

# **ŠKOLSKO NATJECANJE IZ FIZIKE**

## **3. SKUPINA ZADATAKA**

**ŠKOLSKA GODINA 2024./2025.**

### **RJEŠENJA**

**Zadatak 1. (10 bodova)****Rješenje**

Između metalnih ploča nastat će homogeno električno polje uključivanjem istosmjernog izvora. Kada je izvor isključen, električno polje neće djelovati na elektriziranu kuglicu, a kuglica će se njihati samo pod utjecajem sile teže.

Period njihala s isključenim izvorom i električnim poljem iznosi:

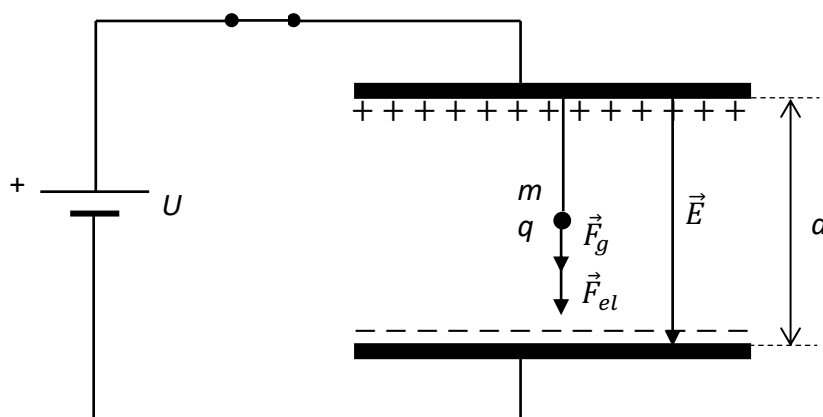
$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad 0.5 \text{ boda}$$

Poznavajući period njihala s isključenim izvorom, možemo odrediti duljinu njihala:

$$l = g \cdot \frac{T_0^2}{4\pi^2} = 0.0621 \text{ m} = 6.21 \text{ cm} \quad 1 \text{ bod}$$

Kada uključimo izvor napona  $U$ , gornja ploča nabije se pozitivnim nabojem i u prostoru između ploča razmaknutih za udaljenost  $d$  nastaje električno polje smjera prikazanog na slici i iznosa:

$$E = \frac{U}{d} \quad 0.5 \text{ boda}$$



Uz silu težu  $\vec{F}_g$ , na metalnu naelektriziranu kuglicu djeluje i električno polje  $\vec{E}$  električnom silom  $\vec{F}_{el}$  na naboj  $q$  na površini metalne kuglice mase  $m$ . Električna sila na metalnu kuglicu iznosi:

$$F_{el} = q \cdot E = \frac{qU}{d} \quad 1 \text{ bod}$$

Sila teža iznosi:

$$F_g = m \cdot g$$

Ukupna sila na kuglicu iznosi:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_g + \vec{F}_{el}$$

Odnosno po iznosu (vidi sliku gore):

$$F_R = F_g + F_{el} = mg + \frac{qU}{d} \quad 1 \text{ bod}$$

Prema 1. Newtonovu zakonu, rezultantno ubrzanje  $a$  kuglice iznosi:

$$F_R = a \cdot m = mg + \frac{qU}{d}$$

$$a = \frac{qU}{md} + g \quad 1 \text{ bod}$$

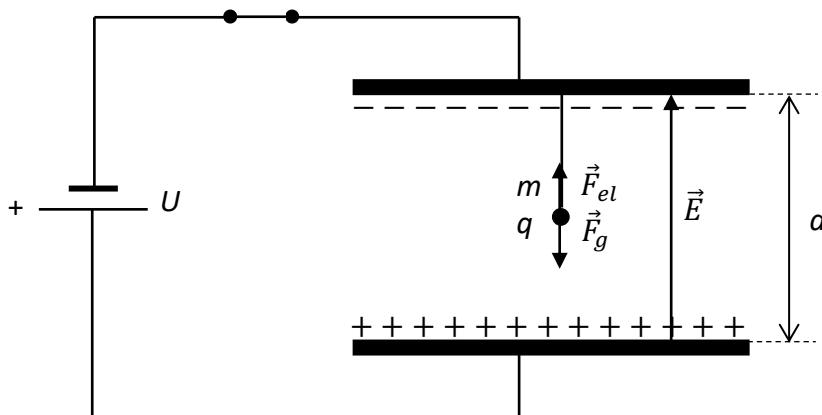
Kako bismo odredili period njihala s uključenim električnim poljem, potrebno je ubrzanje sile teže zamijeniti rezultantnim ubrzanjem u relaciji za period matematičkog njihala:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{a}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g + \frac{qU}{md}}} \quad 1 \text{ bod}$$

S obzirom na to da poznajemo period  $T_1$  njihala s uključenim električnim poljem, iz gornje relacije odredi se naboj na metalnoj kuglici:

$$\begin{aligned} \frac{l}{g + \frac{qU}{md}} &= \frac{T_1^2}{4\pi^2} \\ g + \frac{qU}{md} &= l \cdot \frac{4\pi^2}{T_1^2} \\ q &= \frac{md}{U} \left( \frac{4\pi^2 l}{T_1^2} - g \right) \\ q &= 1.97 \cdot 10^{-4} \text{ C} = 197 \text{ } \mu\text{C} \end{aligned} \quad 1 \text{ bod}$$

Ako se polaritet izvora obrne, električno polje i električna sila djelovat će u suprotnom smjeru od smjera sile teže (vidi sliku)



Rezultantna je sila sada (pozitivan je smjer od gornje prema donjoj ploči):

$$F'_R = F_g - F_{el} = mg - \frac{qU}{d}$$

Rezultantno ubrzanje  $a'$  sada je:

$$\begin{aligned} F'_R &= a' \cdot m = mg - \frac{qU}{d} \\ a' &= g - \frac{qU}{md} \end{aligned} \quad 1 \text{ bod}$$

Novi je period njihala:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{a'}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g - \frac{qU}{md}}}$$
$$T_2 = 0.621 \text{ s}$$

1 bod

1 bod

**Zadatak 2. (10 bodova)****Rješenje.**

Polumjer izolatora:

$$R = 1 \text{ cm}$$

Primijetite da vodiči u izolatoru čine jednakostranični trokut duljine stranice jednake promjeru presjeka izolatora:

$$a = 2R = 2 \text{ cm}$$

Magnetsko polje na udaljenosti  $r$  od beskonačno dugačkog vodiča kroz koju teče struja  $I$ , a nalazi se u sredstvu relativne magnetske permeabilnosti  $\mu_r$ :

$$B = \mu_0 \mu_r \frac{I}{2\pi r}$$

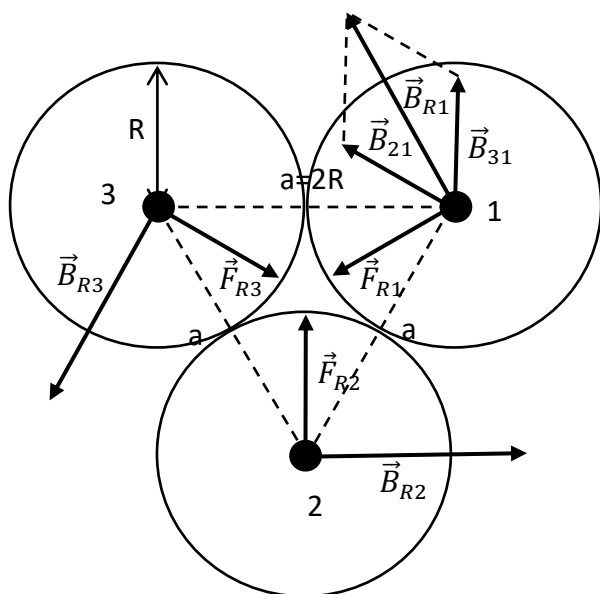
1 bod

Problem je simetričan, pa se svodi na rješavanje za proizvoljno odabrani vodič. Riješimo problem za vodič označen s 1 na donjoj slici, gdje smo (proizvoljno) odabrali tok struje iz papira prema promatraču.

Magnetsko polje zbog toka struje kroz vodič 2 na mjestu vodiča 1 iznosi ( $\mu_r \approx 1$ ):

$$B_{21} = \mu_0 \frac{I}{2\pi a}$$

1 bod



Isto magnetsko polje uzrokuje tok struje kroz vodič 3 na mjestu vodiča 1:

$$B_{31} = \mu_0 \frac{I}{2\pi a}$$

1 bod

Rezultantno magnetsko polje dobijemo zbrojem vektora magnetskih polja vodiča 2 i 3 na mjestu vodiča 1:

$$\vec{B}_{R1} = \vec{B}_{21} + \vec{B}_{31}$$

S gornje slike, s obzirom na to da se radi o poligonu s jednakokraničnim trokutom duljine stranice jednake  $B_{21} = B_{31}$ , potrebno je odrediti visinu jednakokraničnog trokuta:

$$B_{R1} = 2B_{21} \frac{\sqrt{3}}{2} = B_{21}\sqrt{3} = B_{31}\sqrt{3} \quad 1 \text{ bod}$$

$$B_{R1} = \mu_0 \frac{I}{4\pi R} \sqrt{3} = 1.73 \cdot 10^{-6} \text{ T} \quad 1 \text{ bod}$$

Sila na vodič duljine  $l$  uronjen u magnetsko polje jakosti  $B$  iznosi:

$$F = BIl \sin \alpha \quad 1 \text{ bod}$$

Gdje je  $\alpha$  kut između vodiča (smjera struje) i smjera magnetskog polja.

Kako je smjer resultantnog magnetskog polja okomit na smjer struje kroz vodič:

$$\alpha = 90^\circ \Rightarrow F = BIl$$

$$\frac{F}{l} = BI = 1.73 \cdot 10^{-7} \text{ N/m} \quad 1 \text{ bod}$$

Smjer sile okomit je na smjer resultantnog magnetskog polja i struje kroz vodič (vidi sliku).

Ispravno ucrtana resultantna magnetska polja (smjer) na slici 1 bod

Ispravno ucrtane komponente magnetskog polja (smjer) vodiča 2 i 3 na mjestu vodiča 1 barem za jedan vodič 1 bod

Ispravno ucrtane sile (smjer) na slici 1 bod

**NAPOMENA:** Zadatak je moguće riješiti tako da se prvo odrede sile na vodič, a zatim magnetska polja. Ovakav postupak jednako je valjan, te ga treba ocijeniti na isti način kako je gore prikazano, samo zamijeniti magnetsko polje sa silom u prvom dijelu rješenja, odnosno silu s magnetskim poljem u drugom dijelu rješenja, kako slijedi.

Sila između dvaju paralelnih vodiča dužine  $l$  razmaknute za  $a$  kojima teče struja jakosti  $I_1$  i  $I_2$ :

$$F = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{a} l \quad 1 \text{ bod}$$

Struje su iste jakosti ( $I_1 = I_2 = I$ ), dok je  $\mu_r \approx 1$ :

$$F/l = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I^2}{2R} \quad 1 \text{ bod}$$

Sile vodiča 2 na vodič 1, i vodiča 3 na vodič 1 su:

$$F_{21}/l = F_{31}/l = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I^2}{2R} \quad 1 \text{ bod}$$

Sile vodiča 2 na vodič 1 i vodiča 3 na vodič 1 zatvaraju kut  $60^\circ$ , pa se rješavanjem za visinu jednakokraničnog trokuta dobije za resultantnu silu na vodič 1:

$$F_{R1}/l = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I^2}{2R} \sqrt{3} = 1.73 \cdot 10^{-7} \text{ N/m} \quad 2 \text{ boda}$$

Magnetsko polje dobije se iz relacije:

$$F = BIl \sin \alpha \quad \Rightarrow \quad B = \frac{F}{l} \frac{1}{I \sin \alpha} \quad 1 \text{ bod}$$

Za silu okomitu na smjer struje u vodiču,  $\alpha = 90^\circ$ , vrijedi da je resultantno magnetsko polje na vodič 1 jednaka:

$$B_{R1} = \frac{F}{l} \frac{1}{I} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \sqrt{3} = 1.73 \cdot 10^{-6} \text{ T} \quad 1 \text{ bod}$$

Ispravno ucrtane resultantne sile (smjer) na slici 1 bod

Ispravno ucrtane komponente sila (smjer) između vodiča 2 i 1 te između vodiča 3 i 1 barem za jedan vodič 1 bod

Ispravno ucrtana magnetska polja (smjer) na slici 1 bod

**Zadatak 3. (10 bodova)****Rješenje.**

Period njihala na Zemlji iznosi:

$$T_{njih} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad 1 \text{ bod}$$

Iz gornje relacije dobijemo duljinu niti:

$$l = \frac{g \cdot T_{njih}^2}{4\pi^2} = 0.995 \text{ m} \quad 1 \text{ bod}$$

---

Dvije opruge možemo u oscilator spojiti serijski ili paralelno. Za paralelno spojene opruge period oscilatora iznosi:

$$k_{par} = k_1 + k_2 = 2k \quad 1 \text{ bod}$$

$$T_{osc,par} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_{par}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2k}} \quad 1 \text{ bod}$$

Za serijski spojene opruge ukupni koeficijent elastičnosti i period iznose:

$$\frac{1}{k_{ser}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{2}{k} \quad 1 \text{ bod}$$

$$k_{ser} = \frac{k}{2}$$

$$T_{osc,ser} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_{ser}}} = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{k}} \quad 1 \text{ bod}$$

---

Poznavajući period oscilatora s paralelno spojenim oprugama, možemo odrediti  $m/k$ :

$$\frac{m}{k} = \frac{T_{osc,par}^2}{2\pi^2}$$

i uvrstiti u relaciju za period oscilatora sa serijski spojenim oprugama:

$$T_{osc,ser} = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{2T_{osc,par}^2}{2\pi^2}} = 2T_{osc,par} = 6 \text{ s} \quad 2 \text{ boda}$$

---

Na Mjesecu će oscilator s oprugama spojenim paralelno ili serijski imati jednak period jer period oscilatora s oprugama ne ovisi o ubrzanju sile teže. 1 bod

---

Period njihala na Mjesecu iznositi će:

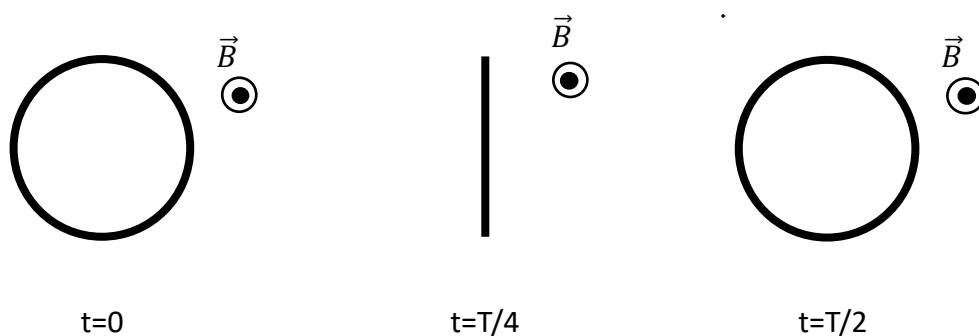
$$T_{njih,Mjesec} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_{Mjesec}}} = 4.91 \text{ s} \quad 1 \text{ bod}$$



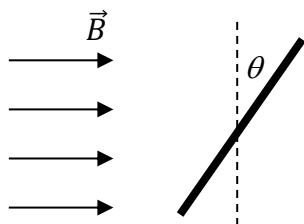
**Zadatak 4. (10 bodova)****Rješenje.**

U jednoj polovici perioda rotacije prsten se okrene za  $180^\circ$ . Tok magnetskog polja kroz prsten maksimalan je kada je površina prstena okomita na smjer magnetskog polja, a minimalan kada je površina prstena paralelna sa smjerom magnetskog polja.

Rotacija prstena tijekom koje moramo odrediti srednji elektromotorni napon prikazana je na donjoj slici:



Rotaciju prstena možemo prikazati i na slici dolje, gdje je u početnom trenutku  $t = 0$  kut  $\theta = 0^\circ$ , te se prsten rotira do kuta  $\theta = 180^\circ$  (jedna polovica perioda rotacije)



2 boda

Tok magnetskog polja kao umnožak jakosti magnetskog polja i površine projekcije petlje u ravninu okomitu na smjer magnetskog polja je:

$$\Phi(t) = B \cdot A \cdot \cos \theta(t)$$

1 bod

Rotacijom petlje u magnetskom polju mijenja se i površina projekcije petlje, pa tako i magnetski tok.

Inducirani elektromotorni napon po svom je iznosu jednak:

$$U = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

1 bod

U početnom trenutku  $t = 0$ , kut  $\theta = 0^\circ$  pa je magnetski tok:

$$\Phi_1(t = 0) = B \cdot A \cdot \cos 0^\circ = BA$$

U konačnom trenutku  $t = T/2$ , kut  $\theta = 180^\circ$  pa je magnetski tok:

$$\Phi_2(t = T/2) = B \cdot A \cdot \cos 180^\circ = -BA$$

Srednji inducirani elektromotorni napon u vremenu  $\Delta t = T/2$  iznosi:

$$U = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{T/2}$$

1 bod

$$U = -\frac{2BA}{T/2}$$

1 bod

Površina prstena:

$$A = r^2\pi$$

Period rotacije:

$$T = \frac{1}{f}$$

1 bod

Konačno dobijemo za srednji elektromotorni napon:

$$U = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{2BA}{\frac{T}{2}} = -4f \cdot B \cdot r^2\pi = -0.314 \text{ V}$$

1 bod

Rezultat za srednji elektromotorni napon potrebno je uvažiti bez obzira na predznak.

Otpor bakrenog prstena duljine opsega  $l = 2r\pi = 31.4 \text{ cm}$  i poprečnog presjeka  $S = 3 \text{ mm}^2$  iznosi:

$$R = \rho \frac{l}{S} = 1.758 \text{ m}\Omega = 0.001758 \Omega$$

1 bod

Srednja inducirana struja iznosi:

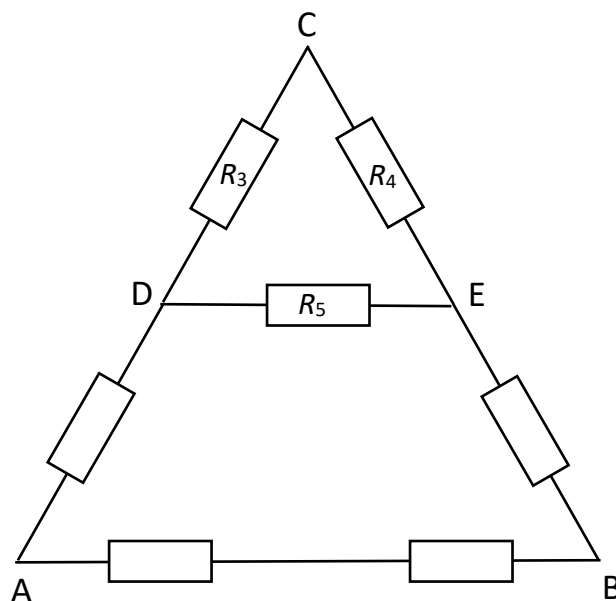
$$I = \frac{U}{R} = 179 \text{ A}$$

1 bod

**Rješenje.**

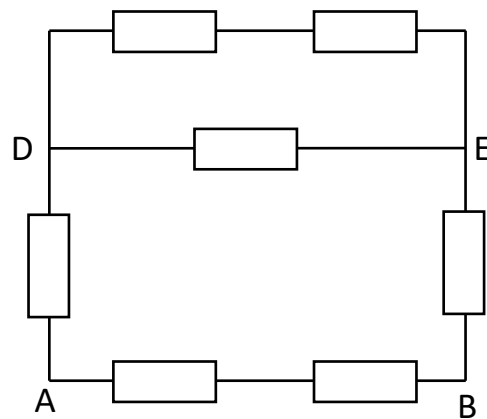
$$I_3 = -I_4$$

1 bod



Iz gornje sheme vidljivo je da su čvorovi u točkama A, B, D i E, a u grani DCE dva su otpornika spojena serijski.

Gornju shemu možemo prikazati kao:



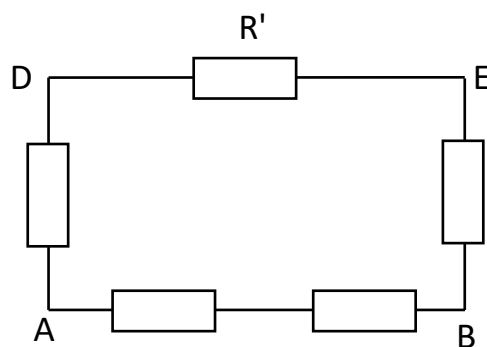
1 bod

Između točaka D i E imamo paralelni spoj otpornika R i 2R, pa je njihov ekvivalentni otpor:

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{3}{2R}$$

$$R' = \frac{2}{3}R$$

1 bod



1 bod

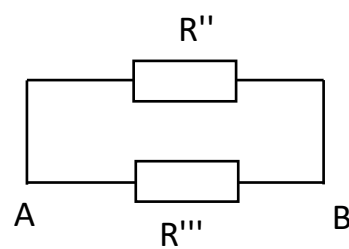
Otpornici u grani ADEB serijski su spojeni, te zatim paralelno s dva serijska otpornika u grani AB:

$$R'' = 2R + R' = \frac{8}{3}R$$

1 bod

$$R''' = R + R = 2R$$

1 bod



Konačno, ekvivalentni otpor iznosi:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R''} + \frac{1}{R'''} = \frac{3}{8R} + \frac{1}{2R} = \frac{7}{8R}$$
$$R_{eq} = \frac{8}{7}R = 11.43 \, \Omega$$

1 bod

Napon između točaka A i B, što je ujedno i napon izvora, jednak je:

$$U = IR_{eq}$$
$$U = 57.14 \, V$$

1 bod

1 bod

**NAPOMENA:** Ako učenik zadatak riješi na drugačiji način, no dobije iste i/ili ekvivalentne rezultate, treba priznati postupak. Zadatak je moguće riješiti i primjenom Kirchoffovih pravila.