

DRŽVNO NATJECANJE IZ FIZIKE – 6. svibnja 2025.

Srednje škole – 2. skupina

Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak na drugačiji, a fizikalno pravilan način, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali. Najmanja jedinica bodova koja se dodjeljuje jest 1 bod.

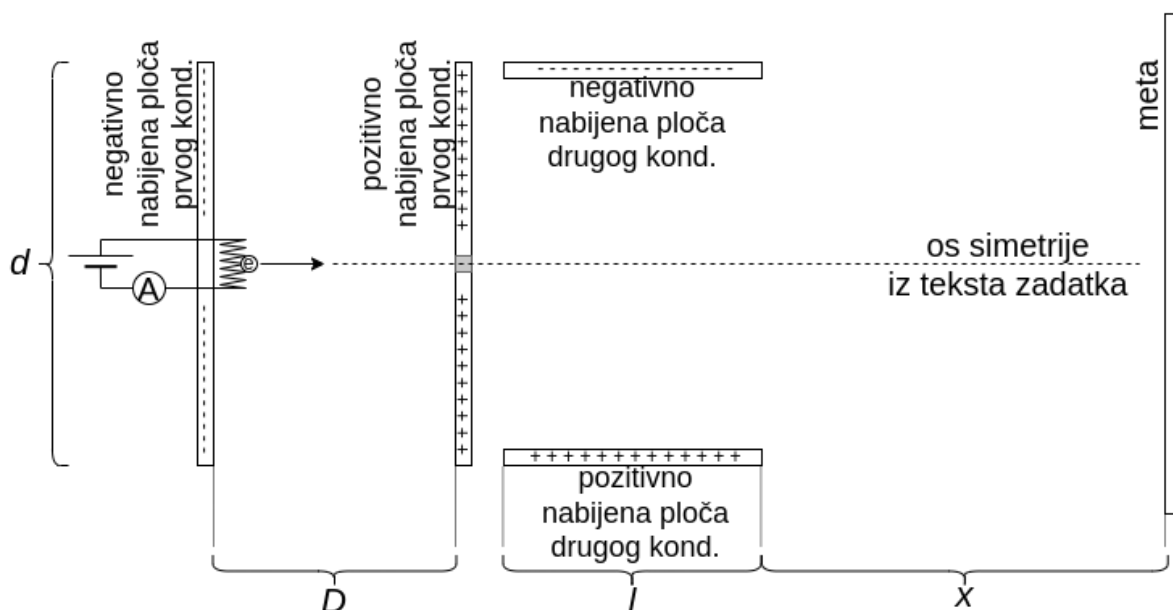
Zadatak 1. (ukupno bodova: 19)

Promotrite pojednostavljeni model elektronskog topa s mogućnošću usmjeravanja snopa na slici. Top se sastoji od dvaju kvadratnih pločastih kondenzatora, kojima je razlika potencijala između ploča 12 V. Duljina stranica ploča je, koristeći se oznakama sa slike, $d = 5$ cm, što je ujedno i udaljenost ploča drugog kondenzatora, te $l = 3$ cm i mete koja se nalazi na nekoj udaljenosti x od drugog kondenzatora. Udaljenost ploča prvog kondenzatora, D , nije poznata. Elektroni se spontano odvajaju od zagrijane žice za koju možete pretpostaviti da se nalazi u centru i zanemarivo blizu kvadratne anode prvog kondenzatora. Električno polje toga kondenzatora ubrzava emitirane elektrone do njihova izlaska iz kondenzatora kroz mali otvor u katodi, kroz koji možemo pretpostaviti da elektroni prolaze neometano. Potom elektroni ulaze u električno polje drugog kondenzatora te konačno izlaskom iz tog polja oni se slobodno gibaju do trenutka kada se sudare s metom.

(a) Promotrite gibanje jednog elektrona u ovom sustavu te odredite komponente brzine elektrona u trenutku kada se krene slobodno gibati i odredite pomak elektrona u tom trenutku od centralne osi simetrije, koja je prikazana isprekidanom crtom na slici. Potom, odredite vertikalni pomak elektrona od osi simetrije kao funkciju udaljenosti x kada on udari u metu.

Pretpostavite da je početna brzina elektrona zanemariva, da su električna polja kondenzatora savršeno homogena te da u potpunosti iščezavaju u prostoru koji se ne nalazi između njihovih ploča. Pretpostavite da je čitav postav u vakuumu te da je meta mnogo većih dimenzija od ostatka sustava tako da je elektroni uvijek pogode. Zanemarite gravitaciju.

(b) Promotrite snop elektrona koji udara metu kao u prvom dijelu zadatka, pretpostavljajući pri tome da se elektroni gibaju posve neovisno jedan o drugome. Odredite koliko energije elektroni deponiraju u metu po jedinici vremena te koliko treba biti toplinski kapacitet mete ako se njezina temperatura poveća za 0.01 K svake sekunde od trenutka kada je elektroni počinju pogađati. Pretpostavite da se sva kinetička energija elektrona pretvara u toplinu koju meta apsorbira pri udaru. Poznato je da elektroni koje žica emitira rezultiraju očitanjem struje od 2 miliampera na ampermetru A sa slike te da ta struja potječe isključivo od „nadomještanja” elektrona koji su otpušteni na žici.



Rješenje:

(a)

S obzirom na to da je električno polje po napatku homogeno, razlika potencijala ΔV odgovarat će umnošku udaljenosti između ploča i jačine polja (**1 bod za uspješno izvođenje sljedeće formule**)

$$E = \frac{\Delta V}{l},$$

pri čemu je l udaljenost ploča. Za prolazak elektrona kroz polje prvog kondenzatora vrijedi (**1 bod za poznavanje rada i električne sile te 1 bod za izvođenje veze s električnim poljem/potencijalom**)

$$E_{kin} = W_{Fel} = q_e E_1 D = q_e \Delta V,$$

pri čemu je q_e iznos elementarnoga naboja, a ΔV je razlika potencijala na prvom kondenzatoru. Koristeći se formulom za kinetičku energiju, možemo dobiti brzinu elektrona u horizontalnom smjeru (**1 bod za fizikalno ispravni postupak izvođenja formule za brzinu, 1 bod za rezultat**)

$$v_{x,0} = \sqrt{\frac{2E_{kin}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2q_e \Delta V}{m_e}} = 2054433 \text{ m/s},$$

pri čemu je m_e masa elektrona. S obzirom na to da je jedina sila koja će na elektron djelovati nakon njegova izlaska iz prvog kondenzatora do sudara s metom sila od polja drugog kondenzatora te da je ta sila okomita na ovu komponentu brzine, zaključujemo da je ona konstanta (**1 bod za ovakav zaključak, bodovati pozitivno i kada je to implicitno napravljeno u postupku**). Za prolazak elektrona kroz polje drugog kondenzatora trebat ćemo izračunati vrijeme potrebno da on prijeđe tu udaljenost (**1 bod za poznavanje/ispravno korištenje kinematičkih formula za jednoliko ubrzano gibanje**)

$$t_2 = \frac{l}{v_{x,0}}.$$

Akceleracija koja je posljedica tog polja iznosi (**1 bod za ispravno određenu akceleraciju**)

$$a_y = \frac{q_e E_2}{m_e} = \frac{q_e \Delta V}{m_e d}.$$

Konačna je brzina u smjeru osi y (**1 bod za ispravno određenu komponentu brzine**)

$$v_{y,kon} = a_y t_2 = \frac{l}{d} \sqrt{\frac{q_e \Delta V}{2m_e}} = 616349 \text{ m/s}.$$

Put prijeđen u tom smjeru prije izlaska iz polja drugog kondenzatora je (**1 bod za ispravno određen put, tj. pomak**)

$$\Delta y(x=0) = \frac{a_y (t_2)^2}{2} = \frac{l^2}{4d} = 0.45 \text{ cm}.$$

Kako su brzine konstantne nakon izlaska elektrona iz polja drugog kondenzatora, vrijedi da će njihov omjer biti jednak omjeru prijeđenih putova (**1 bod za fizikalno smislen postupak određivanja funkcionalne ovisnosti, 1 bod za uzimanje u obzir početnog pomaka u smjeru y u formuli te 1 bod za točan rezultat. Pozitivno vrednovati i u slučaju kada su koeficijenti dani kao numeričke vrijednosti s ispravnim fizikalnim jedinicama**)

$$\frac{\Delta y(x) - \Delta y(x=0)}{x} = \frac{v_y}{v_{x,0}} \Rightarrow \Delta y(x) = \frac{l}{2d}x + \frac{l^2}{4d}.$$

(b)

Ako elektroni koji se odvajaju od žice izazivaju struju do $2 \mu\text{A}$, to znači da svake sekunde (**1 bod za ispravno određen broj elektrona**)

$$N_e = \frac{I}{q_e} \cdot 1 \text{ s} = 1,248 \cdot 10^{22}$$

elektrona bombardira metu. Po uputi zadatka, pretpostavljamo da se svaki elektron ponaša upravo kao u prethodnom računu, što znači da je njegova ukupna individualna kinetička energija jednaka (**1 bod za ispravan rezultat za energiju**)

$$E_{kin} = \frac{m_e v^2}{2} = \frac{m_e (v_x^2 + v_y^2)}{2} = \frac{m_e}{2} \left(2 + \frac{l^2}{2d^2} \right) \frac{q_e \Delta V}{m_e} = q_e \Delta V \left(1 + \frac{l^2}{4d^2} \right).$$

Ukupna snaga koju snop elektrona deponira u metu tada je (**1 bod za zaključak da je snaga snopa umnožak broja elektrona po sekundi i njihove energije, 1 bod za točan rezultat za snagu**)

$$P_{\text{snop}} = \frac{N_e E_{kin}}{1 \text{ s}} = I \Delta V \left(1 + \frac{l^2}{4d^2} \right) = 0.0262 \text{ W}.$$

Konačno, ako s $\Delta T / \Delta t$ označimo brzinu kojom se meta zagrijava, dolazimo do rezultata za toplinski kapacitet mete, C_m (**1 bod za manipulaciju izraza za toplinski kapacitet te 1 bod za ispravan konačni rezultat**)

$$C_m \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = P_{\text{snop}} \Rightarrow C_m = \frac{P_{\text{snop}}}{\Delta T / \Delta t} = 2.616 \text{ J/K}.$$

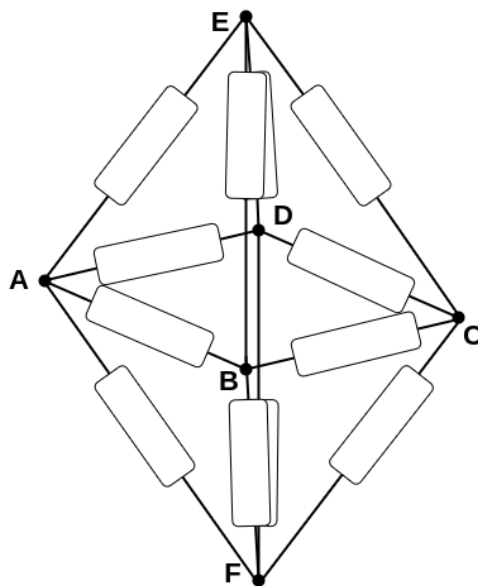
Zadatak 2. (ukupno bodova: 17)

Zadan je sustav identičnih otpornika otpora $2\ \Omega$ postavljen u obliku oktaedra kao na slici.

(a) Ako u točku E spojimo jedan terminal, a u F spojimo drugi terminal naponskog izvora konstantnog napona 6 V , odredite ekvivalentni otpor sklopa.

(b) Isti izvor napona spojimo na sljedeći način: na jedan terminal izvora spojimo (kao da spajamo paralelni sklop) točke A i C, dok na drugi spojimo točke E i F. Odredite ekvivalentni otpor.

Dodatno, odredite kolika je najveća ukupna snaga koju ovi sklopovi crpe iz izvora te kolika je najveća snaga koja se razvija na pojedinim otpornicima uzimajući u obzir oba sklopa. Pretpostavite da su sve spojne žice savršeni vodiči.



Rješenje:

(a)

U ovom slučaju, zbog simetrije problema, točke A, B, C i D nalaze se na istom potencijalu. **(1 bod za razmatranje potencijala, odnosno napona između točaka, 1 bod za zaključak o tome da su točke u tom prstenu na istom potencijalu).** Zbog ovoga otpornicima koji ih spajaju struja ne teče te njih možemo zanemariti **(1 bod za ispravan zaključak ili ekvivalentnu shemu).** Preostaju četiri paralelno spojene grane načinjene od po dva serijski spojena otpornika svaka. Serijski spoj daje **(1 bod za ispravno korištenje formule za serijski spoj otpornika)**

$$R_{\text{grana}} = R_1 + R_2 = 4\ \Omega.$$

Sveukupno imamo paralelni spoj 4 takve grane pa vrijedi **(1 bod za ispravno korištenje formule za paralelni spoj otpornika i 1 bod za točan konačni rezultat)**

$$R_a^{uk} = \frac{1}{4 \frac{1}{R_{\text{grana}}}} = 1\ \Omega.$$

(b)

Napomena: u sljedećem odlomku skraćeno nazivamo struje koje teku između vrhova X i Y „strujom XY” te pretpostavljamo da točke A i C spojimo na pozitivan terminal izvora (u suprotnom, jednostavno obrnemo sve smjerove struja).

Zahvaljujući činjenici da je oktaedar simetričan na zrcaljenje preko ravnine AFCE, u stranicama AB i AD te BC i CD teče ista struja. S obzirom na simetriju na zrcaljenje preko ravnine DEBF, sve navedene struje (AB, AD, BC i CD) su zapravo istog iznosa. **(2 boda za ispravno pojednostavljivanje problema korištenjem simetrija)**

Analognim slijedom zaključivanja možemo dobiti i da su struje AE, CE, CF i AF jednakih iznosa te da su struje BF, DF, BE i DE jednakih iznosa. U skladu s time, uvodimo oznake

$$I_{AB} = I_{AD} = I_{BC} = I_{CD} = I_1,$$

$$I_{AE} = I_{AF} = I_{CE} = I_{CF} = I_2,$$

$$I_{BE} = I_{BF} = I_{DE} = I_{DF} = I_3,$$

pri čemu sve struje teku od točaka A i C prema točkama E i F.

No, po zakonu očuvanja naboja (i prvom Kirchhoffovom pravilu koje iz njega proizlazi) zbroj struja koje ulaze u jednu točku mora biti jednak zbroju struja koja izlaze iz nje. Primijenimo li ovo na točku B ili D, imamo **(1 bod za uspješnu eliminaciju jedne nepoznanice)**

$$2I_1 = 2I_3 \Rightarrow I_1 = I_3.$$

Promotrimo li bilo koju od stranica AE, CE, AF ili CF, možemo zaključiti

$$RI_2 = \Delta V_2 = \Delta V_{izvor},$$

pri čemu je ΔV_{izvor} napon izvora. Stoga je $I_2 = \Delta V_{izvor}/R$. Istovremeno, pratimo li put ABE (ili bilo koji od njegovih simetrijskih ekvivalenata) slijedi

$$RI_1 + RI_3 = \Delta V_1 + \Delta V_3 = \Delta V_{A-E} = \Delta V_{izvor}.$$

Usporedimo li zadnje dvije jednadžbe i izjednačimo li napone izvora dolazimo do relacije **(1 bod za uspješnu eliminaciju druge nepoznanice te 1 bod za ispravno povezivanje veličina s onima koje su zadane u zadatku)**

$$RI_1 + RI_3 = 2RI_1 = \Delta V_{izvor} = RI_2 \Rightarrow 2I_1 = I_2.$$

Ukupna struja koja utječe u sklop je

$$I_{in,uk} = I_{in,A} + I_{in,C} = 2(2I_1 + 2I_2),$$

uzmemo li u obzir sve formule koje imamo možemo povezati ukupnu struju s naponom izvora i konačno dobiti traženi otpor **(1 bod za točan rezultat za otpor)**

$$I_{in,uk} = 4I_1 + 4I_2 = 6I_2 = 6\Delta V_{izvor}/R \Rightarrow R_{uk} = \frac{R}{6} = \frac{1}{3} \Omega,$$

pri čemu smo na kraju prepoznali Ohmov zakon za cijeli strujni krug.

Vratimo se na zadatak. Za izvor fiksnog napona veću će snagu crpiti sklop manjeg ekvivalentnog otpora (**1 bod za ispravno argumentirani zaključak koji sklop crpi više energije**). U našem problemu to je konfiguracija pod (b) te je tu snaga (**1 bod za točan rezultat za snagu**)

$$P_{b,uk} = UI = \frac{U^2}{R_b^{uk}} = 108 \text{ W}.$$

U konfiguraciji pod (a) na svim se otpornicima razvija ista snaga i ona je jednaka

$$P_{a,R} = \frac{(U_a^R)^2}{R} = \left(\frac{U_{\text{izvor}}}{2} \right)^2 \frac{1}{R} = 4.5 \text{ W},$$

U sklopu pod (b) moguće je, i zaista će tako i biti, da se ista snaga ne razvija na svim otpornicima. No, kako su svi oni identični, onda će otpornik s najvećim padom napona biti onaj s najvećom snagom. (**1 bod za ispravan zaključak koji otpornici imaju veću snagu u b sklopu**) Ovdje su to konkretno otpornici AE, CE, AF i CF jer na njima pad napona mora biti točno jednak naponu izvora, s obzirom na to da postoji izravna linija koja spaja ulaz i izlaz iz sklopa prolazeći kroz njih. Stoga je najveća snaga koja se razvija na otpornicima u drugoj konfiguraciji (**1 bod za točan rezultat za snagu**)

$$P_{b,Rmax} = \frac{(U_{\text{izvor}})^2}{R} = 18 \text{ W}.$$

Vidimo da smo dobili veći rezultat negoli u prvom slučaju te zaključujemo da se najveća snaga razvija na otpornicima AE, CE, AF i CF u (b) spoju oktaedra (**1 bod za točno navedena sva 4 otpornika s argumentacijom zašto oni imaju veću snagu**).

Zadatak 3. (ukupno bodova: 14)

Promotrite dvije posude ispunjene s po jednim kilogramom posebno pripremljenog termogela te dva beskonačno velika spremnika temperature 300 i 250 K. Poznato je da gel ima fazni prijelaz iz tekućine u krutinu (ili obratno) blizu sobne temperature. Oba su gela u početku u tekućem stanju te je temperatura jednog gela točno temperatura faznog prijelaza i iznosi 325 K, dok je temperatura drugog 350 K.

Odredite omjer maksimalnih ukupnih toplina koje topliji spremnik primi u sljedeća dva slučaja. Prvo, dopustimo da se posude međusobno i s toplijim spremnikom stave u izravan termalni kontakt bilo kojim redoslijedom. Potom, sustav vratimo u početno stanje te spojimo spremnike Carnotovim strojem koji konfiguriramo da radi kao toplinska pumpa.

U drugom slučaju isključivo se latentna toplota gela koristi za pogonjenje stroja. Pretpostavite da stroj prestaje s radom kada se sav gel ukruti. Odredite koliko vremena treba da Carnotov stroj prestane s radom ako on uzima 0.5 kJ topline od hladnijeg spremnika svake sekunde.

Latentna toplota skrućivanja gela jest 500 kJ/kg, dok je toplinski kapacitet njegove krute faze tri puta veći od kapaciteta njegove tekuće faze i iznosi 3 kJ/kgK. Zanimajte toplinski kapacitet posude u kojoj se gel nalazi. Zanimajte bilo kakav prijenos topline na okolinu te sve druge energijske gubitke.

Rješenje:

Prvo odredimo koliko topline gel preda spremniku kada ih stavimo u izravan kontakt. Tu je nužno primijetiti da neovisno o postupku kojim stavljamo spremnik i posude u kontakt, nakon dovoljno dugo vremena, konačno je stanje uvijek isto: spremnik temperature 300 K (njemu se temperatura ne može promijeniti jer je beskonačnog kapaciteta) te dvije posude pune gel-krutine također temperature 300 K (**1 bod za ispravan zaključak koje je konačno stanje, 1 bod za argumentaciju da redoslijed spajanja nije bitan te 1 bod za zaključak da se temperatura beskonačnog spremnika ne može promijeniti**). Stoga, možemo samo izračunati energiju koja se oslobađa na putu od početnog do konačnog stanja te će to biti ukupna toplota koja je predana spremniku.

Topliji se gel mora ohladiti prije negoli može započeti s faznim prijelazom, što rezultira oslobađanjem (**1 bod za poznavanje formule za toplinu i toplinski kapacitet te 1 bod za točan rezultat za ovu toplinu**)

$$Q_h = mc_l \Delta T_h = 25 \text{ kJ}$$

topline. Pri čemu smo s m označili masu gela u jednoj posudi. Sada sav gel prelazi u krutinu i to daje sljedeću latentnu toplinu (**1 bod za poznavanje formule za latentnu toplinu te 1 bod za točan rezultat za ovu toplinu**)

$$Q_L = 2mq_L = 1000 \text{ kJ},$$

pri čemu je q_L specifična latentna toplota gela. Konačno, oba se gela hlade do temperature spremnika što podrazumijeva transfer (**1 bod za točan rezultat za ovu toplinu**)

$$\Delta Q = 2mc\Delta T = 150 \text{ kJ},$$

topline, pa je sveukupno 1175 kJ topline predano toplijem spremniku. Ako bismo namjesto toga spojili Carnotov stroj, on bi, po naputku u zadatku, radio sve dok ne bi „potrošio” združenu

latentnu toplinu Q_L koju smo prethodno izračunali. Znamo da za Carnotov stroj vrijedi **(1 bod za poznavanje formule za Carnotov stroj)**

$$\frac{T_{>}}{T_{<}} = \frac{Q_{>}}{Q_{<}},$$

pri čemu su s indeksima znakova „veće od” i „manje od” označene temperature i topline koje se izmjenjuju s toplijim, odnosno hladnijim spremnikom. Imajući na umu da je naš stroj postavljen da radi kao toplinska pumpa te koristeći se zakonom očuvanja energije, možemo napisati **(1 bod za ispravno korištenje zakona očuvanja energije te 1 bod za ispravnu manipulaciju izraza za predanu toplinu)**

$$Q_{>} = Q_{<} + Q_{ext} = \frac{T_{<}}{T_{>}} Q_{>} + Q_{ext} \Rightarrow Q_{>} = \frac{T_{>}}{T_{>} - T_{<}} Q_{ext} = \frac{T_{>}}{T_{>} - T_{<}} Q_L = 6000 \text{ kJ},$$

pri čemu je Q_{ext} toplina koja izvana dolazi u stroj, što je u našem slučaju latentna toplina gela. Sveukupno, traženi omjer iznosi 0.19583 **(1 bod za točan rezultat za omjer)**.

Preuredimo sada prethodni izraz kako bismo povezali $Q_{<}$ i Q_{ext}

$$Q_{ext} = Q_{>} - Q_{<} = \frac{T_{>}}{T_{<}} Q_{<} - Q_{<} = \frac{T_{>} - T_{<}}{T_{<}} Q_{<}.$$

Podijelimo li sve s vremenom, dobivamo snagu $P_{<} = \Delta Q_{<} / \Delta t$ koja nam je zadana **(1 bod za ispravno povezivanje topline i snage)**. Sada lako dolazimo do traženog vremena **(1 bod za konačni rezultat)**

$$\Delta t = \frac{Q_L}{P_{ext}} = Q_L \left(\frac{T_{>} - T_{<}}{T_{<}} P_{<} \right)^{-1} = 10000 \text{ s}.$$

Zadatak 4. (ukupno bodova: 20)

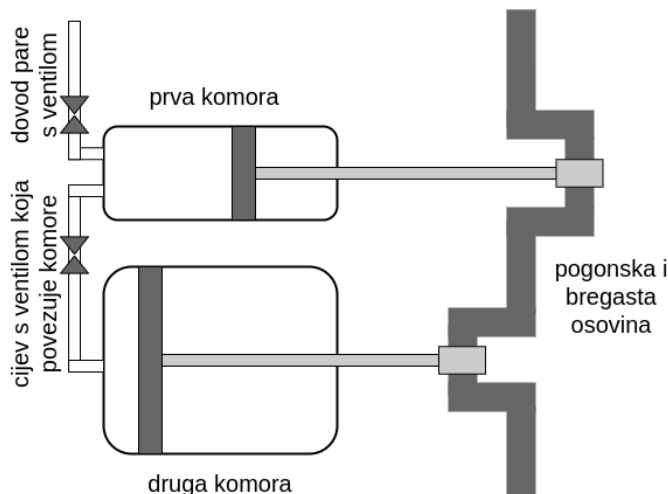
U povijesti razvoja parnih strojeva najnapredniji tipovi parnog stroja, koje je tek postupno zamijenila široka uporaba plinske turbine u 20. stoljeću, bili su takozvani višestruko-ekspandirajući parni strojevi. Ovdje ćemo promotriti pojednostavljen model jednog takvog stroja s dvije ekspanzijske komore čija je gruba skica prikazana na slici. Pri računu, jednostavnosti radi, pretpostavite da se para može opisati kao jednoatomni idealni plin, da su tlakovi u sustavu dovoljno veliki da ona nikada ne dođe do točke faznog prijelaza te da se sve ekspanzije događaju dovoljno brzo da se može uzeti da su to adijabatske promjene. Dodatno, pretpostavite da svi klipovi klize po komorama bez trenja te da su sve komore vakuumirane prije ubrizgavanja pare. Zanimarite gravitaciju i sve energetske gubitke. Zanimarite volumen spojnih cijevi sa skice.

U početku radnog ciklusa superzagrijana para temperature $120\text{ }^{\circ}\text{C}$ pod tlakom od 300 atmosfera ubrizgava se u prvu ekspanzijsku komoru. Ta je komora oblika cilindra radijusa 15 cm koja je na jednom kraju zatvorena pomičnim klipom oblika diska. U početnom trenutku klip je udaljen 10 cm od druge strane komore. Pretpostavite da se ubrizgavanje odvija u tako malom vremenskom intervalu da se klip „ne stigne” početi kretati prije negoli se ventil za ubrizgavanje zatvori. Nakon zatvaranja ventila para pomiče klip do trenutka kada sila na klip ne padne na 80 % početne.

Kada sila na prvi klip padne na tu vrijednost, otvara se ventil prema drugoj komori. Druga je komora isto cilindrična, s pomičnim klipom oblika diska radijusa 30 cm. Klip u drugoj komori u trenutku ubrizgavanja pare nalazi se 5 cm od suprotne stijenke te komore. Pretpostavite ponovno da klipovi miruju dok se para preraspodjeljuje između dviju, sada spojenih, komora.

Nakon što se raspodjela pare homogenizirala, počinje druga faza ekspanzije u kojoj se oba klipa kreću, prvi prema stijenci svoje komore, a drugi od stijenske svoje komore (pripazite, tijekom cijele druge faze komore su spojene!). Zahvaljujući tome da su oba klipa spojena na istu bregastu osovinu, iznos njihovih pomaka je jednak. Ova faza ekspanzije traje do trenutka kada se prvi klip nađe na udaljenosti od 5 cm od stijenske svoje komore.

Izračunajte omjer ukupnog rada koji se izvrši na klip u prvoj fazi ekspanzije (do trenutka otvaranja ventila prema drugoj komori) i ukupnog rada koji ovaj sustav izvrši na klipove, odnosno pogonsku osovinu koja ih spaja tijekom cijelog prethodno opisanog procesa. Možete li zaključiti zašto su se u parne strojeve počele dodavati dodatne ekspanzijske komore?



Rješenje:

Počnimo tako da izračunamo početne uvjete nakon što je ubrizgavanje gotovo (**1 bod ukupno za konverziju svih varijabli u SI jedinice**):

$$T_0 = 393.15 \text{ K}, \quad p_0 = 30.39 \text{ MPa}, \quad V = r_1^2 \pi h_1 = 0.0070686 \text{ m}^3$$

Iz jednadžbe stanja idealnog plina možemo dobiti i količinu tvari pare, koja ostaje konstantna tijekom svih procesa (**1 bod poznavanje jednadžbe idealnog plina, 1 bod za točan rezultat za količinu tvari te 1 bod za zaključak da je ona konstanta**),

$$n_0 = \frac{p_0 V_0}{RT_0} = 65.7195 \text{ mol}.$$

Razmotrimo li početnu silu na klip možemo dobiti tlak pare pri kojemu se ventil prema drugoj komori otvori. S obzirom na to da je sila na klip izravno proporcionalna tlaku, uvjet na silu izravno se prenosi u uvjet na tlak (**1 bod za poznavanje veze između sile i tlaka te 1 bod za točan rezultat za tlak**)

$$p_1 = 0.8 p_0 = 24.312 \text{ MPa}.$$

Po naputku zadatka možemo uzeti da je ekspanzija koja vodi do ovog stanja adijabatska, odnosno da je (**1 bod za poznavanje što znači adijabatska promjena**)

$$p_0 V_0^\gamma = p_1 V_1^\gamma,$$

pri čemu je γ adijabatska konstanta koja za jednoatomni idealni plin iznosi 5/3. Volumen je stoga (**1 bod za kombinaciju izraza za adijabatsku promjenu i jednadžbe stanja te 1 bod za točan rezultat za volumen**)

$$V_1 = V_0 \left(\frac{p_0}{p_1} \right)^{3/5} = V_0 \left(\frac{1}{0.8} \right)^{3/5} = 0.00808 \text{ m}^3.$$

Iz svega ovoga možemo dobiti konačnu temperaturu plina prije otvaranja ventila (**1 bod za točan rezultat za temperaturu**)

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{R n_0} = \frac{p_1 V_1 T_0}{p_0 V_0} = 0.8 \frac{V_1}{V_0} T_0 = 0.8 \left(\frac{1}{0.8} \right)^{3/5} T_0 = 359.579 \text{ K}.$$

Kako nema energijskih gubitaka niti izmjene topline, cjelokupna promjena unutarnje energije idealnog plina pretvorena je u rad, odnosno (**1 bod za izvođenje izraza za rad te 1 bod za točan rezultat**)

$$\Delta W_1 = \Delta U_{0-1} = \frac{3}{2} n R \Delta T_{0-1} = 27.514 \text{ kJ}.$$

Kada se ventil otvori, plin ima kratku slobodnu adijabatsku ekspanziju na kraju koje ispuni prostor u objema komorama. Kako pretpostavljamo da klipovi miruju te da je ekspanzija adijabatska, unutarnja energija plina mora ostati ista, što znači da se temperatura plina ne mijenja (**1 bod za točan zaključak za temperaturu**). Volumen koji plin zauzme jednak je zbroju prethodnog volumena u prvoj komori i novog volumena iz druge komore

$$V_2 = V_1 + r_2^2 \pi h_2 = (0.00808 + 0.01414) \text{ m}^3 = 0.0222 \text{ m}^3.$$

Kako bismo dobili konačno stanje sustava nakon druge ekspanzije, prvo trebamo odrediti koliko je prvi klip udaljen od stijenke svoje komore na početku te ekspanzije

$$h_1^{\text{druga exp}} = \frac{V_2}{r_1^2 \pi} = 0.1143 \text{ m}.$$

Pomak tog klipa tijekom druge ekspanzije jednak je pomaku prvog klipa te iznosi **(1 bod za točan rezultat za pomak)**

$$\Delta h = (0.1143 - 0.05) \text{ m} = 0.06433 \text{ m}.$$

Konačni volumen plina tada je **(1 bod za točan rezultat za konačni volumen)**

$$V_3 = r_1^2 \pi h_1^{\text{kon}} + r_2^2 \pi h_2^{\text{kon}} = (0.00353 + 0.0323) \text{ m}^3 = 0.03585 \text{ m}^3.$$

Temperaturu na kraju druge ekspanzije možemo dobiti koristeći se jednadžbom stanja i činjenicom da je ovo adijabatski proces **(1 bod za fizikalno smislen izvod izraza za temperaturu te 1 bod za točan rezultat za temperaturu)**

$$pV^\gamma = \text{const.} \Rightarrow TV^{\gamma-1} = \text{const.},$$

$$T_3 = T_2 \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} = T_1 \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} = 261.338 \text{ K}.$$

Konačno, rad obavljen u drugoj ekspanziji jednak je promjeni unutarnje energije, koja je pak proporcionalna promjeni temperature **(1 bod za točan rezultat za rad)**

$$\Delta W_2 = \Delta U_{2-3} = \frac{3}{2} n R \Delta T_{2-3} = 80.517 \text{ kJ}.$$

Traženi je omjer stoga **(1 bod za točan rezultat za omjer)**

$$\frac{\Delta W_1}{\Delta W_1 + \Delta W_2} = 0.2547.$$

Iz ovoga vidimo da se dodavanjem dodatnih ekspanzijskih komora može znatno povećati ukupni rad koji se dobiva iz dane količine pare, što vodi mnogo većoj efikasnosti. U ovom slučaju sustav je podešen tako da naglasi tu razliku, pa da bismo dobili omjer efikasnosti od približno 4! No, čak i u realnim strojevima, povećanje efikasnosti bilo je dovoljno značajno da su u konačnici trostruko ekspandirajući parni strojevi postali norma. **(1 bod za pokazano razumijevanje da se na ovaj način dobiva veći izlazni rad, odnosno da imamo veću efikasnost).**

Fizikalne konstante:

ubrzanje sile teže blizu površine Zemlje:

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

atmosferski tlak, odnosno tlak koji odgovara jednoj atmosferi:

$$p_{\text{atm}} = 101300 \text{ Pa}$$

temperatura apsolutne nule:

$$T_0 = -273.15 \text{ }^\circ\text{C}$$

plinska konstanta:

$$R = 8.314 \text{ J/Kmol}$$

masa elektrona:

$$9.1094 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

elementarni naboj:

$$1.6021 \times 10^{-19} \text{ C.}$$