

**ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE**

**1. razred – srednja škola – B varijanta**

**24. veljače 2026.**

1. Blagajnica Branka pogriješila je vraćajući Ani ostatak novca: iznos koji je trebala vratiti u eurima vratila je u centima, a iznos koji je trebala vratiti u centima vratila je u eurima. Ne provjeravajući vraćeni novac, Ana ga je spremila u prazni novčanik i otišla u drugu trgovinu gdje je potrošila 4.45 eura. Nakon toga je primijetila da u novčaniku ima točno dvostruko više novca nego što joj je blagajnica Branka trebala vratiti. Koliki je iznos blagajnica Branka trebala vratiti Ani ako je poznato da je taj iznos manji od 100 eura?

2. Zadana je jednačba

$$\frac{x - 2a}{2 + x} - \frac{x + 2a}{x - 2} = \frac{4a}{4 - x^2}.$$

- a) Odredi vrijednost realnog parametra  $a$  za koji je 2026 rješenje zadane jednačbe.  
b) Odredi sve vrijednosti realnog parametra  $a$  za koje zadana jednačba nema rješenja.

3. Za realne brojeve  $a$ ,  $b$  i  $c$  različite od nule vrijedi

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a + b + c}.$$

Dokaži da je zbroj nekih dvaju od tih brojeva jednak nuli.

4. U polja tablice s 18 redaka i 18 stupaca upisani su redom prirodni brojevi od 1 do 324 tako da su u prvom retku redom slijeva nadesno upisani brojevi  $1, 2, 3, \dots, 18$ , a u svakom sljedećem retku narednih 18 uzastopnih prirodnih brojeva. Unutar tablice odabran je kvadrat dimenzija  $6 \times 6$ . Ako zbroj neka tri od četiriju brojeva u kutnim poljima tog kvadrata iznosi 616, odredi koji broj može biti u četvrtom kutnom polju tog kvadrata.
5. U trokutu  $ABC$  vrijedi  $|AB| = 6$  i  $|AC| = |BC| = 9$ . Odredi zbroj udaljenosti ortocentra tog trokuta od njegovih vrhova.

**Svaki zadatak vrijedi 10 bodova.**

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

2. razred – srednja škola – **B varijanta**

24. veljače 2026.

1. Napiši neku kvadratnu jednadžbu kojoj su rješenja realni brojevi  $m$  i  $n$  takvi da vrijedi

$$\sqrt[3]{m} - \sqrt[3]{n} = 2 \quad \text{i} \quad m + n = 6 \left( \sqrt[3]{m^2} - \sqrt[3]{mn} + \sqrt[3]{n^2} \right).$$

2. U ovisnosti o realnom parametru  $a$  odredi u koliko se točaka sijeku grafovi funkcija

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = a(x + a)(x + a + 2)$$

i

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = a(x - 2a)(x - 2a + 2) + 24x.$$

3. Odredi duljinu kružnoga luka  $\widehat{CA}$  kružnice opisane trokutu  $ABC$  kojemu duljine stranica iznose

$$|AB| = 3\sqrt{2} - \sqrt{6}, \quad |BC| = 2 \quad \text{i} \quad |AC| = 2\sqrt{3} - 2.$$

4. Odredi površinu mnogokuta koji je omeđen grafovima funkcija

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 9} - 2$$

i

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = |x + 3| - |x - 2|.$$

5. Svaku stranicu i dijagonalu pravilnog osmerokuta treba obojiti plavom ili crvenom bojom. Na koliko se načina to može napraviti tako da se rotacijom osmerokuta za  $90^\circ$  oko njegovog središta dobije isti raspored boja?

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova.

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

3. razred – srednja škola – **B varijanta**

24. veljače 2026.

1. Odredi umnožak svih realnih rješenja jednadžbe  $x^2 - \sqrt{2026} \cdot x^{\log_{2026} x} = 0$ .
2. Koliko ima peteroznamenastih brojeva koji imaju točno dvije različite znamenke?

3. Pješčani sat sastoji se od dva sukladna uspravna stošca sa zajedničkim vrhom spojena tako da pijesak prolazi kroz vrh iz jednog dijela u drugi. Pijesak zauzima točno polovinu ukupnog volumena pješčanog sata, a da bi sav pijesak iscurio iz gornjeg dijela sata u donji, potrebno je 125 sekundi. Kada je sav pijesak u gornjem dijelu sata pustimo ga da curi. Koliki će biti omjer visina pijeska u donjem i gornjem dijelu sata nakon 98 sekundi?



4. Ako su  $x$ ,  $y$  i  $z$  realni brojevi takvi da vrijedi

$$\operatorname{tg} x = 2 \cos y, \quad \operatorname{tg} y = 3 \cos z \quad \text{i} \quad \operatorname{tg} z = 7 \cos x,$$

odredi  $\cos 2x$ .

5. Neka je pravokutnik  $ABCD$  takav da je  $|AB| = 12$  i  $|BC| = 30$ . Točka  $E$  nalazi se na stranici  $\overline{AD}$ , a točka  $F$  na stranici  $\overline{BC}$  tako da se kružnice opisane trokutima  $ABE$  i  $CDF$  dodiruju. Ako je  $|AE| = 9$ , odredi duljinu dužine  $\overline{CF}$ .

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova.

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

4. razred – srednja škola – **B varijanta**

24. veljače 2026.

1. Odredi prirodnu domenu funkcije

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 16}}{\log_{6-x}(x^2 + 3x - 10)}.$$

2. Neka je  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  niz realnih brojeva takav da za sve  $n \geq 2$  vrijedi

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} + x_n = n^2 x_n.$$

Ako je  $x_1 = 1013$ , koliko je  $x_{2026}$ ?

3. Odredi pozitivan realni broj  $a$  takav da u razvoju binoma  $\left(ax + \frac{1}{x^2}\right)^6$  po potencijama od  $x$  koeficijent uz  $x^6$  bude za 52 veći od koeficijenta uz  $x^{-9}$ .
4. Nad stranicama trokuta  $ABC$  konstruirani su prema van kvadrati  $BAEF$ ,  $CBPQ$  i  $ACMN$ . Ako vrijedi  $|BC| = 6$ ,  $|AC| = 5$  i kut  $|\sphericalangle ACB| = 135^\circ$ , kolika je površina šesterokuta  $EFPMN$ ?
5. Na koliko načina šest parova može sjesti u jedan red kazališta koji ima 20 mjesta, ako svaki par želi sjediti zajedno?