

DRŽAVNO NATJECANJE IZ ASTRONOMIJE 2024./2025. GODINE

12.-14. svibnja 2025. godine

Razred ili kategorija natjecanja: 2. razred srednje škole

Zaporka _____

Broj postignutih bodova ____ / 50

Potpis članova Državnog povjerenstva

1. _____

2. _____

3. _____

Mjesto i nadnevak: _____

Za rješavanje zadataka predviđeno je 60 minuta.

Dopuštena je upotreba kalkulatora.

Ispiti znanja označuju se zaporkama. Zaporku čini jedna riječ primjerena značenja i peteroznamenasti broj. Zaporka upisana na prvoj stranici ispita upisuje se i na priloženi obrazac zajedno s imenom, prezimenom i OIB-om učenika, razredom, školom, mjestom, općinom ili gradom, županijom, imenom i prezimenom učitelja/nastavnika mentora i imenom i prezimenom sumentora (ako natjecatelj ima sumentora). Taj se obrazac stavlja u omotnicu, koja se zalijepi i na njoj se ništa ne piše.

Učenicima se dopušta pisanje po marginama i po praznim stranicama ispitnoga materijala bez oduzimanja bodova i/ili diskvalifikacije. Ako učenici trebaju dodatan papir za rješavanje zadataka, treba im ponuditi ovjereni bijeli papir. Isključivo se vrednuje čitko napisan odgovor u prostoru predviđenome za odgovor. Ispit se rješava kemijskom olovkom s plavom tintom koja se ne briše. Ne vrednuju se netočno riješeni zadatci ni naknadno ispravljeni odgovori te odgovori u zagradama.

Povjerenstva i potpovjerenstva ispravljaju ispite kemijskom olovkom s crvenom tintom. Član povjerenstva koji pregledava zadatke znakom \checkmark označuje da je odgovor pravilan, ispisuje broj ostvarenih bodova uz odgovore, upisuje ukupan broj bodova na naslovnicu ispita te svojim potpisom potvrđuje točnost broja bodova, što nakon pregleda supotpisuju još dva člana povjerenstva. Ako se pri upisivanju broja bodova ili pri konačnome zbroju bodova pogriješi, pogrešku valja precrtati dvjema kosim crtama te dopisati ispravak s potpisom svih članova povjerenstva (3 člana).

ZADATCI

1. Na prvi dan proljeća astronom je u zvjezdarnici Greenwich ($\phi = 51^\circ 28'$ sjeverne geografske širine) teleskopom promatrao nebo. Oko ponoći mu je prijatelj javio da je jedna zvijezda na koordinatama $\alpha = 12^h$ i $\delta = -5^\circ 36'$ naglo promijenila sjaj. Hoće li je astronom moći vidjeti teleskopom iz zvjezdarnice Greenwich, tj. nalazi li se zvijezda iznad horizonta?

	12
--	----

$$\phi = 51^\circ 28'$$

$$\alpha = 12^h$$

$$\delta = -5^\circ 36'$$

$$h > 0?$$

Na prvi dan proljeća Sunce je otprilike u proljetnoj točki, a zvjezdano vrijeme LST jednako je satnom kutu proljetne točke:

$$LST = t_\gamma \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

Sunce je, a približno i proljetna točka, u donjoj kulminaciji u ponoć pa vrijedi:

$$LST \approx 12^h \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

Zvjezdano vrijeme također dobivamo i pomoću rektascenzije i satnog kuta zvijezde:

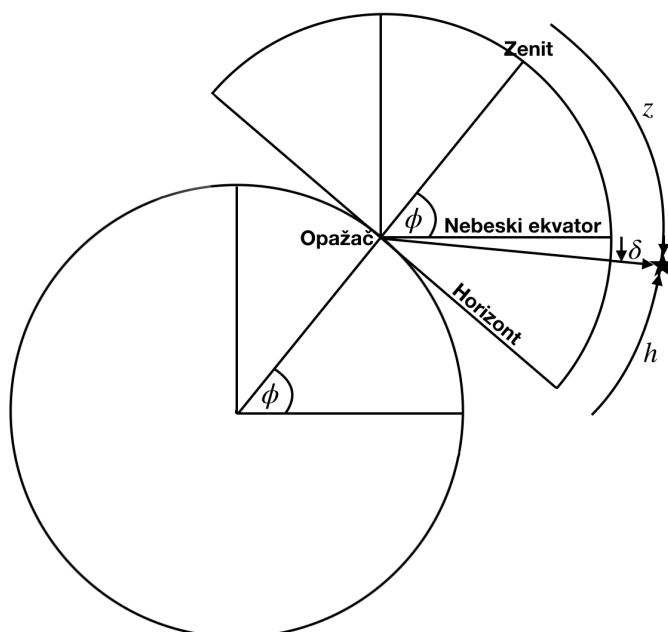
$$LST = \alpha + t \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$t = LST - \alpha \approx 12^h - 12^h = 0^h \text{ (zvijezda je u mjesnom nebeskom meridijanu)} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

Za zvijezdu u mjesnom nebeskom meridijanu vrijedi (vidjeti skicu koja se ne boduje, nego je tu da olakša razumijevanje rješenja ispravljaču testa):

$$\phi = z + \delta = 90^\circ - h + \delta \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$h = 90^\circ - \phi + \delta = 90^\circ - 51^\circ 28' - 5^\circ 36' = 32^\circ 56' \text{ (zvijezda je iznad opažačevog horizonta)} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$



2. Ukupna je masa Sunca oko $M_{\odot} = 1,989 \cdot 10^{30}$ kg od čega je oko 75 % masa vodika. Samo 13 % mase vodika dostupno je za termonuklearnu fuziju, a ostatak ostane u vanjskim slojevima Sunca. Izračunajte ukupnu masu vodika dostupnog za fuziju kao i ukupnu oslobođenu energiju fuzijom tog vodika u helij ako je poznato da se 0,7 % mase pretvori u energiju (koristite se poznatim izrazom za energiju $E = mc^2$ gdje je $c = 3 \cdot 10^8$ m/s). Nadalje, ako je poznato da je luminozitet Sunca jednak $L_{\odot} = 3,828 \cdot 10^{26}$ W, koliko se kilograma mase svake sekunde pretvori u energiju i koliko će dugo trebati da se potroši sav vodik dostupan za fuziju pretpostavljajući konstantni luminozitet (rezultat izrazite u godinama pri čemu je 1 god. = 365,25 dana)? Ako je Sunce trenutačno staro oko 4,5 milijardi godina, koliko će dugo još ono biti na glavnom nizu HR dijagrama?

$$M_{\odot} = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$m_H = 0,75 \cdot M_{\odot}$$

$$m_{H \rightarrow He} = 0,13 \cdot m_H$$

$$m(m_{H \rightarrow He} \rightarrow E) = 0,007 \cdot m_{H \rightarrow He}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$L_{\odot} = 3,828 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

$$1 \text{ god.} = 365,25 \text{ dana}$$

$$t = 4,5 \cdot 10^9 \text{ god.}$$

$$m_{H \rightarrow He} = ?$$

$$E_{H \rightarrow He} = ?$$

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} (\Delta t = 1 \text{ s}) = ?$$

$$t_{H \rightarrow He} = ?$$

$$t_{\text{glavni niz}} = ?$$

Ukupna masa vodika dostupnog za fuziju:

$$m_{H \rightarrow He} = 0,13 \cdot m_H = 0,13 \cdot 0,75 \cdot M_{\odot} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$m_{H \rightarrow He} = 0,13 \cdot 0,75 \cdot 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg} = 1,939275 \cdot 10^{29} \text{ kg} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

Ukupna oslobođena energija fuzijom vodika u helij:

$$E_{H \rightarrow He} = m(m_{H \rightarrow He} \rightarrow E)c^2 = 0,007 \cdot m_{H \rightarrow He}c^2 \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$E_{H \rightarrow He} = 0,007 \cdot 1,939275 \cdot 10^{29} \text{ kg} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 \approx 1,22 \cdot 10^{44} \text{ J} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

Svake sekunde se pretvori mase u energiju:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{c^2 \cdot \Delta t} = \frac{L_{\odot}}{c^2} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$\frac{\Delta m}{1 \text{ s}} = \frac{3,828 \cdot 10^{26} \text{ W}}{(3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2} \approx 4,253 \cdot 10^9 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

Sunce će pri konstantnom luminozitetu sav vodik dostupan za fuziju potrošiti za:

$$t_{H \rightarrow He} = \frac{E_{H \rightarrow He}}{L_{\odot}} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$t_{H \rightarrow He} = \frac{1,22 \cdot 10^{44} \text{ J}}{3,828 \cdot 10^{26} \text{ W}} \approx 3,187 \cdot 10^{17} \text{ s} = \frac{3,187 \cdot 10^{17}}{365,25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} \text{ god.} \approx 10^{10} \text{ god.} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

Sunce će se na glavnom nizu nalaziti još (dok ne potroši sav vodik za fuziju):

$$t_{\text{glavni niz}} = t_{H \rightarrow He} - t \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$t_{\text{glavni niz}} = 10^{10} \text{ god.} - 4,5 \cdot 10^9 \text{ god.} = 5,5 \cdot 10^9 \text{ god.} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

Prihvaća se odstupanje rješenja ukoliko je do njega došlo zbog drugačijeg zaokruživanja.

3. Nepoznato tijelo Sunčeva sustava nalazi se u ravnini ekliptike. Iznos godišnje paralakse tog tijela jednak je polovici iznosa godišnje aberacije svjetlosti. Odredite udaljenost tijela od Sunca u metrima i njegov period revolucije u godinama ($G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $1 \text{ god.} = 365,25 \text{ dana}$, $1 \text{ pc} = 3,262 \text{ s. god.}$, masa Sunca je $M_{\odot} = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ i udaljenost Zemlje od Sunca je $r_{ZS} = 149,6 \cdot 10^9 \text{ m}$). Napomena: dodatno se boduje izvod formule za brzinu revolucije Zemlje oko Sunca i poznavanje formule za godišnju aberaciju svjetlosti.

13

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$1 \text{ god.} = 365,25 \text{ dana}$$

$$1 \text{ pc} = 3,262 \text{ s. god.}$$

$$M_{\odot} = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$r_{ZS} = 149,6 \cdot 10^9 \text{ m}$$

$$p = \frac{1}{2} \alpha$$

$$d = ?$$

$$T = ?$$

$$F_g = F_{cp} \longrightarrow G \frac{M_{\odot} m_Z}{r_{ZS}^2} = \frac{m_Z v_Z^2}{r_{ZS}} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$v_Z = \sqrt{G \frac{M_{\odot}}{r_{ZS}}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{149,6 \cdot 10^9 \text{ m}}} \approx 29779 \text{ m/s} \quad \mathbf{1 \text{ bod (ako je učenik krenuo rješavati zadatak od ovog dijela znajući da je brzina revolucije Zemlje oko Sunca otprilike 29,8 km/s ili 30 km/s, bodovanje rješenja zadatka počinje s ovim bodom odnosno u obzir se ne uzimaju prethodna 2 boda)}}$$

učenik krenuo rješavati zadatak od ovog dijela znajući da je brzina revolucije Zemlje oko Sunca otprilike 29,8 km/s ili 30 km/s, bodovanje rješenja zadatka počinje s ovim bodom odnosno u obzir se ne uzimaju prethodna 2 boda)

Godišnja aberacija α dana je izrazom:

$$\tan \alpha = \frac{v_Z}{c} \text{ (zbog malog kuta može i } \sin \alpha = \frac{v_Z}{c}) \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$\alpha = \arctan \frac{v_Z}{c} = \arctan \frac{29779 \text{ m/s}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \approx 0,005687^\circ = 20,4732'' \text{ (isto se dobije i s arcsin } \alpha) \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

(ako je učenik krenuo rješavati zadatak od ovog dijela znajući da je godišnja aberacija otprilike 20,5'', bodovanje rješenja zadatka počinje s ovim bodom odnosno u obzir se ne uzima prethodnih 5 bodova)

$$p = \frac{1}{2} \alpha = \frac{1}{2} \cdot 20,4732'' = 10,2366'' \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$d [\text{pc}] = \frac{1}{p [']'} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$d = \frac{1}{10,2366''} \approx 0,0977 \text{ pc} \approx 0,0977 \cdot 3,262 \text{ s. god.} = 0,3186974 \text{ s. god.}$$

$$= 0,3186974 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ m}$$

$$= 3,0172 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

2 boda

Ranije je izjednačavanjem gravitacijske i centripetalne sile dobiven izraz za brzinu iz čega dobivamo izraz za period:

$$v_Z = \sqrt{G \frac{M_\odot}{r_{ZS}}} = \frac{2r\pi}{T} \longrightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{d^3}{GM_\odot}} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(3,0172 \cdot 10^{15} \text{ m})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}}} \approx 9,0408 \cdot 10^{13} \text{ s}$$

$$\approx \frac{9,0408 \cdot 10^{13}}{365,25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} \text{ god.}$$

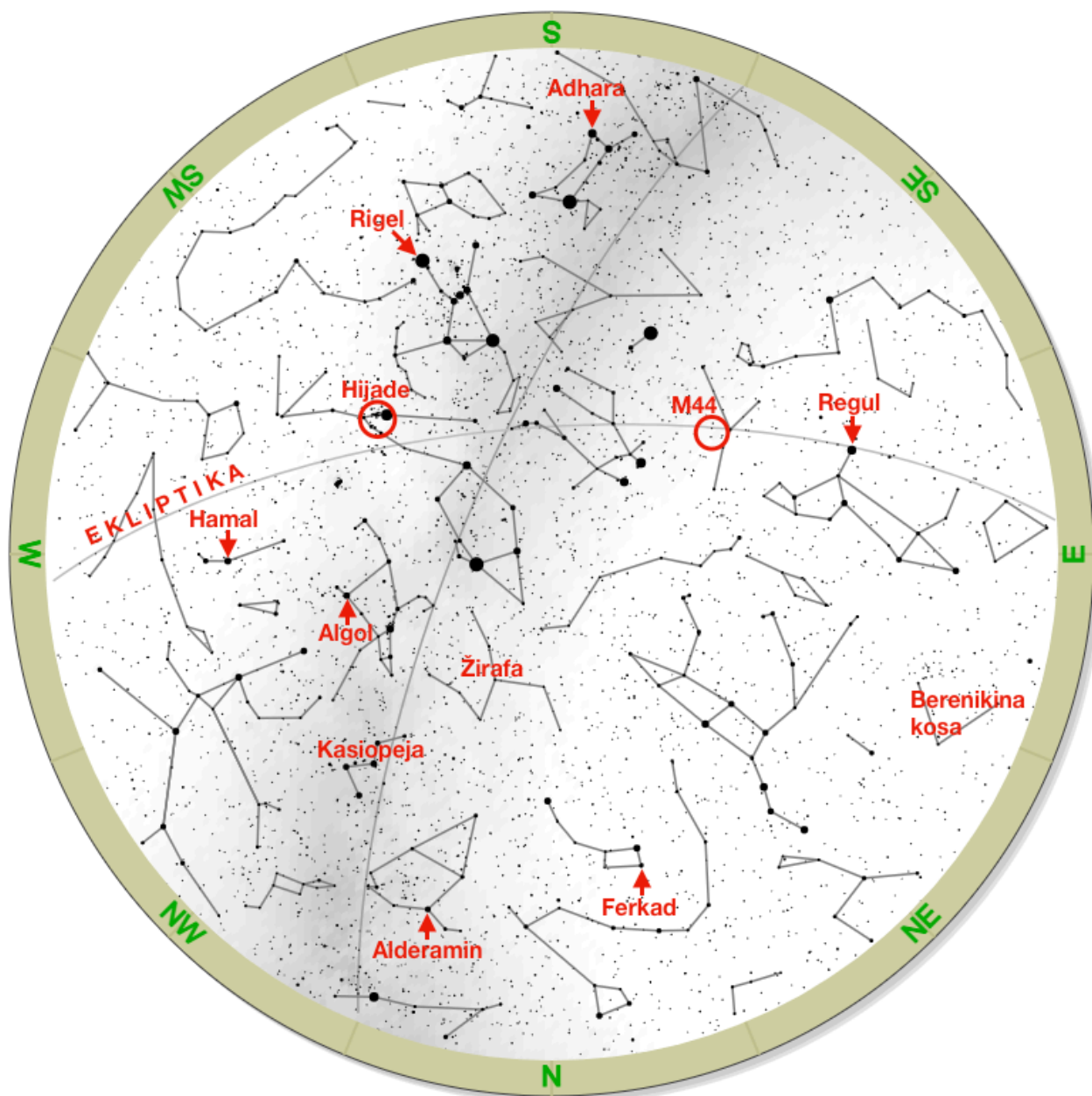
$$\approx 2,8649 \cdot 10^6 \text{ god.}$$

2 boda

Prihvća se odstupanje rješenja ukoliko je do njega došlo zbog drugačijeg zaokruživanja.

4. Na priloženoj karti neba označite položaj strelicom i pridružite imena sljedećih zvijezda: Adhara, Alderamin, Algol, Ferkad, Hamal, Regul, Rigel. Također, pridružite imena sljedećih zvijezda: Berenikina kosa, Kasiopeja, Žirafa. Nadalje, kružićem označite položaj i pridružite ime Hijade te pridružite ekliptiku uz odgovarajuću liniju. Na kraju označite kružićem položaj i pridružite oznaku Messierova objekta M44.

13



Za svaku točnu oznaku dobiva se po 1 bod.