

Rješenja i smjernice za bodovanje

U smjernicama je naveden samo jedan mogući način rješavanja, a treba priznati i bilo koji drugi ispravan postupak. Boduju se i drugi zapisi ako su u skladu s odabranim referentnim sustavom i napisanim jednadžbama u mjernim jedinicama po slobodnom izboru. Ako su preskočene trivijalne linije koje se boduju, a jednadžbe u nastavku su dobre, priznaju se bodovi kao da je napisano sve. Ne boduju se formule u kojima je upisan kriv iznos neke fizičke veličine. Dodjeljuju se samo cjelobrojni bodovi.

1. zadatak (10 bodova)

Modeliramo kamen kao točkasto tijelo u horizontalnom hitcu koje u vertikalnom smjeru ( $y$ ) prijeđe visinu izbačaja od zadnje stepenice  $y_0 = 1.345$  m, 4 stepenice visine  $y_1 = 10.5$  m i dio visine korita rijeke do vode  $y_2 = 0.8$  m,

[1 bod]  $y = y_0 + 4y_1 + y_2 = 44.145$  m.

Tijelo u smjeru  $y$  slobodno pada jednolikom akceleracijom  $g$

[1 bod]  $y = gt^2/2 \Rightarrow t = \sqrt{2y/g}$

[1 bod]  $t = 3$  s (boduje se samo točan rezultat).

U horizontalnom ( $x$ ) smjeru tijelo se giba jednoliko pa iz dometa

[1 bod]  $x = 4x_1 + x_2/2 = 21$  m (boduje se samo točan rezultat)  
možemo procijeniti početnu brzinu (brzinu izbačaja) u horizontalnom smjeru koja se ne mijenja tijekom gibanja

[1 bod]  $v_x = x/t$

[1 bod]  $v_x = 7$  m/s (boduje se samo točan rezultat).

U smjeru  $y$  tijelo za vrijeme pada jednoliko ubrzava akceleracijom  $g = 9.81$  m/s<sup>2</sup> pa netom prije udara vertikalna komponenta brzine iznosi

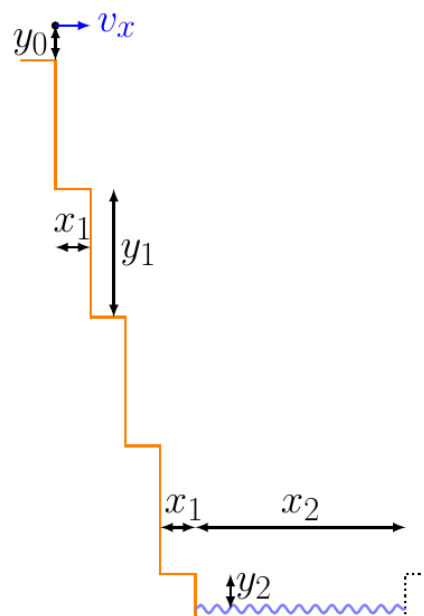
[1 bod]  $v_y = gt$

[1 bod]  $v_y = 29.43$  m/s.

Ukupnom iznosu brzine netom prije udara pridonose horizontalna i vertikalna komponenta

[1 bod]  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

[1 bod]  $v \approx 30.25$  m/s.



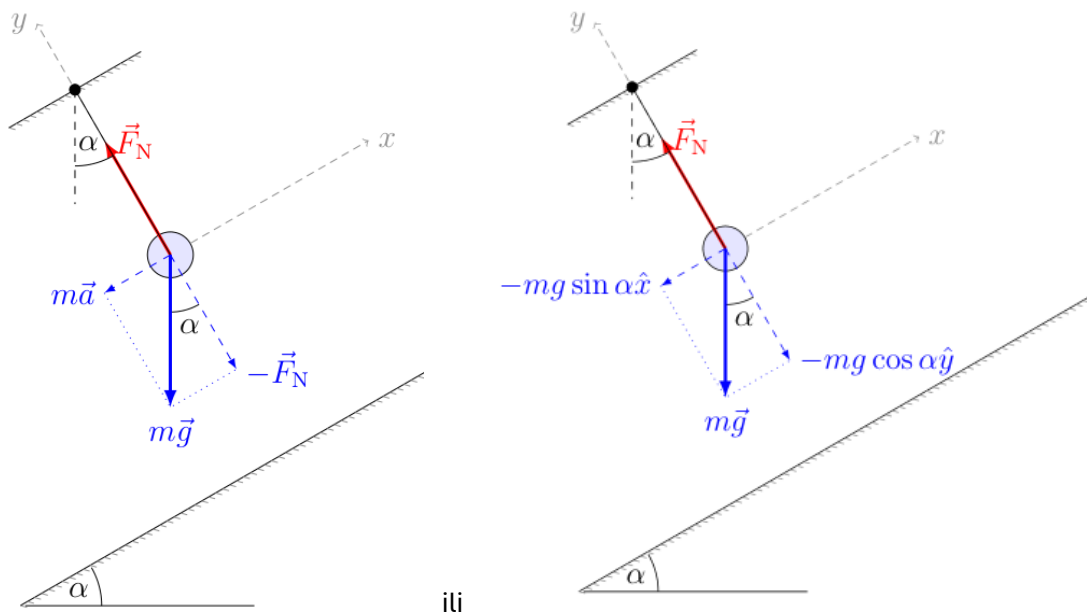
## 2. zadatak (10 bodova)

Modeliramo miris kao točkasto tijelo mase  $m = 10 \text{ g} = 0.01 \text{ kg}$  koje visi okomito na kosinu (cestu). Djeluju sile prikazane na donjoj slici (boduju se pravilne orijentacije sila, prikazane samostalno i/ili preko komponenti, prikazane strelicama čije duljine ne moraju biti sumjerljive iznosima sila):

[1 bod] **napetost niti** okomito na kosinu (prema gore),

[1 bod] **gravitacijska sila** koju rastavljamo na komponentu okomitu na kosinu i niz kosinu,

[1 bod] s označenim kutom  $\alpha$  između kosine i tla sukladnim kutu između okomica na tlo i kosinu, a može biti dodana i inercijalna sila  $-m\vec{a}$  ako se promatra iz sustava automobila umjesto sustava vezanog uz tlo.



ili

Automobil tijekom vremenskog intervala  $\Delta t = 10 \text{ s}$  ubrzava jednoliko od početne brzine

[1 bod]  $v_0 = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 36 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 10 \text{ m/s}$

do konačne brzine

[1 bod]  $v_t = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 20 \text{ m/s}$

iz čega možemo procijeniti akceleraciju

[1 bod]  $a = (v_t - v_0)/\Delta t = (10 \text{ m/s})/(10 \text{ s}) = 1 \text{ m s}^{-2}$ .

Napetost niti poništava komponentu gravitacijske sile okomitu na kosinu, a nit stoji okomito na kosinu što znači da se obješeni miris giba istim ubrzanjem kao automobil pod djelovanjem neponištene komponente gravitacijske sile paralelne kosini

[1 bod] koja prema II. Newtonovu zakonu iznosi  $ma$ , odnosno  $ma = mg \sin \alpha$ . Alternativno, promatrano iz sustava automobila  $ma$  interpretiramo kao inercijalnu silu koja uravnotežuje.

[1 bod] Dakle, katete  $F_N$  i  $ma$  s hipotenuzom  $mg$  tvore pravokutni trokut, odnosno dodatno možemo odrediti kut  $\alpha$  iz  $\sin \alpha = a/g$ ,

$$\alpha = \arcsin(a/g) \approx 0.1021 \text{ rad} \approx 5.85^\circ$$

pa  $\cos \alpha$  možemo izračunati direktno iz ili koristeći identitet  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  iz kojega je  $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$ . Iz spomenutog pravokutnog trokuta slijedi napetost niti

[1 bod]  $F_N = \sqrt{(mg)^2 - (ma)^2}$  ili  $F_N = mg \cos \alpha = mg \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$ ,

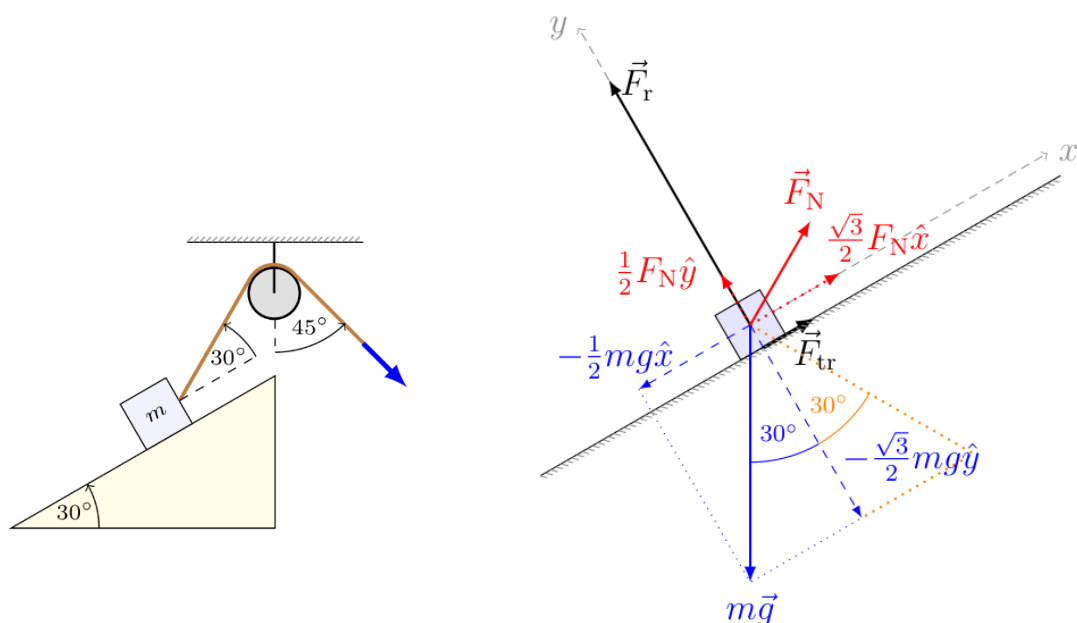
[1 bod]  $F_N = mg \sqrt{1 - (a/g)^2} \approx 97.6 \text{ mN}$ .

### 3. zadatak (10 bodova)

Postavimo Kartezijev koordinatni sustav tako da je blok u ishodištu, os  $x$  orijentirana uz kosinu, a os  $y$  okomita na kosinu orijentirana prema gore.

Djeluju samo sile prikazane na donjoj slici (boduju se pravilne orijentacije sila, prikazane samostalno i/ili preko komponenti, prikazane strelicama čije duljine ne moraju biti sumjerljive iznosima sila):

- [1 bod] **gravitacijska sila**  $m\vec{g}$  koju rastavljamo na komponente koje se mogu izraziti iz jednakostraničnog/pravokutnog trokuta: paralelnu s kosinom (niz kosinu) kao  $mg/2$  ili  $mg \sin 30^\circ$  te okomitu na kosinu (prema dolje) kao  $mg\sqrt{3}/2$  ili  $mg \cos 30^\circ$ ;
- [1 bod] **napetost užeta**  $\vec{F}_N$  pod kutom od  $30^\circ$  s kosinom (nije prikazano radi previše detalja) čije komponente slijede kao za gravitacijsku silu iz sličnog jednakostraničnog trokuta;
- [1 bod] **sila trenja**  $\vec{F}_{tr}$  koja djeluje uz kosinu (pomaže da blok ne klizi prema dolje) jer promatramo granični slučaj minimalne sile kojom djeluje Hrvoje  $F_H$  (zbog koloture  $F_H = F_N$ ).
- [1 bod] **reakcija podloge**  $\vec{F}_r$  (okomito na kosinu).



Priznaju se svi bodovi u nizu ako su preskočene očite linije i napisana gotova jednačba, npr. odmah uračunato  $a_x = a_y = 0$  (ravnoteža) ili napisano objedinjeno, a ne po komponentama.

Primjenom II. Newtonova zakona na sile u smjeru  $x$  i  $y$  dobivamo sustav jednačbi:

[1 bod]  $F_N\sqrt{3}/2 - mg/2 + F_{tr} = ma_x = 0$  ili  $F_N \cos \alpha - mg \sin \alpha + F_{tr} = ma_x = 0$ , (1)

[1 bod]  $F_r + F_N/2 - mg\sqrt{3}/2 = ma_y = 0$  ili  $F_r + F_N \sin \alpha - mg \cos \alpha = ma_y = 0$ . (2)

Iz (2) slijedi reakcija podloge

[1 bod]  $F_r = mg\sqrt{3}/2 - F_N/2$

[1 bod] pa sila trenja iznosi  $F_{tr} = \mu F_r = \mu mg\sqrt{3}/2 - \mu F_N/2$ . (3)

Uvrštavanjem (3) u (1) dobivamo napetost niti

[1 bod]  $F_N = mg(1/2 - \mu\sqrt{3}/2)/(\sqrt{3}/2 - \mu/2) = mg(1/2 - 3/8)/(\sqrt{3}/2 - \sqrt{3}/8)$

$F_N = mg/(3\sqrt{3}) = mg\sqrt{3}/9 \approx 0.19245mg$ .

Minimalna sila kojom Hrvoje mora djelovati, zbog koloture (neovisno o danom kutu  $45^\circ$ ), jednaka je napetosti užeta

[1 bod]  $F_H = F_N \approx 186.91 \text{ N}$ .

#### 4. zadatak (10 bodova)

Ključeve promatramo kao vertikalni hitac prema gore, odnosno tijelo u slobodnome padu s početnim položajem  $y_0$  i početnom brzinom  $v_0$  prema gore. Postavimo li sustav da pozitivna os  $y$  gleda prema gore, akceleracija tijela iznosi

[1 bod]  $a = -g = -9.81 \text{ m/s}^2$ .

Ako je ishodište referentnog sustava na tlu, početni i konačni položaj tijela iznose (boduju se i drugi izbori ako su u skladu s odabranim referentnim sustavom u bilo kojim jedinicama):

[1 bod]  $y_0 = 1.500 \text{ m}$ ,

[1 bod]  $y_t = 5595 \text{ mm} = 5.595 \text{ m}$ .

Visina na kojoj se tijelo nalazi u konačnom trenutku  $t = 1 \text{ s}$  iznosi

[1 bod]  $y_t = y_0 + v_0 t - 0.5gt^2$

pa je početna brzina

[1 bod]  $v_0 = (y_t - y_0 + 0.5gt^2)/t$

[1 bod]  $v_0 = 9 \text{ m/s}$

dok je konačna brzina

[1 bod]  $v_t = v_0 - gt$

[1 bod]  $v_t = -0.81 \text{ m/s}$  (boduje se samo nezaokružen, odnosno egzaktan rezultat).

[1 bod] Tijelo se giba prema dolje

[1 bod] jer je konačna brzina netom prije hvatanja negativna.

### 5. zadatak (10 bodova)

Zadani problem modeliramo slično horizontalnom hitcu s ubrzanjem prema dolje, manjim od  $g$  te horizontalnim usporavanjem. Naime, na tijelo (vodu) osim gravitacijske sile  $m\vec{g}$  prema dolje, djeluje sila otpora zraka i vjetra, horizontalno  $F_x = -20\,000\text{ N}$  suprotno gibanju aviona te  $F_y = -10\,550\text{ N}$  prema gore, pa tijelo mase  $m = 5000\text{ kg}$  neće ubrzavati akceleracijom slobodnog pada  $g$ . Vertikalna akceleracija  $a_y$  slijedi iz II. Newtonova zakona

[1 bod]  $ma_y = mg + F_y$  (ili ekvivalentno  $-F_y$  ako je  $F_y$  napisana kao pozitivna itd.)

[1 bod]  $a_y = g + F_y/m = 7.7\text{ m/s}^2$ .

Tijelo jednolikom akceleracijom  $a$ , do udara o tlo, prelazi visinu  $y = 61.6\text{ m}$ ,

[1 bod]  $y = a_y t^2 / 2 = 61.6\text{ m}$

za vrijeme

[1 bod]  $t = \sqrt{2y/a_y}$

[1 bod]  $t = 4\text{ s}$  (boduje se samo točan rezultat).

Avion leti jednoliko brzinom  $v_A = 144\text{ km/h} = 40\text{ m/s}$  pa za to vrijeme prelazi put  $x_A = v_A t = 160\text{ m}$ , dok voda u horizontalnom smjeru, s početnom brzinom  $v_A$ , jednoliko usporavajući, pod djelovanjem vjetra i otpora zraka, akceleracijom

[1 bod]  $a_x = F_x/m = -4\text{ m/s}^2$

prelazi put

[1 bod]  $x_V = v_A t + a_x t = 128\text{ m}$ .

Požar se također širi jednoliko brzinom iznosa  $v_P = 7.2\text{ km/h} = 2\text{ m/s}$  pa za to vrijeme prelazi put

[1 bod]  $x_P = v_P t = 8\text{ m}$ .

Vertikalna udaljenost požara i aviona iznosi  $y = 61.6\text{ m}$  jer avion leti na stalnoj visini, a voda udara na udaljenosti  $x_U = 1\text{ m}$  ispred požara, pa je u trenutku ispuštanja vode horizontalna udaljenost aviona i požara

[1 bod]  $x = x_V + x_U + x_P = 137\text{ m}$ .

Dakle, avion i požar u trenutku ispuštanja vode udaljeni su

[1 bod]  $D = \sqrt{x^2 + y^2} \approx 150.2\text{ m}$ .