

# JAKOŠĆENJE PROFESIONALNIH KOMPETENCIJA UČITELJA RAZREDNE NASTAVE

## Nastava matematike u skladu s postignućima učenika



Željko Gregorović  
[zgregorovic@foozos.hr](mailto:zgregorovic@foozos.hr)

Fakultet za odgojne i obrazovne znanosti  
Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku

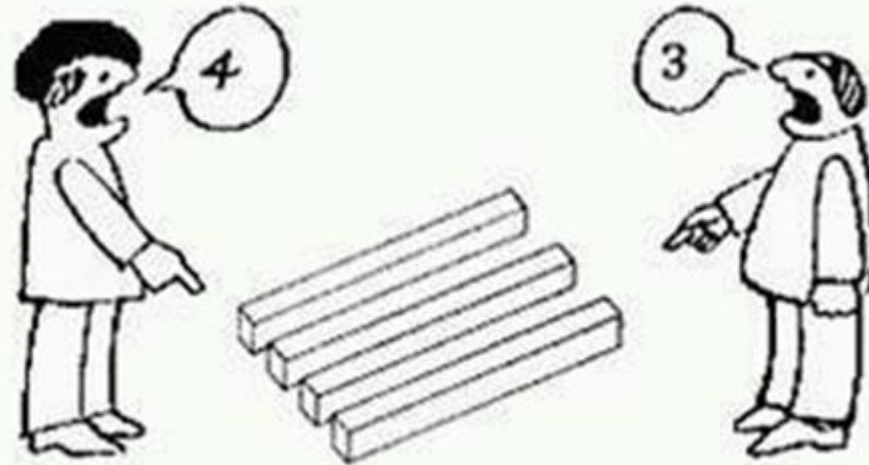
DRŽAVNI STRUČNI SKUP ZA UČITELJE RAZREDNE NASTAVE  
Nastava matematike u skladu s postignućima učenika  
OSIJEK, 19.6.-21.6.2017.

# MATEMATIKA

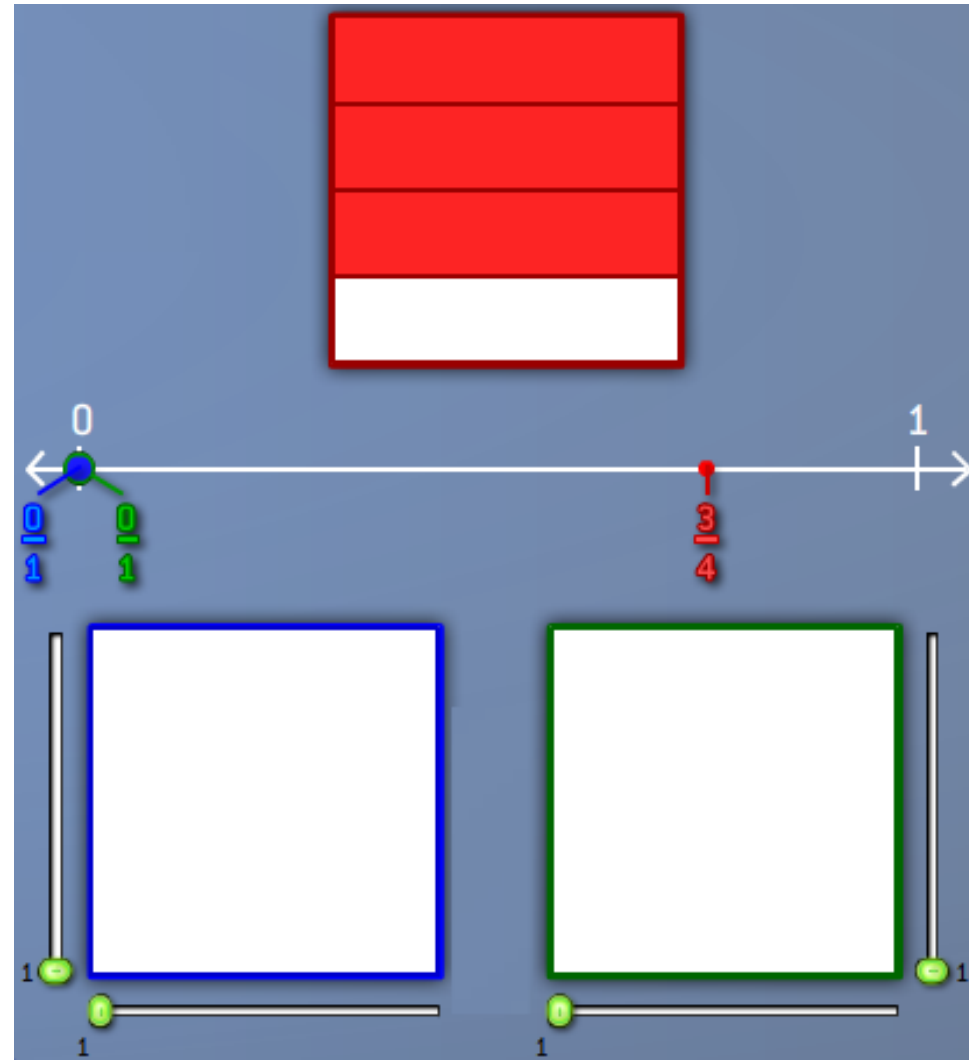
<https://www.youtube.com/watch?v=PiYMol0VjWo>

<https://www.youtube.com/watch?v=jfaMt090ulU>

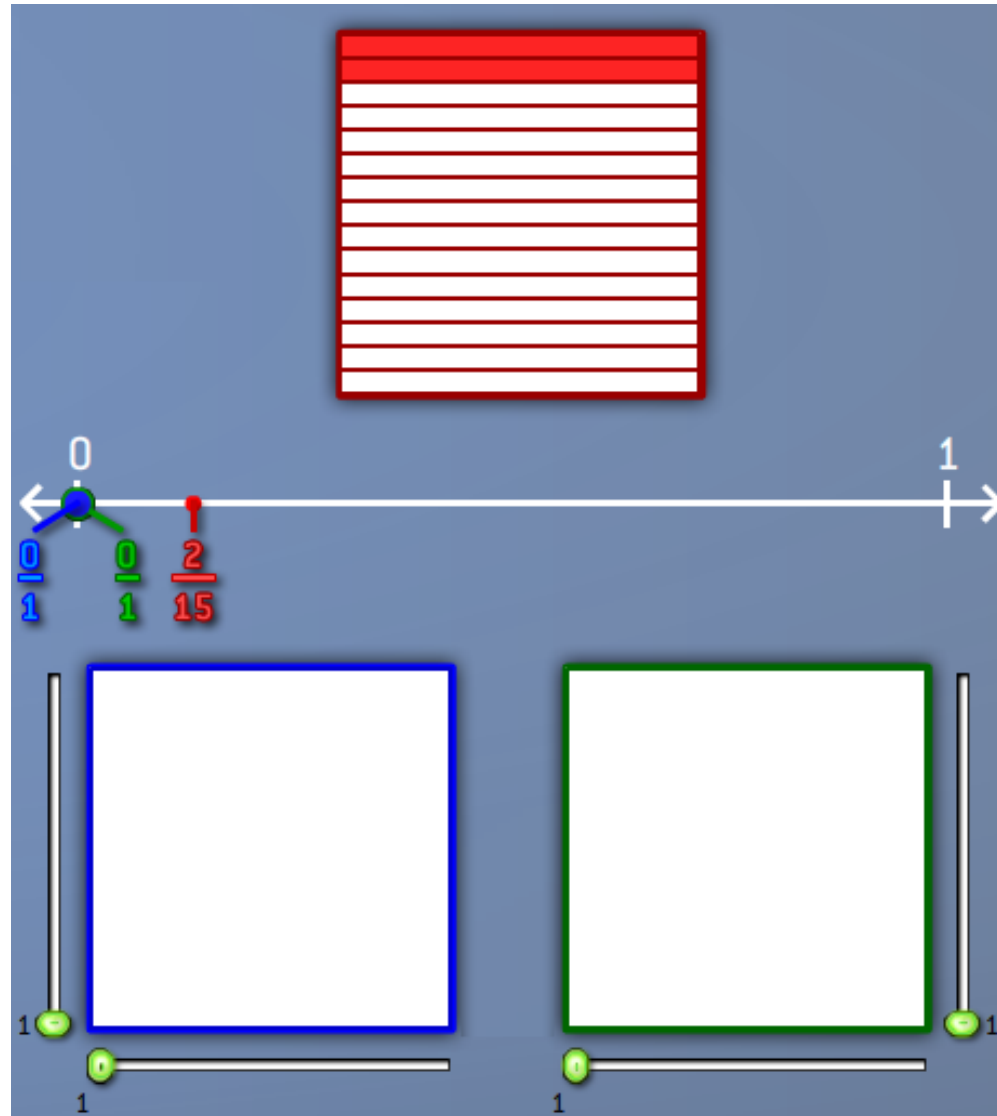
PROBLEM??...



# MATEMATIKA



# MATEMATIKA

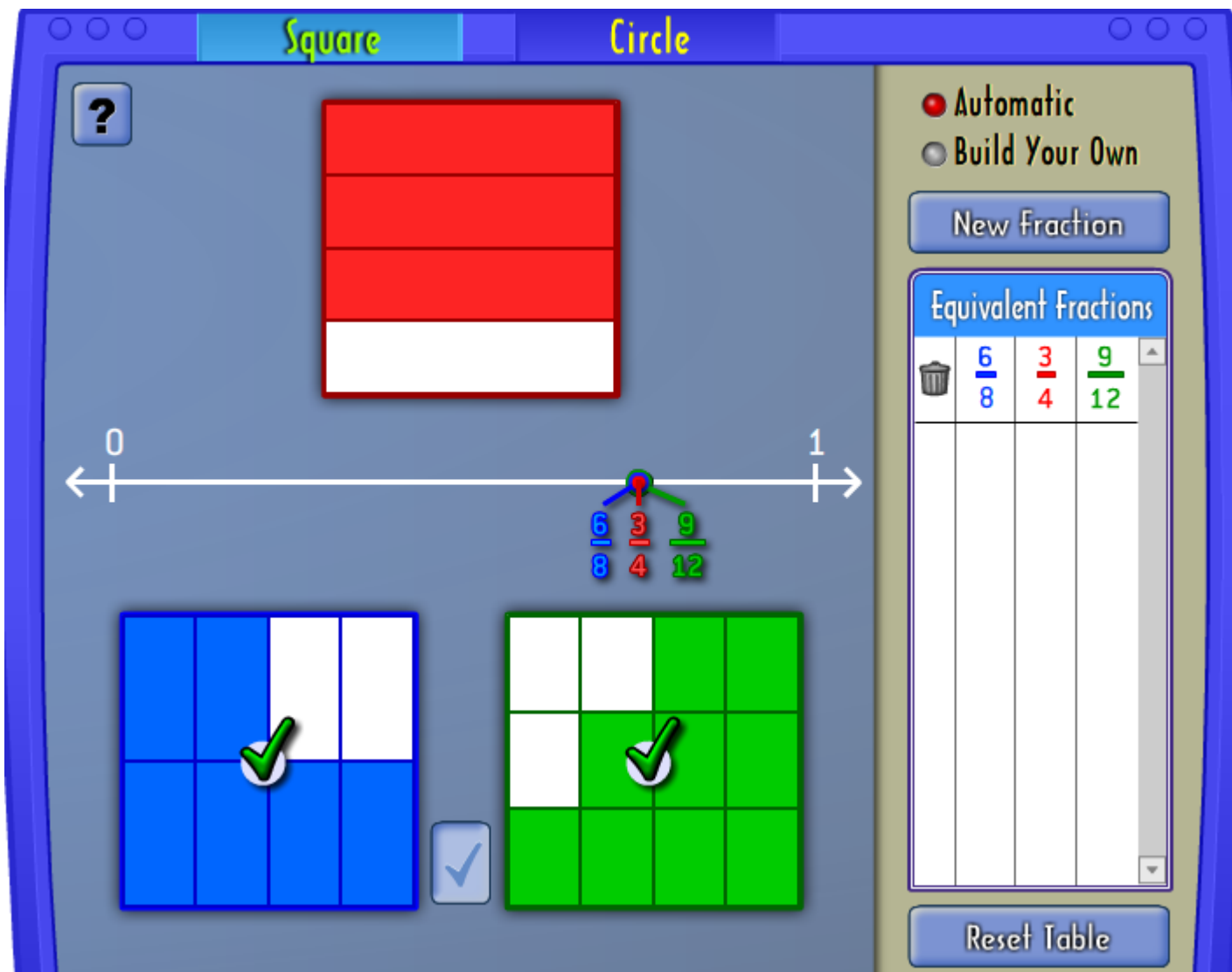


## ZADATAK

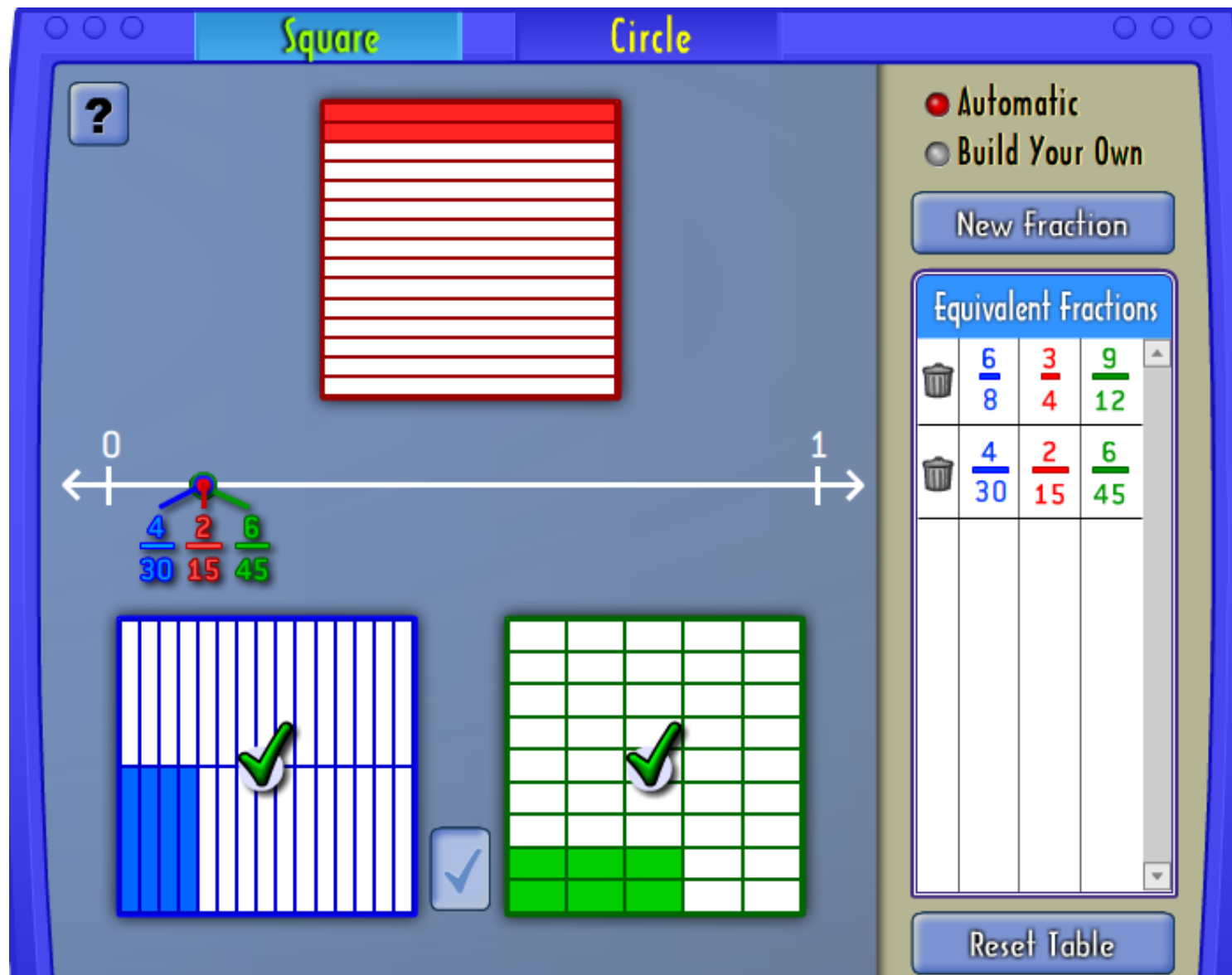
Majka je prije odlaska na posao spremila za svoje tri kćeri košaricu šljiva. Prva se probudila najstarija kći i pojela trećinu šljiva. Druga se probudila kći koja je srednja po godinama i misleći kako se ona prva probudila pojela je trećinu šljiva koje su ostale u košari. Najmlađa kći se zadnja probudila i ne znajući da su druge dvije sestre već budne pojela od preostalih šljiva trećinu. U košari je preostalo 8 šljiva.

Koliko šljiva je majka ostavila u košari prije nego što je otišla na posao?

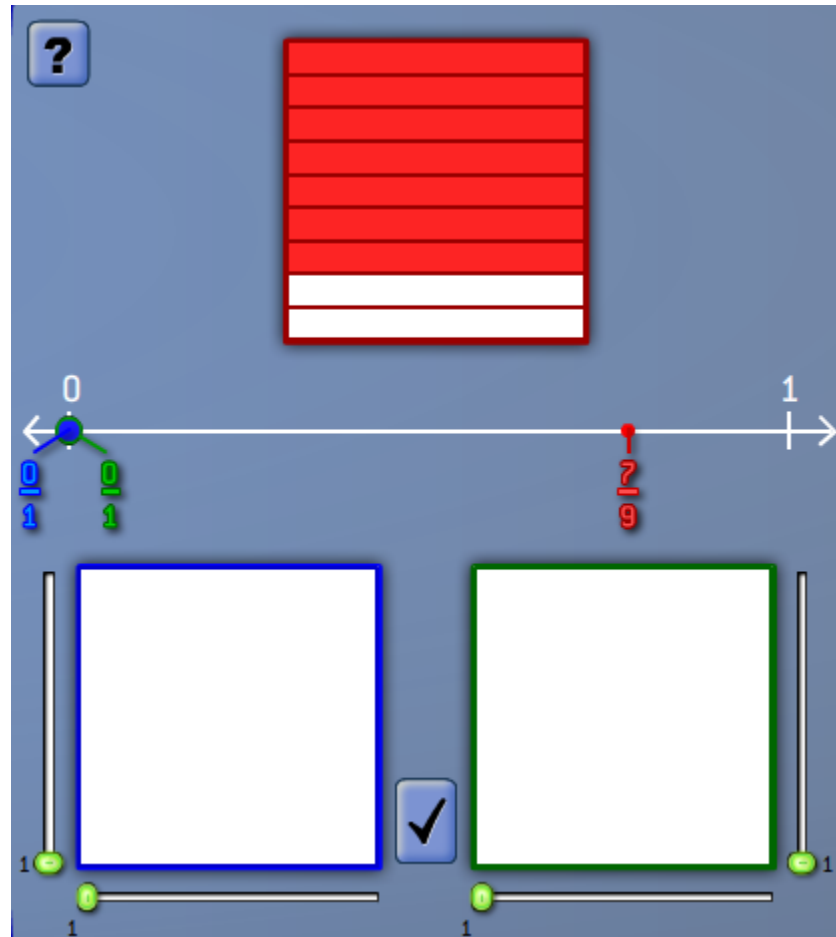
# MATEMATIKA



# MATEMATIKA



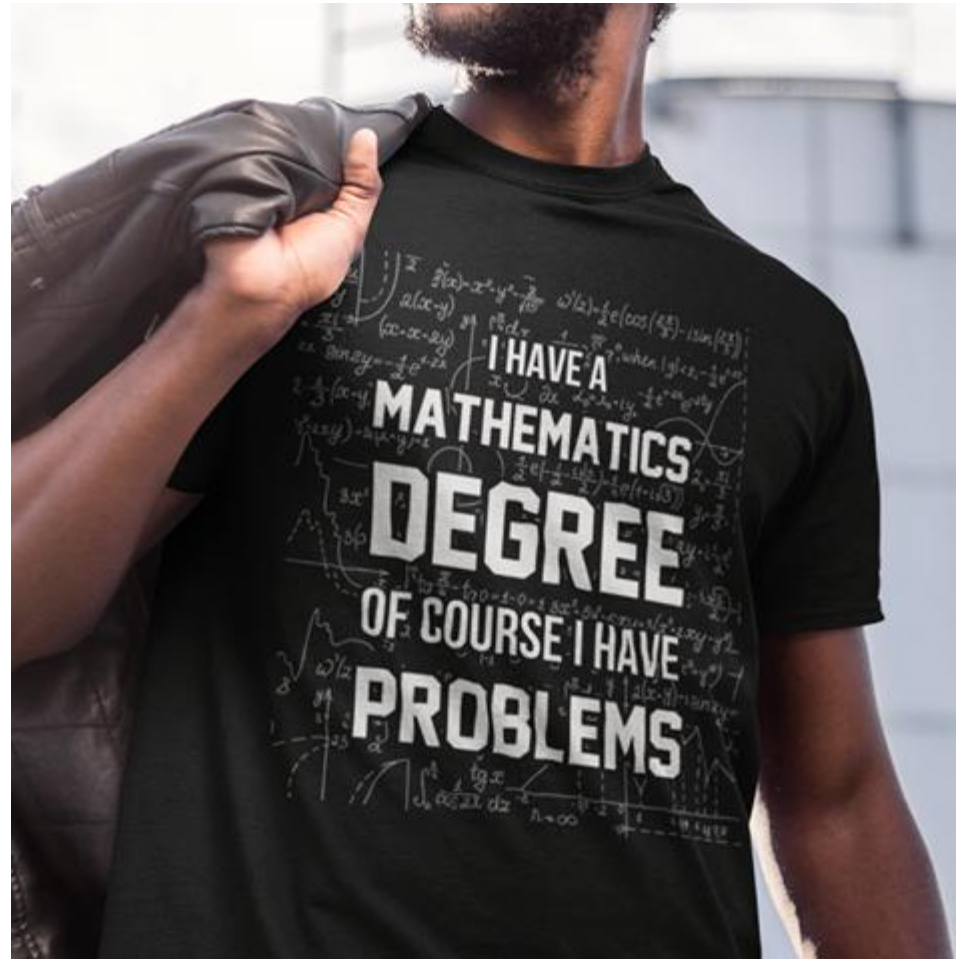
# MATEMATIKA





# NASTAVA MATEMATIKE U SKLADU S POSTIGNUĆIMA UČENIKA

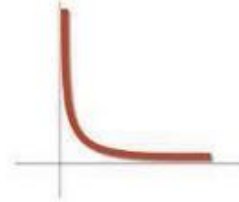
- MATEMATIKA  
→ PROBLEMI



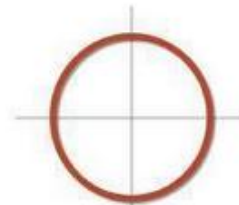
# MATEMATIKA

## ALL YOU NEED IS

$$y = \frac{1}{x}$$



$$x^2 + y^2 = 9$$



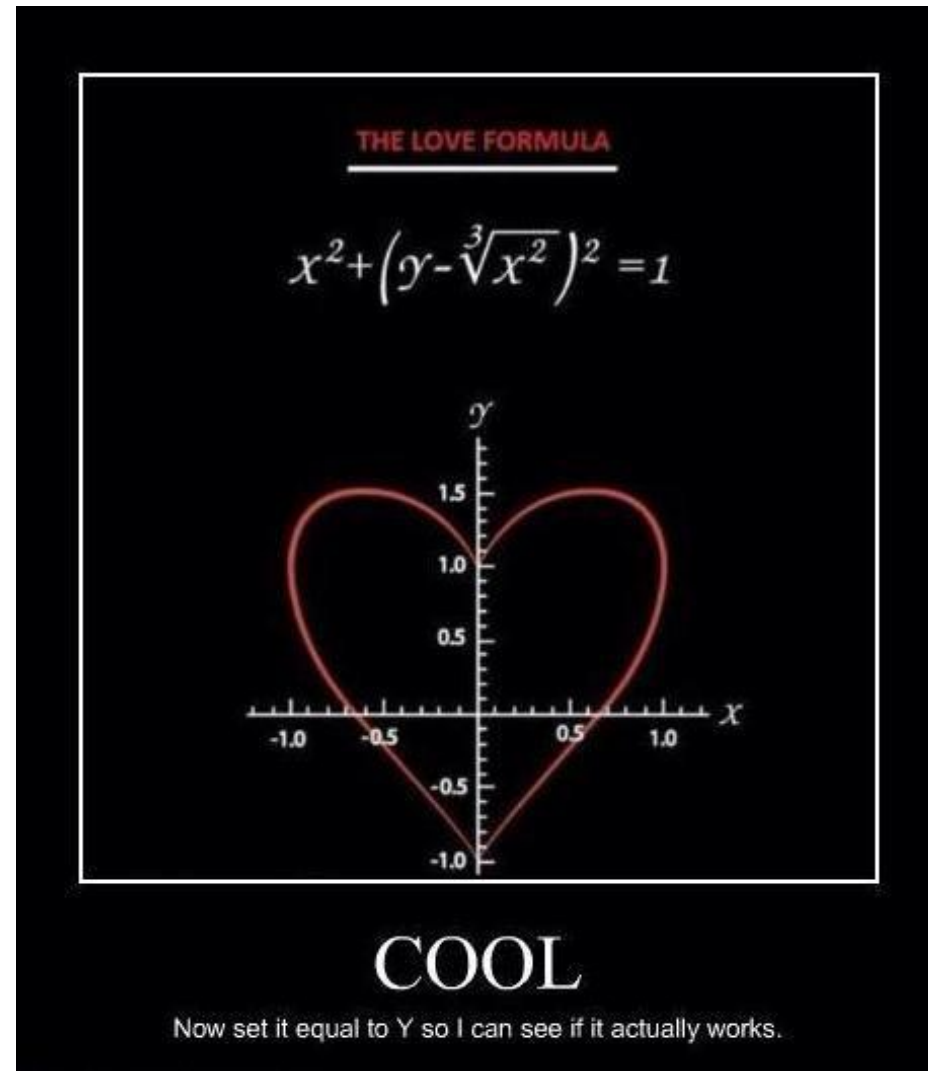
$$y = |-2x|$$



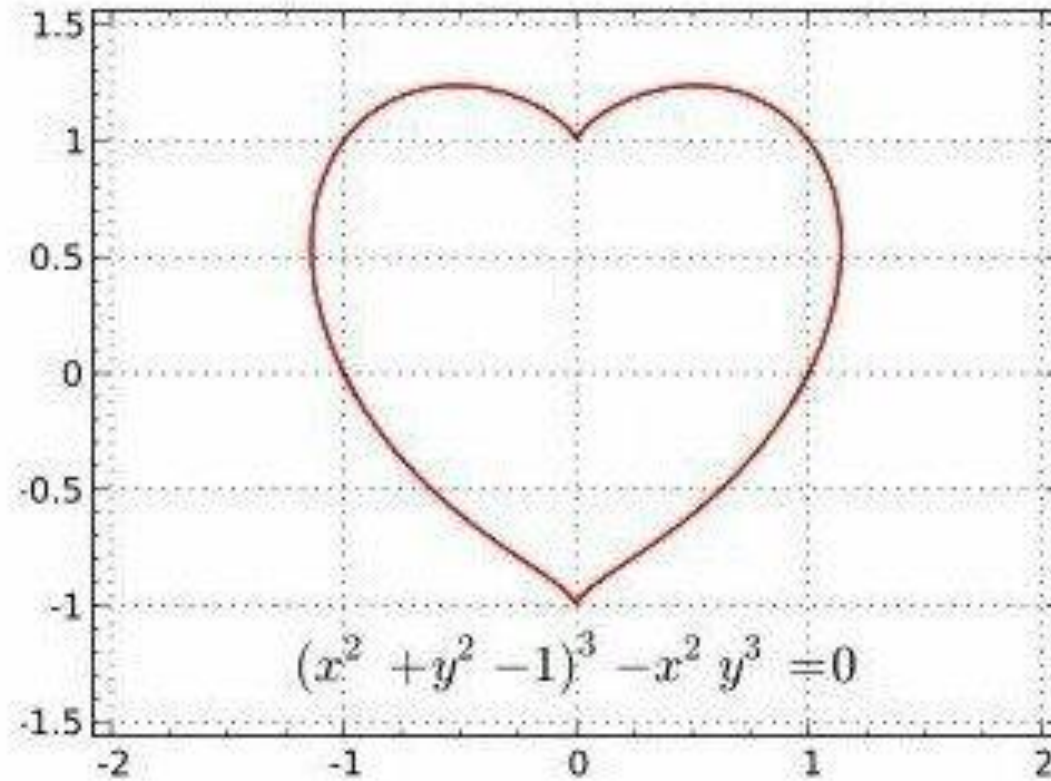
$$x = -3|\sin y|$$



# MATEMATIKA



# MATEMATIKA



# MATEMATIKA

**Understanding is  
deeper than knowledge.  
There are many people  
who know you, but  
there are very few who  
understand you.**



*ThinkingHumanity.com*

**“Educating the mind without  
educating the heart is no  
education at all.”**

*Aristotle (384 - 322 BC)*



*ThinkingHumanity.com*

# MATEMATIKA

OKVIR NACIONALNOGA KURIKULA ZA MATEMATIČKO PODRUČJE			
UČENIČKA POSTIGNUĆA RAZRAĐENA SU U 2 DIMENZIJE			
MATEMATIČKI PROCESI	Na kraju prvog obrazovnog razdoblja, IV. r.	Na kraju drugog obrazovnog razdoblja, VI. r.	Na kraju trećeg obrazovnog razdoblja, VIII. r.
A Prikazivanje i komunikacija	Do kraja obveznog školovanja učenici trebaju usvojiti osnovna matematička znanja, vještine i procese, uspostaviti odnose među njima, primjenjivati matematiku za opisivanje i rješavanje konkretnih problema iz njihovog neposrednog okruženja, razviti pozitivan stav prema matematici, razvijati apstraktno, logičko i prostorno mišljenje i matematičku komunikaciju te steći znanja i vještine nužne za daljnje obrazovanje.		
B Povezivanje			
C Logičko mišljenje, argumentacija i zaključivanje			
D Rješavanje problema i matematičko modeliranje			
E Primjena tehnologije			
MATEMATIČKI KONCEPTI organizirani su u domenama:			
Brojevi	Brojevi	F Brojevi	
	Algebra	G Algebra	
Oblik i prostor	Oblik i prostor	H Oblik i prostor	
Mjerenje	Mjerenje	I Mjerenje	
Podatci	Podatci	J Podatci	
		K Infinitesimalni račun	

# MATEMATIKA

## OČEKIVANA UČENIČKA POSTIGNUĆA ZA MATEMATIČKO PODRUČJE NA KRAJU PRVOG OBRAZOVNOG RAZDOBLJA

### I. MATEMATIČKI PROCESI

#### A. Prikazivanje i komunikacija

Učenici će:

1. opisati riječima matematičke objekte, ideje, postupke i rješenja te ih prikazati slikama, crtežima, didaktičkim materijalima, dijagramima i brojevima
2. odabrati i primijeniti prikladan prikaz u skladu s razmatranom situacijom, povezati različite prikaze i prelaziti s jednih na druge
3. samostalno protumačiti tekstni matematički zadatak
4. izraziti ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom, u skladu s dobi, i to u usmenom, pisanom i vizualnom obliku
5. saslušati i razmjenjivati matematičke ideje i objašnjenja te suradnički rješavati zadatke.

#### B. Povezivanje

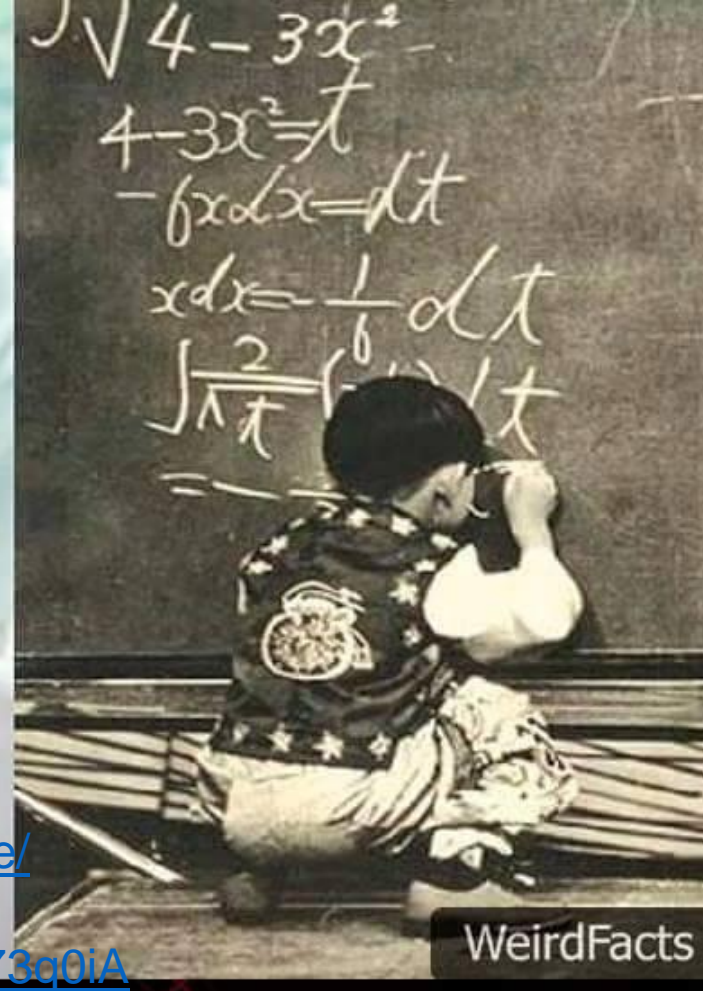
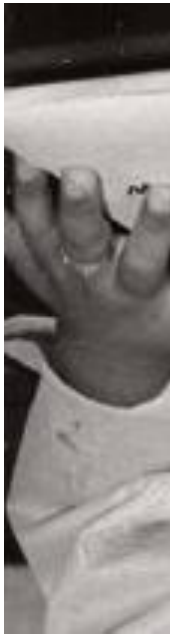
Učenici će:

1. uspostaviti veze između usvojenih matematičkih ideja, pojmova, prikaza i postupaka
2. povezati matematiku s vlastitim iskustvom, svakodnevnim životom i drugim odgojno-obrazovnim područjima
3. usporediti, grupirati i razvrstati objekte i pojave prema određenom

# MATEMATIKA

<b>MATEMATIČKI KONCEPTI</b> organizirani su u domenama:		
Na kraju prvog obrazovnog razdoblja, IV. r.	Na kraju drugog obrazovnog razdoblja, VI. r.	Na kraju trećeg obrazovnog razdoblja, VIII. r.
<b>Brojevi</b>	<b>Brojevi</b>	<b>F Brojevi</b>
	<b>Algebra</b>	<b>G Algebra</b>
<b>Oblik i prostor</b>	<b>Oblik i prostor</b>	<b>H Oblik i prostor</b>
<b>Mjerenje</b>	<b>Mjerenje</b>	<b>I Mjerenje</b>
<b>Podatci</b>	<b>Podatci</b>	<b>J Podatci</b>
		<b>K Infinitezimalni račun</b>





<http://superscholar.org/smartertest-people-alive/>  
<http://www.klarif.com/current-news/>  
<https://www.youtube.com/watch?v=bUwbO73q0iA>

Kim Ung-yong could speak four languages at the age of 2, understood algebra at the age of 3, was a guest student of physics at a university at the age of 4 and was invited to America by NASA at the age of 7. He finished his studies, eventually getting a Ph. D. at the age of 15 and had recorded an IQ of 210.

# MATEMATIKA

- MATEMATIKA

- PROBLEMI

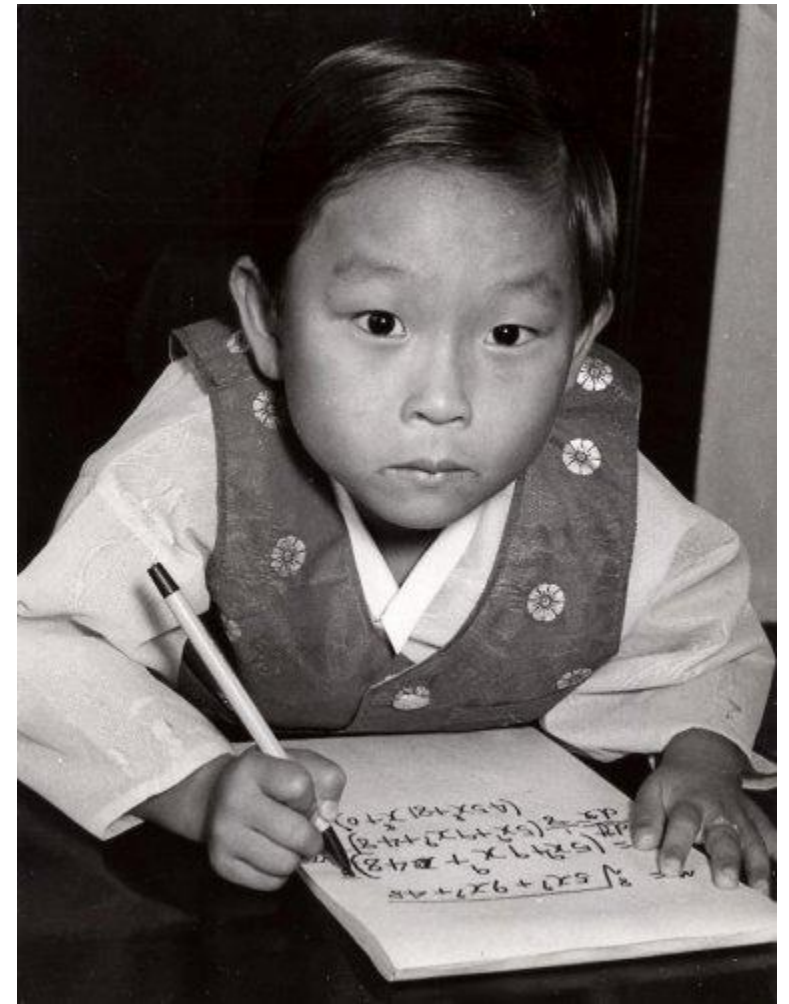
SINGAPUR (618), HONG KONG (615), JUŽNA KOREJA (608), TAJVAN (597), JAPAN (593), (6. SJEVERNA IRSKA (570) (-23 boda)),...  
..., 25.SLOVENIJA (520),...

..., HRVATSKA (502 → 32. OD 49 država, 20. u Europi),...

(500 BODOVA je središnja točka TIMSS-ove ljestvice)

..., MAROKO (376), JUŽNA AFRIKA (376), KUAJT(353).

## REZULTATI TIMSS (2015.) ISTRAŽIVANJA



# MATEMATIKA

- MATEMATIKA  
→ PROBLEMI????

..., HRVATSKA: 2011.godina → 490, 2015. godina → 502, ...

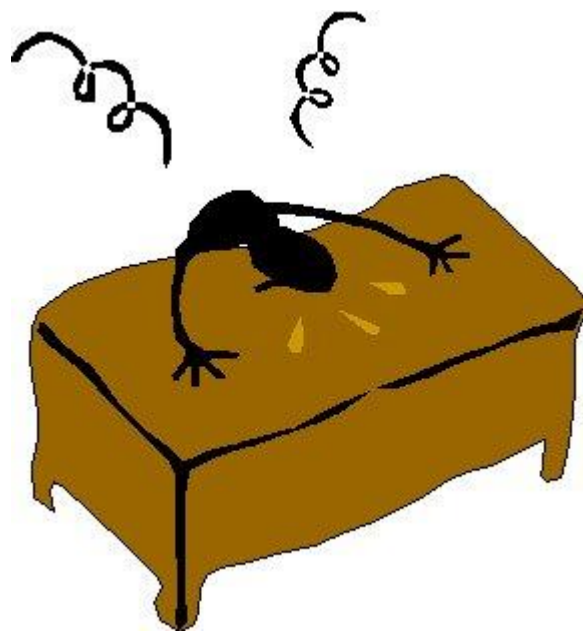
..., HRVATSKA: 2019. godina → ?

*Matematičke sposobnosti su blago zakopano u svima nama.*

KAKO SE REALIZIRAJU SPOSOBNOSTI? *UČENJEM!*



# JE LI UČENJE MUČENJE?



Što mogu učiniti učitelji da učenje (matematike) ne bude mučenje?  
29 % NE VOLI UČITI MATEMATIKU, 45. OD 49 MJESTA → TIMSS 2015.)

**RAZVIJATI KONCEPTE, A NE SAMO USTRAJATI NA USVAJANJU ČINJENICA.**

# Partitivno dijeljenje

- „Na stolu je 12 jabuka. Jabuke želimo staviti u tri košare, tako da u svakoj bude jednako mnogo jabuka. Koliko će jabuka biti u svakoj košari?“

$$12 : 3 = \square$$





# Mjerno dijeljenje

- „Na stolu je 12 jabuka. Jabuke želimo staviti u košare, tako da u svakoj košari budu 3 jabuke. Koliko košara ćemo napuniti jabukama ?“

$$12 : \blacksquare = 3$$



# Kako raditi?

- Pripreme za matematička natjecanja
- Projektni zadaci – suradničko učenje
- Individualni pristup
- Aktivno učenje <- **vođeno učenje otkrivanjem**
  - Sadržaj primjeren otkriću
  - Oblikovanje procesa s obzirom na kompetencije učenika
  - Učenik samostalno radi  
(Učitelj potiče i usmjerava učenika)
  - AHA efekt – proživjeti otkriće

# Što raditi?

## Primjerene teme za matematička otkrića

Pavleković (2009)

- Domišljato računanje i induktivno zaključivanje,
- Veličine i mjerenja,
- Ravnina, prostor i oblici,
- Usvajanje matematičkih koncepata mjerenjem,
- Sređivanje i obrada podataka.

Matematičke igre, tekstualni problemi, otvoreni problemi, logički zadaci, prepoznavanje obrazaca

- zadaci koji se rješavaju u više koraka,
- povezivanje sadržaja (matematika je izrazito koherentna disciplina),
- potreba za pravdanjem -> dokazivanje



## Domino pločice

Nastavite niz domino pločica:

28	35	42	49	?	56
43	57	71	85	?	99

$$28+7=35, 35+7=42, 42+7=49, 49+7=56$$

$$43+14=57, 57+14=71, 71+14=85, 85+14=99$$

Broju u gornjem dijelu pločice smo svaki put pribrojili 7, dok smo broju u donjem dijelu pločice svaki put pribrojili 14.

# MATKA

# MATEMATIKA

- ZADATCI iz matematike u TIMSS istraživanjima.
- <https://illuminations.nctm.org/>

The screenshot displays the Illuminations website interface. At the top, the NCTM logo and the word "ILLUMINATIONS" are visible, along with navigation links for "Contact Us", "Join NCTM", and "About Illuminations". Below this, a blue bar contains the words "Lessons" and "Interactives". The main content area features a "Featured Lesson Plan" section with a cartoon illustration of a red dinosaur and a purple octopus. The dinosaur asks, "Can Math Be Fun?" and the octopus responds, "Absolutely... with NCTM kenken". A "read more +" button is located at the bottom right of this section. To the right of the main content, a search filter menu is shown, which includes a "search site" input field, checkboxes for "Lessons" and "Interactives", and a table for selecting standards. The table has two columns: "NCTM Standards" and "Common Core Math Standards". Under "NCTM Standards", there are checkboxes for "Pre-K-2", "3-5", "6-8", and "9-12". Under "Common Core Math Standards", there are checkboxes for "Number & Operations", "Algebra", "Geometry", "Measurement", and "Data Analysis & Probability". A red circle highlights the "Common Core Math Standards" column. At the bottom of the search filter menu is a "SEARCH" button.

**Featured Lesson Plan**

You asked, and we listened—improve arithmetic and reasoning skills using this brand new pre-K-grade 1 lesson!

Can Math Be Fun?

Absolutely... with NCTM kenken

read more +

search site

☐ Lessons ☐ Interactives

NCTM Standards	Common Core Math Standards
<input type="checkbox"/> Pre-K-2	<input type="checkbox"/> 3-5
<input type="checkbox"/> 6-8	<input type="checkbox"/> 9-12
<input type="checkbox"/> Number & Operations	
<input type="checkbox"/> Algebra	
<input type="checkbox"/> Geometry	
<input type="checkbox"/> Measurement	
<input type="checkbox"/> Data Analysis & Probability	

SEARCH

# MATEMATIKA

- ZADATCI iz matematike u TIMSS istraživanjima.

**MATEMATIČKI KONCEPTI** organizirani su u domenama:

Na kraju prvog obrazovnog razdoblja, IV. r.	Na kraju drugog obrazovnog razdoblja, VI. r.	Na kraju trećeg obrazovnog razdoblja, VIII. r.
<b>Brojevi</b>	<b>Brojevi</b>	<b>F Brojevi</b>
	<b>Algebra</b>	<b>G Algebra</b>
<b>Oblik i prostor</b>	<b>Oblik i prostor</b>	<b>H Oblik i prostor</b>
<b>Mjerenje</b>	<b>Mjerenje</b>	<b>I Mjerenje</b>
<b>Podatci</b>	<b>Podatci</b>	<b>J Podatci</b>
		<b>K Infinitezimalni račun</b>

search site

☐ Lessons ☐

Interactives

**NCTM  
Standards**

**Common Core  
Math Standards**

☐ Pre-K-2 ☐ 3-5

☐ 6-8 ☐ 9-12

☐ Number & Operations

☐ Algebra

☐ Geometry

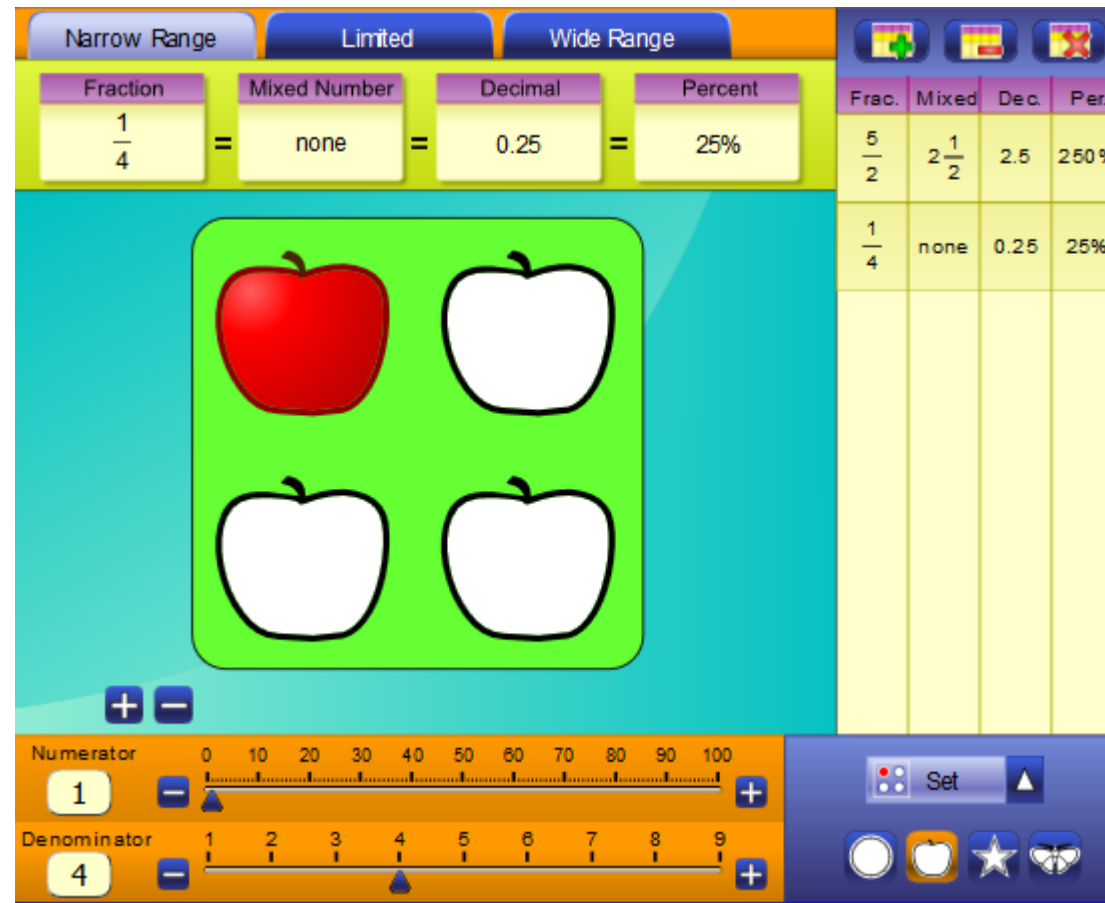
☐ Measurement

☐ Data Analysis & Probability

SEARCH

# MATEMATIKA

- ZADATCI
- <https://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3519>



# MATEMATIKA

- ZADATCI
- <https://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3510>

The image displays two screenshots of the 'Equivalent Fractions' activity interface, showing the 'Square' and 'Circle' tabs.

**Left Screenshot (Square Tab):**

- Visual Representation:** A 4x4 grid of squares, alternating red and white in a checkerboard pattern.
- Number Line:** A horizontal line from 0 to 1, with a point marked at  $\frac{1}{2}$ .
- Fraction Slider:** A slider showing the fraction  $\frac{1}{2}$  as a red dot on the number line.
- Equivalent Fractions Table:**

	$\frac{1}{2}$	$\frac{15}{30}$	$\frac{2}{4}$
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{15}{30}$	$\frac{2}{4}$
2			
3			
4			
- Buttons:** 'New Fraction', 'Reset Table', and 'Build Your Own'.

**Right Screenshot (Circle Tab):**

- Visual Representation:** A circle divided into 12 horizontal segments, alternating red and white.
- Number Line:** A horizontal line from 0 to 1, with a point marked at  $\frac{1}{2}$ .
- Fraction Slider:** A slider showing the fraction  $\frac{1}{2}$  as a red dot on the number line.
- Equivalent Fractions Table:**

	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{4}{8}$
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{4}{8}$
2			
3			
4			
- Buttons:** 'New Fraction', 'Reset Table', and 'Build Your Own'.

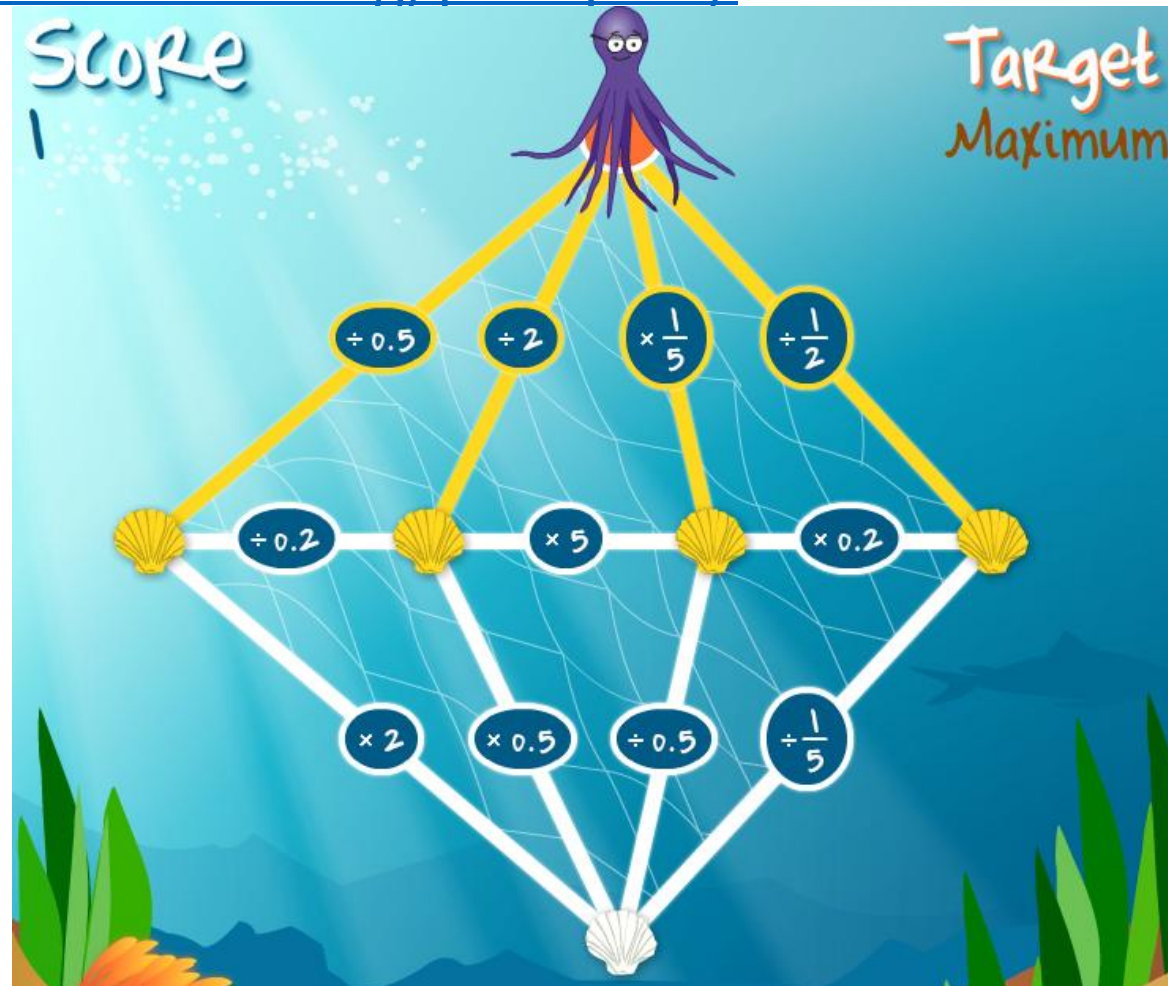
# MATEMATIKA

- ZADATCI
- <https://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3563>



# MATEMATIKA

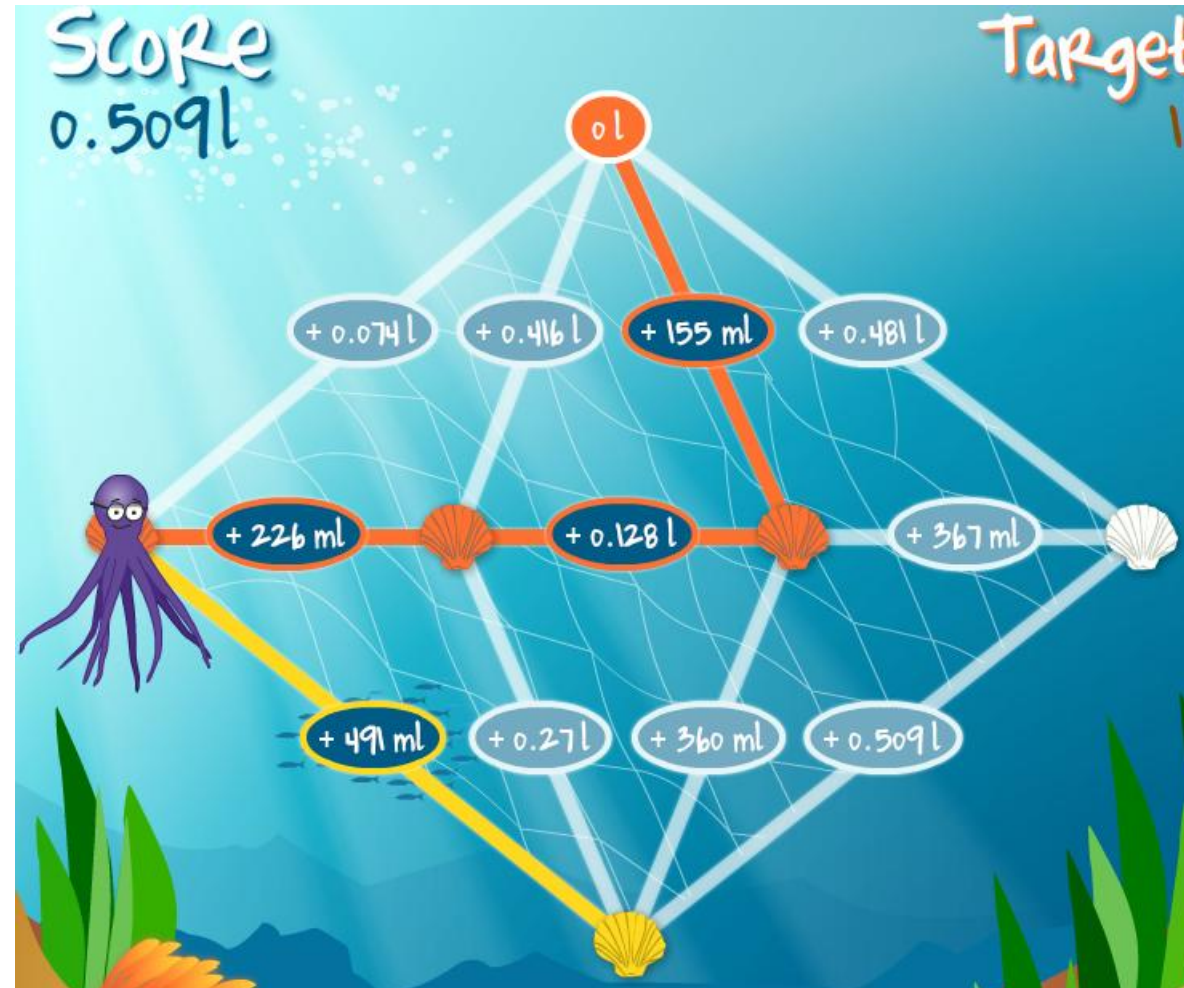
- ZADATCI
- <https://illuminations.nctm.org/pickapath/>





# MATEMATIKA

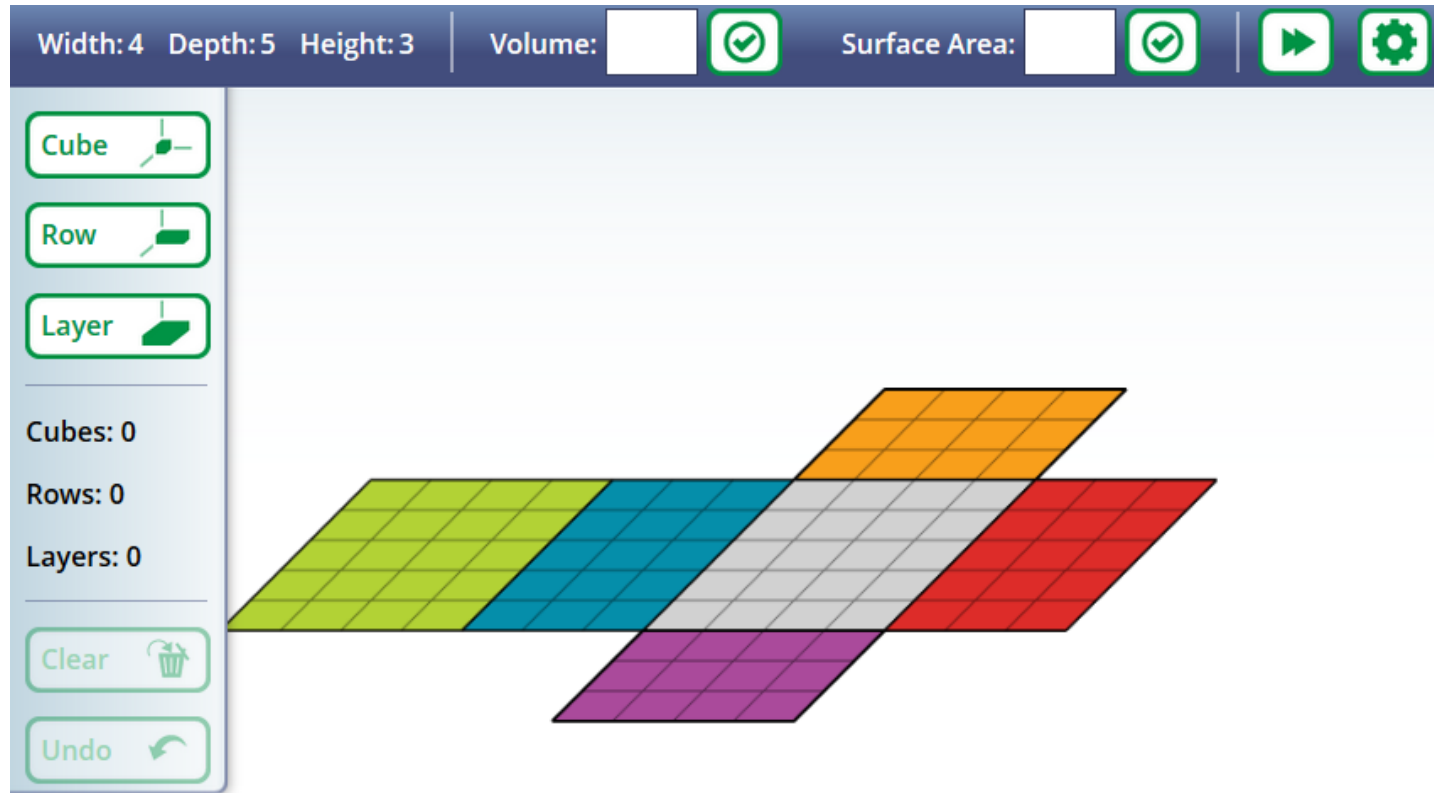
- ZADATCI
- <https://illuminations.nctm.org/pickapath/>





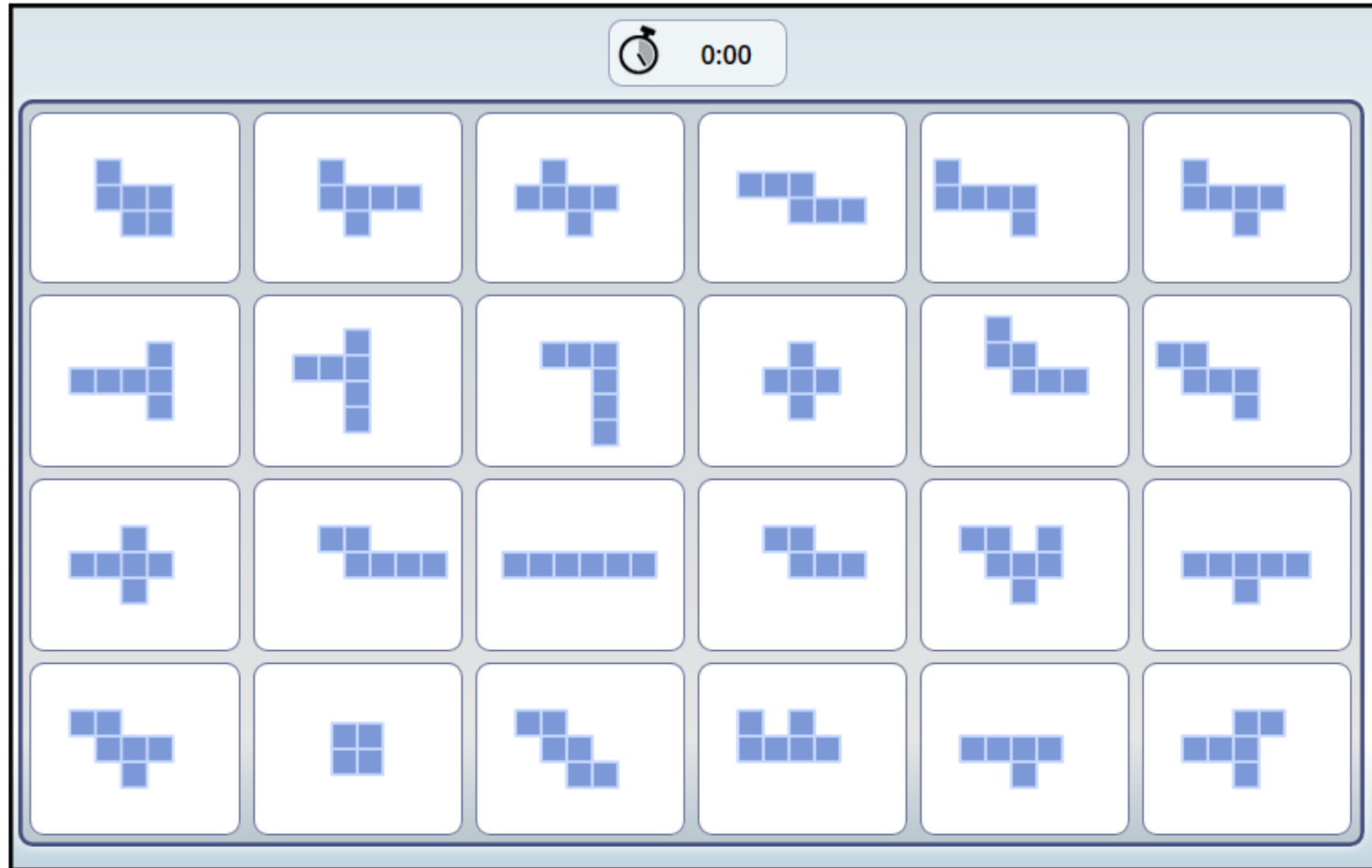
# MATEMATIKA

- ZADATCI
- MJERENJE
- <https://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4095>



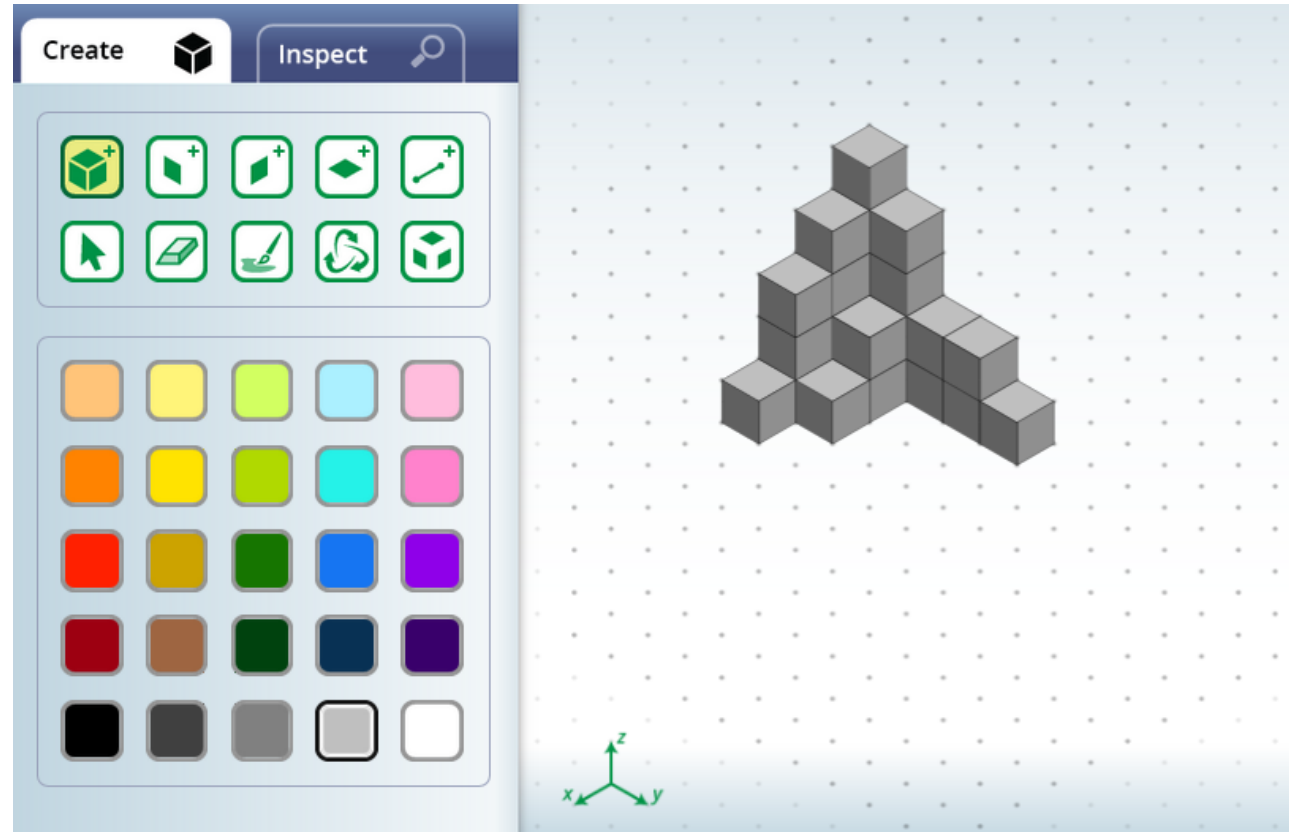
# MATEMATIKA

- ZADATCI
- <https://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3544>



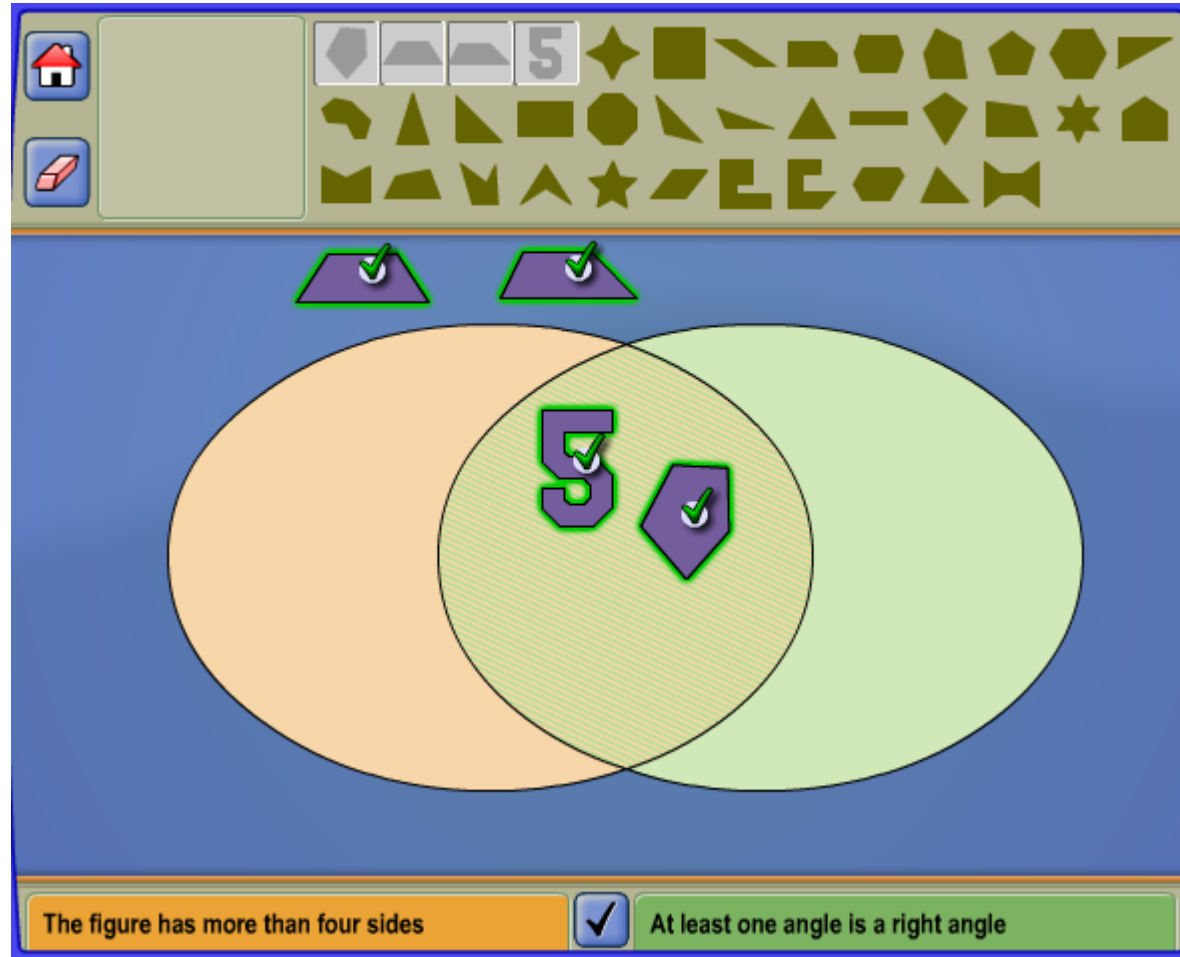
# MATEMATIKA

- ZADATCI
- <https://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4182>



# MATEMATIKA

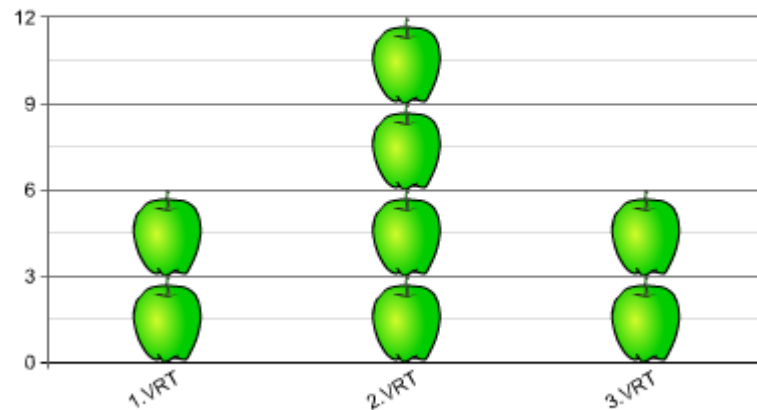
- ZADATCI
- <https://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3581>




# MATEMATIKA

- ZADATCI
- <https://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4098>

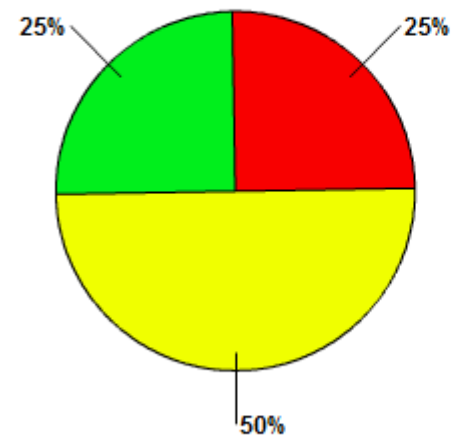
STABLA JABUKA U TRI VRTA



BROJ STABALA

 = 3

STABLA JABUKA U TRI VRTA



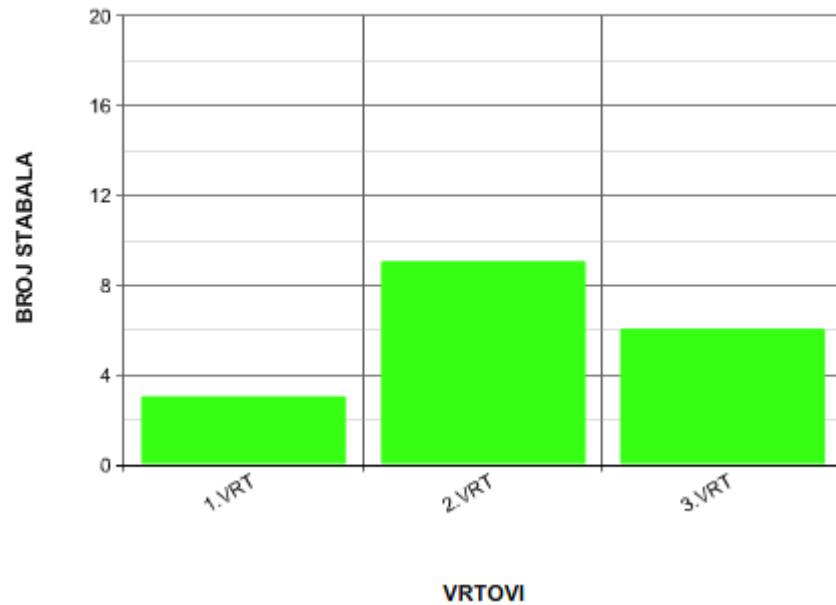
BROJ STABALA=24

■ 1.VRT  
■ 2.VRT  
■ 3.VRT

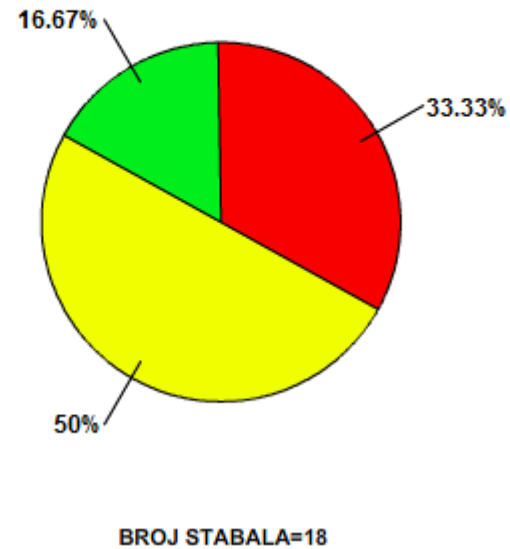
# MATEMATIKA

- ZADATCI
- <https://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4098>

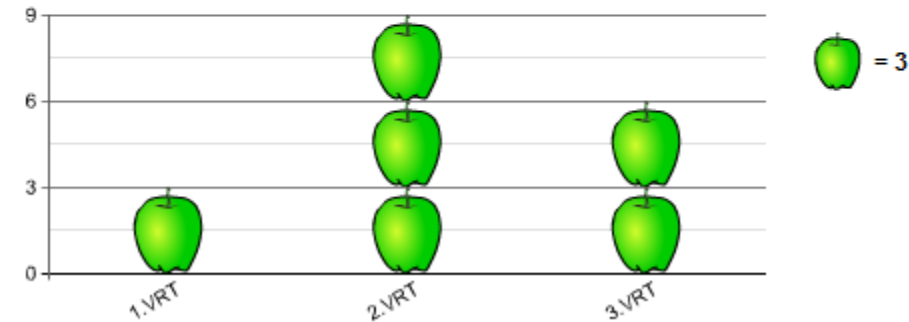
STABLA JABUKA U TRI VRTA



STABLA JABUKA U TRI VRTA



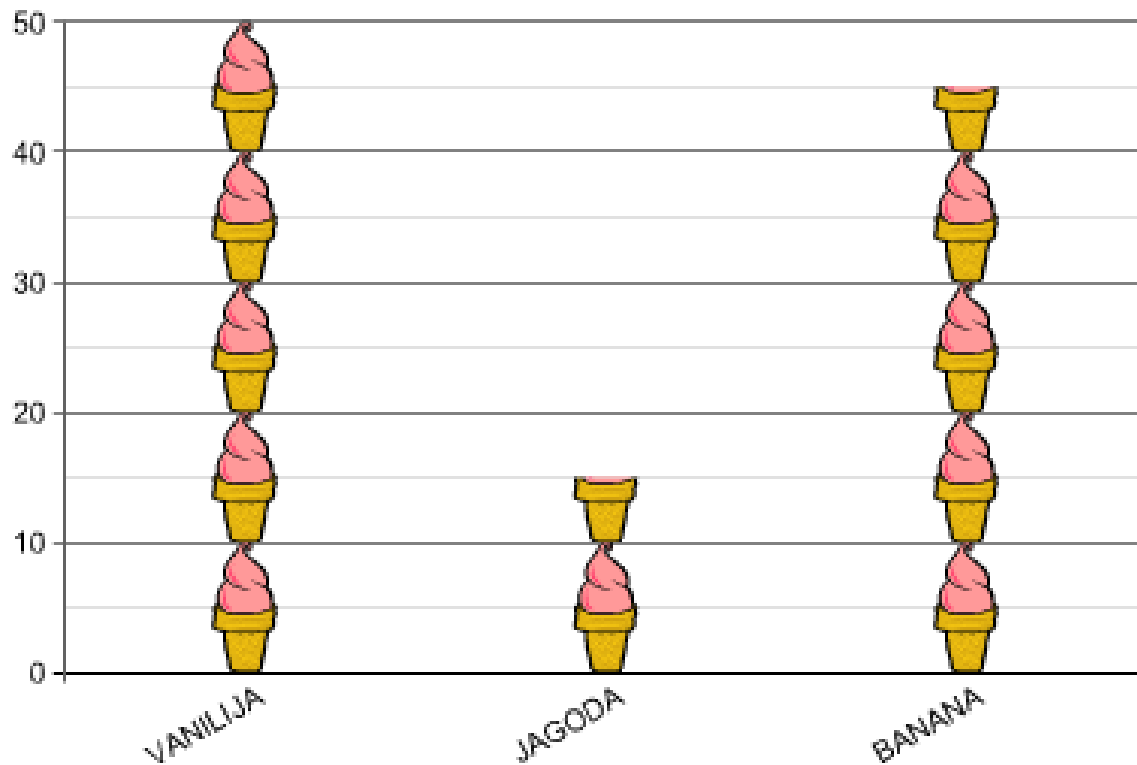
STABLA JABUKA U TRI VRTA



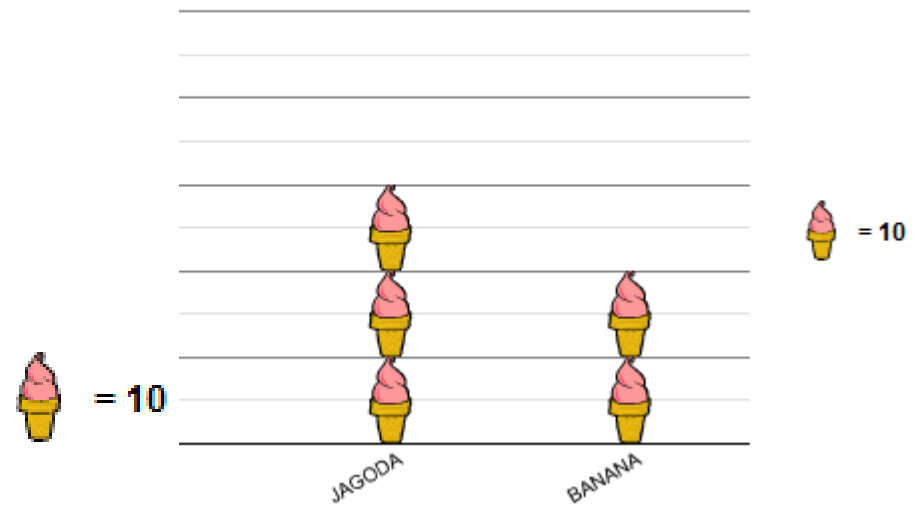
# MATEMATIKA

- ZADATCI
- <https://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4098>

**BROJ PRODANIH KUGLICA SLADOLEDA**



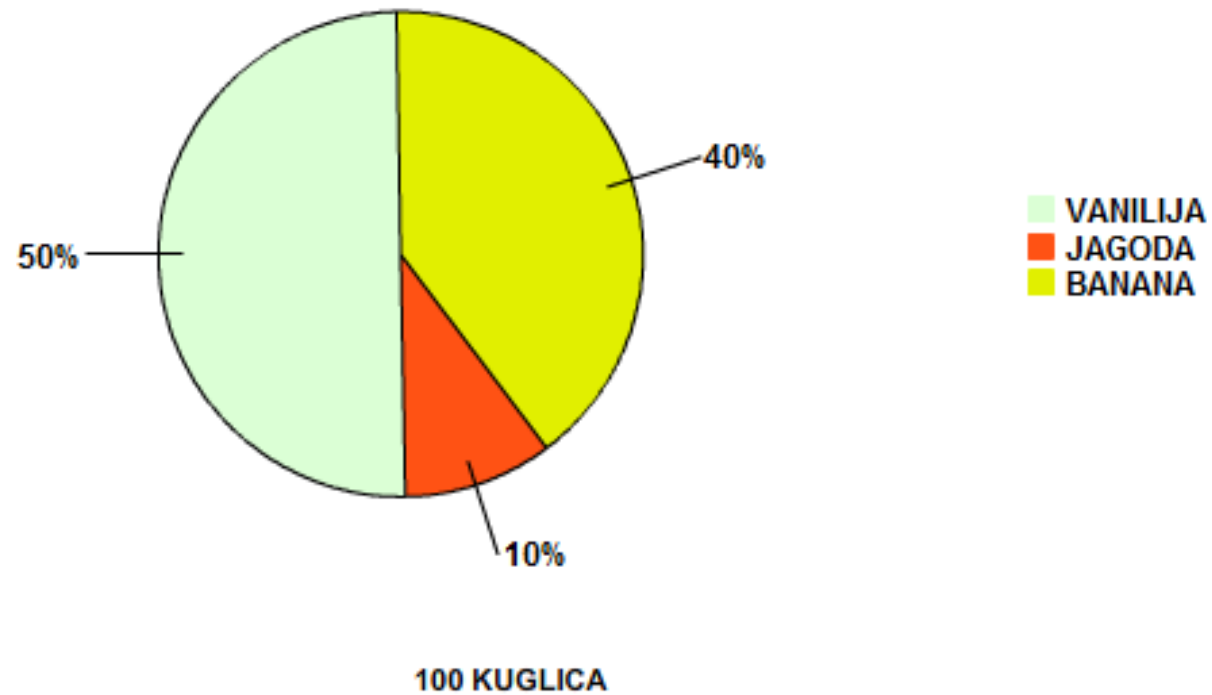
**BROJ PRODANIH KUGLICA SLADOLEDA**



# MATEMATIKA

- ZADATCI
- <https://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4098>

UDIO PRODANIH KUGLICA SLADOLEDA

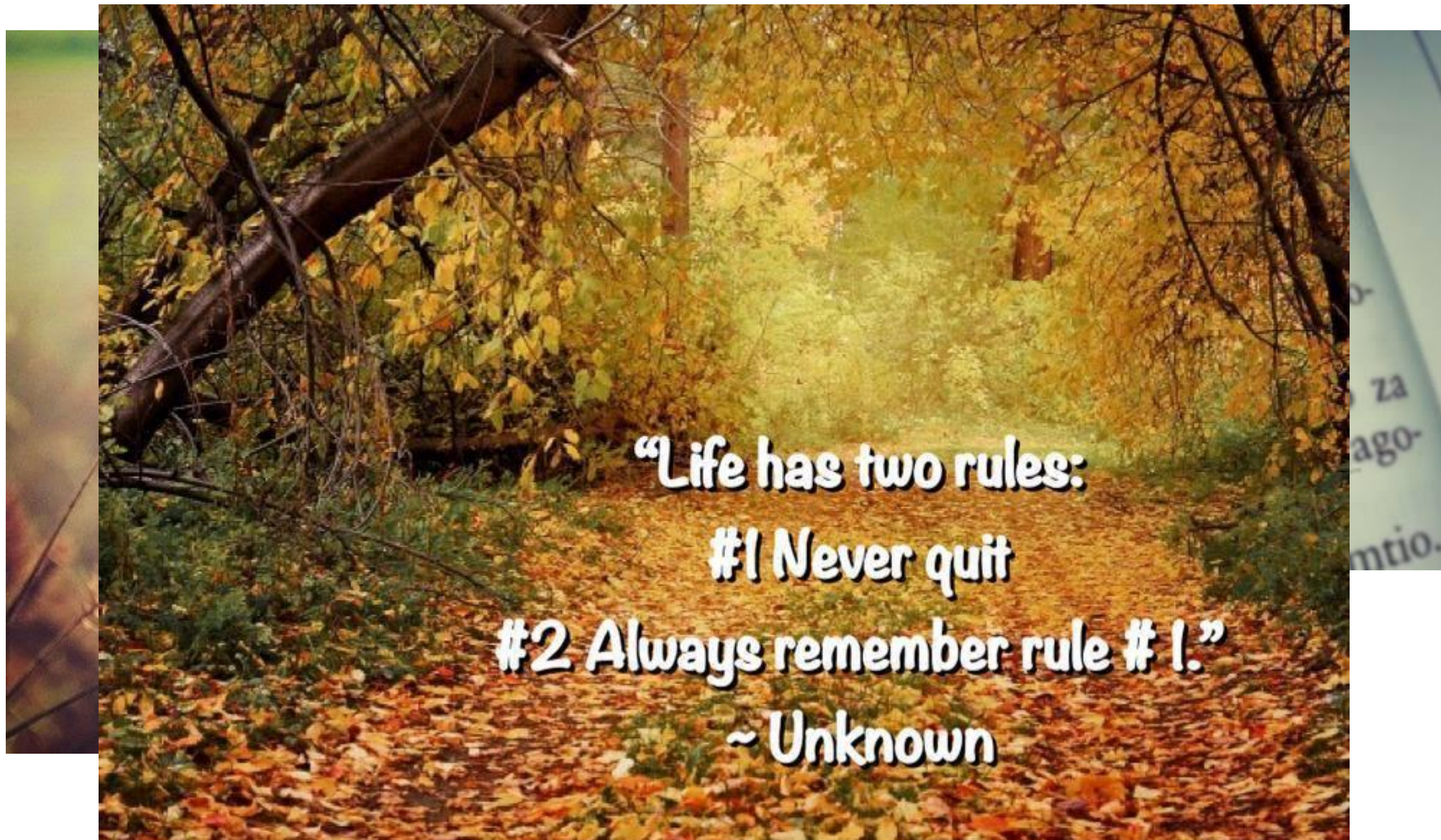




# MATEMATIKA

OKVIR NACIONALNOGA KURIKULA ZA MATEMATIČKO PODRUČJE			
UČENIČKA POSTIGNUĆA RAZRAĐENA SU U 2 DIMENZIJE			
MATEMATIČKI PROCESI	Na kraju prvog obrazovnog razdoblja, IV. r.	Na kraju drugog obrazovnog razdoblja, VI. r.	Na kraju trećeg obrazovnog razdoblja, VIII. r.
<b>A</b> Prikazivanje i komunikacija	Do kraja obveznog školovanja učenici trebaju usvojiti osnovna matematička znanja, vještine i procese, uspostaviti odnose među njima, primjenjivati matematiku za opisivanje i rješavanje konkretnih problema iz njihovog neposrednog okruženja, razviti pozitivan stav prema matematici, razvijati apstraktno, logičko i prostorno mišljenje i matematičku komunikaciju te steći znanja i vještine nužne za daljnje obrazovanje.		
<b>B</b> Povezivanje			
<b>C</b> Logičko mišljenje, argumentacija i zaključivanje			
<b>D</b> Rješavanje problema i matematičko modeliranje			
<b>E</b> Primjena tehnologije			
	MATEMATIČKI KONCEPTI organizirani su u domenama:		
	Brojevi	Brojevi	<b>F</b> Brojevi
		Algebra	<b>G</b> Algebra
	Oblik i prostor	Oblik i prostor	<b>H</b> Oblik i prostor
	Mjerenje	Mjerenje	<b>I</b> Mjerenje
	Podatci	Podatci	<b>J</b> Podatci
			<b>K</b> Infinitesimalni račun

# MATEMATIKA





# ZADATAK

Majka je prije odlaska na posao spremila za svoje tri kćeri košaricu šljiva. Prva se probudila najstarija kći (Martina) i pojela trećinu šljiva. Druga se probudila kći koja je srednja po godinama (Nikolina) i misleći kako se ona prva probudila pojela je trećinu šljiva koje su ostale u košari. Najmlađa kći (Kristina) se zadnja probudila i ne znajući da su druge dvije sestre već budne pojela od preostalih šljiva trećinu. U košari je preostalo 8 šljiva.

Koliko šljiva je majka ostavila u košari prije nego što je otišla na posao?

MAJKA JE OSTAVILA 27 ŠLJIVA.	POJELA	OSTAVILA SESTRAMA
MARTINA	9	18
NIKOLINA	6	12
KRISTINA	4	8



## Narodna poslovice

*“Bez muke nema nauke.”*

Uzmite svoju nagradu!!!

