

# Učenci s diskalkulijom

Prof. dr. sc. Mirjana Lenček  
Odsjek za logopediju  
Edukacijsko-rehabilitacijski fakultet  
Sveučilište u Zagrebu

## Neka pitanja

- (1) Diskalkulija – određenje (definicija) / prava koja proizlaze?
- (2) Obilježja koja su „vidljiva” ili - na čemu se temelji dijagnoza odnosno procjena?
- (3) Osobitosti funkcioniranja

## Određenje ili definicija

Hrvatska **nema** jedinstvenu **prihvaćenu definiciju diskakulije**.  
„Dijagnoza”, odnosno procjena diskalkulije - domena logopedске djelatnosti  
Kriterije uvjetuju dva sustava:

Sustav odgoja i obrazovanja - Pravilnik o osnovnoškolskom i srednjoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju iz 2015. (NN 24/2015), koji u području specifičnih teškoća učenja navodi:

3.2.

Specifične teškoće u učenju su smetnje u području:

3.2.1. čitanja (disleksija, aleksija),

3.2.2. pisanja (disgrafija, agrafija),

3.2.3. **računanja (diskalkulija, akalkulija),**

3.2.4. specifični poremećaj razvoja motoričkih funkcija (dispraksija)

3.2.5. mješovite teškoće u učenju,

3.2.6. ostale teškoće u učenju.

Logoped u sustavu – stručni suradnik: nema dijagnoza – nalaz i mišljenje

## Sustav zdravstva i socijalne skrbi

Standardi rada logopeda u zdravstvu; 2013

„Procjena vještina čitanja, pisanja i računanja podrazumijeva ispitivanje razine usvojenost vještine čitanja (tehnika čitanja, točnost i razumijevanje pročitano, vještina pisanja prema diktatu, prijepisu i slobodnom izražavanju, te **usvojenost sposobnosti računanja**)”

Međunarodna klasifikacija bolesti (MKB-10; International classification of diseases –ICD-10)

F.81

Specifični razvojni poremećaji školskih vještina

### **F 81.2 Specifični poremećaj u vještini računanja**

Obuhvaća određena oštećenja vještine računanja koja nisu objašnjiva jedino općom mentalnom zaostalošću ili neodgovarajućim školovanjem. Nedostatak se odnosi na svladavanje osnovnih vještina zbrajanja, oduzimanja, množenja i dijeljenja više nego na apstraktnije matematičke vještine u algebri, trigonometriji i geometriji.



Dijagnostički i statistički priručnik za duševne poremećaje - DSM- 5 (2014; Diagnostic Statistic Manual of Mental Disorders – DSM-5; American Psychiatric Association 2013)

U kategoriji **Neurorazvojnih poremećaja**

• ~~Specifične teškoće učenja /~~

• **Specifični poremećaj učenja** (DSM-V; 2014)

• „**A:** Teškoće u učenju i korištenju akademskih vještina na koje upućuje prisutnost jednog od sljedećih simptoma koji traju najmanje **6 mjeseci**, unatoč **intervencijama koje su usmjerene na ove teškoće...**”

1., 2., 3., 4.,

5. Teškoće u ovladavanju značenjem broja, numeričkim činjenicama ili računanjem (npr. slabo razumije brojeve, njihovu veličinu i odnose, broji na prste kod zbrajanja jednoznamenkastih brojeva umjesto da se sjeti matematičke činjenice kao što to čine vršnjaci, gubi se u sredini aritmetičkog računanja i može zamijeniti postupke).

6. Teškoće s matematičkim zaključivanjem (npr. ima velikih teškoća s primjenom matematičkih pojmova, činjenica ili postupaka pri rješavanju kvantitativnih problema).,,

B. – razina ispod očekivane; C. – počinju u šk. dobi; , D. „isključujući kriteriji”

## „F. 81.2 S oštećenjem u matematici:

Pojam broja

Pamćenje aritmetičkih činjenica

Točno ili tečno računanje

Točno matematičko zaključivanje

Diskalkulija je alternativni izraz koji se koristi za označavanje teškoća karakteriziranih problemima u obradi numeričkih informacija, učenju aritmetičkih informacija, učenju aritmetičkih činjenica i točno ili tečnom izvođenju računanja...”

## Određenje

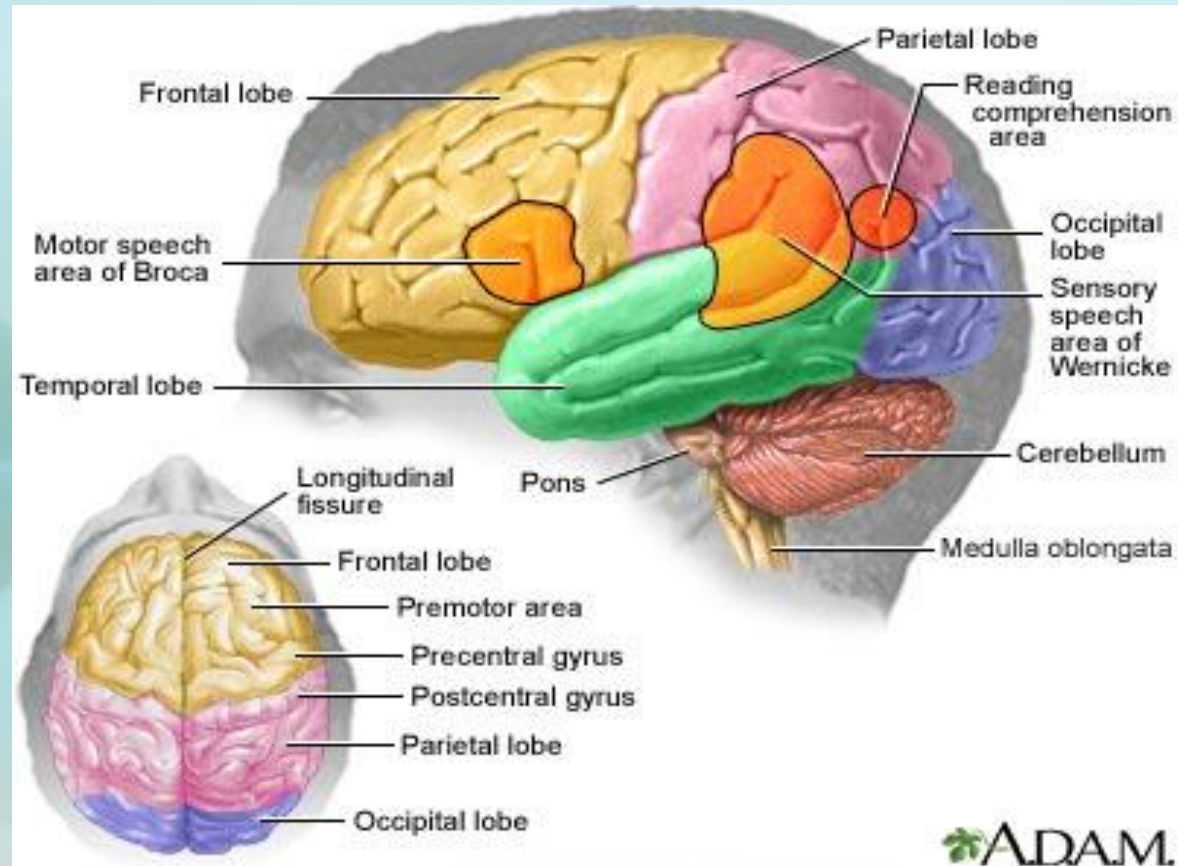
- Koja je zapravo „naša” definicija diskalkulije, odnosno prihvaćena u Hrvatskoj?
- **Diskalkulija - povezana s problemima u matematici** – brojanju, matematičkim operacijama, matematičkom jeziku...
- Pripada kategoriji **specifičnih poremećaja učenja**
- Uvažavanje tzv. **kriterija isključivanja** (intelektualno funkcioniranje, senzoričko i motoričko funkcioniranje, socio-ekonomske prilike, poduka): neudovoljavanje kriterijima – kategorija teškoća



## Istraživačka

- Promatranjem diskalkulije u domeni **neurorazvojnih poremećaja**: razlikovanje (razvojne) diskalkulije od teškoća u matematici
- Diskalkulija - **neurološka osnova** koju odlikuju problemi u funkcioniranju tzv. intuitivnog osjećaja za broj (approximate number system – ANS; Dehaen, 1992; Fuhs i McNeil, 2013; Bonny i Lourenco, 2013)
- Drugačije funkcioniranje u parijetalnim i frontalnim područjima, posebno intraparijetalnom žlijebu i angularnoj vijuzi kod osoba s diskalkulijom (Butterworth, 2011)
- Drugačija mozgovna aktivacija ide u prilog određivanju kvalitativnih razlika djece s diskalkulijom u odnosu na vršnjake urednog razvoja, a kao posljedici toga javljaju se odabiri drugačijih strategija rješavanja, što je vidljivo iz niza podataka (Kucian i sur., 2010)

- Diskalkulija - **neurološka osnova**



## ANS

- Zadaci procjene količina uključuju provjere funkcioniranja kroz dvije jezgre (Feigenson, Dehaene i Spelke; 2004): prva je određena procjenom razlika u količinama koje su već u ranoj dobi vidljive kad su omjeri tih razlika „relativno veliki“ (npr. količine 8 i 16) dok je druga vezana uz male količine (do 4 objekta)
- Niz rezultata istraživanja pokazao je da upravo vrlo rane mogućnosti procjene količina utječu na kasniju uspješnost u matematici (Halberda, Mazzocco i Feigenson, 2008; Feigenson, Libertus i Halberda, 2013)
- Ovakvom postavkom ide se u prilog tvrdnjama da je uspješnost u matematici urođena te su stoga neka djeca i odrasli uspješni u matematici, a neki nisu (Stevenson, Cheng i Lee, 1993).

- Mala djeca (bebe) u dobi od 6 mjeseci mogu odijeliti uspješno npr. količine 8 : 16, ali ne i 8 : 12, ali već s 9 mjeseci odjeljuju uspješno 8 : 12 (omjer 2:3; Libertus and Brannon, 2010; deWind i Brannon, 2013)
- Weberova frakcija/ Weberov zakon (Whalen, Gallistel i Gelman, 1999) – **povećanje uspješnosti** odjeljivanja i smanjivanje omjera **dogaća se s dobi, ali prati individualni razvoj**
- Postoje podaci da osobe s diskalkulijom imaju izuzetno loše rezultate vezane uz ANS (Piazza i sur. 2010; Mazzocco i sur., 2011)

Naše istraživanje (Lenček i Peretić, 2015)

**Mlađa skupina:** 10 ispitanika (Ž:5, M:5)

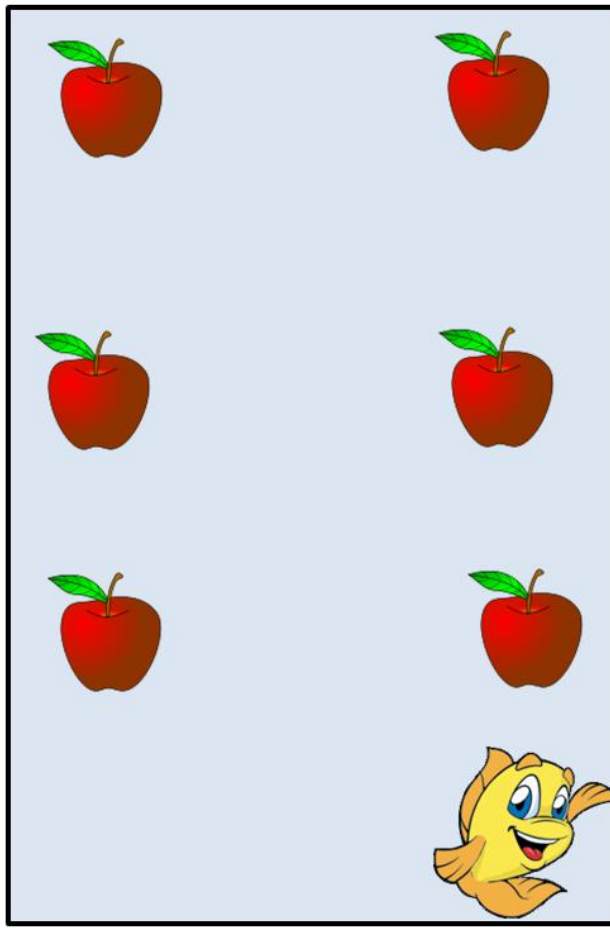
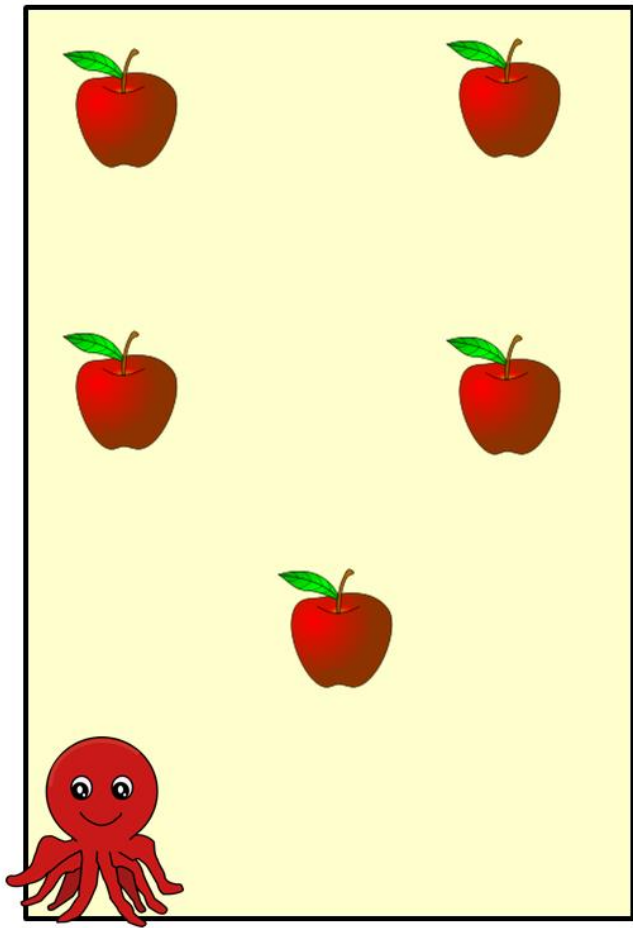
KD 5;5

**Starija skupina:** 10 ispitanika (Ž:7, M:3)

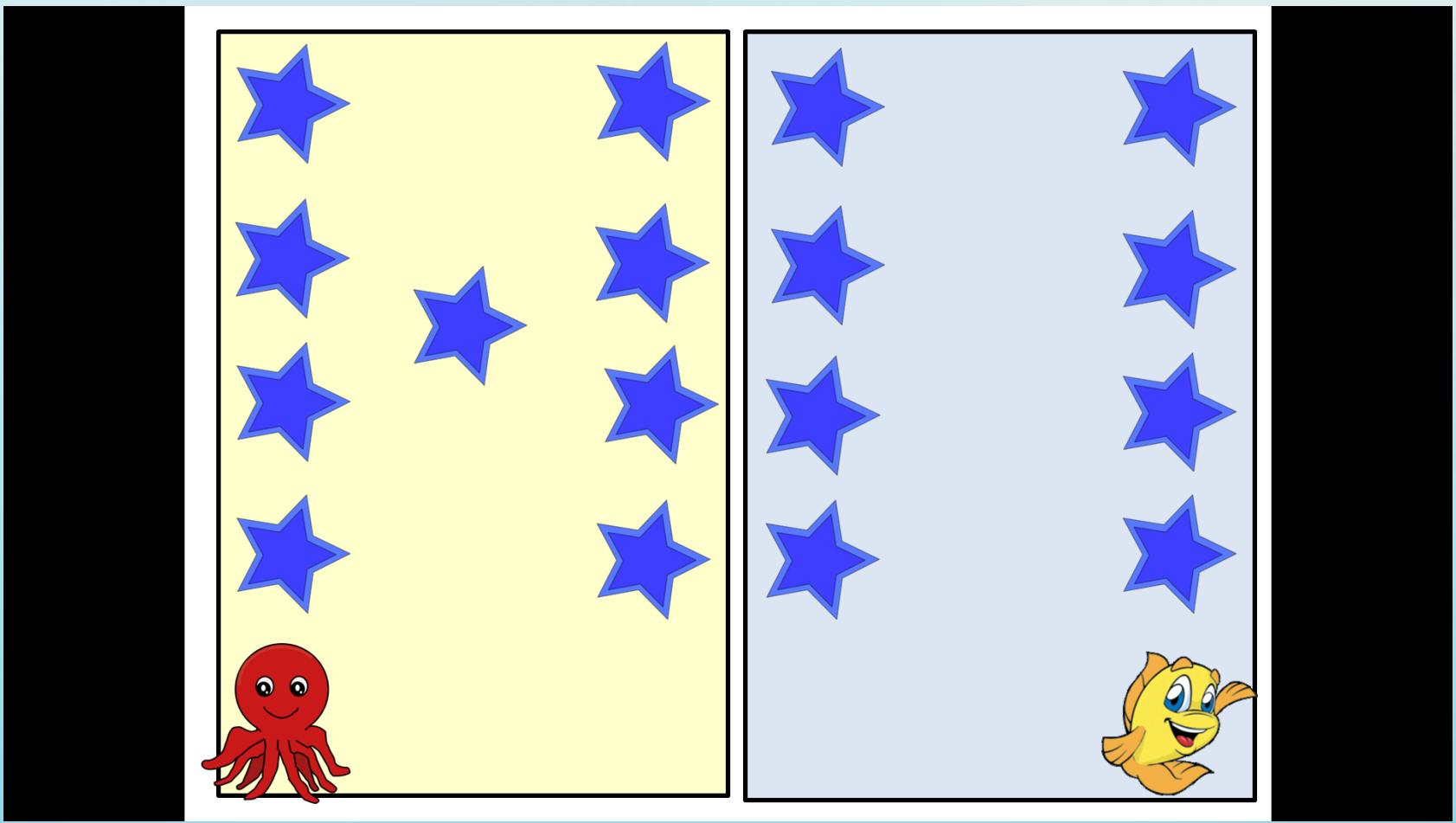
KD 6;4

- uključeni u predškolsku ustanovu
- djeca urednog razvoja







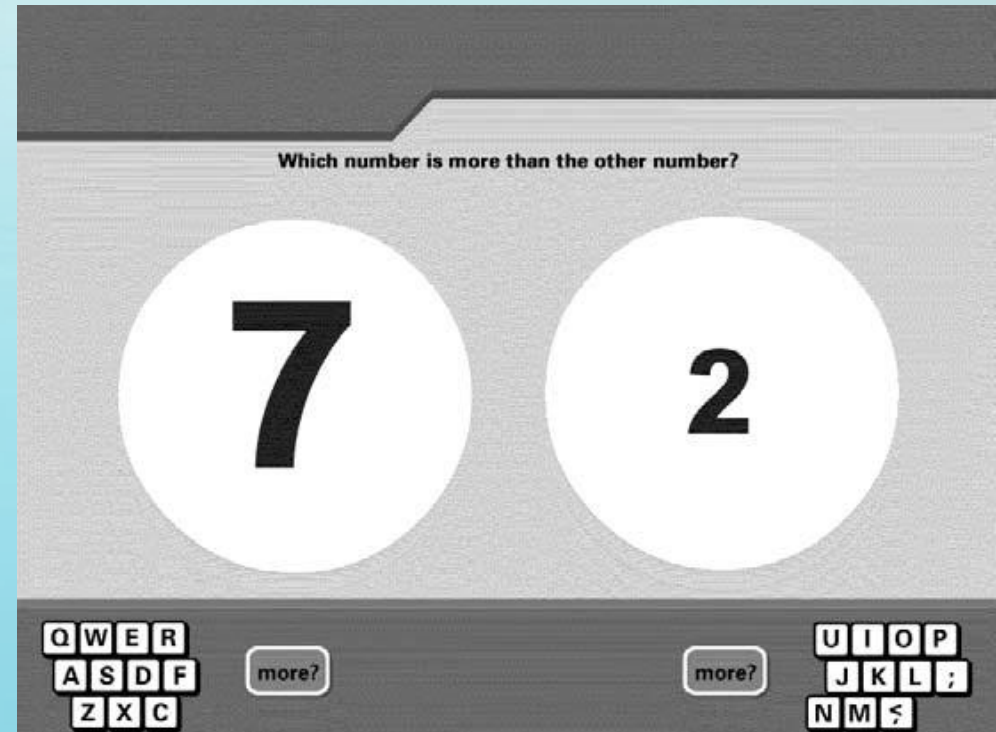
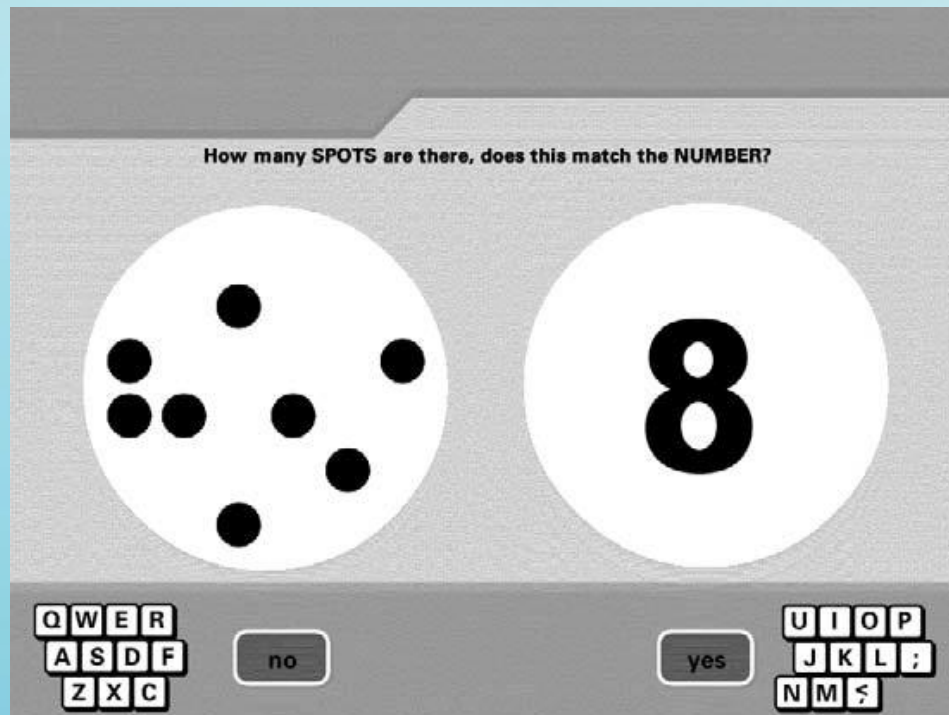


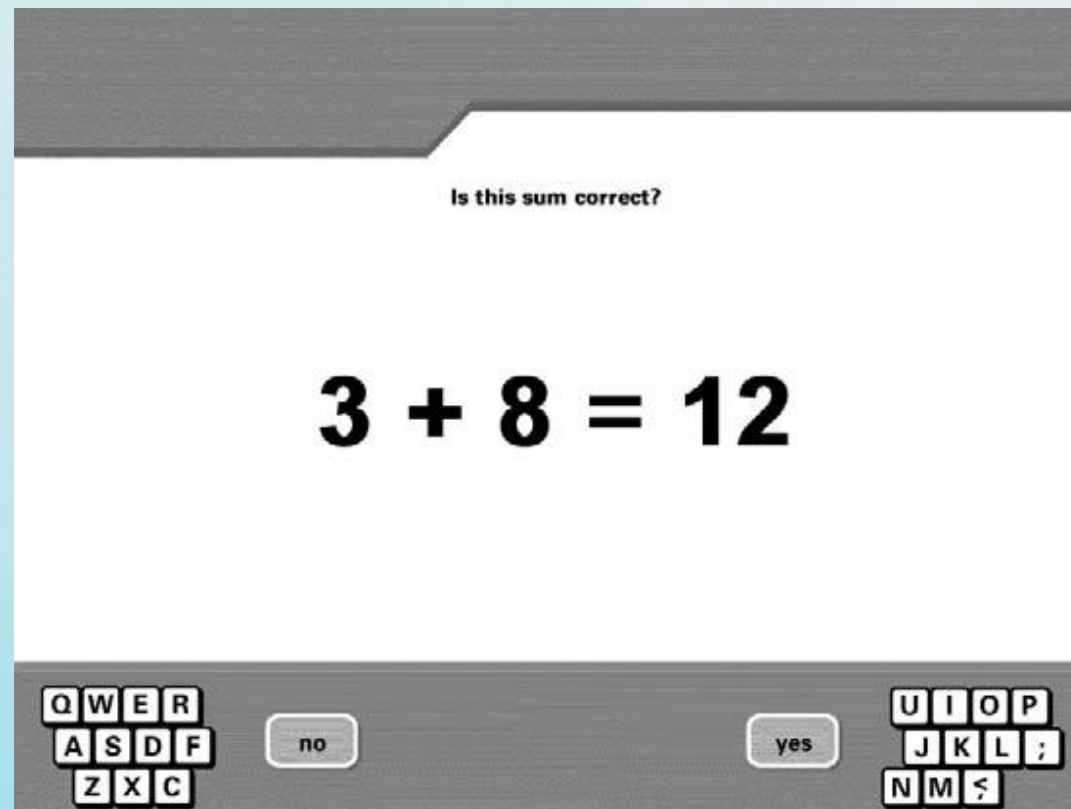
## Neki naši zaključci

- naša djeca se „ponašaju” u skladu s istraživanjima niza autora čiji podaci govore o postojanju ANS-a: mogu procjenjivati količine točnošću koja pokazuje isti redoslijed usvajanja omjera (uspješni su u 1:2; 2:3; 3:4; 4:5) i to s obzirom na dob
- mlađa djeca su manje uspješna od starije (također u skladu s postavkama o razvoju ANS-a)
- količina grešaka jasno odjeljuje djecu (2) koja su neuspješna: rizik za teškoće?
- rezultati skupine i uspjeha pojedinaca daju omjer 1 (neuspješan): 9 (uspješnih) što odgovara učestalosti većine specifičnih teškoća učenja

## Dijagnostika diskalkulije

-Butworth (2003) – urođenost diskalkulije – Dyscalculia Screener





6-14 godina

### Dijagnoza

Dijagnoza	točkice	Usporedba	Aritmetika
Loše aritmetičke vještine, ali nije diskalkulija	Visoko postignuće	Visoko postignuće	Nisko postignuće
diskalkulija	Nisko postignuće	Nisko postignuće	Srednje postignuće
Uredan rezultat	Visoko postignuće	Visoko postignuće	Visoko postignuće

- Suprotno postavci prema kojoj je procjena količina osnova za simboličku matematiku (Dehaen, 1997; Lyons and Beilock, 2011) i za razvoj aritmetičkih vještina (Piazza i Dehaen, 2004 - nalazi meta-analize DeSmet i sur. (2013): veći je broj studija prema kojima učenje aritmetike dovodi do poboljšanja u preciznosti kodiranja u ANS-u (Halberda, Mazzocco, & Feigenson, 2008)
- Piazza i sur. (2013) utvrdili da je preciznost kodiranja u ANS-u bila veća kod ispitanika koji su formalno obrazovani u usporedbi s onima koji nisu
- Istraživanje Gobel i sur. (2014) pokazalo je da učenje simboličkog sustava arapskih brojeva snažno određuje rani aritmetički razvoj (Purpura, Baroody i Lonigan, 2013) bez obzira kakav je utjecaj ANS-a

## Obilježja diskalkulije

- Obilježja diskalkulije tj. matematičkih teškoća učenja (BDA; <http://www.bdadyslexia.org.uk/dyslexic/dyscalculia>; pristupljeno veljača, 2017)

Otežano brojanje unatrag.

Nedostatno razumijevanje broja i procjene količine.

Problemi u pamćenju temeljnih činjenica unatoč mnogim ponavljanjima.

Nedostatne strategije nadomještanja lošeg prizivanja činjenica, osim oslanjanja na brojanje.

Imaju teškoća u razumijevanju mjesnih vrijednosti uloge nule u arapskom/hindu sustavu brojeva.

Ne mogu procijeniti je li odgovor kojega daju točan ili barem približno točan.



Uglavnom su spori u računanju.

Zaboravljaju matematičke procedure, posebno kad postaju složenije (dijeljenje).

Temeljna operacija je zbrajanje za sve vrste zadataka jer vrlo loše izvode sve ostale operacije ili ih izbjegavaju.

Izbjegavaju zadatke koji su teški i za koje je vjerojatno da će dati pogrešan odgovor.

Slabije mentalno predočavanje matematičkih zadataka.

Visoka razina matematičke anksioznosti.

Budući da je matematika vrlo razvojna, svaka nesigurnost, posebno u ranoj dobi, vraća intervenciju na temeljni oblik.

Što je moguće kod „naše” sumnje na diskalkuliju?

Temeljiti procjenu i dijagnozu na **spoznajama** o matematici i diskalkuliji:

- matematika nije samo aritmetika, geometrija, algebra već ima svoj primjenjivi dio u svakidašnjici: sat, raspored, mape, grafikone, novac...
- premda pojam specifičnog poremećaja učenja ističe školsku dob kao vrijeme za postavljanje dijagnoze, matematika počinje puno ranije...
- matematika je „opterećujuće” nadograđujuća  
<https://www.youtube.com/watch?v=Mdb8bNQfzqM>

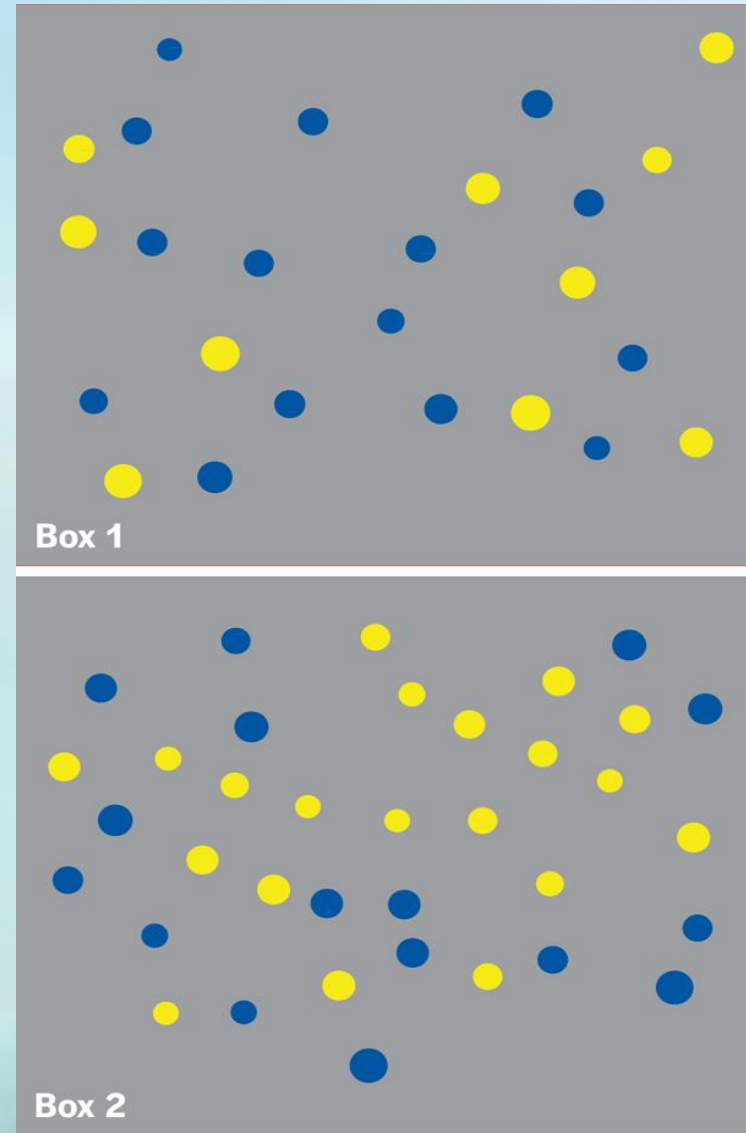
## Školska dob

- Koja obilježja mogu vidjeti nastavnici?
- Procjena količine





Butworth, 2003



## Brojanje olovaka

Može pokazati razumije li načela (Vlahović Štetić i Vizek Vidović, 1998)

1. Pridruživanja «jedan prema jedan» - pri prebrojavanju predmeta u nekom skupu svakom predmetu pridružujemo samo jedan broj.
2. Kardinalnosti - posljednji broj koji se izgovori pri brojenju skupa predmeta je kardinalni i označava ukupan broj predmeta u skupu.
3. Ordinalnosti – poredak brojeva prema uzlaznom nizu veličine.
4. Izmjerljivost - uvjetuje međusobnu usporedbu predmeta korištenjem iste dogovorne mjerne jedinice pri usporedbi.
5. Konzervacije - broj predmeta u skupu neovisan je o prostornom rasporedu.
6. Tranzitivnosti - «Ako je A veće od B, a B veće od C, onda je i A veće od C.».
7. Reverzibilnosti - koje promjene utječu na količinu, a koje ne.

(Gelman i Meck, 1986)



Brzina kojom dijete rješava zadatak, točnost, grupira li dijete i kako grupira olovke (npr. po pet, deset...)

Vrlo sličan zadatak može uključivati karticu s objektima koje treba prebrojati, ali pri tome ne može manipulirati objektima:

(a) objekti u liniji

(b) objekti raspršeni

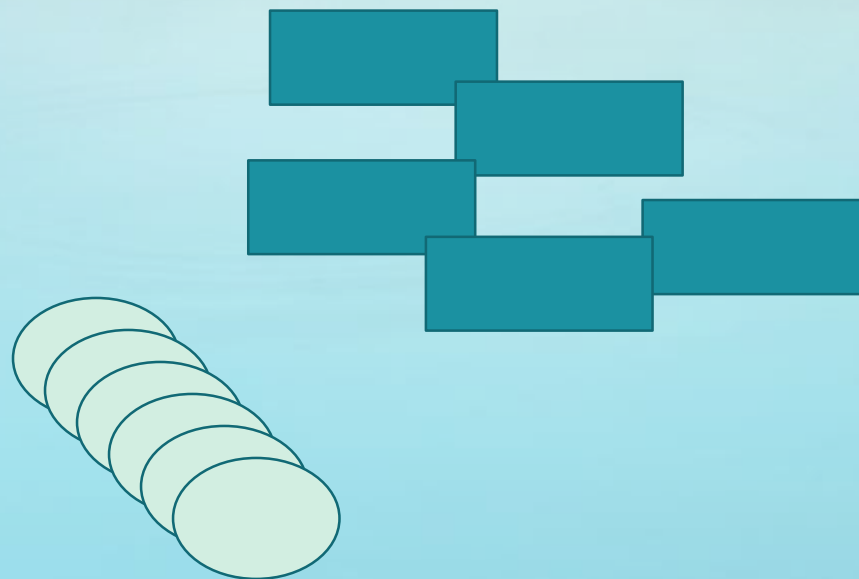
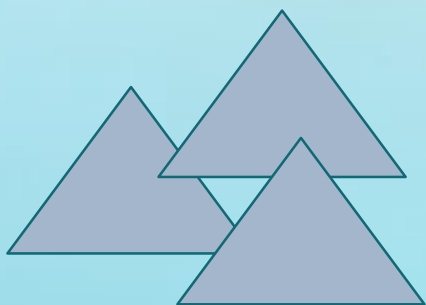


\$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$

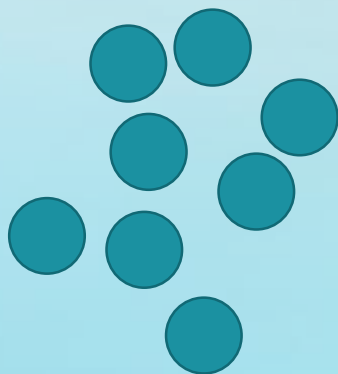


\$ \$  
\$ \$  
\$  
\$ \$ \$ \$ \$

# Pridruživanje brojke – simbola izrečenom broju ili količini



Koliko ima točaka; odgovara li to napisanom broju?



8

Koji je broj veći?

2

7

Upiši brojeve u kućice na brojevnoj crti:

• ---1---2------4---5---6--------

• 1-------------10

• Smjesti na brojevnom pravcu sljedeće brojeve:

7, 9, 3, 1, 5; -5;  $\frac{3}{4}$ ; 0.025

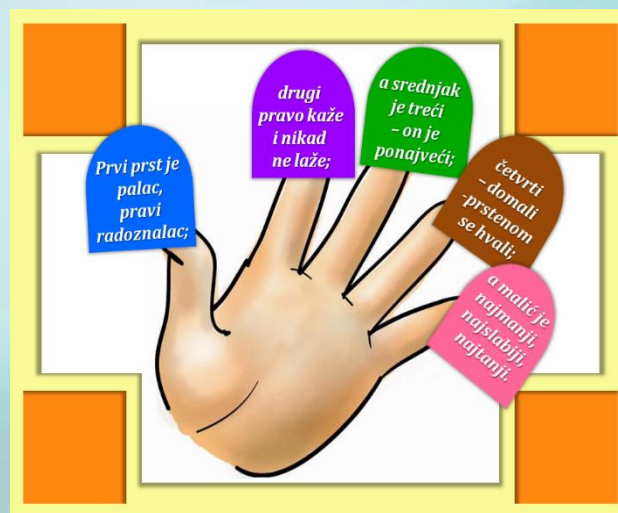
• -----

# Osnovne matematičke operacije

$$4 + 2 =$$

Nije jednako težak zadatak kao npr.  $3 + 6$

- Količine do 4 pripadaju u temeljne matematičke kompetencije; bez operacije zbrajanja moguće je riješiti zadatak – strategija brojanja: 4, 5 6





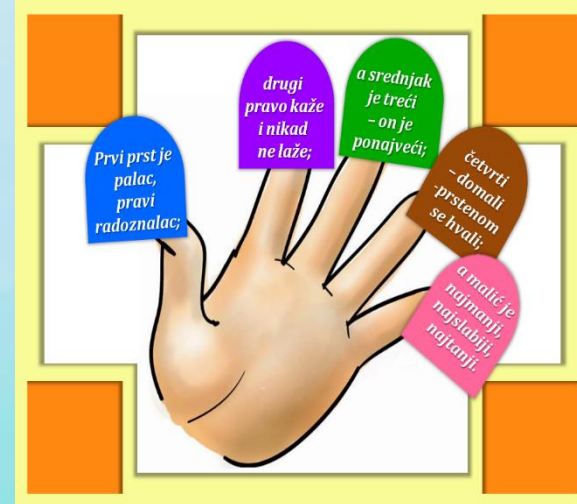
## Osnovne matematičke operacije

3 + 6 – dijete može odabrati promjenu poretka - 6+3 i tako lakše zbrojiti...

$$3 + \_ = 8$$

provjera je li dijete dovoljno prilagodljivo u svom znanju, može li primijeniti znanje na način da – dodaje količinu do 8 ili  
Koristi obrnuti proces: oduzimanje

Zadaci preko 10 – nova razina znanja –  $10 = 6 + \_$



Pitanje kako dijete rješava zadatak može dati važne informacije:

Npr.  $8 + 9 =$

Mnoga djeca jednostavno odgovaraju da to znaju, neka broje na prste, neka broje npr. predmete u sobi

Neka će djeca računati – to je kao  $2 \times 9$  i onda minus jedan; neka djeca kao  $9 + 9$  i onda minus jedan; neka djeca kao  $8 + 10$  i onda minus 1; neka djeca kao  $10 + 9$  i onda minus 2

## Oduzimanje

$$8 - 2 =$$

$$\_ - 7 = 2$$

$$9 - \_ = 0$$

Zadaci s nepoznatim početkom uvijek su teži od drugih oblika zadataka.

Zadaci s nulom – pravila s nulom i jedan se često miješaju.

## RAČUNANJE

- $34 + 11 =$

- $19 + 15 =$

- $68 + 47 =$

- $45 + 16 =$

- Razumijevanje pravca slijeva na desno :

- $235$

$$+342$$

$532$  – lakše shvatljivo od  $479$  u smislu mjesne vrijednosti

$$+ 479$$

Množenje

Važne strategije:

Npr. neka djeca nauče množiti s 2, 5 i 10

Važno je kako rješavaju npr.

$$2 \times 8$$

$$3 \times 8$$

Je li to  $2 \times 8$  i onda dodaje još jednu osmicu ili zbraja  $8 + 8 + 8 \dots$

To pokazuje razumijevanje odnosa brojeva

Primjer shvaćanja odnosa u svakodnevnom životu: površina

$$7 \times 5 = 5 \times 7$$

## Dijeljenje

- Teško shvatljivo ukoliko nije u potpunosti usvojeno množenje
- Kod višeznamenkastih brojeva: rezultat je na vrhu, ali uvažavanje postupka ispod početnog broja

- $4853 : 23 = 211$

25

23

- $4856 : 23 = 211,1$

25

26

30

7



## Mjesna vrijednost

Problem mjesne vrijednosti može biti vidljiv kroz pitanja poput:

(\*) U broju 9462 – koja znamenka pokazuje koliko stotica imamo?

(\*) Ili kroz razumijevanje rješenja u zadatku:

$$\begin{array}{r} 485 \\ 268 \\ \hline 6414 \end{array}$$

– za rezultat je važno znati da tu ima  $400 + 200 + 80 + 60 + 5 + 8 \dots$

# Matematički jezik

zbrajanje

-

množenje

:

oduzimanje

+

dijeljenje

x

Matematički jezik

Matematički rječnik

Ako je jedan pribrojnik 8, a drugi 4, kolika je suma...

Ako je djeljenik 9 a djelitelj 3, koliki je količnik...

Postaje sve složeniji – parabola, hipotenuza

Matematički odnosi – prijedlozi

Oduzmi 8 od 14

Koliko je 6 manje od 28

Koliko je 7 više od 32

Matematički odnosi – gramatika

Marko ima sedam puta više pikula od Ivana koji ima za pet više od Luke koji ih ima ukupno 9.

Zahtjevno je npr. trkač je bio treći, a onda se recimo koristi 3 u  $\frac{1}{3}$  razlomku  
Šest osmina je teško razumjeti, ali kad napišemo  $\frac{6}{8}$  – vidljivo je i lakše

Postoje li vizualni nedostaci:

+ x, 6 i 9, 3 i 5 ili  $x^2$  i  $x^2$

Postoje li nedostaci u razumijevanju prostora:

$2x(x^2 + 2)$ .

Negativna koordinata, problem vremenske crta.

39

615

396

7

Geometrija

## Radno pamćenje

$$47 + 78$$

Kako zbrojiti 47 i 78 – držati u glavi brojeve 47 i 78, i u procesu započeti tako da u glavi držimo rezultat  $7 + 8$  i onda taj 5 opet držati, prenositi 10, računati, držati 4 i 7, ali je to zapravo 40 i 70, tj 110 i tome dodati desetice, ne zaboraviti je, a ne dodati je onoj petici, a onda je to 120 i onda još ne zaboraviti 5...

Teškoće zadržavanja vizualne sliku onoga što trebamo rješavati

Teškoće ponavljanja - korištenja auditivnog pamćenja (subvokalno ponavljanje) i onoga što hoćemo prizvati iz dugoročnog pamćenja; npr.  $8+6$ , to je... i onda : koje sam ono brojeve trebala zbrojiti.

## Novac

Znanje baratanja novcem jedno je od temeljnih vještina preživljavanja...

Koliko lipa ima u jednoj kuni?

Koliko je to pola kune?

Ako imaš jednu kunu, a lizaljka košta 75 lipa, koliko će ti novca ostati?

Ako imaš 100 kuna i kupuješ igrice za 19 kuna, koliko ih možeš kupiti i hoće li ti ostati novca i koliko?

Ako imaš 5 kuna i želiš kupiti lizaljku koja košta 1,50, olovku koja košta 2,50, markicu za 0,75 i još jednu na 0,70 – hoćeš li imati dovoljno novca i hoće li ti išta ostati?



# Najučestalije greške – tipologija/simptomatologija

(McClosky i Caramazza, 1985; Adler, 2001; Fuchs i sur., 2005)

- Osnovne greške – teškoće s prisjećanjem osnovnih matematičkih činjenica ( $6 \times 7 = 48$ )
- Nepravilan algoritam – uporaba sustavnoga ali pogrešnoga postupka ( $12 \times 5 = 510$ )
- Pogreške grupiranja -  $22 + 14 = 234$
- Nepravilan izbor operacije ( $2 \times 3 = 5$ )

- Nepravilno zamjenjivanje  $43 - 19 = 36$
- Nepotpun algoritam - izostavljen je ili zamijenjen neki važan korak  $21 \times 12$

42

63

- Pogreške identiteta – zamjenjuje identitet operacija (pogrešno koristi pravila npr. za množenje s jedan)
- Pogreške prilikom računanja s nulom ( $3 \times 0 = 3$ )

- Supstitucije – dijete zamjenjuje broj drugim brojem i to se događa kako u čitanju i pisanju brojeva tako i u uporabi kalkulatora
- Pogreške “zaglavljivanja” – dijete ponavlja broj ili radnju više puta, naročito nedavno naučenu radnju (operaciju); ponekad novonaučenu radnju primjenjuju tamo gdje taj postupak uopće nije prikladan
- Zrcalno okretanje znamenki – dolazi do narušavanja redoslijeda u višeznamenkastim brojevima, u njihovu čitanju i pisanju
- Usporenost – čak i u elementarnome računanju

- Zapisivanje brojeva u uzajamno neprikladnom položaju (s desna na lijevo ili križno) - rezultira pogrešnim rezultatima
- Pogrešno prepoznavanje znakova i pridavanje drugih značenja (npr. – minus povezuje sa zbrajanjem)
- Nemogućnost pamćenja i praćenja algoritma rješavanja (npr. dijete ne prepozna svoj broj telefona napisan drugačije)