

**DRŽAVNO NATJECANJE IZ ASTRONOMIJE 2025. GODINE**  
**12.-14. SVIBNJA 2025.**  
**4. RAZRED**  
**TOČNI ODGOVORI**

|    |  |
|----|--|
| 16 |  |
|----|--|

1. Teleskopom žarišne daljine  $f = 8000$  mm opažena je zvijezda čija godišnja paralaksa iznosi  $p = 0,05''$ . CCD kamera postavljena je u žarištu teleskopa te je izmjereno da je promjer zvijezde na njezinu detektoru  $D = 8 \cdot 10^{-7}$  m. Prividna zvjezdana veličina promatrane zvijezde iznosi  $m = 1^m$ . Odredite efektivnu temperaturu te zvijezde. Zanimajte utjecaj Zemljine atmosfere. Apsolutna zvjezdana veličina Sunca iznosi  $M_{\text{Sun}} = 4,8^m$ , površinska temperatura Sunca iznosi  $T_{\text{Sun}} = 5780$  K, polumjer Sunca je  $r_{\text{Sun}} = 696000$  km, Stefan-Boltzmannova konstanta iznosi  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ , brzina svjetlosti je  $c = 300000$  km/s, a  $1 \text{ AJ} = 1,5 \cdot 10^8$  km.

$$f = 8000 \text{ mm}$$

$$p = 0,05''$$

$$D = 8 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$m = 1^m$$

---

$$T_{\text{zvijezde}} = ?$$

$$\text{Veličina slike koju daje teleskop: } D = f \cdot \text{tg } \varphi \Rightarrow \varphi = \arctg \frac{D}{f} \quad 1 \text{ bod}$$

$$\varphi = \arctg \frac{8 \cdot 10^{-7} \text{ m}}{8 \text{ m}} = 5,73 \cdot 10^{-6} \circ \quad 1 \text{ bod}$$

$$\text{Udaljenost zvijezde: } d[\text{pc}] = \frac{1}{p[']'} \quad 1 \text{ bod}$$

$$d = \frac{1}{0,05''} = 20 \text{ pc} \quad 1 \text{ bod}$$

$$d = 20 \cdot 3,26 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} = 6,17 \cdot 10^{17} \text{ m} \quad 1 \text{ bod}$$

Stvarni polumjer zvijezde:  $r = d \cdot \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}$  1 bod

$$r = 6,17 \cdot 10^{17} \text{ m} \cdot \operatorname{tg} \frac{5,73 \cdot 10^{-6}}{2} = 6,17 \cdot 10^{17} \text{ m} \cdot 5,0 \cdot 10^{-8} = 3,1 \cdot 10^{10} \text{ m}$$
 1 bod

Izračun prividne zvj. veličine Sunca:  $m_{\text{Sunce}} - M_{\text{Sunce}} = 5 \log d_{\text{Zemlja}} [\text{pc}] - 5$  1 bod

$$m_{\text{Sunce}} = M_{\text{Sunce}} + 5 \log d_{\text{Zemlja}} [\text{pc}] - 5 = 4,83 + 5 \log \frac{1}{206265} - 5 = -26,74^{\text{m}}$$
 1 bod

Luminozitet Sunca:  $L_{\text{Sunce}} = \sigma \cdot 4r_{\text{Sunce}}^2 \cdot \pi \cdot T_{\text{Sunce}}^4$  1 bod

$$L_{\text{Sunce}} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4} \cdot 4 \cdot (6,96 \cdot 10^8)^2 \text{ m}^2 \cdot \pi \cdot (5780)^4 \text{ K}^4 = 3,85 \cdot 10^{26} \text{ W}$$
 1 bod

$$\frac{E_{\text{zvijezde}}}{E_{\text{Sunce}}} = 2,512^{m_{\text{Sunce}} - m_{\text{zvijezda}}}$$
 1 bod

$$E_{\text{zv}} = E_{\text{Sun}} \cdot 2,512^{m_{\text{Sunce}} - m_{\text{zvijezda}}} \Rightarrow \frac{\sigma \cdot 4 \cdot \pi \cdot r_{\text{zvijezde}}^2 \cdot T_{\text{zvijezde}}^4}{4 \cdot \pi \cdot d_{\text{zvijezde}}^2} = \frac{L_{\text{Sunce}}}{4 \cdot d_{\text{Sunce}}^2 \cdot \pi} \cdot 2,512^{-26,74-1}$$
 1 bod

$$T_{\text{zvijezda}} = \sqrt[4]{\frac{d_{\text{zvijezde}}^2 \cdot L_{\text{Sunce}}}{\sigma \cdot r_{\text{zvijezde}}^2 \cdot 4 \cdot d_{\text{Sunce}}^2 \cdot \pi} \cdot 2,512^{m_{\text{Sunce}} - m_{\text{zvijezde}}}}$$
 1 bod

$$T_{\text{zvijezda}} = \sqrt[4]{\frac{(6,17 \cdot 10^{17})^2 \text{ m}^2 \cdot 3,85 \cdot 10^{26} \text{ W}}{5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4} \cdot (3,1 \cdot 10^{10})^2 \text{ m}^2 \cdot 4 \cdot (1,5 \cdot 10^{11})^2 \text{ m}^2 \cdot \pi} \cdot 2,512^{-26,74-1}}$$
 1 bod

$$T_{\text{zvijezda}} = 2950 \text{ K} \approx 3000 \text{ K}$$
 1 bod

---

Ukupno: 16 bodova

2. U udaljenoj galaktici opažena je supernova prividne zvjezdane veličine  $16,1^{\text{m}}$ . Crveni pomak galaktike iznosi 0,0044. Odredite koliko je iznosila apsolutna zvjezdana veličina te supernove i na kojoj se udaljenosti nalazi galaktika- domaćin. Izračunajte na kojoj bi valnoj duljini (zbog crvenog pomaka) bila opažena emisijska linija  $H_{\alpha}$ , laboratorijske valne duljine 656,3 nm. Koliko iznosi najmanji promjer teleskopa kojim bi se vizualno mogla opaziti ta supernova ako granična zvjezdana veličina vidljiva okom iznosi  $6,5^{\text{m}}$ , a promjer zjenice oka

promatrača iznosi 6,5 mm? Brzina svjetlosti iznosi  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s, a Hubbleova je konstanta  $H_0 = 70 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}}$ . Zanimajte ekstinkciju.

$$m_{\text{sn}} = 16,1^{\text{m}}$$

$$z = 0,0044$$

$$\lambda_0 = 656,3 \text{ nm}$$

$$m_{\text{gr}} = 6,5^{\text{m}}$$

$$p = 6,5 \text{ mm}$$

---


$$M = ?; r = ?; \lambda_{\text{H}\alpha} = ?; D = ?$$

$$v = z \cdot c \quad 1 \text{ bod}$$

$$v = 0,0044 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 1,32 \cdot 10^6 \text{ m/s} \quad 1 \text{ bod}$$

$$v = H_0 \cdot r \Rightarrow r = \frac{v}{H_0} \quad 1 \text{ bod}$$

$$r = \frac{1,32 \cdot 10^3 \text{ km/s}}{70 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}}} = 18,9 \text{ Mpc} \quad 1 \text{ bod}$$

$$M = m + 5 - 5 \log r [\text{pc}] \quad 1 \text{ bod}$$

$$M = 16,1 + 5 - 5 \log 18,9 \cdot 10^6 = -15,3^{\text{m}} \quad 1 \text{ bod}$$

$$1 + z = \frac{\lambda_{\text{opaženo}}}{\lambda_{\text{emitirano}}} \Rightarrow \lambda_{\text{opaženo}} = (1 + z) \cdot \lambda_{\text{emitirano}} \quad 1 \text{ bod}$$

$$\lambda_{\text{opaženo}} = (1 + 0,0044) \cdot 6,563 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 6,592 \cdot 10^{-7} \text{ m} \quad 1 \text{ bod}$$

$$m = 6,5^{\text{m}} + 5 \log \frac{D}{p} \quad 1 \text{ bod}$$

$$\log \frac{D}{p} = \frac{m - 6,5^{\text{m}}}{5} \Rightarrow \frac{D}{p} = 10^{\frac{m - 6,5}{5}} \Rightarrow D = p \cdot 10^{\frac{m - 6,5}{5}} \quad 1 \text{ bod}$$

$$D = 6,5 \text{ mm} \cdot 10^{\frac{16,1 - 6,5}{5}} = 541 \text{ mm} \quad 1 \text{ bod}$$

---

Ukupno: 11 bodova

3. S kojih se najvećih Marsovih geografskih (areografskih) širina mogu vidjeti njegovi sateliti Fobos, odnosno Deimos? Koliko bi morala biti visoka planina na sjevernom ili južnom polu Marsa da bi se s nje vidjeli Fobos, odnosno Deimos? Uzmite da je Mars savršena kugla, te zanemarite refrakciju, dimenzije Fobosa i Deimosa, ekscentricitet i nagib njihovih staza. Polumjer Marsa iznosi 3390 km, njegova je masa  $6,42 \cdot 10^{23} \text{ kg}$ . Period revolucije Fobosa iznosi 7 sati i 39 minuta, Deimosa 1,263 dana, a gravitacijska je konstanta  $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}$ .

$$R_M = 3,39 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$M_M = 6,42 \cdot 10^{23} \text{ kg}$$

$$T_F = 7^{\text{h}} 39^{\text{m}} = 27540 \text{ s}$$

$$T_D = 1,263 \text{ dana} \approx 109120 \text{ s}$$

$$G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}$$

---


$$\varphi_{\text{Fobos}} = ?; h_{\text{Fobos}} = ?; \varphi_{\text{Deimos}} = ?; h_{\text{Deimos}} = ?$$

$$\frac{mv^2}{r_F} = G \frac{M_M m}{r_F^2} \Rightarrow v^2 = G \frac{M_M}{r_F} \quad 1 \text{ bod}$$

$$\left( \frac{2r_F \pi}{T_F} \right)^2 = G \frac{M_M}{r_F} \Rightarrow \frac{4r_F^2 \pi^2}{T_F^2} = G \frac{M_M}{r_F} \Rightarrow \frac{r_F^3}{T_F^2} = \frac{GM_M}{4\pi^2} \quad 1 \text{ bod}$$

$$r_F = \sqrt[3]{\frac{GM_M}{4\pi^2} \cdot T_F^2} = \sqrt[3]{\frac{6,672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1} \cdot 6,42 \cdot 10^{23} \text{ kg}}{4\pi^2} \cdot (27540 \text{ s})^2} \quad 1 \text{ bod}$$

$$r_F = 9,371 \times 10^6 \text{ m} = 9371 \text{ km} \quad 1 \text{ bod}$$

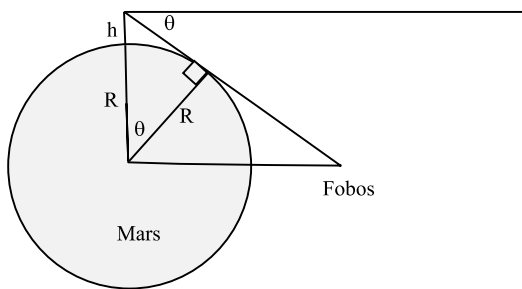
$$r_D = \sqrt[3]{\frac{GM_M}{4\pi^2} \cdot T_D^2} = \sqrt[3]{\frac{6,672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1} \cdot 6,42 \cdot 10^{23} \text{ kg}}{4\pi^2} \cdot (109120 \text{ s})^2} \quad 1 \text{ bod}$$

$$r_F = 2,346 \cdot 10^7 \text{ m} = 23460 \text{ km} \quad 1 \text{ bod}$$

$$\cos \varphi_F = \frac{R_M}{r_F} \Rightarrow \varphi_F = \arccos \frac{R_M}{r_F} \quad 1 \text{ bod}$$

$$\varphi_F = \arccos \frac{3390 \text{ km}}{9371 \text{ km}} = \arccos 0,36175 = 68,8^\circ \quad 1 \text{ bod}$$

$$\varphi_D = \arccos \frac{3390 \text{ km}}{23460 \text{ km}} = \arccos 0,1445 = 81,7^\circ \quad 1 \text{ bod}$$



(napomena: skica se neboduje)

$$\theta_F = 90^\circ - \varphi_F = 90^\circ - 68,8^\circ = 21,2^\circ \quad 1 \text{ bod}$$

$$\theta_D = 90^\circ - \varphi_D = 90^\circ - 81,7^\circ = 8,3^\circ \quad 1 \text{ bod}$$

$$\cos \theta = \sin \varphi = \frac{R_M}{R_M + h} \Rightarrow R_M + h = \frac{R_M}{\cos \theta} = \frac{R_M}{\sin \varphi} \quad 1 \text{ bod}$$

$$h_F = \frac{R_M}{\cos \theta_F} - R_M = \frac{3390 \text{ km}}{\cos 21,2^\circ} - 3390 \text{ km} = 246 \text{ km} \quad 1 \text{ bod}$$

$$h_D = \frac{R_M}{\cos \theta_D} - R_M = \frac{3390 \text{ km}}{\cos 8,3^\circ} - 3390 \text{ km} = 36 \text{ km} \quad 1 \text{ bod}$$

---

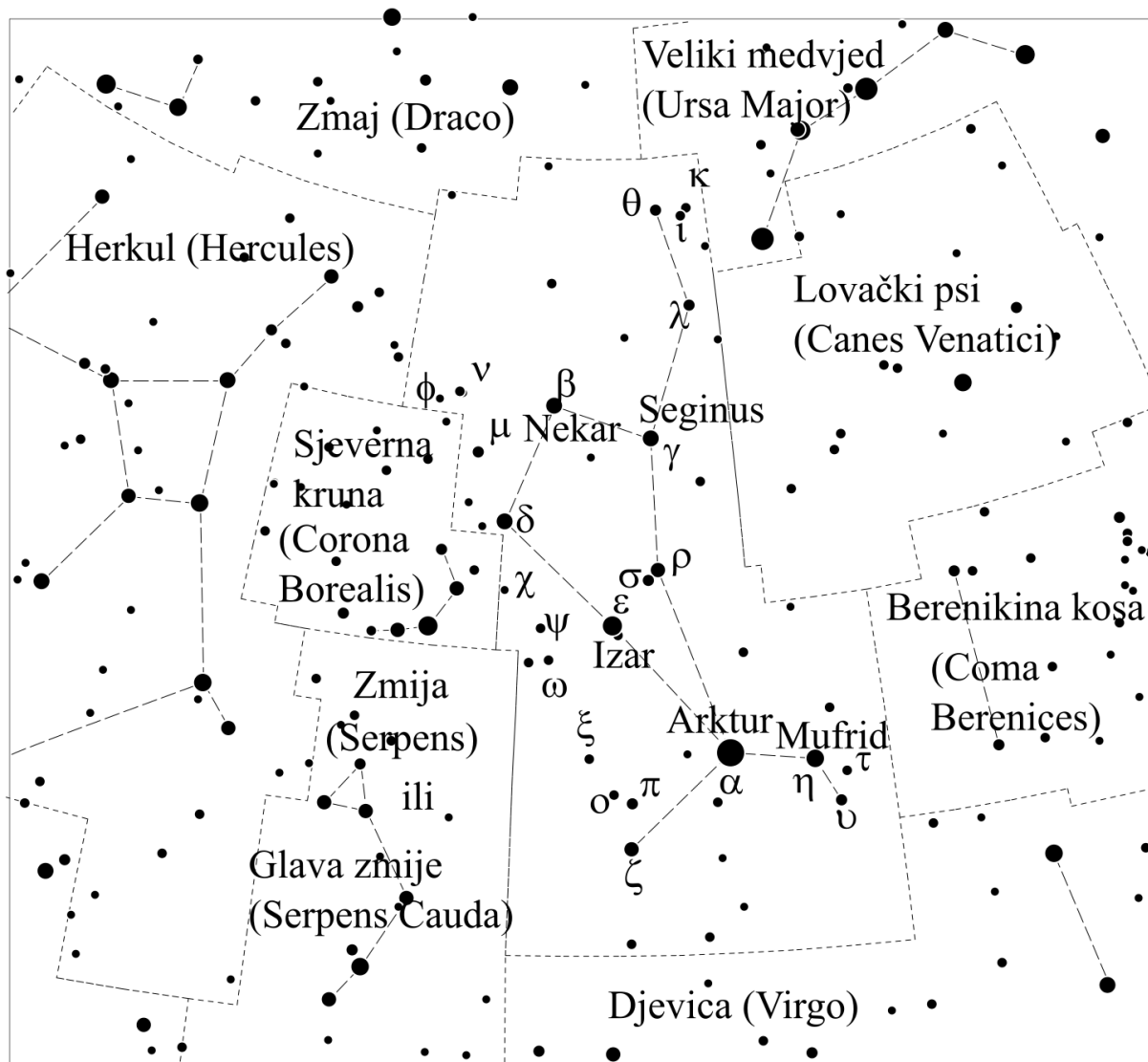
Ukupno: 14 bodova

**Napomena: u svim zadacima se tolerira pogreška rješenja od  $\pm 5\%$**

|   |  |
|---|--|
| 9 |  |
|---|--|

4. Na karti zvijezda Volara:

- a) uz odgovarajuće zvijezde napišite imena barem dviju zvijezda u tom zviježđu
- b) uz odgovarajuće zvijezde napišite ispravno Bayerove oznake za barem tri zvijezde u tom zviježđu
- c) unutar njihovih granica napišite nazive barem četiriju zvijezda koja graniče s Volarom.



a) Pravilno napisana imena: svako ime **1 bod**, maksimalno **2 boda**

$\alpha$  - Arktur, Arcturus

$\beta$  - Nekar, Nekkar, Meres

$\gamma$  - Seginus, Haris as-sama, Haris as-samak

$\epsilon$  - Izar, Mirak, Pulcherrima

$\eta$  - Mufrid, Mifrid

b) svaka ispravno obilježena zvijezda Bayerovom oznakom po **1 bod**, maksimalno **3 boda**

c) Svako napisano ime zvijezda unutar njegovih granica po **1 bod**, maksimalno **4 boda**

Ukupno 9 bodova