

Rješenja i smjernice za bodovanje – 2. skupina

1. Zadatak (20 bodova)

- a. Elektrostatska energija sustava je:

$$U_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{Q^2}{a} - \frac{2Q^2}{a} - \frac{2Q^2}{\sqrt{2}a} \right) = -\frac{Q^2}{\pi\epsilon_0 2\sqrt{2}a} < 0$$

Slijedi:

$$Q = \sqrt{-\pi\epsilon_0 2\sqrt{2}a U_E} \quad (2 \text{ boda})$$

Kako je  $W_E = -U_E > 0$ , polje obavlja pozitivan rad da bi stvorila traženu konfiguraciju naboja.

(2 boda)

- b. Potencijal u točki  $P=(a/2, a/2; 0)$  je:

$$\varphi(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{Q}{a} - \frac{Q}{a} - \frac{2Q}{\sqrt{2}a} \right) = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} \quad (2 \text{ boda})$$

Dakle potencijalna energija naboja u  $P$  je:

$$U(P) = Q\varphi(P)$$

Rad da bi se naboj iz beskonačnosti doveo u tu točku je:

$$W_\infty = -\Delta U = -Q(0 - \varphi(P)) = Q\varphi(P)$$

$$W_{ext} = -W_\infty = -Q\varphi(P) = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} = -\frac{U_E}{2} > 0 \quad (2 \text{ boda})$$

- c. Potencijali u točkama A i B od sva četiri naboja su:

$$\varphi(A) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( -\frac{2Q}{\frac{a}{2}} + \frac{2Q}{\frac{\sqrt{5}a}{2}} \right) = \frac{Q}{\pi\epsilon_0 a} \left( \frac{1}{\sqrt{5}} - 1 \right) \quad \varphi(B) = 0$$

Da bi se naboj  $q$  pomaknuo od točke A do B električno polje obavlja rad:

$$W_E = -\Delta U = -q\Delta\varphi = -q(\varphi(B) - \varphi(A)) = q\varphi(A) \quad (2 \text{ boda})$$

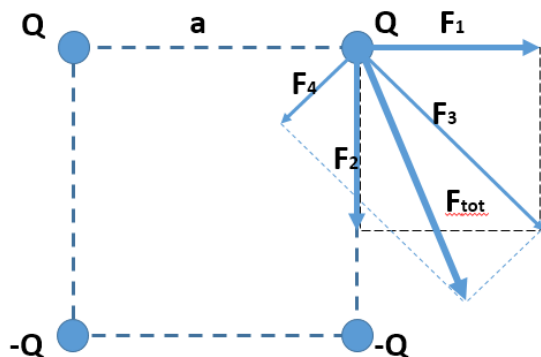
Slijedi da je uloženi rad:

$$W = -W_E = -q\varphi(A) = -\frac{qQ}{\pi\epsilon_0 a} \left( \frac{1}{\sqrt{5}} - 1 \right) = \frac{qQ}{\pi\epsilon_0 a} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{5}} \right) \quad (2 \text{ boda})$$

Znači da:

$$q = \frac{W\pi\epsilon_0 a}{Q\left(1 - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)} < 0 \quad (\text{zato što je } W < 0) \quad (2 \text{ boda})$$

- d. Budući da je početna brzina naboja nula, smjer njegove brzine odmah nakon oslobađanja podudara se sa smjerom njegovog početnog ubrzanja. Iz 2. Newtonovog zakona,  $ma = QE$ , proizlazi da se smjer ubrzanja podudara sa smjerom ukupnog električnog polja stvorenog od ostala tri naboja u točki  $(a/2; a/2; 0)$ . **(2 boda)**



Neka je  $\alpha$  kut između sila  $F_{TOT}$  i  $F_4$  a  $\beta$  između sila  $F_4$  i  $F_2$  koje djeluju na naboj u točki  $(a/2; a/2; 0)$ .

Kut  $\beta = 45^\circ$  zato što  $F_4$  djeluje u smjeru dijagonale.

Računajući intenzitete za sile koje djeluju na naboj u točki  $(a/2; a/2; 0)$  slijedi:

$$F_3 = \sqrt{2} \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

$$F_4 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

$$F_{tot} = \frac{3}{2} \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \quad \textbf{(2 boda)}$$

Slijedi da:

$$\cos(\alpha) = F_4 / F_{tot} = 1/3$$

$$\alpha = \cos^{-1}(1/3) = 70,5^\circ$$

Smjer brzine naboja imat će kut  $\alpha - \beta = 25,5^\circ$  u odnosu pravca koji prolazi kroz naboj u točki  $(a/2; a/2; 0)$  i točki  $(a/2; -a/2; 0)$ , paralelan y osi i smjer nacrtan na dijagramu. **(2 boda)**

## 2. Zadatak (15 bodova)

- a. Kapacitet i radni napon dani su pomoću:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d}, \quad V \leq V_{max} = E_M d \quad \textbf{(1 bod)}$$

Ako je  $Y = Sd$ :

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{Y}{d^2} \quad i \quad d^2 \geq \frac{V_{max}^2}{E_M^2} \quad \textbf{(2 boda)}$$

Slijedi:

$$C \leq \epsilon_0 \epsilon_r \frac{E_M^2 Y}{V_{max}^2} \quad \textbf{(2 boda)}$$

Dakle:

$$Y \geq Y_{min} = \frac{C V_{max}^2}{\epsilon_0 \epsilon_r E_M^2} \quad \textbf{(2 boda)}$$

**DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE, POREČ, 10. – 13. travnja 2019.**

- b. Da bi volumen bio minimalan, treba maksimizirati  $\epsilon_r E_M^2$  :

MATERIJAL	$\epsilon_r$	$E_m$ (KV/mm)	$\epsilon_r E_m^2 (10^{15} V^2/m^2)$
Parafinski papir	2.5	50	6.25
Keramika	60	15	13.5
Silikat	8	90	64.8
Stiropor	2.6	50	6.5
Porculan	6	25	3.75
Epoksidna smola	4	35	4.9
Teflon	2.2	20	0.88

(2 boda)

Iz vrijednosti navedenih u tablici zaključuje se da je najpovoljniji materijal silikat.

(2 boda)

- c. Preuređivanjem prethodne jednadžbe dobiva se:

$$\epsilon_r E_M^2 = \frac{C V_{max}^2}{\epsilon_0 Y} = 13.3 \times 10^{15} V^2/m^2$$

(2 boda)

U ovome slučaju razumno je pretpostaviti da je kondenzator napravljen od keramike.

(2 boda)

**3. Zadatak (20 bodova)**

- a. Radi se o adijabtskoj promjeni s  $\gamma = 7/5$ , dakle vrijedi:

$$p_C V_C^\gamma = p_A V_A^\gamma \quad (1 \text{ bod})$$

Iz čega slijedi:

$$p_C = p_A \left( \frac{V_A}{V_C} \right)^\gamma = x^{7/5} p_A \quad (2 \text{ boda})$$

- b. Tijekom procesa BC sustav prima toplinu a tijekom izobare AB:

$$Q_{BC} = n c_v \Delta T = \frac{5}{2} n R \Delta T \quad (1 \text{ bod})$$

Iz jednadžbe idealnog plina:

$$nR \Delta T = V \Delta p$$

$$Q_{BC} = \frac{5}{2} V_B (p_C - p_B) = \frac{5}{2} \frac{V_A}{x} \left( x^{7/5} p_A - p_A \right) = \frac{5}{2x} \left( x^{7/5} - 1 \right) V_A p_A \quad (2 \text{ boda})$$

Slično za AB:

$$Q_{AB} = n c_p \Delta T = \frac{7}{2} n R \Delta T \quad (1 \text{ bod})$$

$$Q_{AB} = \frac{7}{2} p_A (V_B - V_A) = \frac{7}{2} p_A \left( \frac{V_A}{x} - V_A \right) = \frac{7}{2x} (x - 1) V_A p_A \quad (2 \text{ boda})$$

Učinkovitost je dakle:

$$\eta = \frac{Q_{AB} + Q_{BC}}{Q_{BC}} = 1 - \frac{7(x-1)}{5(x^{7/5} - 1)} \quad (2 \text{ boda})$$

- c. Da bi se odredila vrijednost  $x$  treba riješiti jednadžbu:

$$\eta = 1 - \frac{7(x-1)}{5(x^{7/5} - 1)} = 0,24 \quad (2 \text{ boda})$$

Vrijednosti  $x$  mogu se naći numerički. Lako se može provjeriti da je vrijednost traženog  $x$  između 2 i 4.

Uzimajući  $x=3,5$  i dalje provjeravajući vrijednosti u određenom intervalu proizlazi:

$$x=3,50 \text{ i } \eta = 0,267 \text{ za } 3,00 < x_{\text{srednji}} < 3,50$$

$$x=3,25 \text{ i } \eta = 0,251 \text{ za } 3,00 < x_{\text{srednji}} < 3,25$$

$$x=3,13 \text{ i } \eta = 0,243 \text{ za } 3,00 < x_{\text{srednji}} < 3,13$$

$$x=3,06 \text{ i } \eta = 0,238 \text{ za } 3,06 < x_{\text{srednji}} < 3,13 \quad (1 \text{ bod})$$

Slijedi da će za  $x_{\text{srednji}} = 3,08$  greška biti manja od 5%. (2 boda)

- d. U razmatranom ciklusu sustav predaje toplinu prilikom izobarne kompresije AB i apsorbira je u izohornom zagrijavanju BC. Stoga se entropija smanjuje od A do B, povećava od B do C i ostaje konstantna u adijabatskom procesu CA. Maksimalna entropija stoga će biti u cijelom adijabatskom procesu CA, a minimalna u stanju B. (2 boda)

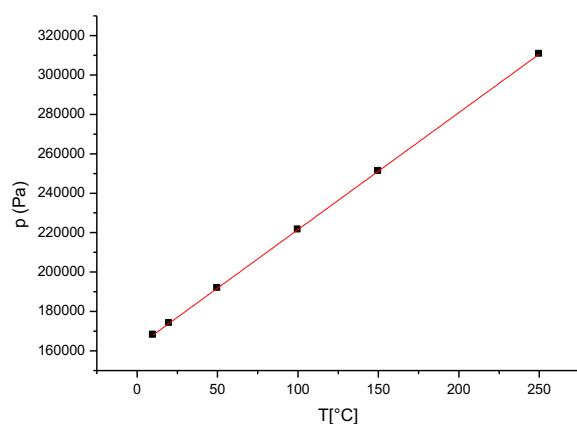
Razlika entropije može se izvesti iz općeg izraza koji vrijedi za idealni plin:

$$S_{\text{maksimalna}} - S_{\text{minimalna}} = S_C - S_B = n c_v \ln \left( \frac{p_C V_C^\gamma}{p_B V_B^\gamma} \right) = \frac{5}{2} R n \ln \left( \frac{p_C}{p_A} \right) = \frac{7}{2} n R \ln x \quad (2 \text{ boda})$$

#### 4. Zadatak (15 bodova)

Podaci navedeni u tablici izgledaju:

a)



(2 boda)

Iz čega se nalazi se da je nagib pravca 593,8 Pa/T.

(2 boda)

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE, POREČ, 10. – 13. travnja 2019.

b) Iz jednadžbe idealnog plina.

$$pV = nRT$$

$$p = (mR/M_m V)T$$

$$\text{Iz čega slijedi: } m = n_{\text{agib}} * \frac{M_m V}{R} = 4 \text{ g} \quad (2 \text{ boda})$$

c) U ravnoteži vrijedi:

$$V = \left( \frac{mR}{M_m p} \right) T = 3.48 \text{ L} \quad \text{gdje } p = p_{\text{atm}} \quad (2 \text{ boda})$$

d) volumen plina u ovome slučaju je:

$$V = \left( \frac{mR}{M_m p} \right) T = 2.07 \text{ L} \quad \text{gdje } p = p_{\text{atm}} + \rho_{\text{vode}} * g * h \quad (2 \text{ boda})$$

e) Temperatura je :

$$\frac{V M_m P}{mR} = T_k = 285.69 \text{ K} = 12.69 ^\circ \text{C}$$

Slijedi da je toplina:

$$Q = m * c_{\text{dušik}} (T_k - T_p) = -21439 \text{ J} \quad (2 \text{ boda})$$

f) Koristeći jednadžbe za idealni plin i uzgon:

$$F_U = \rho_{\text{vode}} V_{\text{plin}} g$$

$$F_U = (m_{\text{cilindra}} + m)g$$

Slijedi:

$$\rho_{\text{vode}} V_{\text{plin}} g = (m_{\text{cilindra}} + m)g \quad (1 \text{ bod})$$

$$V_{\text{plin}} = (mR/M_m P)T$$

Dobije se:

$$m_{\text{cilindra}}(T) = \left( \frac{\rho_{\text{vode}} R}{M_m (p_{\text{atm}} + \rho_{\text{vode}} * g * h)} T - 1 \right) m \quad (2 \text{ boda})$$