

DRŽAVNO NATJECANJE IZ ASTRONOMIJE 2019. GODINE
2. RAZRED

RJEŠENJA

1. Zamislimo da je Sunce odjednom nestalo i da su se nakon toga sudarili Zemlja i Mars. Za koliko vremena nakon nestanka Sunca se dogodio taj sudar? Polumjer Marsove staze oko Sunca je 228 milijuna km, a polumjer Zemljine staze oko Sunca je 150 milijuna km. Gravitacijska konstanta je $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, a masa Sunca $M_S = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$. Zanimajte ekscentricitete Zemljine i Marsove staze. Nacrtajte skicu.

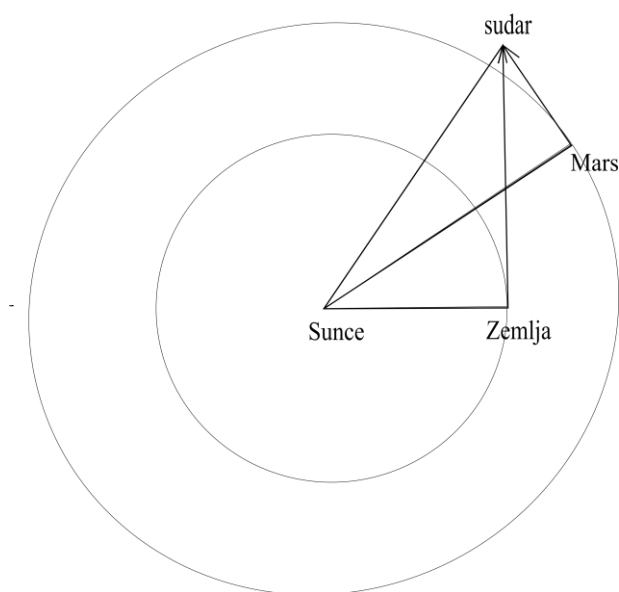
$$d_{ZS} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$d_{MS} = 2,28 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$M_S = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

$$t = ?$$



Skica - nacrtani polumjeri staza, tangente na kružnicu i mjesto sudara (1+1+1 bod)

Izvodimo iz pravokutnih trokuta: $v_Z^2 t^2 + d_{ZS}^2 = v_M^2 t^2 + d_{MS}^2 \Rightarrow t^2 (v_Z^2 - v_M^2) = d_{MS}^2 - d_{ZS}^2$
(2 boda)

$$t = \sqrt{\frac{d_{MS}^2 - d_{ZS}^2}{v_Z^2 - v_M^2}} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v_Z = \sqrt{\frac{GM_S}{d_{ZS}}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}}} = 29,7 \text{ km/s} \quad (1+1 \text{ bod})$$

$$v_M = \sqrt{\frac{GM_S}{d_{MS}}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{2,28 \cdot 10^{11} \text{ m}}} = 24,1 \text{ km/s} \quad (1+1 \text{ bod})$$

$$t = \sqrt{\frac{(2,28 \cdot 10^{11} \text{ m})^2 - (1,5 \cdot 10^{11} \text{ m})^2}{(29700 \text{ m/s})^2 - (24100 \text{ m/s})^2}} = \sqrt{\frac{2,95 \cdot 10^{22} \text{ m}^2}{3,013 \cdot 10^8 \text{ m}^2/\text{s}^2}} = 9,895 \cdot 10^6 \text{ s} = 0,31 \text{ god.}$$

(2 boda)

Ukupno 12 bodova

2. Koja bi povećanja trebao imati teleskop da bismo kroz njega Mars vidjeli jednako velikog kao Mjesec kad ga opažamo golim okom i to kada se Mars nalazi u opoziciji sa Suncem i kada se nalazi u konjunkciji sa Suncem? Kolike bi trebale biti žarišne daljine okulara ako je žarišna daljina objektiva 1800 mm? Kutni promjer punog Mjeseca je 30', promjer Marsa iznosi 6800 km, polumjer Marsove staze oko Sunca je 228 milijuna km, a polumjer Zemljine staze oko Sunca je 150 milijuna km. Zanemarite ekscentricitete Zemljine i Marsove staze.

$$F = 1800 \text{ mm}$$

$$\varphi_{Mj} = 30'$$

$$R_{Ma} = 6800 \text{ km}$$

$$r_{Ma} = 228\,000\,000 \text{ km}$$

$$r_Z = 150\,000\,000 \text{ km}$$

$$A_{op} = ?; A_{ko} = ?; f_{op} = ?; f_{ko} = ?$$

$$\text{Udaljenost Marsa u opoziciji: } d_{MaO} = r_{Ma} - r_Z = 228 \cdot 10^6 \text{ km} - 150 \cdot 10^6 \text{ km} = 78 \cdot 10^6 \text{ km}$$

(1 bod)

Udaljenost Marsa u konjunktiji: $d_{\text{MaK}} = r_{\text{Ma}} + r_{\text{Z}} = 228 \cdot 10^6 \text{ km} + 150 \cdot 10^6 \text{ km} = 378 \cdot 10^6 \text{ km}$ (1 bod)

Prividni promjer Marsa u opoziciji: $\varphi_{\text{MaO}} = \frac{R_{\text{Ma}}}{d_{\text{MaO}}} = \frac{6800 \text{ km}}{78 \cdot 10^6 \text{ km}} = 8,718 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$

jednadžba + rezultat (1 + 1 bod)

$$\varphi_{\text{MaO}} = \frac{8,718 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \cdot 180 \cdot 3600''}{\pi} = 18'' \quad (1 \text{ bod})$$

Prividni promjer Marsa u konjunktiji: $\varphi_{\text{MaK}} = \frac{R_{\text{Ma}}}{d_{\text{MaK}}} = \frac{6800 \text{ km}}{378 \cdot 10^6 \text{ km}} = 1,799 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$ (1 bod)

$$\varphi_{\text{MaK}} = \frac{1,799 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \cdot 180 \cdot 3600''}{\pi} = 3,7'' \approx 4'' \quad (1 \text{ bod})$$

$$\varphi_{\text{Mj}} = 30' = 1800''$$

$$A_{\text{op}} = \frac{\varphi_{\text{Mj}}}{\varphi_{\text{MaO}}} = \frac{1800''}{18''} = 100 \times \quad \text{jednadžba + rezultat (1+1 bod)}$$

$$A_{\text{ko}} = \frac{\varphi_{\text{Mj}}}{\varphi_{\text{MaK}}} = \frac{1800''}{4''} = 450 \times \quad \text{ili} \quad A_{\text{ko}} = \frac{\varphi_{\text{Mj}}}{\varphi_{\text{MaK}}} = \frac{1800''}{3,7''} = 486 \times \quad (1 \text{ bod})$$

$$f_{\text{op}} = \frac{F}{A_{\text{op}}} = \frac{1800 \text{ mm}}{100 \times} = 18 \text{ mm} \quad \text{jednadžba + rezultat (1+1 bod)}$$

$$f_{\text{ko}} = \frac{F}{A_{\text{ko}}} = \frac{1800 \text{ mm}}{450 \times} = 4 \text{ mm} \quad \text{ili} \quad f_{\text{ko}} = \frac{F}{A_{\text{ko}}} = \frac{1800 \text{ mm}}{486 \times} = 3,7 \text{ mm} \quad (1 \text{ bod})$$

Ukupno 13 bodova

3. Ako zvjezdano vrijeme u trenutku promatranja zvijezde rektascenzije 5h 17m 15s u mjestu 1, koje ima geografsku duljinu $46^\circ 20'$, iznosi 7h 32m 41s, koja je geografska duljina mjesta 2 (izražena u kutnim stupnjevima) gdje u istom trenutku zvjezdano vrijeme za istu zvijezdu iznosi 6h 33m 27s? Odredite satni kut te zvijezde u mjestu 1 i mjestu 2.

$$\alpha = 5\text{h } 17\text{m } 15\text{s}$$

$$\lambda_1 = 46^\circ 20'$$

$$\text{LST}_1 = 7\text{h } 32\text{m } 41\text{s}$$

$$\text{LST}_2 = 6\text{h } 33\text{m } 27\text{s}$$

$$\lambda_2 = ? \quad \text{HA}_1 = ? \quad \text{HA}_2 = ?$$

Zvjezdano vrijeme u mjestu 1:

$$\text{LST}_1 = \text{HA}_1 + \alpha \quad (1 \text{ bod})$$

Satni kut zvijezde u mjestu 1:

$$\text{HA}_1 = \text{LST}_1 - \alpha = 7\text{h } 32\text{m } 41\text{s} - 5\text{h } 17\text{m } 15\text{s} = 2\text{h } 15\text{m } 26\text{s} \quad (2 \text{ boda})$$

Zvjezdano vrijeme u mjestu 2:

$$\text{LST}_2 = \text{HA}_2 + \alpha \quad (1 \text{ bod})$$

Satni kut zvijezde u mjestu 2:

$$\text{HA}_2 = \text{LST}_2 - \alpha = 6\text{h } 33\text{m } 27\text{s} - 5\text{h } 17\text{m } 15\text{s} = 1\text{h } 16\text{m } 12\text{s} \quad (2 \text{ boda})$$

Razlika zvjezdanih vremena jednaka je razlici geografskih duljina mjesta:

$$\text{LST}_2 - \text{LST}_1 = \lambda_2 - \lambda_1 \quad (1 \text{ bod})$$

Geografska duljina mjesta 1 izražena u vremenskim jedinicama:

$$\lambda_1 = 46^\circ 20' = 3\text{h } 5\text{m } 20\text{s} \quad (1 \text{ bod})$$

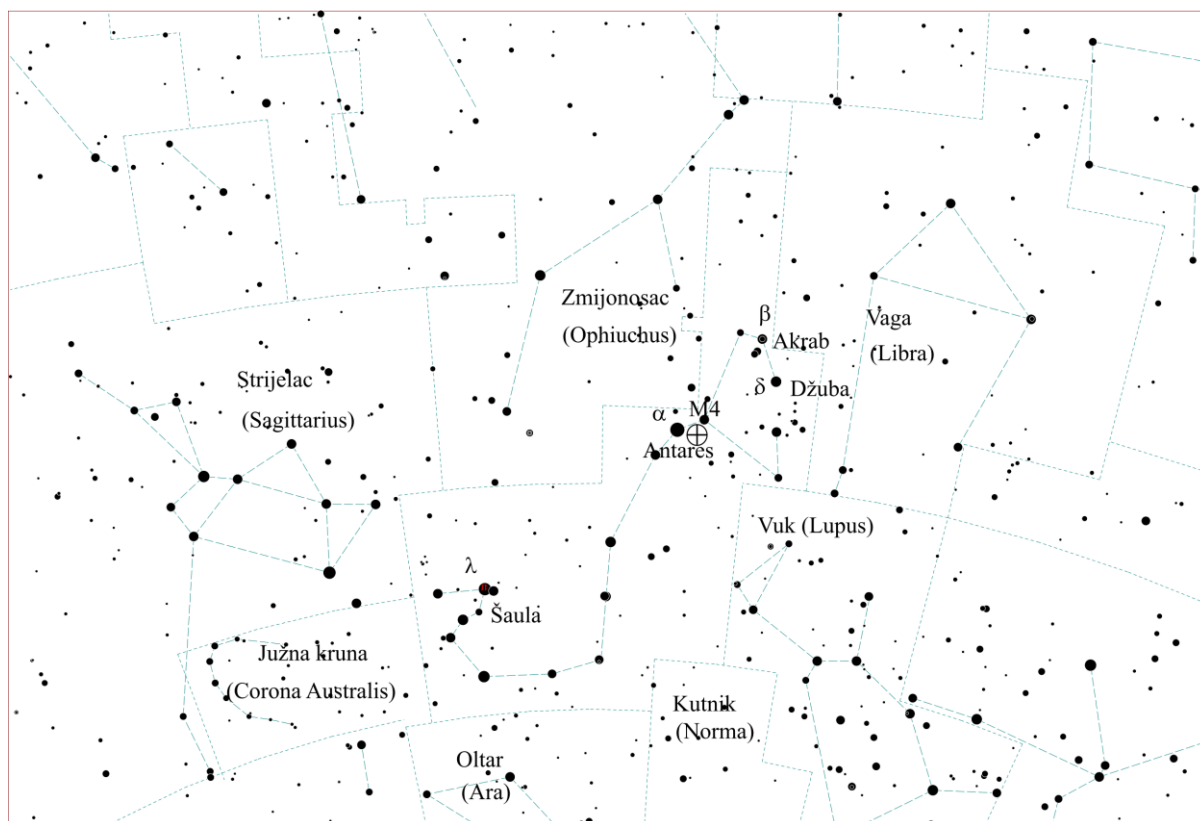
Geografska duljina mjesta 2:

$$\lambda_2 = \text{LST}_2 - \text{LST}_1 + \lambda_1 = 6\text{h } 33\text{m } 27\text{s} - 7\text{h } 32\text{m } 41\text{s} + 3\text{h } 5\text{m } 20\text{s} = 2\text{h } 6\text{m } 6\text{s} \quad (2 \text{ boda})$$

$$\lambda_2 = 2\text{h } 6\text{m } 6\text{s} = 31^\circ 31' 30'' \quad (1 \text{ bod})$$

Ukupno 11 bodova

4. Na donjem crtežu u zvijezdu Škorpiona pokraj odgovarajućih zvijezda upišite Bayerove oznake α , β , δ i λ , te njihova imena. Označite i napišite gdje se nalazi objekt M4, te napišite o kakvom tipu objekta se radi. Upišite, unutar njihovih granica, nazive barem četiri zvijezda susjednih Škorpionu.



Na pravilna mjesta upisane oznake α , β , δ i λ svaka po 1 bod - ukupno 4 boda

Pravilno napisana imena Antares, Akrab (priznaje se Acrab ili Graffias), Džuba (Dcshubba) i Šaula (Shaula ili Al-Shawla) - svako po 1 bod - ukupno 4 boda

Oznaka za M4 postavljena na pravilno mjesto - 1 bod

M4 je kuglasti skup - 1 bod

Na pravilna mjesta upisana barem četiri susjedna zvijezda - svako po 1 bod - ukupno 4 boda

Ukupno: 14 bodova