

# ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ LOGIKE — KATEGORIJA A

6. ožujka 2020.

## BODOVI\*:

- POTPUNO ISPRAVNO RJEŠENJE: 3 BODA
- IZOSTANAK RJEŠENJA: 1 BOD
- POGREŠNO ILI NEPOTPUNO RJEŠENJE: 0 BODOVA

ZADATAK	BROJ BODOVA	MAX BODOVA
1.		27
2.		30
3.		15
4.		36
5.		24
<b>UKUPNO</b>		<b>132</b>

\*u zadacima gdje nije navedeno drugačije.

Vrijeme rješavanja testa: 100 minuta

**Zadatak 1.**

Odredite jesu li iskazi tautologije (T), zadovoljivi/ispunjivi (Z), nevaljani/oborivi (O) te kontradikcije (K).  
Za svaki iskaz zaokružite **sva svojstva** koja o njemu vrijede (ne samo ona koja ga “najbolje opisuju”).

- |    |   |         |
|----|---|---------|
| a) | $(P \wedge P) \vee P$   | T Z O K |
| b) | $(P \vee \neg Q) \rightarrow (Q \rightarrow P)$   | T Z O K |
| c) | $(\neg(\neg P \vee \neg Q) \wedge S) \rightarrow (S \vee \neg Q)$                         | T Z O K |
| d) | $P \rightarrow (S \rightarrow \neg\neg P)$  | T Z O K |
| e) | $\neg(\neg P \rightarrow P) \rightarrow P$  | T Z O K |
| f) | $(P \wedge (S \vee Q)) \leftrightarrow ((P \wedge S) \vee (Q \wedge P))$                  | T Z O K |
| g) | $(P \wedge (S \leftrightarrow \neg Q)) \vee (P \rightarrow (S \leftrightarrow Q))$        | T Z O K |
| h) | $P \rightarrow ((P \vee Q) \wedge \neg Q)$  | T Z O K |
| i) | $(P \leftrightarrow (Q \rightarrow S)) \wedge (S \rightarrow \neg(\neg P \rightarrow Q))$ | T Z O K |

(9×3 boda = 27 bodova)

## Zadatak 2.

Formalizirajte sljedeći argument kao dvije formule iskazne logike (logike sudova) i demonstrirajte njegovu valjanost prirodnom dedukcijom.

*Ako Lev ne zna čitati, ne zna niti pisati.*

*Dakle: To da ako Lev zna argumentirati, da onda zna i pisati, istinito je samo ako vrijedi sljedeće: ne zna li Lev čitati, ne zna niti argumentirati.*

Prilikom formalizacije koristite sljedeći prijevod:

- $A \dots$  Lev zna **a**rgumentirati.
- $C \dots$  Lev zna **č**itati.
- $P \dots$  Lev zna **p**isati.

Kako postoje različite konvencije oko detalja u prirodnoj dedukciji, dobro proučite pravila u prilogu (na posljednjim stranicama testa).

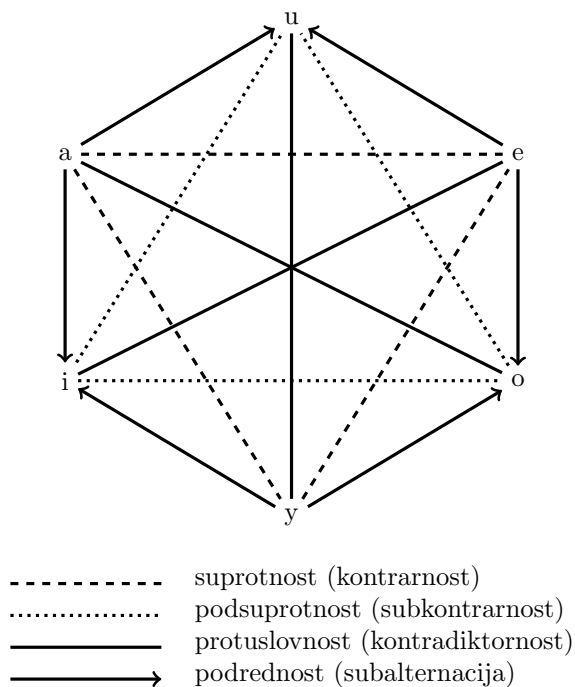
1			pretp.
2			pretp.
3			pretp.
4			pretp.
5			_____
6			_____
7			_____
8			_____
9			_____
10			_____

*Bodovanje: svaki potpuno točno ispunjen redak nosi 3 boda, nepromijenjen 1 bod, inače 0 bodova.*

**(10×3 boda = 30 bodova)**

### Zadatak 3.

Logički kvadrat, grafički prikaz tzv. logičkih oprjeka, tj. logičkih odnosa između kategoričkih sudova tradicionalne logike, možemo primijeniti i za prikaz odnosa određenih oblika iskaza iskazne logike. Štoviše, možemo ga proširiti u logički šesterokut, prikazan na donjoj slici. Naznačene odnose između iskaza u šesterokutu definiramo slično onima između kategoričkih sudova. Kažemo tako da su  $p$  i  $q$  uzajamno protuslovni ako i samo ako je iskaz  $p \leftrightarrow \neg q$  valjan; da su suprotni ako i samo ako je  $\neg p \vee \neg q$  valjan; da su podsuprotni ako i samo ako je  $p \vee q$  valjan; da je iskaz  $p$  nadređen iskazu  $q$  ako i samo ako je  $p \rightarrow q$  valjan iskaz. Strjelice su na slici usmjerene od nadređenoga ka podređenomu iskazu.



Vaš je zadatak “ukrasiti” šesterokut odgovarajućim iskazima tako da slika vjerno odražava njihove logičke odnose, pridruživši iskaze na niže označena mjesta imenima vrhova šesterokuta (u, e, o, itd.). Na dva su mjesta (vrhovi o i y) već upisani *početni* simboli traženoga iskaza. Svaki iskaz mora sadržavati dva iskazna slova,  $A$  i  $B$ , a smiju sadržavati samo sljedeće poveznike:  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\rightarrow$ ,  $\leftrightarrow$ . Pritom svaki upisani iskaz mora biti najmanje moguće duljine kompatibilne s uvjetima iz prethodne rečenice! (Duljinu iskaza definiramo kao broj pojava poveznika koje taj iskaz sadržava.) Postoji li više rješenja, dovoljno je upisati jedno.

a:  $A \wedge B$   
 u: \_\_\_\_\_  
 e: \_\_\_\_\_  
 o:  $A$  \_\_\_\_\_  
 y:  $A \leftrightarrow$  \_\_\_\_\_  
 i: \_\_\_\_\_

(5×3 boda = 15 bodova)

**Zadatak 4.**

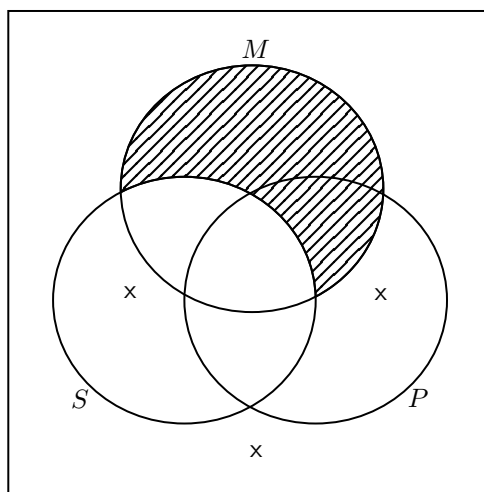
U prvom stupcu svakoga podzadatka nalaze se sve premise nekoga zaključka, u drugom je stupcu naveden zaglavak (konkluzija) toga zaključka. Upišite u treće polje “V” ako je zaključak valjan i “N” ako zaključak nije valjan. U četvrto polje dodajte iskaz najmanje moguće duljine (tj. s najmanjim brojem pojava poveznika) potreban dodati skupu premisa da bi zaključak bio valjan. Iskazi smiju sadržavati samo sljedeće poveznike:  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\rightarrow$ ,  $\leftrightarrow$ . Ima li više rješenja, dovoljno je navesti jedno. Ako nije potrebno dodati nijedan iskaz, u četvrto polje upišite “ $\emptyset$ ”.

- |      |  |   |       |       |
|------|--|---|-------|-------|
| i.   | $(A \rightarrow B) \rightarrow \neg(B \rightarrow A)$  | $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)$                 | _____ | _____ |
| ii.  | $\neg A \rightarrow B$<br>$\neg A \rightarrow C$   | $B \rightarrow C$   | _____ | _____ |
| iii. | $A \rightarrow B$<br>$(B \vee \neg C) \rightarrow (C \wedge \neg B)$   | $\neg(C \rightarrow B)$   | _____ | _____ |
| iv.  | $A \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow \neg D)$<br>$\neg(A \rightarrow \neg(B \rightarrow C))$                          | $A \rightarrow (B \wedge \neg C)$                                     | _____ | _____ |
| v.   | $(\neg A \leftrightarrow B) \rightarrow C$<br>$(B \rightarrow (A \leftrightarrow B)) \rightarrow \neg(A \rightarrow C)$        | $A \leftrightarrow \neg B$  | _____ | _____ |
| vi.  | $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (C \leftrightarrow D)$<br>$(A \leftrightarrow C) \leftrightarrow (B \leftrightarrow D)$ | $\neg(A \leftrightarrow D) \leftrightarrow \neg(C \leftrightarrow B)$ | _____ | _____ |

(12×3 boda = 36 bodova)

### Zadatak 5.

Zadan je sljedeći Vennov dijagram. Pritom  $S$  označava pojam *slatko*,  $P$  označava pojam *plemenito*, a  $M$  označava pojam *magično*.



Pažljivo pročitajte donje rečenice i odredite vrijede li zadani odnosi između te rečenice i situacije na dijagramu.

Rješavajte uz suvremeno shvaćanje nepraznosti opsega (opstojnosti) subjekta kod univerzalnih sudova. Primjerice, rečenica oblika “Svi  $A$  su  $B$ ” ne pretpostavlja da postoji nešto takvo da je  $A$ .

Rečenica: **Postoji nešto slatko.**

- Rečenica slijedi iz situacije na dijagramu: DA / NE
- Situacija na dijagramu slijedi iz rečenice: DA / NE

Rečenica: **Sve što je magično također je i plemenito ili slatko.**

- Rečenica slijedi iz situacije na dijagramu: DA / NE
- Situacija na dijagramu slijedi iz rečenice: DA / NE

Rečenica: **Nešto plemenito nije odjednom i magično i slatko.**

- Rečenica slijedi iz situacije na dijagramu: DA / NE
- Situacija na dijagramu slijedi iz rečenice: DA / NE

Rečenica: **Postoji nešto što nije plemenito, te je magično ako i samo ako nije niti magično niti plemenito.**

- Rečenica slijedi iz situacije na dijagramu: DA / NE
- Situacija na dijagramu slijedi iz rečenice: DA / NE

(8×3 boda = 24 boda)