

ŠKOLSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

1. razred – srednja škola – A varijanta

26. siječnja 2026.

1. Izračunaj

$$2 \cdot \frac{2027^3 + 2025^3}{2^2 + 2027 \cdot 2025} - 4052 \cdot \frac{2027^3 - 2025^3}{4052^2 - 2027 \cdot 2025}.$$

2. Neka je ABC pravokutni trokut s katetama duljina $|AC| = 4$ i $|BC| = 3$. Neka je D točka na hipotenuzi \overline{AB} takva da trokuti ADC i BCD imaju jednake opsege. Koliko iznosi površina trokuta BCD ?

3. Neka su a, b, c i d realni brojevi takvi da vrijedi $abcd \neq 0$ i da je

$$a = b - c, \quad b = c - d, \quad c = d - a.$$

Odredi vrijednost izraza

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a}.$$

4. Odredi sve prirodne brojeve n takve da je broj $n^2 + 1$ djeljiv brojem $n + 13$.
5. Spremajući se za natjecanje iz matematike, Marta je u pet dana riješila ukupno 31 zadatak. Svakog je dana riješila više zadataka nego prethodnog, a petog je dana riješila točno tri puta više zadataka nego prvog. Koliko je zadataka mogla riješiti četvrtog dana?

* * *

6. Odredi sve parove (a, b) prirodnih brojeva za koje vrijedi $a^2 = b(b + 7)$.
7. U svako polje tablice 5×5 upisan je po jedan cijeli broj pri čemu se u pojedinom retku ili stupcu isti broj nalazi najviše tri puta. Razlika bilo koja dva broja u istom retku ili stupcu iznosi najviše 2. U tablici se nalazi broj 0, ali ne i broj 4. Odredi najveći mogući zbroj svih brojeva u tablici.

Prvih pet zadataka vrijedi po 6 bodova, a zadnja dva zadatka po 10 bodova.

ŠKOLSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

2. razred – srednja škola – A varijanta

26. siječnja 2026.

1. Odredi sve realne brojeve x za koje vrijedi

$$\frac{3 - 2\sqrt{x+6}}{\sqrt{x-2} - 2} \geq \sqrt{x+6}.$$

2. Grafovi funkcija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 + 9x - 20$ i $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + 3$ nacrtani su u koordinatnoj ravnini. Odredi najveću moguću površinu pravokutnog trokuta ABC s pravim kutom u vrhu C smještenog tako da su mu vrhovi A i C na osi apscisa, vrh A pripada grafu funkcije f , a vrh B grafu funkcije g i pritom je apscisa točke B manja od apscise točke A , a njena ordinata veća od ordinate točke A .
3. Zadan je pravokutan trokut opsega 60 čija je visina na hipotenuzu duljine 12. Odredi duljine stranica tog trokuta.
4. Odredi sve realne brojeve r za koje su sva rješenja jednadžbe $x^2 - 19x + r = 0$ kubovi cijelih brojeva.
5. U svako polje pravokutne tablice upisan je po jedan realan broj tako da zbroj brojeva u svakom retku tablice iznosi 1, a zbroj brojeva u svakom stupcu tablice iznosi 2.
- (a) Može li tablica imati točno 200 polja?
- (b) Može li tablica imati točno 2000 polja?

* * *

6. Neka je $ABCD$ konveksan četverokut takav da je $|AB| = 4$, $|BC| = 7$, $|AD| = 5$, $|\sphericalangle CBA| = 90^\circ$, te su kutovi $\sphericalangle ADC$ i $\sphericalangle DCB$ šiljasti i međusobno sukladni. Odredi duljinu dužine \overline{CD} .
7. Neka su x i y racionalni brojevi takvi da su $x + y$ i $x^2 + y^2$ cijeli brojevi. Jesu li nužno x i y cijeli brojevi?

Prvih pet zadataka vrijedi po 6 bodova, a zadnja dva zadatka po 10 bodova.

ŠKOLSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

3. razred – srednja škola – A varijanta

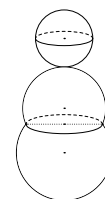
26. siječnja 2026.

1. Odredi sve parove (x, y) pozitivnih realnih brojeva za koje vrijedi

$$\begin{cases} y^{x^2-7x+12} = 1 \\ x + y = 6. \end{cases}$$

2. Ako je $\sin x + \cos x = 1.4$, odredi $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x$.

3. Lukas je odlučio napraviti snjegovića od tri kugle čiji su polumjeri 30 cm, 26 cm i 18 cm. Dvije veće kugle prerezao je tako da oba presjeka budu krugovi polumjera 24 cm, te je odbacio manje dijelove, a veće dijelove stavio jedan na drugi, spajajući ih duž tog kruga. Na kraju je na vrh položio najmanju kuglu. Kolika je ukupna visina Lukasovog snjegovića?



4. Za realne brojeve a, b, c, d veće od 1 vrijedi $\log_b a \cdot \log_d c = 1$. Odredi vrijednost izraza

$$\frac{a^{\log_b c} \cdot b^{\log_c d} \cdot c^{\log_d a} \cdot d^{\log_a b}}{abcd}.$$

5. Polja pravokutne ploče s 2026 redaka i 100 stupaca obojena su naizmjenice crno i bijelo, kao na šahovskoj ploči. Skakavac koji se nalazi na nekom polju ploče može skočiti na bilo koje polje iste boje u istom retku, ili bilo koje polje različite boje u istom stupcu. Koliko se najviše skakavaca može rasporediti na toj ploči tako da niti jedan skakavac ne može skočiti na polje na kojem se već nalazi neki drugi skakavac?

* * *

6. Odredi sve prirodne brojeve n takve da je umnožak prvih n prirodnih brojeva djeljiv zbrojem prvih n prirodnih brojeva.
7. Neka je I središte upisane kružnice trokuta ABC . Ako vrijedi $|\angle ACB| = 2|\angle BAC|$ i $|AI| = |BC|$, odredi kutove trokuta ABC .

Prvih pet zadataka vrijedi po 6 bodova, a zadnja dva zadatka po 10 bodova.

ŠKOLSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

4. razred – srednja škola – A varijanta

26. siječnja 2026.

1. Dokaži da je za svaki prirodan broj n broj

$$\frac{(2 + \sqrt{2})^n - (2 - \sqrt{2})^n}{\sqrt{2}}$$

također prirodan.

2. Mjera šiljastog kuta jednakokračnog trapeza iznosi 75° , a duljine osnovica odnose se kao $2 : 1$. Ako je duljina kraka tog trapeza 5, kolika mu je površina?
3. Neka je (a_n) niz pozitivnih realnih brojeva takav da je $a_1 = 1$ i $a_{n+1}^2 + a_{n+1} = a_n$ za sve $n \in \mathbb{N}$. Dokaži da je $a_n \geq \frac{1}{n}$ za sve $n \in \mathbb{N}$.
4. Vita i Lovro naizmjenice bacaju igraću kockicu (na čijim su stranama brojevi od 1 do 6). Svaki od njih zbraja brojeve koje dobije bacanjem kockice. Vita baca prva. Igra završava Vitinom pobjedom ako njezin zbroj dosegne 5 (tj. bude 5 ili više), a Lovrinom pobjedom ako njegov zbroj dosegne 4. Pokaži da je vjerojatnost da Vita pobijedi veća od 0.5.
5. Odredi znamenke $a, b, c \neq 0$ takve da brojevi a , \overline{ba} i \overline{cba} budu uzastopni članovi nekog geometrijskog niza.

* * *

6. Na koliko je načina moguće svako od šest polja u nizu obojati jednom od tri boje (crvenom, bijelom ili plavom) tako da ne postoje tri uzastopna polja obojena trima različitim bojama?
7. Odredi najveću moguću vrijednost realnog dijela kompleksnog broja

$$(10 + 14i)z + \frac{8 - 8i}{z}$$

ako je z kompleksan broj takav da je $|z| = 2$.

Prvih pet zadataka vrijedi po 6 bodova, a zadnja dva zadatka po 10 bodova.