

ŠKOLSKO NATJECANJE IZ LOGIKE

7. veljače 2025.

BODOVI*:

- POTPUNO TOČNO RJEŠENJE: 3 BODA
- IZOSTANAK RJEŠENJA: 1 BOD
- POGREŠNO ILI NEPOTPUNO RJEŠENJE: 0 BODOVA

ZADATAK	BROJ BODOVA	NAJVIŠE BODOVA
1.		36
2.		20
3.		15
4.		15
5.		72
UKUPNO		158

*Posebna napomena za bodovanje navedena je u 2. i 4. zadatku.

Vrijeme rješavanja testa: 70 minuta

Zadatak 1.

Zadane sudove u jeziku logike sudova preoblikuj u njima istovrijedne sudove upisujući na praznine simbole A i B te navedene poveznike u pojedinom podzadatku.

a) Upiši istovrijedne sudove koristeći se samo s $\neg$ i $\wedge$:

1. $\neg(A \rightarrow B) \equiv \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}}$

2. $\neg(A \vee B) \equiv \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}}$

3. $(A \rightarrow \neg B) \equiv \underline{\hspace{1cm}} (\underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}})$

4. $A \vee B \equiv \underline{\hspace{1cm}} (\underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}})$

b) Upiši istovrijedne sudove koristeći se samo s $\neg$ i $\vee$:

1. $A \wedge B \equiv \underline{\hspace{1cm}} (\underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}})$

2. $\neg(A \wedge B) \equiv \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}}$

3. $A \rightarrow B \equiv \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}}$

4. $\neg A \rightarrow \neg(B \wedge C) \equiv \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} (\underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}})$

c) Upiši istovrijedne sudove koristeći se samo s $\neg$ i $\rightarrow$:

1. $A \wedge B \equiv \underline{\hspace{1cm}} (\underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}})$

2. $A \vee B \equiv \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}}$

3. $\neg(A \wedge B) \equiv \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}}$

4. $A \rightarrow B \equiv \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}}$

(12×3 boda = 36 bodova)

Zadatak 2.

Na prazne linije uz zadane sudove upiši $\top$ ako je sud valjan (tautologija), upiši $\perp$ ako je sud nezadovoljiv (kontradikcija) te upiši Z ako je sud zadovoljiv.

Napomena: Na svaku se crtu upisuje točno jedno rješenje. Ako je sud valjan, čime je i zadovoljiv, upisuje se samo da je valjan, odnosno traži se informativnije rješenje.

- a) $\top \wedge \perp$ _____
- b) $\perp \rightarrow \top$ _____
- c) $A \wedge \top$ _____
- d) $A \rightarrow \top$ _____
- e) $(A \vee \perp) \rightarrow \perp$ _____
- f) $(A \rightarrow \top) \rightarrow (\top \rightarrow A)$ _____
- g) $(\top \rightarrow \perp) \wedge (\perp \rightarrow \top)$ _____
- h) $(A \rightarrow \top) \vee (\perp \rightarrow \neg A)$ _____
- i) $(A \leftrightarrow \neg A) \vee (\top \vee \perp)$ _____
- j) $(\top \leftrightarrow (A \vee \neg A)) \rightarrow (A \vee \perp)$ _____

(10×2 boda* = 20 bodova)

* U ovome zadatku svaki točan odgovor donosi dva boda, izostanak rješenja 1 bod, a netočno rješenje 0 bodova.

Zadatak 3.

U gradskome parku punom fontana i zelenila veselo se igraju psi koji u park s vlasnicima dolaze kako bi se igrali skriveni od ljetnoga sunca. Odrasli labrador Jimbo sklopio je prijateljstvo s mladim terijerom Linkom, koji se jako voli igrati lopticama. Link je vrlo zaigran, ali i odan prijatelj i s oduševljenjem prihvaća bilo kakvu igru, čak i ako ona ne uključuje loptice. No Link zbog svoje mladosti još uvijek ne zna ništa o tome koji se psi vole igrati lopticama, ali zna da nije labrador. Drugi odrasli labrador, Rolo, zbog vlastitoga opreza i sklonosti ljubomori sumnja u Jimbovu odluku da se igra baš s Linkom. Zbog svoje zaigranosti i mladosti Link ne zna ništa o sklonosti igrama kod drugih pasa, ali zna da je on sam potpuno lud za igrom lopticama. Jimbo i Rolo znaju ono što zna svaki odrasli labrador - da je igra lopticama izvrsna svim labradorima i da nijedan pas koji se ne voli igrati lopticama nije labrador - ali Jimbo, kao onaj tko je sklopio prijateljstvo s mladim Linkom, zna i da se Link jako voli igrati lopticama. Za razliku od njega, Rolo, koji se s Linkom nije nikada poigrao, ne zna ništa o Linkovoj sklonosti igri lopticama i, što se njega tiče, ljubav prema igri lopticama vrijedi ako i samo ako je neki pas labrador. Na drugom kraju parka, iza svih fontana, svaki dan šeta i odrasla labradorica Mona. Mona toliko voli igru lopticama i vidjela je toliko pasa koji luduju za igrom lopticama da zna da postoje barem neki psi koji jako vole igru lopticama, iako nisu labradori, ali ne zna za Linka i njegovu sklonost igri lopticama.

S obzirom na to što svaki od pasa zna i pod pretpostavkom da je riječ samo o poznavanju sklonosti igranja lopticama kod navedenih pasa, na crtu upiši oznake „L“ za Linka, „J“ za Jimba, „R“ za Rola i „M“ za Monu ako iz zadanoga teksta slijedi što pojedini pas zna (neke tvrdnje mogu biti istinite za više navedenih pasa).

- a) Nitko od onih koji se ne vole igrati lopticama nije labrador. _____
- b) Nitko tko nije labrador ne voli igru lopticama. _____
- c) Postoje oni koji nisu labradori, a vole se igrati lopticama. _____
- d) Ako si labrador, voliš se igrati lopticama. _____
- e) Link se voli igrati lopticama. _____

(5×3 boda = 15 bodova)

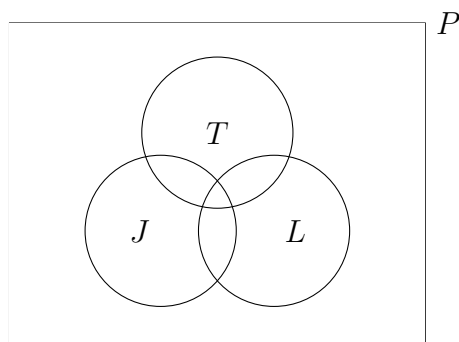
Zadatak 4.

U Vennovu je dijagramu zadana domena psi, označena s P . Unutar nje L označava labradore, T označava terijere, a J označava jazavčare.

a) Označi sva polja dijagrama na odgovarajući način s obzirom na to da se pretpostavlja istinitost sljedećih informacija:

1. postoji barem po jedan labrador, terijer i jazavčar;
2. nema labradora koji je jazavčar, jazavčara koji je terijer ni terijera koji je labrador;
3. ako za nešto ne vrijedi da je bilo jazavčar bilo labrador bilo terijer, onda to nije ni pas.

(3×3 boda = 9 bodova*)



b) S obzirom na gore navedene informacije odgovori:

1. Da nema jazavčara koji je labrador kao ni labradora koji je jazavčar, možemo zaključiti po kojoj vrsti neposrednoga zaključka? _____
2. Napiši sud koji odgovara prijevodu rečenice "ako za nešto ne vrijedi da je bilo jazavčar bilo labrador bilo terijer, onda to nije ni pas" na predviđeno mjesto, pri čemu na svaku crticu možeš upisati jedan od simbola $\wedge$, $\vee$, $\neg$, $($, $)$, J, L, T i P.

* Napomena: članovi disjunkcije i konjunkcije ne moraju biti odvojeni zagrada.

(2×3 boda = 6 bodova*)

* **Napomena o bodovanju:** U ovome zadatku izostanak rješenja pod a) u 1), 2) i 3) podrazumijeva potpuno prazan Vennov dijagram, a rješenje pod b u 2) ne može sadržavati uzastopne negacije neodvojene barem zagrada.

Zadatak 5.

Napomena: Svi su podzadaci u ovome zadatku povezani isključivo tematski, ali se ne nadovezuju jedan na drugi te rješenje jednoga nije uvjetovano rješenjem drugoga.

a) Od šest mačaka – Annie, Frozen, Mickey, Snow, Sunny i Tiger – četiri mačke pripadaju čoporu, a dvije ne pripadaju. Mačke koje pripadaju čoporu uvijek govore istinu, dok one koje ne pripadaju čoporu uvijek lažu. Mačke izriču sljedeće tvrdnje:

1. Annie: Frozen pripada čoporu samo ako Tiger ne pripada čoporu.
2. Frozen: Ako Mickey pripada čoporu, onda Sunny također pripada čoporu.
3. Mickey: Snow pripada čoporu ako i samo ako Annie ne pripada čoporu.
4. Tiger: Ja pripadam čoporu ili Frozen ne pripada čoporu.
5. Sunny: I Mickey i ja pripadamo čoporu.
6. Snow: Frozen pripada čoporu ako i samo ako Annie ne pripada čoporu.

Na temelju izrečenih tvrdnji odredi koje mačke pripadaju, a koje ne pripadaju čoporu.

Članovi čopora: _____

Mačke izvan čopora: _____

(6×3 boda = 18 bodova)

b) Šest mačaka – Annie, Frozen, Mickey, Snow, Sunny i Tiger – trebaju se poredati po veličini, a sve su različitih veličina. Mačke ne mogu točno procijeniti svoju veličinu u odnosu na druge mačke pa tvrdnje koje daju o sebi mogu biti neistinite. Međutim, one točno procjenjuju veličinu drugih mačaka, pa su tvrdnje koje iznose o drugim mačkama uvijek istinite.

1. Frozen: Ja sam najmanja mačka, ali Annie je manja od Mickeyja.
2. Annie: Frozen je veća od mene, a Sunny je manja od Mickeyja.
3. Sunny: Ja sam veća od Annie, a Mickey je veći od mene.
4. Snow: Ne vrijedi sljedeće - Mickey je veći od Tigera ako je Annie veća od Frozen.
5. Mickey: Ja sam najveća mačka, a barem su dvije mačke veće od Sunny.

6. Tiger: Barem su tri mačke manje od Sunny, a barem je jedna manja od Frozen.

Na temelju navedenih tvrdnji utvrdi točan poredak mačaka po veličini.

Poredak mačaka od najmanje do najveće: _____

(6×3 boda = 18 bodova)

c) Šest mačaka – Annie, Frozen, Mickey, Snow, Sunny i Tiger – spavaju na trima različitim mjestima. Na raspolaganju su koliba, krov i vrt.

Pravila:

1. Točno dvije mačke spavaju u kolibi.
2. Najmanje dvije mačke spavaju na krovu.
3. Najmanje jedna mačka spava u vrtu.
4. Mačke koje spavaju u kolibi govore istinu.
5. Mačke koje spavaju na krovu i u vrtu lažu.

Tvrdnje:

1. Annie: Frozen spava na krovu, a ja spavam u kolibi.
2. Frozen: Tiger spava u kolibi ili Snow spava na krovu.
3. Sunny: Snow spava u kolibi ili Frozen spava na krovu.
4. Mickey: Ja spavam u kolibi samo ako Snow spava u vrtu.
5. Snow: Sunny ili Tiger spavaju na krovu.
6. Tiger: Frozen spava u vrtu, a Annie spava u kolibi.

Na temelju tvrdnji i pravila odredi gdje svaka mačka spava (koliba, krov ili vrt).

Rješenje:

Koliba: _____

Vrt: _____

Krov: _____

(6×3 boda = 18 bodova)

d) Kupus ima poseban status za šest mačaka – Annie, Frozen, Mickey, Snow, Sunny i Tiger – naime, mačkama se za posebne zasluge dodjeljuju glavice kupusa. Pri dodjeli kupusa vrijede sljedeća pravila:

1. Ukupno se dodjeljuju tri glavice kupusa.
2. Glavice kupusa moraju biti podijeljene među mačkama tako da svaka mačka koja je dobila kupus dobije cijelu glavicu, ali nijedna mačka ne može dobiti više od jedne glavice.

Mačke koje su dobile kupus izriču istinite tvrdnje, dok su tvrdnje mačaka koje nisu dobile kupus lažne. Tvrdnje:

1. Annie: Frozen je dobila kupus, a ja nisam.
2. Mickey: Ja sam dobio kupus, a Frozen nije.
3. Frozen: Sunny je dobila kupus, a Snow nije.
4. Tiger: Ja nisam dobio kupus, ali Mickey je dobio dvije glavice kupusa.
5. Sunny: Ja sam dobila kupus ako i samo ako je i Snow dobila kupus.
6. Snow: Ja sam dobila kupus, a Annie nije.

Na temelju tvrdnji i pravila odredite koje su mačke dobile kupus.

Rješenje:

Kupus su dobili: _____

Kupus nisu dobili: _____

(6×3 boda = 18 bodova)

(Ukupno 24×3 boda = 72 boda)

ŠKOLSKO NATJECANJE IZ LOGIKE 2025. - RJEŠENJA

1.

a)

1. $A \wedge \neg B / \neg B \wedge A$
2. $\neg A \wedge \neg B / \neg B \wedge \neg A$
3. $\neg(A \wedge B) / \neg(B \wedge A)$
4. $\neg(\neg A \wedge \neg B) / \neg(\neg B \wedge \neg A)$

b)

1. $\neg(\neg A \vee \neg B) / \neg(\neg B \vee \neg A)$
2. $\neg A \vee \neg B / \neg B \vee \neg A$
3. $\neg A \vee B / B \vee \neg A$
4. $A \vee (\neg B \vee \neg C) / (\neg B \vee \neg C) \vee A / A \vee (\neg C \vee \neg B) / (\neg C \vee \neg B) \vee A$

Priznaju se i ostala moguća rješenja koja vrijede zbog komutativnosti.

c)

1. $\neg(A \rightarrow \neg B)$
2. $\neg A \rightarrow B / \neg B \rightarrow A$
3. $A \rightarrow \neg B / B \rightarrow \neg A$
4. $\neg B \rightarrow \neg A / \neg \neg A \rightarrow B / A \rightarrow \neg \neg B$

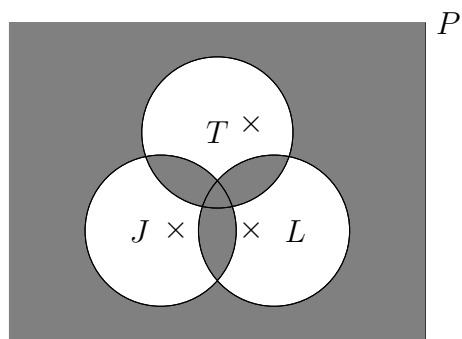
2. a) $\perp$; b) $\top$; c) Z ; d); $\top$ e); Z f); Z g) $\perp$; h) $\top$; i) $\top$; j) Z .

3. a) J, R, M; b) R; c) L, J, M; d) J, R, M; e) L, J.

Priznaju se samo cjelovita rješenja u svakome podzadatku.

4.

a)



1) X u područjima L, T i J – 3 boda (priznaje se ako i samo ako postoji X u svakoj kružnici i to onom dijelu kružnice koji se ne siječe s bilo kojom drugom kružnicom);

2) osjenčana područja između L i J, J i T te T i L. (priznaje se ako i samo ako su osjenčana sva navedena područja);

3) osjenčano područje izvan kružnica L, T i J;

b)

1) obrat ili konverzija; 2) $\neg (\neg J \wedge \neg L \wedge \neg T) \vee \neg P$, ali se priznaju i sve komutacije unutar zagrade kao i komutacija disjunkcije.

5.

a) članovi čopora: Annie, Frozen, Mickey, Sunny; mačke izvan čopora: Snow, Tiger.

b) Poredak mačaka od najmanje do najveće: Snow, Frozen, Annie, Sunny, Mickey, Tiger.

c) koliba: Mickey, Sunny; vrt: Snow, Tiger; krov: Frozen, Annie.

d) Kupus su dobili Snow, Sunny i Mickey. Kupus nisu dobili Annie, Tiger i Frozen.