

Državno natjecanje iz fizike, 2024.

Rješenja i smjernice za bodovanje – 3. skupina

1. zadatak (18 bodova)

- a) Period vala je vidljiv iz grafa i iznosi $T = 0.4 \text{ ms}$, što nam daje frekvenciju $f = T^{-1} = 2.5 \text{ kHz}$. **(2 boda)**
Valna duljina je dana s $\lambda = \frac{c}{f} = 0.1372 \text{ m}$. **(1 bod)**

- b) Razlika puta za zvuk između prvog i drugog mikrofona dana je s Δ i za nju vrijedi: **(3 boda)**

$$\cos \vartheta = \frac{\Delta}{d}$$

Iz zadatka saznajemo da je zvuk jači na desnom mikrofona, što znači da val dolazi s desne strane. **(1 bod)**

Vidimo iz grafa da val na lijevi mikrofona kasni za $t = 0.1 \text{ ms}$, što u duljini iznosi $\Delta = ct = 34.3 \text{ mm}$. **(1 bod)**

No, tu moramo biti oprezni, jer to nije jedina moguća duljina. Možda je val kasnio $t = 0.5 \text{ ms}$, tj. za cijeli jedan period, ili 0.9 ms , tj. za dva perioda... Općenito rješenje pišemo kao: **(2 boda)**

$$\Delta = ct + n\lambda ; n \in \mathbb{N}_0$$

Sva moguća rješenja za kut ϑ su: $95^\circ(85)$, $115^\circ(65)$, $140^\circ(40)$. U zagradama su označeni kutevi ako nam je kut definiran od desnog mikrofona. Kako je zadano na slici u zadatku svi kutevi su $> 90^\circ$ (definirani od lijevog mikrofona). To su sva rješenja, jer je za veće n vrijednost $\cos \vartheta > 1$ **(2 boda)**

- c) Pretpostavimo da je izvor intenziteta I . Na udaljenosti desnog mikrofona pišemo intenzitet **(1 bod)**

$$S_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0}$$

Na udaljenosti lijevog mikrofona vrijedi: **(1 bod)**

$$S_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0}$$

Zvuk opada s kvadratom udaljenosti, tj. vrijedi: **(1 bod)**

$$I_1 = \frac{I}{R^2} ; I_2 = \frac{I}{(R + \Delta)^2}$$

$$S_1 - S_2 = 0.128\text{dB} = 10 \log \frac{I_1}{I_2} = 20 \log \frac{R + \Delta}{R}$$

$$1 + \frac{\Delta}{R} = 10^{0.128/20}$$

$$R = \frac{\Delta}{10^{0.128/20} - 1}$$

Upotrijebimo vrijednosti Δ iz b) dijela:

$$R_1 = 2.31 \text{ m.} \quad (1 \text{ bod})$$

$$R_2 = 11.55 \text{ m.} \quad (1 \text{ bod})$$

$$R_3 = 20.79 \text{ m.} \quad (1 \text{ bod})$$

2. zadatak (19 bodova)

Podatak da su sobna vrata jednolike gustoće govori nam da je centar mase vrata u sjecištu dijagonala, na polovici visine i polovici širine vrata. (1 bod)

Za rješavanje zadatka postaviti ćemo koordinatni sustav sa ishodištem u donjem lijevom uglu vrata, kao na slici. Os x i y prate bridove dužine i visine vrata. U takvom koordinatnom sustavu koordinate donje i gornje šarke su $(0, s)$ i $(0, H - s)$, a koordinata centra mase vrata je $(\frac{D}{2}, \frac{H}{2})$. Sile na donju i gornju šarku ćemo označiti kao \vec{F}_D, \vec{F}_G .

Iskoristimo zakone statike krutog tijela. Za kruto tijelo u mirovanju vrijedi:

- Zbroj svih sila išćežava (2 boda)

- Zbroj svih momenata oko proizvoljne točke zakretanja išćežava (2 boda)

Pišemo zbroj svih sila:

$$\vec{F}_D + \vec{F}_G + \vec{G} = 0$$

Momente ćemo promatrati oko donje šarke. Iako je odabir točke zakretanja proizvoljan izbor moramo se odlučiti za neku. Logični odabiri su gornja i donja šarka i centar mase. (2 boda)

Zbroj svih momenata je:

$$\vec{h} \times \vec{F}_G + \vec{r} \times \vec{G} = 0$$

gdje je \vec{h} vektor koji se proteže od donje do gornje šarke a \vec{r} vektor od donje šarke do centra mase (slika). Raspis vektora po jediničnim vektorima je:

$$\vec{h} = (0, H - 2s)$$

$$\vec{r} = (\frac{D}{2}, \frac{H}{2} - s)$$

Ove dvije jednačbe možemo raspisati po osima (prvu po x i y , drugu po z), a tome dodati i podatak iz zadatka da je iznos vertikalne sile na donju šarku dvostruko veći od sile na gornju:

$$\begin{aligned}\hat{x} &:: F_{D\ x} + F_{G\ x} = 0 \\ \hat{y} &:: F_{D\ y} + F_{G\ y} - mg = 0 \\ \hat{z} &:: -h_y F_{G\ x} - r_x mg = 0 \\ P &:: F_{D\ y} = 2F_{G\ y}\end{aligned}$$

Rješavamo četiri jednačbe s četiri nepoznanice:
(za svaku komponentu 2 boda)

(8 bodova)

$$\begin{aligned}F_{D\ x} &= \frac{D\ mg}{2(H - 2s)} \\ F_{D\ y} &= \frac{2}{3}mg \\ F_{G\ x} &= -\frac{D\ mg}{2(H - 2s)} \\ F_{G\ y} &= \frac{1}{3}mg\end{aligned}$$

Na kraju se trebamo sjetiti da se traže sile na šarke, a ne sile na vrata. Po trećem Newtonovom zakonu, sila na gornju šarku je dakle:

(2 boda)

$$\vec{F} = \left(\frac{D\ mg}{2(H - 2s)}, -\frac{mg}{3} \right)$$

Izvrjednjeno $F_G = (33.33, 80)$ N. Sila na donju:

(2 boda)

$$\vec{F} = \left(-\frac{D\ mg}{2(H - 2s)}, -\frac{mg}{3} \right)$$

Izvrjednjeno: $F_D = (-33.33, 40)$ N.

3. zadatak (19 bodova)

Moment inercije diska dan je s $I = mR^2/2$. **(1 bod)**
Zapisujemo jednačbe gibanja gornjeg diska. S obzirom da disk miruje, pišemo: **(1 bod)**

$$N = T + mg$$

gdje je N sila osovine na koloturu (slika), a T sila napetosti niti. Jednačba za rotacijsko gibanje je: **(1 bod)**

$$I\alpha_1 = -RT$$

gdje smo uzeli da je kutna akceleracija α_1 pozitivna u smjeru obrnutom od kazaljke na satu.

Za drugi disk jednačbe su:

(2 boda)

$$\begin{aligned}ma &= mg - T \\ I\alpha_2 &= RT\end{aligned}$$

gdje smo uzeli da je kutna akceleracija α_2 pozitivna u smjeru obrnutom od kazaljke na satu.

Povezujemo još kutnu i pravocrtnu akceleraciju: **(2 boda)**

$$a = R(\alpha_2 - \alpha_1)$$

Oduzmemo li kutnu jednadžbu drugog valjka od kutne jednadžbe prvog:

$$I \frac{a}{R} = 2RT$$

Izrazimo T iz jednadžbe za a :

$$\begin{aligned} T &= mg - ma \\ (I + 2mR^2) a &= 2R^2 mg \end{aligned}$$

Konačni izraz: **(1 bod)**

$$a = \frac{g}{1 + \frac{I}{2mR^2}}$$

iz čega je $x(t)$: **(2 boda)**

$$x(t) = \frac{gt^2}{2 + \frac{I}{mR^2}} + x_0$$

Napetost niti je: **(1 bod)**

$$T = mg - ma = mg \frac{1 + \frac{I}{2mR^2} - 1}{1 + \frac{I}{2mR^2}} = \frac{mg}{1 + \frac{2mR^2}{I}} = \frac{mg}{5}$$

$T = 9.81 \text{ N}$. **(1 bod)**

Sila na osovину: **(1 bod)**

$$N = T + mg = \frac{6}{5}mg$$

$N = 58.9 \text{ N}$. **(1 bod)**

Da su oba diska zakočeni, ne bi bilo gibanja, tj. $x_0(t) = x_0$. **(1 bod)**

Napetost niti bi stoga bila $T = mg = 49.05 \text{ N}$. **(2 boda)**

Sila na osovину: $N = T + mg = 2mg = 98.1 \text{ N}$. **(2 boda)**

4. zadatak (14 bodova)

Valna duljina vala frekvencije f je $\lambda = \frac{c}{f} = 50.4 \text{ cm}$. **(1 bod)**

Valni put koji prewali zvuk kroz polukružni dio dan je s $\Delta_1 = \pi R$. **(1 bod)**

Refleksijom o slobodan kraj ne dolazi do dodatnog faznog pomaka. **(1 bod)**

Put koji prewali zvuk kroz ravni dio je $\Delta_2 = 4R + \frac{\lambda}{2}$. **(1 bod)**

Refleksijom o čvrsti kraj dolazi do faznog pomaka za pola valne duljine. **(1 bod)**

Razlika u putevima ta dva zvuka dana je s $\Delta = (4 - \pi)R + \frac{\lambda}{2}$. **(1 bod)**

Da bismo dobili minimum zvuka mora doći do destruktivne interferencije, koja se događa za: **(1 bod)**

$$\Delta = \frac{\lambda}{2} + n\lambda, n \in \mathbb{N}_0$$

Da bismo dobili maksimum mora doći do konstruktivne interferencije što vrijedi za: **(1 bod)**

$$\Delta = n\lambda, n \in \mathbb{N}_0$$

Uvrštavanjem, minimumi se događaju za: **(2 boda)**

$$(4 - \pi)R + \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2} + n\lambda \Rightarrow R = \frac{n\lambda}{4 - \pi}$$

Izvrijednjeno $R = \lambda/(4 - \pi) = 58.8 \text{ cm}$. **(1 bod)**

Rješenje $R = 0$ se ne prihvaća jer bi to značilo da na istom mjestu imamo i slobodni i čvrsti kraj, što nije fizikalno.

Maksimumi se događaju za: **(2 boda)**

$$(4 - \pi)R + \frac{\lambda}{2} = n\lambda \Rightarrow R = \frac{(2n + 1)\lambda}{8 - 2\pi}$$

Izvrijednjeno $R = 29.4 \text{ cm}$. **(1 bod)**