Odnos osnovnih pravila i teorema u prirodnoj dedukciji

Krešimir Gracin

XV. gimnazija Zagreb

2019.

$A \to B, \quad A, \quad \neg B \models \bot \quad (\texttt{kontradikcija})$

semantički slijed, odnos nezadovoljivosti i valjanosti

$A \to B, \quad A, \quad \neg B \models \bot$ (kontradikcija)

$A \to B, \quad A \models B$ (Modus ponens, osnovno pravilo)

$A \to B, \quad A, \quad \neg B \models \bot$ (kontradikcija)

$A \to B, \quad A \quad \models B$ (Modus ponens, osnovno pravilo)

$A \to B, \quad \neg B \models \neg A$ (Modus tollens)

semantički slijed, odnos nezadovoljivosti i valjanosti

$$A \to B, \quad A, \quad \neg B \models \bot \quad \texttt{(kontradikcija)}$$
$$A \to B, \quad A \quad \models B \quad \texttt{(Modus ponens, osnovno pravilo)}$$
$$A \to B, \quad \neg B \models \neg A \quad \texttt{(Modus tollens)}$$
$$A, \quad \neg B \models \neg(A \to B) \quad \texttt{(bezimeni)}$$

semantički slijed, odnos nezadovoljivosti i valjanosti

$$
\begin{array}{llll}
A \to B, & A, & \neg B \models \bot & \texttt{(kontradikcija)} \\
A \to B, & A & \models B & \texttt{(Modus ponens, osnovno pravilo)} \\
A \to B, & & \neg B \models \neg A & \texttt{(Modus tollens)} \\
& A, & \neg B \models \neg(A \to B) & \texttt{(bezimeni)} \\
A \to B & & \models \neg(A \land \neg B) & \texttt{(bezimeni)}
\end{array}
$$

$$A \to B,\quad A,\quad \neg B \models \bot \quad \texttt{(kontradikcija)}$$

$$A \to B,\quad A \qquad \models B \quad \texttt{(Modus ponens, osnovno pravilo)}$$

$$A \to B,\qquad \neg B \models \neg A \quad \texttt{(Modus tollens)}$$

$$A,\quad \neg B \models \neg(A \to B) \quad \texttt{(bezimeni)}$$

$$A \to B \qquad \models \neg(A \land \neg B) \quad \texttt{(bezimeni)}$$

$$A \qquad \models \neg((A \to B) \land \neg B) \quad \texttt{(bezimeni)}$$

semantički slijed, odnos nezadovoljivosti i valjanosti

$$A \to B, \quad A, \quad \neg B \models \bot \quad \texttt{(kontradikcija)}$$

$$A \to B, \quad A \models B \quad \texttt{(Modus ponens, osnovno pravilo)}$$

$$A \to B, \quad \neg B \models \neg A \quad \texttt{(Modus tollens)}$$

$$A, \quad \neg B \models \neg(A \to B) \quad \texttt{(bezimeni)}$$

$$A \to B \models \neg(A \wedge \neg B) \quad \texttt{(bezimeni)}$$

$$A \models \neg((A \to B) \wedge \neg B) \quad \texttt{(bezimeni)}$$

$$\neg B \models \neg((A \to B) \wedge A) \quad \texttt{(bezimeni)}$$

$$
\begin{aligned}
A \to B,\quad A,\quad \neg B &\models \bot \quad \texttt{(kontradikcija)}\\
A \to B,\quad A \qquad &\models B \quad \texttt{(Modus ponens, osnovno pravilo)}\\
A \to B,\qquad \neg B &\models \neg A \quad \texttt{(Modus tollens)}\\
A,\quad \neg B &\models \neg(A \to B) \quad \texttt{(bezimeni)}\\
A \to B \qquad &\models \neg(A \wedge \neg B) \quad \texttt{(bezimeni)}\\
A \qquad &\models \neg((A \to B) \wedge \neg B) \quad \texttt{(bezimeni)}\\
\neg B &\models \neg((A \to B) \wedge A) \quad \texttt{(bezimeni)}\\
&\models \neg((A \to B) \wedge A \wedge \neg B) \quad \texttt{(bezimena tautologija)}
\end{aligned} \tag{1}
$$

Zadatak 1.

Dioniz je sisavac ako je krezubica. Dioniz je krezubica. Dioniz nije sisavac.

[Ključ tumačenja: S za '*Dioniz* je sisavac'; K za '*Dioniz* je krezubica']

1. Zadatak - dokažite da je skup gornjih sudova nezadovoljiv, te da je njegova negacija tautologija, a zatim sve kombinacije, tj. što, ukoliko pretpostavimo istinitost jednog dijela sudova iz skupa možemo znati o konjunkciji sudova dugog dijela.

Dioniz je sisavac ako je krezubica. Dioniz je krezubica. Dakle, Dioniz je sisavac.

Dioniz je sisavac ako je krezubica. Dioniz nije sisavac. Dakle, Dioniz nije krezubica.

Dioniz je krezubica no nije sisavac. Dakle, nije da je Dioniz sisavac ako je krezubica.

Dioniz je sisavac ako je krezubica. Dakle, nije da je Dioniz i krezubica i da nije sisavac.

...

1	$(K \to S) \land K \land \neg S$	pretp.
2	$K \to S$	1/ i$\land$
3	K	1/ i$\land$
4	$\neg S$	1/ i$\land$
5	S	2, 3/ i$\to$
6	$\bot$	4, 5/ u$\bot$
7		

1		$(K \to S) \land K \land \neg S$	pretp.
2		$K \to S$	1/ i$\land$
3		K	1/ i$\land$
4		$\neg S$	1/ i$\land$
5		S	2, 3/ i$\to$
6		$\bot$	4, 5/ u$\bot$
7	$\neg((K \to S) \land K \land \neg S)$		1–6/ u$\neg$

1	$(K \to S) \land K$	pretp.
2	$K \to S$	1/ i$\land$
3	K	1/ i$\land$
4	S	2, 3/ i$\to$
5		
6		
7		

1	$(K \to S) \land \neg S$		pretp.
2		K	pretp.
3		$K \to S$	1/ i$\land$
4		$\neg S$	1/ i$\land$
5		S	2, 3/ i$\to$
6		$\bot$	4, 5/ u$\bot$
7	$\neg K$		1–6/ u$\neg$

1	$K \wedge \neg S$	pretp.
2	$\quad K \to S$	pretp.
3	$\quad K$	1/ i$\wedge$
4	$\quad \neg S$	1/ i$\wedge$
5	$\quad S$	2, 3/ i$\to$
6	$\quad \bot$	4, 5/ u$\bot$
7	$\neg(K \to S)$	2–6/ u$\neg$

1	$K \to S$	pretp.
2	$\quad K \wedge \neg S$	pretp.
3	$\quad K$	2/ i$\wedge$
4	$\quad \neg S$	2/ i$\wedge$
5	$\quad S$	1, 3/ i$\to$
6	$\quad \bot$	4, 5/ u$\bot$
7	$\neg(K \wedge \neg S)$	1–6/ u$\neg$

1	K	pretp.
2	$\quad (K \to S) \wedge \neg S$	pretp.
3	$\quad K \to S$	2/ i$\wedge$
4	$\quad \neg S$	2/ i$\wedge$
5	$\quad S$	1, 3/ i$\to$
6	$\quad \bot$	4, 5/ u$\bot$
7	$\neg((K \to S) \wedge \neg S)$	2–6/ u$\neg$

1	$\neg S$	pretp.
2	$\quad (K \to S) \wedge K$	pretp.
3	$\quad K \to S$	1/ i$\wedge$
4	$\quad K$	1/ i$\wedge$
5	$\quad S$	2, 3/ i$\to$
6	$\quad \bot$	1, 5/ u$\bot$
7	$\neg((K \to S) \wedge K)$	1–6/ u$\neg$

Zadatak 2.

Dioniz je sisavac ili ježac. Dioniz nije sisavac. Dioniz nije ježac.

2. Zadatak - a. Ako iz skupa slijedi protuslovlje, što sve i na temelju kojih njegovih dijelova možemo znati o preostalima?

Zadatak 2.

Dioniz je sisavac ili ježac. Dioniz nije sisavac. Dioniz nije ježac.

2. Zadatak - a. Ako iz skupa slijedi protuslovlje, što sve i na temelju kojih njegovih dijelova možemo znati o preostalima?
b. dokažite sudove za koje ste procijenili da slijede.

Zadatak 2.

Dioniz je sisavac ili ježac. Dioniz nije sisavac. Dioniz nije ježac.

2. Zadatak - a. Ako iz skupa slijedi protuslovlje, što sve i na temelju kojih njegovih dijelova možemo znati o preostalima?
b. dokažite sudove za koje ste procijenili da slijede.

Dioniz je sisavac ili ježac. Dioniz nije sisavac. Dakle, Dioniz je ježac. (*DS*)

Dioniz je sisavac ili ježac. Dioniz nije ježac. Dakle, Dioniz je sisavac. (*DS*)

Dioniz je sisavac ili ježac. Dakle, nije da Dioniz nije ni sisavac ni ježac. (*DeM*)

Dioniz nije sisavac. Dioniz nije ježac. Dakle, nije da je Dioniz sisavac ili ježac. (*DeM*)

...

$S \vee J, \quad \neg S, \quad \neg J \models \perp \quad (\texttt{kontradikcija})$

$$
\begin{aligned}
S \vee J, \quad \neg S, \quad \neg J &\models \bot \quad (\texttt{kontradikcija}) \\
S \vee J, \quad \neg S \quad\quad &\models J \quad (\texttt{Disjunktivni silogizam}) \\
S \vee J, \quad\quad \neg J &\models S \quad (\texttt{Disjunktivni silogizam}) \\
\neg S, \quad \neg J &\models \neg(S \vee J) \quad (\texttt{De Morgan}) \\
S \vee J \quad\quad &\models \neg(\neg S \wedge \neg J) \quad (\texttt{De Morgan}) \\
\neg S \quad\quad &\models \neg((S \vee J) \wedge \neg J) \quad (\texttt{bezimeni}) \\
\neg J &\models \neg((S \vee J) \wedge \neg S) \quad (\texttt{bezimeni}) \\
&\models \neg((S \vee J) \wedge \neg S \wedge \neg J) \quad (\texttt{bezimena tautologija})
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Disjunktivni silogizam

1	$(S \lor J) \land \neg S \land \neg J$	pretp.
2	$S \lor J$	1/ i$\land$
3	$\neg S$	1/ i$\land$
4	$\neg J$	1/ i$\land$
5	$\quad S$	pretp.
6	$\quad \bot$	3, 5/ u$\bot$
7	$\quad J$	pretp.
8	$\quad \bot$	4, 7/ u$\bot$
9	$\bot$	2, 5–6, 7–8/ i$\lor$

1	$(S \lor J) \land \neg S$	pretp.
2	$\quad \neg J$	pretp.
3	$\quad S \lor J$	1/ i$\land$
4	$\quad \neg S$	1/ i$\land$
5	$\quad\quad S$	pretp.
6	$\quad\quad \bot$	4, 5/ u$\bot$
7	$\quad\quad J$	pretp.
8	$\quad\quad \bot$	2, 7/ u$\bot$
9	$\quad \bot$	2, 5–6, 7–8/ i$\lor$
10	$\neg\neg J$	2–9/ u$\neg$
11	J	10/ i$\neg$

De Morganovi teoremi

1	$\neg S \land \neg J$	pretp.
2	$S \lor J$	pretp.
3	$\neg S$	1/ i$\land$
4	$\neg J$	1/ i$\land$
5	S	pretp.
6	$\perp$	3, 5/ u$\perp$
7	J	pretp.
8	$\perp$	4, 7/ u$\perp$
9	$\perp$	2, 5–6, 7–8/ i$\lor$
10	$\neg(S \lor J)$	2–9/ u$\neg$

1	$S \lor J$	pretp.
2	$\neg S \land \neg J$	pretp.
3	$\neg S$	2/ i$\land$
4	$\neg J$	2/ i$\land$
5	S	pretp.
6	$\perp$	3, 5/ u$\perp$
7	J	pretp.
8	$\perp$	4, 7/ u$\perp$
9	$\perp$	2, 5–6, 7–8/ i$\lor$
10	$\neg(\neg S \land \neg J)$	2–9/ u$\neg$

Slično...

Dioniz je sisavac ili ježac. Ako je sisavac, onda nije gušter. Ako je ježac, onda nije gušter. Dioniz je gušter.

Ako je Dioniz krezubica, onda je sisavac. Nije tako da ako Dioniz nije sisavac, nije ni krezubica. (... Kontrapozicija)

hipotetički silogizam i **svi zaključci aristotelovskog kategoričkog silogizma** mogu se svesti na sljedeće

Ako je Dioniz zec, onda je sisavac. Ako je sisavac, onda je kraljješnjak. Nije tako da je Dioniz kraljješnjak ako je zec.

$$Z \to S, \quad S \to K, \quad \neg(Z \to K) \models \bot \quad (\texttt{kontradikcija})$$

[1] I svi zaključci s općim premisama u "kategoričkom silogizmu"

hipotetički silogizam i **svi zaključci aristotelovskog kategoričkog silogizma** mogu se svesti na sljedeće

Ako je Dioniz zec, onda je sisavac. Ako je sisavac, onda je kralješnjak. Nije tako da je Dioniz kralješnjak ako je zec.

$$Z \to S, \quad S \to K, \quad \neg(Z \to K) \models \perp \quad (\texttt{kontradikcija})$$

$$Z \to S, \quad S \to K \qquad \models Z \to K \quad (\texttt{Hipoteticki silogizam}^{1})$$

[1] I svi zaključci s općim premisama u "kategoričkom silogizmu"

hipotetički silogizam i **svi zaključci aristotelovskog kategoričkog silogizma** mogu se svesti na sljedeće

Ako je Dioniz zec, onda je sisavac. Ako je sisavac, onda je kralješnjak. Nije tako da je Dioniz kralješnjak ako je zec.

$$
\begin{array}{llll}
Z \to S, \quad S \to K, & \neg(Z \to K) & \models \bot & (\texttt{kontradikcija}) \\
Z \to S, \quad S \to K & & \models Z \to K & (\texttt{Hipoteticki silogizam}^1) \\
Z \to S, & \neg(Z \to K) & \models \neg(S \to K) & (**)
\end{array}
$$

[1] I svi zaključci s općim premisama u "kategoričkom silogizmu"

hipotetički silogizam i **svi zaključci aristotelovskog kategoričkog silogizma** mogu se svesti na sljedeće

Ako je Dioniz zec, onda je sisavac. Ako je sisavac, onda je kralješnjak. Nije tako da je Dioniz kralješnjak ako je zec.

$$
\begin{array}{llll}
Z \to S, & S \to K, & \neg(Z \to K) & \models \bot \quad (\texttt{kontradikcija}) \\
Z \to S, & S \to K & & \models Z \to K \quad (\texttt{Hipoteticki silogizam}^1) \\
Z \to S, & & \neg(Z \to K) & \models \neg(S \to K) \quad (**) \\
 & S \to K, & \neg(Z \to K) & \models \neg(Z \to S) \quad (**)
\end{array}
$$

[1] I svi zaključci s općim premisama u "kategoričkom silogizmu"

hipotetički silogizam i **svi zaključci aristotelovskog kategoričkog silogizma** mogu se svesti na sljedeće

Ako je Dioniz zec, onda je sisavac. Ako je sisavac, onda je kralješnjak. Nije tako da je Dioniz kralješnjak ako je zec.

$$
\begin{array}{llll}
Z \to S, \quad S \to K, \quad \neg(Z \to K) & \models \bot & \texttt{(kontradikcija)} \\
Z \to S, \quad S \to K & \models Z \to K & \texttt{(Hipoteticki silogizam}^1\texttt{)} \\
Z \to S, \quad \neg(Z \to K) & \models \neg(S \to K) & (**) \\
S \to K, \quad \neg(Z \to K) & \models \neg(Z \to S) & (**) \\
Z \to S & \models \neg((S \to K) \wedge \neg(Z \to K)) &
\end{array}
$$

[1] I svi zaključci s općim premisama u "kategoričkom silogizmu"

hipotetički silogizam i **svi zaključci aristotelovskog kategoričkog silogizma** mogu se svesti na sljedeće

Ako je Dioniz zec, onda je sisavac. Ako je sisavac, onda je kraljеšnjak. Nije tako da je Dioniz kraljеšnjak ako je zec.

$$Z \to S, \quad S \to K, \quad \neg(Z \to K) \models \bot \quad (\texttt{kontradikcija})$$

$$Z \to S, \quad S \to K \models Z \to K \quad (\texttt{Hipoteticki silogizam}^1)$$

$$Z \to S, \quad \neg(Z \to K) \models \neg(S \to K) \quad (**)$$

$$S \to K, \quad \neg(Z \to K) \models \neg(Z \to S) \quad (**)$$

$$Z \to S \models \neg((S \to K) \wedge \neg(Z \to K))$$

$$S \to K \models \neg((Z \to S) \wedge \neg(Z \to K))$$

[1] I svi zaključci s općim premisama u "kategoričkom silogizmu"

hipotetički silogizam i **svi zaključci aristotelovskog kategoričkog silogizma** mogu se svesti na sljedeće

Ako je Dioniz zec, onda je sisavac. Ako je sisavac, onda je kralješnjak. Nije tako da je Dioniz kralješnjak ako je zec.

$$
\begin{array}{llrl}
Z \to S, & S \to K, & \neg(Z \to K) & \models \bot \quad (\texttt{kontradikcija}) \\
Z \to S, & S \to K & & \models Z \to K \quad (\texttt{Hipoteticki \ \ silogizam}^1) \\
Z \to S, & & \neg(Z \to K) & \models \neg(S \to K) \quad (**) \\
 & S \to K, & \neg(Z \to K) & \models \neg(Z \to S) \quad (**) \\
Z \to S & & & \models \neg((S \to K) \land \neg(Z \to K)) \\
 & S \to K & & \models \neg((Z \to S) \land \neg(Z \to K)) \\
 & & \neg(Z \to K) & \models \neg((Z \to S) \land (S \to K))
\end{array}
$$

[1] I svi zaključci s općim premisama u "kategoričkom silogizmu"

hipotetički silogizam i **svi zaključci aristotelovskog kategoričkog silogizma** mogu se svesti na sljedeće

Ako je Dioniz zec, onda je sisavac. Ako je sisavac, onda je kraljеšnjak. Nije tako da je Dioniz kraljеšnjak ako je zec.

$$
\begin{array}{llll}
Z \to S, & S \to K, & \neg(Z \to K) & \models \bot \quad \texttt{(kontradikcija)} \\
Z \to S, & S \to K & & \models Z \to K \quad \texttt{(Hipoteticki silogizam}^1\texttt{)} \\
Z \to S, & & \neg(Z \to K) & \models \neg(S \to K) \quad (**) \\
 & S \to K, & \neg(Z \to K) & \models \neg(Z \to S) \quad (**) \\
Z \to S & & & \models \neg((S \to K) \land \neg(Z \to K)) \\
 & S \to K & & \models \neg((Z \to S) \land \neg(Z \to K)) \\
 & & \neg(Z \to K) & \models \neg((Z \to S) \land (S \to K)) \\
 & & & \models \neg((Z \to S) \land (S \to K) \land \neg(Z \to K))
\end{array}
\tag{3}
$$

[1] I svi zaključci s općim premisama u "kategoričkom silogizmu"

1	$(Z \to S) \land (S \to K) \land \neg(Z \to K)$	pretp.
2	$Z \to S$	1/ i$\land$
3	$S \to K$	1/ i$\land$
4	$\neg(Z \to K)$	1/ i$\land$
5	$\quad Z$	pretp.
6	$\quad S$	2, 5/ i$\to$
7	$\quad K$	3, 6/ i$\to$
8	$Z \to K$	5–7/ i$\to$
9	$\bot$	4, 8/ u$\bot$
10		

1	$(Z \to S) \wedge (S \to K)$	pretp.	1	$(Z \to S) \wedge \neg(Z \to K)$	pretp.
2	$Z \to S$	1/ i$\wedge$	2	$Z \to S$	1/ i$\wedge$
3	$S \to K$	1/ i$\wedge$	3	$\neg(Z \to K)$	1/ i$\wedge$
4	$\quad Z$	pretp.	4	$\quad S \to K$	pretp.
5	$\quad S$	2, 4/ i$\to$	5	$\quad Z \to K$	2, 4/ HS
6	$\quad K$	3, 5/ i$\to$	6	$\quad \perp$	3, 5/ u$\perp$
7	$Z \to K$	4–6/ i$\to$	7	$\neg(S \to K)$	4–6/ u$\neg$

Uočite da je negacija kondicionala konjunkcija, pa na temelju dva gornja dokaza možemo reći da vrijede ovi odnosi:

$$\begin{aligned} Z \to S, S \to K &\models \neg(Z \wedge \neg K) \\ Z \to S, Z \wedge \neg K &\models \quad S \wedge \neg K \end{aligned} \tag{4}$$

Ovi su odnosi važni za razumijevanje zaključaka kategoričkog silogizma.

1	$Z \to S$	pretp.
2	$S \to K$	pretp.
3	$\quad\mid Z \wedge \neg K$	pretp.
4	$\quad\mid Z$	3/ i$\wedge$
5	$\quad\mid \neg K$	3/ i$\wedge$
6	$\quad\mid S$	1, 4/ i$\to$
7	$\quad\mid K$	2, 6/ i$\to$
8	$\quad\mid \perp$	5, 7/ u$\perp$
9	$\neg(Z \wedge \neg K)$	3–8/ u$\neg$

1	$Z \to S$	pretp.
2	$Z \wedge \neg K$	pretp.
3	Z	2/ i$\wedge$
4	$\neg K$	2/ i$\wedge$
5	S	1, 3/ i$\to$
6	$S \wedge \neg K$	4, 5/ u$\wedge$
7		
8		
9		

Kategorički silogizmi

Svi zečevi su sisavci. Svi sisavci su kralješnjaci. Neki zečevi nisu kralješnjaci.

Kategorički silogizmi

Svi zečevi su sisavci. Svi sisavci su kralješnjaci. Neki zečevi nisu kralješnjaci.

Svi sisavci su kralješnjaci. Svi zečevi su sisavci. Dakle, svi su zečevi kralješnjaci. (*Barbara*)

Svi sisavci su kralješnjaci. Neki zečevi nisu kralješnjaci. Dakle, neki zečevi nisu sisavci.

Svi zečevi su sisavci. Neki zečevi nisu kralješnjaci. Dakle, neki sisavci nisu kralješnjaci.[a]

[a] Nisam pazio na poredak veće i manje premise, no kada se urede prema zahtjevu srednjovjekovnih logičara odgovaraju tipočnim figurama na *B*

Kategorički silogizmi

$$
\begin{array}{llrl}
\forall x(Zx \to Sx), & \forall x(Sx \to Kx), & \neg\forall x(Zx \to Kx) \models \bot & (\texttt{kontradikci} \\
\forall x(Zx \to Sx), & \forall x(Sx \to Kx), & \exists x(Zx \land \neg Kx) \models \bot & (\texttt{kontradikci} \\
\forall x(Zx \to Sx), & \forall x(Sx \to Kx), & \models \forall x(Zx \to Kx) & (\texttt{Barbara i sl.}) \\
\forall x(Zx \to Sx), & \forall x(Sx \to Kx), & \models \neg\exists x(Zx \land \neg Kx) & \\
\forall x(Sx \to Kx), \neg\forall x(Zx \to Kx) & & \models \neg\forall x(Zx \to Sx) & \texttt{tj}: \\
\forall x(Sx \to Kx), \exists x(Zx \land \neg Kx) & & \models \exists x(Zx \land \neg Sx) & \texttt{Baroco i sl.} \\
 & \texttt{itd.} & &
\end{array}
\tag{5}
$$

1	$\forall x(Zx \to Sx)$	pretp.
2	$\forall x(Sx \to Kx)$	pretp.
3	$\exists x(Zx \land \neg Kx)$	pretp.
4	d $\quad Zd \land \neg Kd$	pretp.
5	$\quad \neg Kd$	4/ i$\land$
6	$\quad Zd$	4/ i$\land$
7	$\quad Zd \to Sd$	1/ i$\forall$
8	$\quad Sd \to Kd$	2/ i$\forall$
9	$\quad Sd$	6, 7/ i$\to$
10	$\quad Kd$	8, 9/ i$\to$
11	$\quad \bot$	5, 10/ u$\bot$
12	$\bot$	3, 4–11/ i$\exists$

1	$\forall x(Zx \to Sx)$	pretp.
2	$\forall x(Sx \to Kx)$	pretp.
3	d $\quad\quad Zd$	pretp.
4	$\quad\quad Zd \to Sd$	1/ i$\forall$
5	$\quad\quad Sd \to Kd$	2/ i$\forall$
6	$\quad\quad Sd$	3, 4/ i$\to$
7	$\quad\quad Kd$	5, 6/ i$\to$
8	$\quad Zd \to Kd$	3–7/ u$\to$
9	$\forall x(Zx \to Kx)$	8/ u$\forall$
10		
11		
12		

1	$\forall x(Sx \to Kx)$	pretp.
2	$\neg\forall x(Zx \to Kx)$	pretp.
3	$\quad \forall x(Zx \to Sx)$	pretp.
4	$\quad d \quad Sd \to Kd$	1/ i$\forall$
5	$\quad\quad Zd \to Sd$	3/ i$\forall$
6	$\quad\quad Zd \to Kd$	4, 5/ HS
7	$\quad \forall x(Zx \to Kx)$	6/ u$\forall$
8	$\quad \bot$	2, 7/ u$\bot$
9	$\neg\forall x(Zx \to Sx)$	3–8/ u$\neg$
10		

1	$\forall x(Sx \to Kx)$	pretp.
2	$\exists x(Zx \wedge \neg Kx)$	pretp.
3	$d \quad Zd \wedge \neg Kd$	pretp.
4	$\quad Sd \to Kd$	1/ i$\forall$
5	$\quad Zd$	3/ i$\wedge$
6	$\quad \neg Kd$	3/ i$\wedge$
7	$\quad \neg Sd$	4, 6/ MT
8	$\quad Zd \wedge \neg Sd$	5, 7/ u$\wedge$
9	$\quad \exists x(Zx \wedge \neg Sx)$	8/ u$\exists$
10	$\exists x(Zx \wedge \neg Sx)$	2, 3–9/ i$\exists$

Vježbe

Prosudite je li skup sudova zadovoljiv. Ako nije, što na temelju jednih možemo izvesti o drugima? Dokažite.
Uočite da se ovi sudovi mogu izraziti i na mnogo drugačijih istovrijednih načina. Tako, i te sudove možemo izvoditi.

Vježba 1

Neki sisavci ne liježu jaja. Sve ptice liježu jaja. Svaki je sisavac ptica.
[Ključ tumačenja: Sx za 'x je sisavac'; Lx za 'x liježe jaja'; Px za 'x je ptica'.]

Vježbe

Prosudite je li skup sudova zadovoljiv. Ako nije, što na temelju jednih možemo izvesti o drugima? Dokažite.
Uočite da se ovi sudovi mogu izraziti i na mnogo drugačijih istovrijednih načina. Tako, i te sudove možemo izvoditi.

Vježba 1

Neki sisavci ne liježu jaja. Sve ptice liježu jaja. Svaki je sisavac ptica.
[Ključ tumačenja: Sx za 'x je sisavac'; Lx za 'x liježe jaja'; Px za 'x je ptica'.]

Sve ptice liježu jaja. Neki sisavci ne liježu jaja. Dakle, Neki sisavci nisu ptice. (*Baroco*)

Vježbe

Prosudite je li skup sudova zadovoljiv. Ako nije, što na temelju jednih možemo izvesti o drugima? Dokažite.
Uočite da se ovi sudovi mogu izraziti i na mnogo drugačijih istovrijednih načina. Tako, i te sudove možemo izvoditi.

Vježba 1

Neki sisavci ne liježu jaja. Sve ptice liježu jaja. Svaki je sisavac ptica.
[Ključ tumačenja: Sx za 'x je sisavac'; Lx za 'x liježe jaja'; Px za 'x je ptica'.]

Sve ptice liježu jaja. Neki sisavci ne liježu jaja. Dakle, Neki sisavci nisu ptice. (*Baroco*)
Neki sisavci ne liježu jaja. Svaki sisavac je ptica. Dakle, neke ptice ne liježu jaja. (*Bocardo*)
Sve ptice liježu jaja. Svaki sisavac je ptica. Dakle, svaki sisavac liježe jaja. (*Barbara*)
itd...

Digresija - Vježba 1.1

Na temelju gornjeg primjera ispišite tročlane skupove koji oprimjeruju oblike kategoričkih silogizama koji započinju slovom C, pa slovom D, pa slovom F, osim oblika koji u suvremenom tumačenju nisu valjani (npr. *Darapti*...)

Digresija - Vježba 1.1

Na temelju gornjeg primjera ispišite tročlane skupove koji oprimjeruju oblike kategoričkih silogizama koji započinju slovom C, pa slovom D, pa slovom F, osim oblika koji u suvremenom tumačenju nisu valjani (npr. *Darapti*...)

Odgovor:
C: Nijedan A nije B. Svi C su A. Neki C su B.(prema 1. figuri: e, a, i)
D: Svi A su B. Neki C su A. Nijedan C nije B.(prema 1. figuri: a, i, e)
F: Nijedan A nije B. Neki C su A. Svi C su B. (prema 1. figuri: e, i, a)

Vježbe

Vjezba 2

Ako Dioniz nije ježac, onda nije ni sisavac koji liježe jaja. Dioniz je sisavac ako je krezubica. Bilo da je Dioniz ježac, bilo da je čudnovati kljunaš, nije krezubica. Dioniz je krezubica koji liježe jaja i jede mrave.
[Ključ tumačenja: Sx za 'x je sisavac'; Lx za 'x liježe jaja'; Jx za 'x je ježac'; Cx za 'x je čudnovati kljunaš'; Kx za 'x je krezubica'; Mx za 'x jede mrave'; **d** za Dioniz.]

Vjezba 3

Bilo da je nešto pupavka, bilo da je muhara, ono je gljiva koja pripada rodu Amanita koja nije jestiva. Bilo da nešto nije jestivo, bilo da ne pripada rodu Amanita, ono nije blagva. Postoji gljiva blagva koja je pupavka.
[Ključ tumačenja: Gx za 'x je gljiva'; Px za 'x je pupavka'; Mx za 'x je muhara'; Bx za 'x je blagva'; Jx za 'x je jestiv'; Ax za 'x pripada rodu Amanita']