

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
15. – 18. travnja 2024.
Podgora

Srednje škole – 1. grupa

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA
(30 bodova)

1) Određivanje dometa topa (10 bodova)

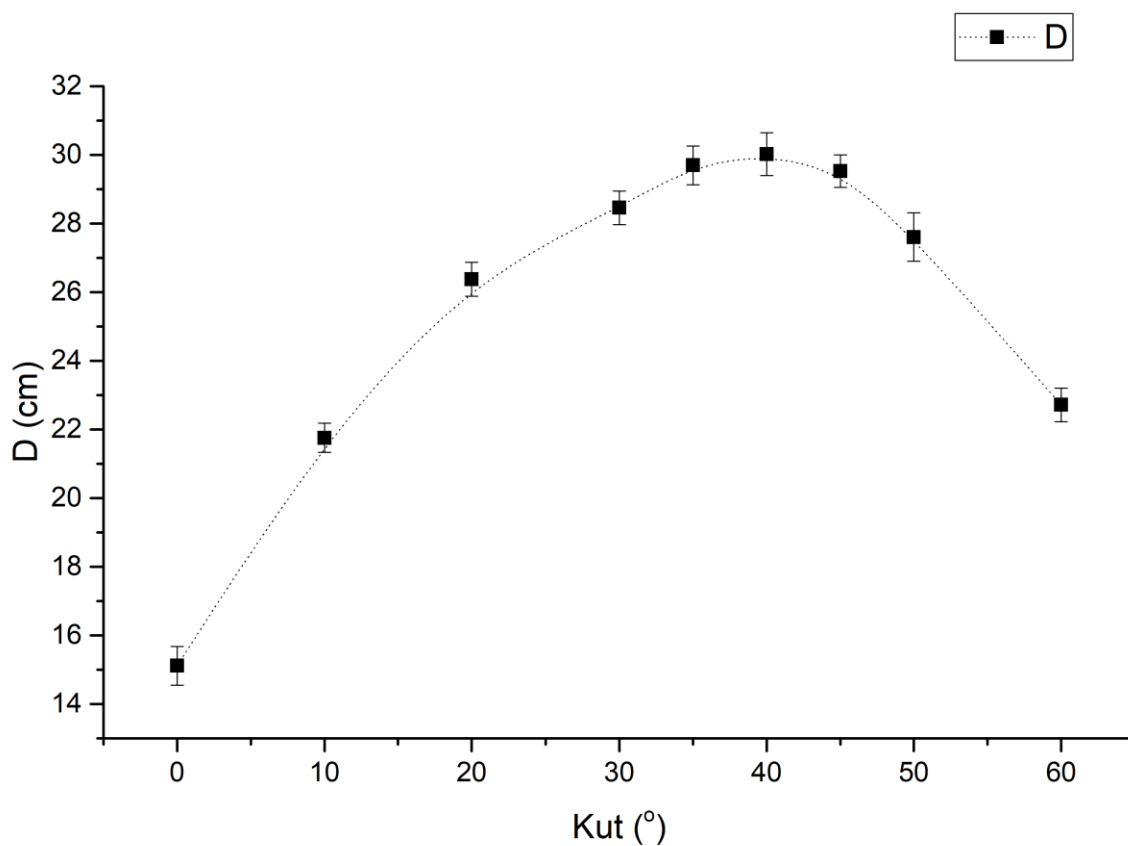
Potrebno je odrediti domet za različite kutove ispaljivanja. Top zalijepimo na rub stola i kuglicu ispucavamo u posudu s pijeskom te mjerimo udaljenost od centralne prečke topa do početka traga koji kuglica ostavi u pijesku. **(1 bod)**

Mjerenja prikazujemo tablično s označenim fizikalnim veličinama i pripadnim mjernim jedinicama. **(1 bod)**.

Za svaki kut potrebno je izmjeriti minimalno 5 mjerenja **(1 bod)**

Mjerenje	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kut (°)	D (cm)									
0	12,7	12,5	13	17	15,4	15,7	15,8	17,6	15,5	16
10	20	21,8	20,9	19,8	23	21,2	23,5	23	23,1	21,3
20	28,5	25,4	24,8	25,9	25,2	27,2	24,5	25,6	28	28,7
30	26,5	28,7	29,6	26	30,4	27,8	26,9	29,6	29,7	29,4
35	27,8	30,4	30,5	29,9	30	26,6	28,8	33,2	29,2	30,6
40	29	29,2	32	27	29,8	33,5	31,1	30,3	27,5	30,8
45	29	31,8	28,9	30	31,1	30,5	27,8	26,7	29,8	29,7
50	24,3	25,2	26	29,5	27,3	31	29,5	29,8	27	26,5
60	25	24	22,5	23,2	22,8	21,2	24,5	20	21,5	22,5

Iz mjerenja računamo srednju vrijednost i pogrešku te rezultate crtamo kao graf ovisnosti dometa o kutu ispaljivanja pazeći na pravilno označivanje osi s pripadnim mjernim jedinicama. **(3 boda)**



Iz izmjerene ovisnosti vidljivo je da je domet najveći pri 40°. Pogrešku maksimalnog dometa računamo iz izmjerenih podataka, a pogrešku kuta procjenjujemo. **(3 boda)**

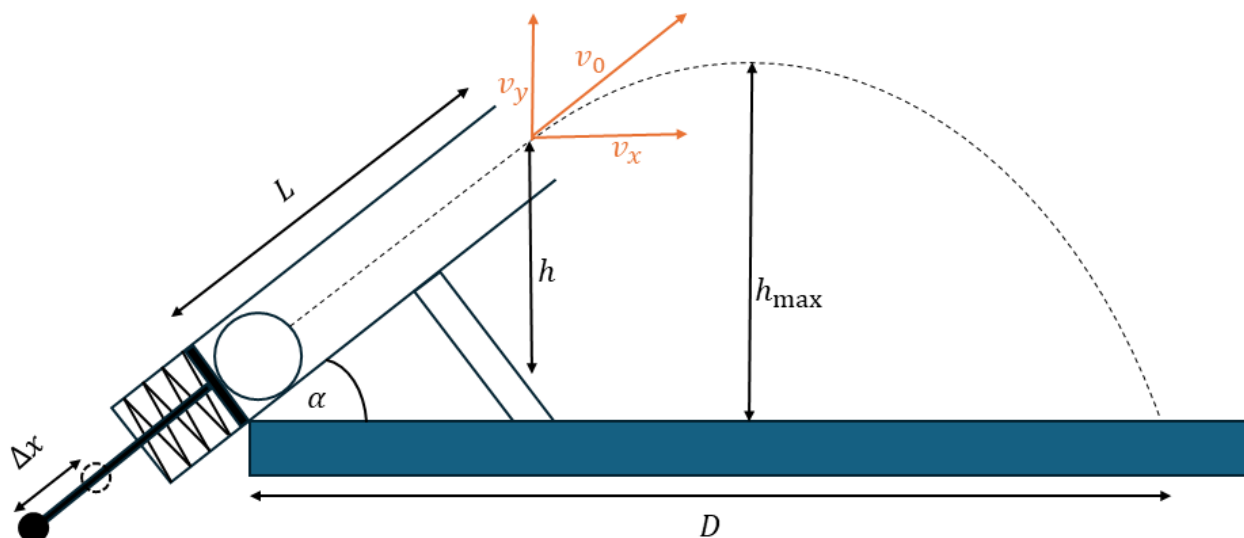
$$D_{max} = (30 \pm 3) \text{ cm}$$

$$\alpha_{max} = (40 \pm 5)^{\circ}$$

Ocjenjuje se jesu li mjerenja izvršena dovoljno gusto da se dobiveni rezultat za kut može smatrati smislenim. **(1 bod)**

2) Određivanje konstante opruge **(10 bodova)**

Skica topa u napetom položaju pri 60°:



Iz zakona očuvanja energije duž cijevi topa (zanemarimo silu trenja) dobivamo: **(1 bod)**

$$\frac{k\Delta x^2}{2} = mgh + \frac{mv_0^2}{2}$$

pri čemu je $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ubrzanje sile teže, a Δx hod opruge.

Brzinu v_0 možemo rastaviti na komponente v_x i v_y pri čemu za kut $\alpha = 60^\circ$ vrijede relacije $v_x = 1/2 v_0$ te $v_y = \sqrt{3}/2 v_0$.

Maksimalnu visinu možemo dobiti iz jednadžbi za jednoliko ubrzano gibanje

$$h_{\max} = h + \frac{v_y^2}{2g} = h + \frac{3v_0^2}{8g}$$

Domet kosog hica dobivamo kao

$$D = v_x t_{uk} = \frac{1}{2} v_0 t_{uk}$$

Pri čemu je t_{uk} ukupno vrijeme hica koje možemo rastaviti na vrijeme koje tane ide gore t_g te vrijeme koje tane ide dolje t_d te vrijedi $t_{uk} = t_g + t_d$

Izraze za vremena t_g i t_d možemo dobiti iz jednadžbi za jednoliko ubrzano gibanje te vrijedi:

$$t_g = \frac{v_y}{g} = \frac{\sqrt{3} v_0}{2g}$$

$$t_d = \sqrt{\frac{2h_{\max}}{g}} = \sqrt{\frac{2h}{g} + \frac{3v_0^2}{4g^2}}$$

$$t_{uk} = \frac{\sqrt{3} v_0}{2g} + \sqrt{\frac{2h}{g} + \frac{3v_0^2}{4g^2}}$$

Prebacivanjem članova koji nisu pod korijenom na istu stranu te uvrštavanjem izraza za D dobivamo

$$\frac{2D}{v_0} - \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{v_0}{g} = \sqrt{\frac{2h}{g} + \frac{3v_0^2}{4g^2}}$$

Možemo kvadrirati obje strane jednadžbe kako bismo se riješili izraza pod korijenom:

$$\left(\frac{2D}{v_0} - \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{v_0}{g} \right)^2 = \frac{2h}{g} + \frac{3v_0^2}{4g^2}$$

te raspisivanjem kvadrata razlike i sređivanjem izraza dobiti:

$$v_0^2 = \frac{2D^2 g}{h + \sqrt{3}D}$$

Uvrštavanjem ovog izraza u zakon očuvanja energije dobivamo izraz za konstantu opruge:

$$k = \frac{2mg}{\Delta x^2} \left(h + \frac{D^2}{h + \sqrt{3}D} \right)$$

Visinu h možemo izraziti preko duljine topovske cijevi do kuglice L kao:

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} L$$

Te konačni izraz za konstantu opruge glasi: (bilo koji točan izvod ukupno **4 boda**)

$$k = \frac{mg\sqrt{3}}{\Delta x^2} \left(L + \frac{4}{3} \frac{D^2}{L + 2D} \right)$$

Veličine L i Δx možemo odrediti mjernom trakom tako da joj oblik prilagodimo otvoru topa te ju umetnemo u cijev topa. Mjerenjem dobivamo: **(2 boda)**

$$L = 6.1 \text{ cm}$$

$$\Delta x = 9 \text{ mm}$$

Uvrštavanjem tih vrijednosti, poznate mase kuglice $m = 4.48 \text{ g}$ te izmjerenog dometa iz prvog dijela zadatka $D(60^\circ) = 22.7 \text{ cm}$ dobivamo: **(2 boda)**

$$k = 182.7 \text{ N/m}$$

Pogrešku možemo ocijeniti iz relativne pogreške mjerenja D koja iznosi oko 10% pa konačno dobivamo:

$$k = (180 \pm 20) \text{ N/m}$$

Priznaje se svaka smisljena ocjena pogreške s točno zaokruženim sigurnim znamenkama **(1 bod)**

Napomena:

Zanemarivanje duljine cijevi L sveli bi problem na jednostavan kosi hitac te bi izraz za k u tom slučaju bio

$$k_{approx} = \frac{2\sqrt{3}mgD}{3\Delta x^2}$$

Uvrštavanjem istih podataka u taj izraz dobili bi vrijednost

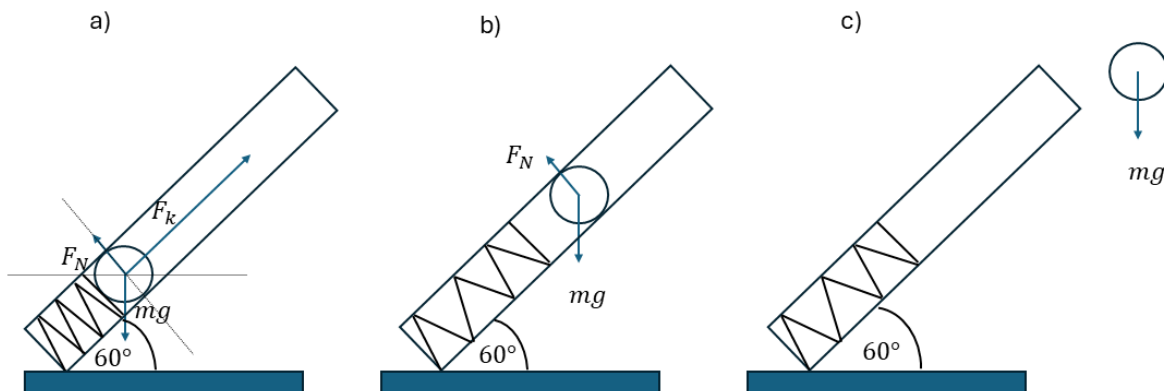
$$k_{approx} = 142.2 \text{ N/m}$$

Što je 22% manje od točnije izračunate vrijednosti. Obzirom da je greška od 22% veća od ostalih grešaka u mjerenju možemo zaključiti da nije opravdano zanemarivanje dimenzije topa L .

3) Izračun i grafovi akceleracija (10 bodova)

Promatrano gibanje sastoji se od 3 faze: a) ubrzavanje pod djelovanjem elastične sile opruge, b) jednoliko usporeno gibanje po kosini i c) kosi hitac

Dijagrami sila na kuglu u sve 3 situacije su slijedeći



Situacija a)

Sila F_k predstavlja silu opruge na tijelo te iznosi:

$$F_k = k\Delta x$$

Akceleraciju u horizontalom i vertikalnom smjeru dobivamo iz 2. Newtonovog zakona popisivanjem svih komponenti (1 bod)

$$F_x = \frac{1}{2}F_k - \frac{\sqrt{3}}{2}F_N$$

$$F_y = \frac{\sqrt{3}}{2} F_k + \frac{1}{2} F_N - mg$$

Kako je gibanje kuglice ograničeno u cijevi topa ne smije postojati rezultanta sila na kuglicu u smjeru okomitom na os cijevi. Iz toga uvjeta možemo dobiti relaciju: **(1 bod)**

$$F_N - \frac{1}{2} mg = 0$$

Uvrštavanjem te relacije u gornje izraze te dijeljenjem s masom dobivamo **(1 bod)**

$$a_x = \frac{k}{2m} \Delta x - \frac{\sqrt{3}}{4} g$$

$$a_y = \frac{\sqrt{3}k}{2m} \Delta x - \frac{3}{4} g$$

Situacija b)

Isto kao situacija a) samo ne djeluje sila opruge F_k , dakle: **(1 bod)**

$$a_x = -\frac{\sqrt{3}}{4} g, \quad a_y = -\frac{3}{4} g$$

Situacija c)

Djeluje samo akceleracija sile teže: **(1 bod)**

$$a_x = 0, \quad a_y = -g$$

Za početnu poziciju $x=0$ opruga je maksimalno stisnuta pa je $\Delta x = 9 \text{ mm}$ te uvrštavanjem izračunatog k dobivamo: **(1 bod)**

$$a_x(x=0) = 179.3 \text{ m/s}^2$$

$$a_y(x=0) = 310.5 \text{ m/s}^2$$

Akceleracija linearno pada do točke $x = \frac{1}{2} \Delta x = 4.5 \text{ mm}$ pri čemu je $\Delta x = 0$ te akceleracije iznose **(1 bod)**

$$a_x(x = 4.5 \text{ mm}) = -4.2 \text{ m/s}^2$$

$$a_y(x = 4.5 \text{ mm}) = -7.4 \text{ m/s}^2$$

Akceleracija ostaje nepromijenjena do $x = \frac{1}{2} L = 30.5 \text{ mm}$. Nakon toga akceleracije iznose: **(1 bod)**

$$a_x(x > 30.5 \text{ mm}) = 0 \text{ m/s}^2$$

$$a_y(x > 30.5 \text{ mm}) = -9.81 \text{ m/s}^2$$

Akceleracije dalje ostaju nepromijenjene sve do pada kuglice u pijesak

Dobivaju se grafovi akceleracija: (2 boda)

