

DRŽAVNO NATJECANJE IZ ASTRONOMIJE 2025.GODINE
1.RAZRED
TOČNI ODGOVORI

1. Polumjer Sunca je 109 puta veći od polumjera Zemlje. Koliki je omjer površinske akceleracije Sunca i Zemlje? Rezultat zaokruži na dvije decimale. . ($M_S = 2 \cdot 10^{30}\text{kg}$, $M_Z = 6 \cdot 10^{24}\text{ kg}$)

Rješenje: - I način

$$M_S = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$M_Z = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$\frac{R_S}{R_Z} = 109$$

$$\frac{g_S}{g_Z} = ?$$

$$\frac{M_S}{M_Z} = \frac{2 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{6 \cdot 10^{24} \text{ kg}} = 333\,333,33$$

1 bod za dobro postavljen zadatak

2 boda

$$\frac{g_S}{g_Z} = g_S : g_Z = \frac{M_S}{R_S^2} : \frac{M_Z}{R_Z^2} = \frac{M_S}{R_S^2} \cdot \frac{R_Z^2}{M_Z} = \frac{M_S}{M_Z} \cdot \left(\frac{R_Z}{R_S}\right)^2 \quad 2 \text{ boda}$$

$$g_S : g_Z = 333\,333,33 \cdot \left(\frac{1}{109}\right)^2 \approx 28,06 \quad 2 \text{ boda}$$

Ukupno: 7 bodova

Rješenje: - II način

$$M_S = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$M_Z = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$\frac{R_S}{R_Z} = 109$$

$$\frac{g_S}{g_Z} = ?$$

$$F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = g \cdot m \text{ i/ili } g = G \cdot \frac{M}{r^2} \quad 1 \text{ bod}$$

$$\frac{g_S}{g_Z} = \frac{G \cdot \frac{M_S}{R_S^2}}{G \cdot \frac{M_Z}{R_Z^2}} = \frac{M_S}{M_Z} \cdot \left(\frac{R_Z}{R_S}\right)^2 = \quad 1 \text{ bod}$$

$$= \frac{2 \cdot 10^{30} kg}{6 \cdot 10^{24} kg} \cdot \left(\frac{R_Z}{109 R_Z} \right)^2 = \quad \quad \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$= \frac{10^6}{3} \cdot \left(\frac{1}{109} \right)^2 = \frac{10^6}{3} \cdot \frac{1}{11881} = \quad \quad \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$\approx 28,06 \quad \quad \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

Ukupno: 7 bodova

7	
----------	--

2. Keplerov teleskop ima duljinu 91,5 cm i promjer objektiva 15 cm. Povećanje teleskopa je 60 puta.

- a) Kolike su žarišne daljine objektiva i okulara toga teleskopa u milimetrima?
b) Koliki je f broj tog teleskopa?

Rješenje: I način

a) $L = 91,5 \text{ cm}$

$$\frac{P = 60 \text{ puta}}{f = ? \quad F = ?}$$

$$P = \frac{F}{f} \quad \quad \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$60 = \frac{F}{f} \Rightarrow F = 60f \quad \quad \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$L = F + f \Rightarrow F + f = L \quad \quad \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$60f + f = 91,5 \text{ cm} \quad \quad \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$61f = 915 \text{ mm} / : 61 \quad \quad \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$f = 15 \text{ mm} \quad \quad \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$F = 60f = 60 \cdot 15 \text{ mm} = 900 \text{ mm} \quad \quad \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

Ukupno pod a) : 7 bodova

b) $F = 900 \text{ mm}$

$$\underline{D = 15 \text{ cm} = 150 \text{ mm}}$$

$$f \text{ broj} = ?$$

$$f \text{ broj} = F : D \quad \quad \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$f \text{ broj} = 900\text{mm} : 150\text{mm} = 6$$

1 bod

Ukupno pod b) : 2 boda

Ukupno a) i b): 7 bodova + 2 boda = 9 bodova

Rješenje: II način

$$L = 91,5 \text{ cm}$$

$$P = 60 \text{ puta}$$

$$\underline{D = 15\text{cm} = 150 \text{ mm}}$$

F – žarišna daljina objektiva

f – žarišna daljina okulara

1 bod – dobro postavljen zadatak

a) $f = ?$ $F = ?$

b) $f \text{ broj} = ?$

a) $L = F + f$ za Keplerov refraktor **1 bod**

$$P = \frac{F}{f} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$F = P \cdot f = 60 \cdot f \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$L = P \cdot f + f = f \cdot (P + 1) \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$f = \frac{L}{P+1} = \frac{91,5 \text{ cm}}{60+1} = 1,5 \text{ cm} = 15\text{mm} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$F = P \cdot f = 60 \cdot f = 60 \cdot 15 \text{ mm} = 900 \text{ mm} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

Ukupno pod a) : 7 bodova

b) $f \text{ broj} = ?$

$$f \text{ broj} = \frac{F}{D} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$f \text{ broj} = \frac{900\text{mm}}{150\text{mm}} = 6 \quad \text{ili} \quad f \text{ broj} = f/6 \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

Ukupno pod b) : 2 boda

Ukupno a) i b): 7 bodova + 2 boda = 9 bodova

Priznaju se i alternativni načini rješavanja sve dok su konačni rezultati isti.

9	
----------	--

3. a) Na kojoj visini iznad Zemljine površine kruži satelit brzinom 6,5 km/s?
 ($M_z = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, $R_z = 6400 \text{ km}$, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$)

Rješenje:

$$v = 6,5 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 6,5 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$M_z = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$R_z = 6400 \text{ km}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$h = ?$$

$$F_{cp} = F_g \quad \quad \quad 1 \text{ bod}$$

$$\frac{mv^2}{R_z + h} = G \cdot \frac{mM_z}{(R_z + h)^2} \quad \quad \quad 1 \text{ bod}$$

$$v^2 = G \cdot \frac{M_z}{R_z + h} \quad \quad \quad 1 \text{ bod}$$

$$R_z + h = \frac{GM_z}{v^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{\left(6,5 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = \quad \quad \quad 1 \text{ bod}$$

$$= \frac{40,02 \cdot 10^{13} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-1}}{42,25 \cdot 10^6 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}} = 9,47 \cdot 10^6 \text{ m} \quad \quad \quad 1 \text{ bod}$$

$$h = 9,47 \cdot 10^6 \text{ m} - R_z = 9,47 \cdot 10^6 \text{ m} - 6,4 \cdot 10^6 \text{ m} = 3,07 \cdot 10^6 \text{ m} \quad \quad \quad 1 \text{ bod}$$

Ukupno pod a): 6 bodova

- b) Koliki mu je period u satima, minutama i sekundama?

$$v = \frac{2(R_z + h)\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2(R_z + h)\pi}{v} \quad \quad \quad 1 \text{ bod}$$

$$T = \frac{2(R_z + h)\pi}{v} = \frac{2 \cdot 9,47 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \pi}{6,5 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 9,154117671 \cdot 10^3 \text{ s} = 9154,117671 \text{ s} \quad \quad \quad 1 \text{ bod}$$

$$T = 9154,117671 \text{ s} = 2 \text{ h } 32 \text{ min } 34,12 \text{ s} \quad \quad \quad 1 \text{ bod}$$

Ukupno pod b): 3 boda

Ukupno pod a) i b): 6 bodova +3 boda = 9 bodova

Priznaju se i alternativni načini rješavanja sve dok su konačni rezultati isti.

4. Na karti neba ucrtaj:

a) zvijezda Labuda, Lire, Orla, Sjeverne krune, Herkula i Volara te uz njih napiši njihove latinske troslovne skraćenice

Svako točno ucrtano zvijezde po 1 bod te njegova latinska troslovna skraćenica po 1 bod, ukupno 12 bodova.

b) položaje sljedećih zvijezda: Vega, Arktur, Tarazed, Alshain, Deneb, Albireo, Sadr, Gemma i Altair.

Točno ucrtan položaj pojedine zvijezde po 1 bod za svaku , ukupno 9 bodova.

c) položaje sljedećih objekata: M13, M57, M29, M92.

Točno ucrtan položaj pojedinog objekta po 1 bod za svaki, ukupno 4 boda.

Ukupno pod a), b) i c): 12 bodova + 9 bodova + 4 boda =25 bodova

