

Državno natjecanje iz fizike, šk. god. 2024./2025.
Srednja škola, 4. skupina
(6. 5. 2025.)

ZADATCI

VAŽNO: Tijekom ispita učenici ne smiju imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...). Za pisanje treba se koristiti kemijskom olovkom ili naličnom perom. Učenici pri ruci ne smiju imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

1. (18 bodova) Foton se raspršuje na slobodnom elektronu pod kutom θ .
 - a) Nađite izraz za energiju upadnog fotona u ovisnosti o kutu θ (uz $\theta \neq 0$) i kinetičkoj energiji T koju elektron dobije pri raspršenju. U traženom izrazu ne smije preostati ovisnost o energiji ili količini gibanja fotona nakon raspršenja. Izvrijednite izraz za slučaj $\theta = 120^\circ$ i $T = 0.45 \text{ MeV}$.
 - b) Je li izvrijednjena energija fotona dovoljna za stvaranje para elektron-pozitron?
 - c) Koliki je radijus kružne putanje raspršenog elektrona iz zadatka a) u magnetskom polju jakosti $B = 0.12 \text{ T}$ ako pretpostavimo da se on giba okomito na smjer polja? U ovom dijelu zadatka količinu gibanja elektrona i njegovu kinetičku energiju povežite nerelativistički.
2. (19 bodova) U Bohrovu modelu atoma elektronima su dopuštene kružne orbite takve da za radijuse r_n i količine gibanja p_n vrijedi $r_n p_n = n\hbar$, $n \in \mathbb{N}$. Osim za vodikov atom, ovaj je model prilično dobra aproksimacija i za ione s jednim elektronom.
 - a) Koristeći se Newtonovim zakonima i gornjim uvjetom kvantizacije, pokažite da je energija n -tog stanja iona s atomskim brojem Z i jednim elektronom dana s

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{Z^2}{n^2}.$$

Uputa: prvo nađite dopuštene radijuse r_n i brzine v_n .

- b) Zračenje iona litija ($Z = 3$) s jednim elektronom okomito upada na difrakcijsku rešetku širine 6.6 mm . Emisijska linija koja odgovara prijelazu iz stanja $n = 100$ u osnovno stanje blizu je razlučivosti (u smislu Rayleighova kriterija) na kutu difrakcije θ . Nađite θ . Uputa: promotrite razliku inverza valnih duljina za dva susjedna prijelaza u osnovno stanje, λ_n i λ_{n+1} , uz $n \gg 1$. Također uzmite da za $\delta\lambda = \lambda_n - \lambda_{n+1}$ vrijedi $\delta\lambda/\lambda_n \ll 1$. Koristan izraz: $(1+x)^n \approx 1+nx$ ako $x \ll 1$.

3. (18 bodova) a) Ion helija 4 u mirovanju emitira foton koji odgovara prijelazu ovog iona iz drugog pobuđenog stanja u osnovno stanje. Koliku brzinu pritom dobije ovaj ion? Računajte nerelativistički. Za mase protona i neutrona uzmite u .

b) Optička melasa jest tehnika optičkog hlađenja atoma (ili iona). Duž osi kojom se gibaju atomi su obasjani laserskom svjetlošću iz oba smjera. Frekvencija lasera postavljena je tako da pobuđuje elektronski prijelaz u određeno više stanje za atome koji putuju *prema* laseru. Važno je uočiti da ovi atomi percipiraju uvećanu frekvenciju u odnosu na njezinu stvarnu vrijednost (zašto?). Oni će apsorbirati fotone iz lasera i pritom dobiti izvjesnu brzinu u smjeru suprotnom početnoj brzini.

Recimo da na ovaj način želimo usporiti (ohladiti) ion helija brzine $v = 10^5 \text{ m s}^{-1}$ koji se nalazi u osnovnom stanju. Kolika mora biti (linearna) frekvencija lasera prema kojemu putuje da bi on apsorbirao foton koji ga pobuđuje u treće pobuđeno stanje? Radi jednostavnosti, računajte nerelativistički! Kolika je brzina iona nakon apsorpcije 1000 ovakvih fotona? Promatrajte svaki foton kao ekvivalentan prethodnome, tj. zanemarite promjenu u percipiranoj frekvenciji uslijed apsorpcije pojedinog fotona.

c) Neka su frekvencije obaju lasera na osi postavljene na vrijednost koju ste pronašli u zadatku b). Koliku će frekvenciju ion iz zadatka b) percipirati za laser od kojeg se udaljava? Usporedite razliku percipiranih frekvencija za laser kojemu se približava i laser od kojega se udaljava s prosječnom širinom linije elektronskih stanja od 100 MHz . Pridonosi li laser od kojega se ion udaljava njegovu hlađenju? Zašto? Za potrebe ovog pitanja pretpostavite da je prijelaz iz b) jedini u spektru ovog iona.

d) Nakon nekog vremena od apsorpcije fotona iz b), ion će se relaksirati u osnovno stanje i, u skladu sa zadatkom a), dobiti izvjesnu brzinu kao posljedicu emisije fotona. Bez računa kratko komentirajte zašto ovaj proces ne onemogućava hlađenje opisanom metodom.

4. (15 bodova) Uzmimo da tipična nuklearna elektrana ima iskoristivost $1/3$ te proizvodi električnu snagu 1000 MW. Do fisije urana dolazi tako što jezgra ^{235}U apsorbira spori neutron.

a) Napišite jednadžbu reakcije pri kojoj fisijom urana nastaje jezgra ^{140}Xe , još jedna jezgra te dva brza neutrona kinetičke energije 1 MeV. Zanimajući početnu brzinu apsorbiranog neutrona, izračunajte energiju oslobođenu u jednoj reakciji. Za mase uzmite $m(^{235}\text{U}) = 235.04\text{ u}$, $m(^{140}\text{Xe}) = 139.92\text{ u}$ te $m(X) = 93.92\text{ u}$, gdje je X druga jezgra nastala u ovoj reakciji. Za masu neutrona uzmite u . Vrijeme poluraspada mnogo je dulje od godine dana.

b) Nakon apsorpcije sporog neutrona, a prije raspada na gore opisan način, jezgra ^{235}U mijenja se i postaje pobuđena. Kolika je energija pobuđenja novonastale jezgre ako je njezina masa u osnovnom stanju jednaka 236.033 u ? Koja je to jezgra?

c) Jezgra ^{140}Xe nije stabilna, već se uzastopnim β^- -raspadima prevodi do određenog izotopa Ce. Napišite jednadžbe ovih raspada. Nakon fisije svake jezgre ^{235}U oslobađa se još ukupno 15 MeV energije pri nizu ovih β^- -raspada. Dok je fisiju urana moguće kontrolirati i zaustaviti ubacivanjem kontrolnih šipki koje apsorbiraju neutrone, ove β^- -raspade nije moguće zaustaviti. Kolika se ukupna snaga oslobađa nakon zaustavljanja fisije urana?

d) Kolika se masa urana godišnje potroši u ovoj elektrani?

Neke konstante i korisne veličine:

$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ Js} \quad (\text{Planckova konstanta})$$

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{brzina svjetlosti u vakuumu})$$

$$u = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg} = 931.5 \text{ MeV}/c^2 \quad (\text{unificirana atomska jedinica mase})$$

$$m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg} \quad (\text{masa elektrona})$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \quad (\text{elementarni naboj})$$

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ A}^2 \text{ s}^4 \text{ kg}^{-1} \text{ m}^{-3} \quad (\text{permitivnost vakuuma})$$

$$E_1^{(H)} = -13.6 \text{ eV} \quad (\text{energija osnovnog stanja vodika})$$