

Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačiji način, a fizikalno pravilan način, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

Zadatak 1. (ukupno bodova: 10)

Označimo gustoću tekućine s ρ_T , tada je tlak na dubini h zbroj hidrostatskog i atmosferskog tlaka

$$p(h) = p_{\text{atm}} + \rho_T g h. \quad (2 \text{ boda})$$

Mjehurić se ponaša u skladu s jednadžbom stanja idealnog plina, a kako je masa tekućine efektivno beskonačna u usporedbi s malim mjehurićem promjena kroz koju on prolazi je izotermna, pa vrijedi

$$pV = nRT = \text{const.} \quad (2 \text{ boda})$$

Uvrstimo li uvjet za povećanje volumena dobivamo sljedeću jednadžbu

$$\frac{nRT}{p_{\text{atm}} + \rho_T g h_x} = \frac{9}{8} \frac{nRT}{p_{\text{atm}} + \rho_T g h_0}, \quad (1 \text{ bod})$$

pri čemu je h_0 početna dubina, a h_x tražena dubina. Rješavanjem jednadžbe dolazimo do tražene dubine

$$h_x = \frac{8h_0}{9} + \left(\frac{8}{9} - 1\right) \frac{p_{\text{atm}}}{g\rho_T} = 0,2968 \text{ m}. \quad (2 \text{ boda})$$

Rezultantna sila na mjehurić je zbroj sile uzgona i sile teže te je jednaka

$$F_R = F_u - F_g = \rho_T V g - m g = \frac{nRT}{p_{\text{atm}} + \rho_T g h} - n N_a m_m g. \quad (2 \text{ boda})$$

pri čemu je m_m masa molekule plina, a N_a avogadrova konstanta. Uvrštavanjem dobivamo $F_R = 8,2398 \text{ N}$ (1 bod).

Zadatak 2. (ukupno bodova: 10)

Metoda kojoj ćemo ostvariti najveću promjenu je da prvo spojimo prvu i drugu posudu te pustimo da se izmjeni sva toplina koja se može izmjeniti između njih, potom ih razdvojimo i spojimo treću posudu **(2 boda)**.

Prvi korak je zagrijavanje leda do ništice nauštrb temperature druge posude koja na kraju ovog procesa iznosi

$$T_2 = T_{2,\text{početna}} - \Delta T = T_{2,\text{početna}} - \frac{\Delta T_{\text{led}} m_{\text{led}} c_{\text{led}}}{m_{\text{voda},2} c_{\text{voda}}} = 7,4940^\circ\text{C}. \quad \textbf{(2 boda)}$$

Sljedeće se led otapa sve dok druga posuda ne postigne temperaturu od 0°C , a masa leda koji se otopio lako se odredi

$$\Delta m_{\text{led}} = \frac{\Delta Q}{\lambda_{\text{led}}} = \frac{T_2 m_{\text{voda},2} c_{\text{voda}}}{\lambda_{\text{led}}} = 0,1903 \text{ kg}. \quad \textbf{(1 bod)}$$

Sada je druga posuda predala prvoj svu toplinu koju je mogla predati pa ju udaljimo i stavimo prvu i treću u kontakt, izmjena topline započinje te se led nastavlja taliti. Do trenutka kada se sav led otopio temperatura treće posude postane

$$T_3 = T_{3,\text{početna}} - \Delta T = T_{3,\text{početna}} - \frac{\lambda (m_{\text{led}} - \Delta m_{\text{led}})}{m_{\text{voda},3} c_{\text{voda}}} = 41,8574^\circ\text{C}. \quad \textbf{(2 boda)}$$

Konačno, treća posuda predaje toplinu prvoj dok im se temperature ne izjednače, pa je maksimalna temperatura na koju možemo dovesti prvu posudu

$$m_{\text{voda},1} c_{\text{voda}} \Delta T_1 = m_{\text{voda},3} c_{\text{voda}} \Delta T_3 \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$(T_{1,\text{max}} - 0^\circ\text{C}) = 1,2(41,8574^\circ\text{C} - T_{1,\text{max}}) \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$T_{1,\text{max}} = 22,8313^\circ\text{C}. \quad \textbf{(1 bod)}$$

Zadatak 3. (ukupno bodova: 10)

U početnom stanju temperaturu velikog spremnika možemo odrediti iz jednadžbe stanja idealnog plina

$$T_0 = \frac{pV}{nR} = 127,9348 \text{ K}. \quad (1 \text{ bod})$$

Nadalje, za oba spremnika vrijedi

$$p_1 V = n_1 R T_1, \quad p_2 \frac{V}{2} = n_2 R T_2. \quad (1 \text{ bod})$$

U konačnom stanju tlak u većem spremniku je veći za $\Delta p = 5 \text{ kPa}$ od tlaka u manjem $p_1 = p_2 + \Delta p$ (**2 boda**). Također, vrijedi da se ukupan broj čestica ne mijenja $n = n_1 + n_2$ (**2 boda**) te da je unutarnja energija očuvana $U_0 = U_1 + U_2$ (**1 bod**), odnosno $nT_0 = n_1 T_1 + n_2 T_2$ (**1 bod**). Uvrštavanjem $n_2 = 2n_1$ i ostalih uvjeta dobiju se konačne temperature oba spremnika

$$T_1 = \frac{V}{nR} (2p + \Delta p) = 257,9745 \text{ K}, \quad (1 \text{ bod}) \quad (1)$$

$$T_2 = \frac{V}{2nR} (p - \Delta p) = 62,9150 \text{ K}. \quad (1 \text{ bod}) \quad (2)$$

Zadatak 4. (ukupno bodova: 8)

Označimo temperaturu toplijeg spremnika s $T_>$, hladnijeg s $T_<$, toplinu koju stroj izmjenjuje sa toplijim spremnikom u jednom radnom ciklusu s $Q_>$, a toplinu koju izmjenjuje s hladnijim s $Q_<$. Tada, za oba Carnotova stroja vrijedi

$$\frac{Q_>}{Q_<} = \frac{T_>}{T_<} = 5. \quad (1 \text{ bod})$$

Carnotov stroj namješten kao toplinski stroj predaje hladnijem spremniku

$$Q_<^{\text{TS}} = \frac{1}{5} Q_>^{\text{TS}},$$

odnosno, snaga predane topline je 200 W (**1 bod**). Istovremeno rad mu je $W^{\text{TS}} = 4/5 Q_>^{\text{TS}}$. Uzmemo li u obzir da za hladnjak vrijedi ista relacija s početka te da je njegov ulazni rad jednak 40% rada toplinskog stroja imamo

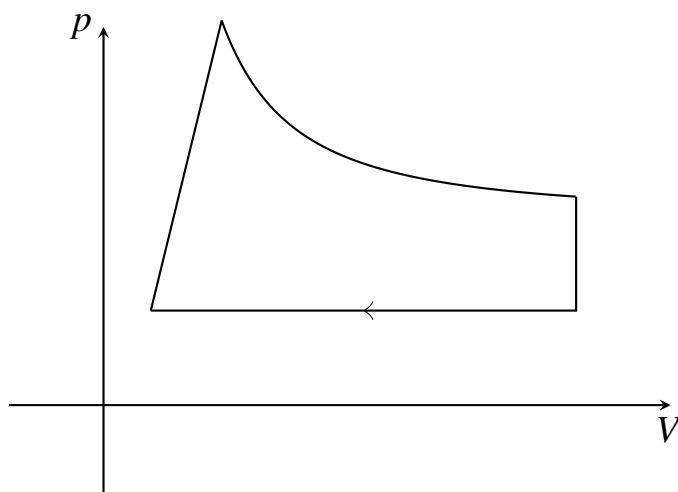
$$W^{\text{H}} = 4Q_<^{\text{H}} = 0.4W^{\text{TS}} = \frac{8}{25} Q_>^{\text{TS}}. \quad (1 \text{ bod})$$

Iz ovoga, sređivanjem slijedi $Q_<^{\text{H}} = 2/25 Q_>^{\text{TS}}$, odnosno, da je snaga topline koju hladnjak uzima od hladnijeg spremnika jednaka 80W (**1 bod**). Usporedimo li ovaj rezultat s prethodnim možemo zaključiti da je potrebno hladiti hladniji spremnik, i to snagom 120 W (**1 bod**). Toplina koju hladnjak predaje toplijem spremniku je

$$Q_>^{\text{H}} = 5Q_<^{\text{H}} = \frac{2}{5} Q_>^{\text{TS}}. \quad (1 \text{ bod})$$

Pripadna snaga iznosi 400 W (**1 bod**), što znači da moramo grijati topliji spremnik snagom od 600 W (**1 bod**).

Zadatak 5. (ukupno bodova: 12)



Skica ne mora biti u mjerilu, ali okvirno, uz točan poredak dijelova procesa, treba biti vidljivo da se pravac $p = aV$ može produžiti do ishodišta, da je adijabata zakrivljena krivulja te da su izohora, odnosno izobara, paralelni s ordinatom, odnosno, apscisom (**1 bod**). Dodatno, i smjer procesa mora biti točno naznačen (**1 bod**).

Prateći redoslijed iz teksta zadatka označimo točke brojevima od 1 do 4, u smjeru procesa, počevši od točke najvećeg tlaka $p_1 = 3 \text{ MPa}$. Odmah možemo zaključiti, kako je riječ o izohornoj promjeni na dijelu 2-3, da je $V_3 = V_2 = 2 \text{ m}^3$ (**1 bod**). Prateći izobarnu promjenu 3-4 vidimo da će tlakovi biti isti, pa je $p_3 = p_4 = 1 \text{ kPa}$ (**1 bod**). Konačno, proučimo li točku 1, lako dobijemo nagib pravca kao kvocijent tlaka i volumena $a = 3 \times 10^6 \text{ Pa/m}^3$ (**1 bod**). Koristeći sada poznatu jednadžbu pravca imamo da je $V_4 = 3,333 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ (**1 bod**).

Osnovna definicija adijabate je da na njoj nema izmjene topline, pa je $\Delta Q_{1,2} = 0$ (**1 bod**). Na izohori 2-3 rad plina je jednak nuli, pa izmijenjena toplina odgovara promjeni unutarnje energije

$$\Delta Q_{2,3} = \Delta U_{2,3} = \frac{3}{2}(p_3 V_3 - p_2 V_2) = -2.8318 \text{ MJ}. \quad (\mathbf{1 \text{ bod}})$$

Na izobari 3-4 rad plina je

$$\Delta W_{3,4} = p_3 \Delta V_{3,4} = -1.9997 \text{ kJ}. \quad (\mathbf{1 \text{ bod}})$$

Tada je ukupna izmijenjena toplina jednaka

$$\Delta Q_{3,4} = \Delta U_{3,4} + \Delta W_{3,4} = -4,9992 \text{ kJ}. \quad (\mathbf{1 \text{ bod}})$$

Na pravcu 4-1 rad plina možemo dobiti kao površinu ispod pravca, što se najlakše određuje geometrijski rastavljanjem površine na trokut (koji leži iznad izobare 3-4) te pravokutnik (koji se nalazi ispod njega) (**1 bod**). Kada se uvrste vrijednosti dobivamo

$$\Delta Q_{4,1} = \Delta U_{4,1} + \Delta W_{4,1} = 6,0000 \text{ MJ}. \quad (\mathbf{1 \text{ bod}})$$

Fizikalne konstante:

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2;$$

$$P_{\text{atm}} = 101300 \text{ Pa};$$

$$T_0 = -273,15^\circ\text{C}$$

$$N_a = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$R = 8.314 \text{ J/Kmol}.$$