 \text{ km} + 2 \cdot 6378 \text{ km}}{2} = 14112 \text{ km} \quad (1 \text{ bod})$$

$$F_c = F_g \Rightarrow \frac{mv^2}{a} = G \frac{M_Z \cdot m}{a^2} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\left( \frac{2\pi a}{T} \right)^2 = G \frac{M}{a^2} \Rightarrow \frac{4\pi^2 a^3}{T^2} = GM \Rightarrow \frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \quad (1 \text{ bod})$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{GM} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot (1,4112 \cdot 10^7 \text{ m})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}} = 16692 \text{ s} =$$

$$= 4 \text{ h } 38 \text{ m } 12 \text{ s}$$

( 1bod)

I. način:

Iz zakona o očuvanju momenta količine gibanja slijedi:

$$L = mv_p R_p = mv_a R_a , \text{ gdje su } R_p = r_p + R_Z \text{ i } R_a = r_a + R_Z$$

$$v_p R_p = v_a R_a \quad (1 \text{ bod})$$

$$\text{Geometrijska srednja brzina iznosi: } \overline{v_{geom}} = \sqrt{v_p v_a} = \sqrt{\frac{GM_Z}{a}} \quad (1 \text{ bod})$$

$$6706 v_p = 21518 v_a \Rightarrow v_p = 3,209 v_a$$

$$v_p v_a = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{1,4112 \cdot 10^7 \text{ m}} = 2,822 \cdot 10^7 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$3,209 v_a^2 = 2,822 \cdot 10^7 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \Rightarrow v_a = \sqrt{\frac{2,822 \cdot 10^7 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}}{3,209}} = 2965 \text{ m/s} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v_p = 3,209 v_a = 3,209 \cdot 2965 \text{ m/s} = 9515 \text{ m/s} \quad (1 \text{ bod})$$

Ukupno: 8 bodova

---

II. način:

Iz zakona o ukupnoj energiji slijedi:

$$E_K + E_P = E_{UK} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\frac{mv^2}{2} - G \frac{M_Z m}{r} = -\frac{GM_Z}{2a} \Rightarrow v = \sqrt{GM_Z \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\begin{aligned} v_p &= \sqrt{GM_Z \left( \frac{2}{R_p} - \frac{1}{a} \right)} = \\ &= \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg} \left( \frac{2}{6,706 \cdot 10^6 \text{ m}} - \frac{1}{1,4112 \cdot 10^7 \text{ m}} \right)} = 9515 \text{ m/s} \end{aligned} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\begin{aligned} v_a &= \sqrt{GM_Z \left( \frac{2}{R_a} - \frac{1}{a} \right)} = \\ &= \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg} \left( \frac{2}{2,1518 \cdot 10^7 \text{ m}} - \frac{1}{1,4112 \cdot 10^7 \text{ m}} \right)} = 2965 \text{ m/s} \end{aligned} \quad (1 \text{ bod})$$

---

Ukupno: 8 bodova

---

III. način:

Iz zakona o očuvanju momenta količine gibanja slijedi:

$$\begin{aligned} L &= mv_p R_p = mv_a R_a, \text{ gdje su } R_p = r_p + R_Z \text{ i } R_a = r_a + R_Z \\ v_p R_p &= v_a R_a \end{aligned} \quad (1 \text{ bod})$$

Iz zakona o očuvanju energije slijedi:

$$E = \frac{mv_p^2}{2} - G \frac{M_Z m}{R_p} = \frac{mv_a^2}{2} - G \frac{M_Z m}{R_a} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\begin{aligned} v_p &= \sqrt{2GM_Z \frac{R_a}{R_p(R_p + R_a)}} = \\ &= \sqrt{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg} \frac{2,1518 \cdot 10^7 \text{ m}}{6,706 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot 2,8224 \cdot 10^7 \text{ m}}} = 9515 \text{ m/s} \end{aligned} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v_a = \sqrt{2GM_z \frac{R_p}{R_a(R_p + R_a)}} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg} \frac{6,706 \cdot 10^6 \text{ m}}{2,1518 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot 2,8224 \cdot 10^7 \text{ m}}} = 2965 \text{ m/s}$$

(1 bod)

---

Ukupno: 8 bodova

---

IV. način:

Iz II. Keplerovog zakona:

$$\frac{S}{T} = \frac{L}{2m} \quad (1 \text{ bod})$$

$$S = ab\pi \quad ; \quad a = \frac{R_p + R_a}{2} \quad ; \quad b = \sqrt{R_p R_a} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\frac{\pi \cdot \frac{R_p + R_a}{2} \cdot \sqrt{R_p R_a}}{T} = \frac{mv_p R_p}{2m} \Rightarrow v_p = \frac{\pi \cdot (R_p + R_a) \cdot \sqrt{R_p R_a}}{R_p \cdot T} =$$

$$= \frac{\pi \cdot 2,8224 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \sqrt{6,706 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot 2,1518 \cdot 10^7 \text{ m}}}{6,706 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot 16692 \text{ s}} = 9515 \text{ m/s}$$

(1 bod)

$$\frac{\pi \cdot \frac{R_p + R_a}{2} \cdot \sqrt{R_p R_a}}{T} = \frac{mv_a R_a}{2m} \Rightarrow v_a = \frac{\pi \cdot (R_p + R_a) \cdot \sqrt{R_p R_a}}{R_a \cdot T} =$$

$$= \frac{\pi \cdot 2,8224 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \sqrt{6,706 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot 2,1518 \cdot 10^7 \text{ m}}}{2,1518 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot 16692 \text{ s}} = 2965 \text{ m/s}$$

(1 bod)

---

Ukupno: 8 bodova

2. Astronom promatra cirkumpolarnu zvijezdu s nepoznate lokacije na sjevernoj Zemljinoj polutci. Izmjerio je da je najmanja visina zvijezde iznad horizonta  $40^\circ$ , a najveća  $80^\circ$ . Mjesno zvjezdano vrijeme kada je zvijezda bila u donjoj kulminaciji je  $LST=4h$ . Izračunajte koje su sve mogućnosti rektascenzije i deklinacije zvijezde, te geografske širine promatranja.

8	
---	--

$$h_d = 40^\circ$$

$$h_g = 80^\circ$$

$$LST = 4h$$

---


$$\alpha = ? , \quad \delta = ? , \quad \varphi = ?$$

$$LST = HA_{\text{proljetne točke}} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\text{Satni kut zvijezde u donjoj kulminaciji je: } HA_{\text{zvijezde}} = HA_{\text{donja kulm}} = 12 \text{ h} \quad (1 \text{ bod})$$

$$LST = \alpha + HA_{\text{zvijezde}} \Rightarrow \alpha = LST - HA_{\text{zvijezde}} = 4 \text{ h} - 12 \text{ h} = -8 \text{ h} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\text{Kako je } HA_{\text{zvijezde}} > LST, \text{ dodajemo } 24 \text{ h, te je } \alpha = -8 \text{ h} + 24 \text{ h} = 16 \text{ h} \quad (1 \text{ bod})$$

Rješenje za rektascenziju je jedinstveno.

Za izračun deklinacije i geografske širine imamo dvije mogućnosti:

**a) gornja kulminacija je izmjerena sjeverno od zenita, tj.  $h_g = 80^\circ N$ , te je tada:**

$$\varphi = h_d + \frac{h_g - h_d}{2} = 40^\circ + \frac{80^\circ - 40^\circ}{2} = 60^\circ \quad (1 \text{ bod})$$

$$\delta = 90^\circ - (\varphi - h_d) = 90^\circ - (60^\circ - 40^\circ) = 70^\circ \quad (1 \text{ bod})$$

**b) gornja kulminacija je izmjerena južno od zenita, tj.  $h_g = 80^\circ S$**

$$\varphi = h_d + \frac{90^\circ - h_g + 90^\circ - h_d}{2} = 40^\circ + \frac{90^\circ - 80^\circ + 90^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ \quad (1 \text{ bod})$$

$$\delta = 90^\circ - (\varphi - h_d) = 90^\circ - (70^\circ - 40^\circ) = 60^\circ \quad (1 \text{ bod})$$

---

Ukupno: 8 bodova

3. Izračunajte razliku zvjezdanih veličina  $\Delta m$  između bolometrijske zvjezdane veličine cefeide pri njenom najmanjem i najvećem sjaju ako znamo da njen polumjer pri najvećem sjaju 1,5 puta veći nego pri najmanjem sjaju, te da je efektivna temperatura cefeide 1,2 puta veća pri maksimalnom sjaju od temperature pri minimalnom sjaju.

6	
---	--

$$R_M = 1,5R_m$$

$$T_M = 1,2T_m$$

---


$$\Delta m = ?$$

$$L = \sigma ST^4 = \sigma 4R^2 \pi T^4 \quad (1 \text{ bod})$$

$$\frac{L_M}{L_m} = \frac{\sigma 4R_M^2 \pi T_M^4}{\sigma 4R_m^2 \pi T_m^4} = \left(\frac{R_M}{R_m}\right)^2 \left(\frac{T_M}{T_m}\right)^4 = \left(\frac{1,5R_m}{R_m}\right)^2 \left(\frac{1,2T_m}{T_m}\right)^4 = \quad (1 \text{ bod})$$

$$= 1,5^2 \cdot 1,2^4 = 4,67 \quad (1 \text{ bod})$$

$$\frac{L_M}{L_m} = 2,512^{\Delta m} \Rightarrow \quad (1 \text{ bod})$$

$$\Rightarrow \log \frac{L_M}{L_m} = \Delta m \cdot \log 2,512 \quad (1 \text{ bod})$$

$$\Delta m = \frac{\log \frac{L_M}{L_m}}{\log 2,512} = \frac{\log 4,67}{\log 2,512} = 1,67^m \quad (1 \text{ bod})$$

---

Ukupno: 6 bodova



4. CCD kamera ima senzor čija se matrica sastoji od 4096 x 4096 piksela i veličine je 36x36 mm. Ta kamera je postavljena na teleskop promjera objektiva 0,33 m i f-broja f/7. Kolika je kutna rezolucija CCD kamere u kutnim sekundama/pikselu? Koliko povećanje dobijemo ako na teleskop umjesto kamere stavimo okular žarišne daljine 6 mm? Ako je prividno vidno polje tog okulara 77°, koliko je stvarno vidno polje teleskopa?

8	
---	--

$$\begin{aligned}
 N_{px} &= 4096 \times 4096 \\
 d &= 36 \text{ mm} \times 36 \text{ mm} \\
 D &= 0,33 \text{ m} \\
 f\text{-broj} &= f/7 \\
 f_{ok} &= 6 \text{ mm} \\
 PVP &= 77^\circ
 \end{aligned}$$

---


$$\alpha=? \text{ , } A=? \text{ , } SVP=?$$

$$\text{Veličina piksela: } \overline{ab} = \frac{d}{N_{px}} = \frac{36 \text{ mm}}{4096} = 8,8 \cdot 10^{-6} \text{ m} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\text{Žarišna daljina teleskopa: } F = D \cdot f\text{-broj} = 0,33 \text{ m} \cdot 7 = 2,31 \text{ m} \quad (1 \text{ bod formula} + 1 \text{ bod za rješenje})$$

Kutna veličina slike koja pada točno na jedan piksel:

$$\text{tg } \alpha = \frac{\overline{ab}}{F} \Rightarrow \alpha = \text{arctg } \frac{\overline{ab}}{F} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\alpha = \text{arctg } \frac{8,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{2,31 \text{ m}} = \text{arctg } 3,81 \cdot 10^{-6} = 2,183 \cdot 10^{-4} (^\circ / px) = 0,786'' / px \quad (1 \text{ bod})$$

$$A = \frac{F}{f} = \frac{2310 \text{ mm}}{6 \text{ mm}} = 385 \times \quad (1 \text{ bod})$$

$$SVP = \frac{PVP}{A} = \frac{77^\circ}{385 \times} = 0,2^\circ \quad (1 \text{ bod formula} + 1 \text{ bod za rješenje})$$

---

Ukupno: 8 bodova