

# Općinsko natjecanje iz fizike, 2024.

## Rješenja i smjernice za bodovanje – 3. skupina

### Zadatak 1 (10 bodova)

U ovom zadatku je bitno prepoznati da se radi o dvije različite kombinacije spajanja opruga – serijski i paralelni. Kod paralelnog spoja, konačna konstanta opruge je  $k_p = k_1 + k_2$ . Kod serijskog spoja, konačna konstanta opruge je  $k_s^{-1} = k_1^{-1} + k_2^{-1}$ . Matematički, rezultat je kao kod serijskog i paralelnog spoja kondenzatora. **(2 boda)**

U prvom slučaju radi se o paralelnom spoju, u drugom o serijskom. Periodi su stoga: **(2 boda)**

$$T_A = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_p}}$$
$$T_B = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_s}}$$

Preuredimo izraze da nađemo  $k$ :

$$k_p = 4\pi^2 \frac{m}{T_A^2}$$
$$k_s = 4\pi^2 \frac{m}{T_B^2}$$

Poznate su nam sve vrijednosti na desnoj strani pa možemo direktno izračunati rezultat, iako to ne utječe na bodove u zadatku:  $k_p = 157.91 \text{ N/m}$ ,  $k_s = 25.27 \text{ N/m}$ .

Izrazimo paralelni i serijski spoj opruga:

$$k_1 + k_2 = k_p$$
$$\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{1}{k_s}$$

Iz ovoga možemo dobiti kvadratnu jednažbu po  $k_1$  ili  $k_2$ , ovisno koju od varijabli izrazimo preko druge:

$$k_1 = \frac{k_p}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{k_p^2 - 4k_s k_p}$$

Poznavajući ove vrijednosti možemo izraziti i  $k_2$  preko  $k_2 = k_p - k_1$ :

$$k_2 = \frac{k_p}{2} \mp \frac{1}{2} \sqrt{k_p^2 - 4k_s k_p}$$

Vidimo da su oba  $k$  rješenje iste kvadratne jednažbe. Kako ne znamo koja je koja opruga, bez narušenja općenitosti možemo odrediti da je  $k_1 > k_2$ . Učenik ne mora doći do istih jednažbi, ali treba prepoznati da su dva rješenja jedina moguća i da vode do konstante dvije opruge. **(4 boda)**

Uvrštavanjem,  $k_1 = 126.33 \text{ N/m}$ ,  $k_2 = 31.58 \text{ N/m}$ . **(2 boda)**

### Zadatak 2 (9 bodova)

Kuglica titra privezana za dvije niti kao da je efektivno privezana s jednom niti duljine visine trokuta:  $a = l\frac{\sqrt{3}}{2}$ . (2 boda)

Njen period je stoga:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l\sqrt{3}}{2g}},$$

$$T = 1.32 \text{ s.}$$

(2 boda)

Prerežemo li jednu od niti, kuglica sada titra oko niti duljine  $l$ , pa je period:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

$$T = 1.42 \text{ s.}$$

(2 boda)

S obzirom da je titranje započela iz mirovanja, na udaljenosti  $a$  od stropa, a najniže će doći do udaljenosti  $l$ , ta razlika energija je upravo energija harmoničkog oscilatora:

$$E = mg(l - a) = mgl \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right),$$

$$E = 65.71 \text{ mJ.}$$

(1 bod)

Kako je u maksimalnoj brzini sva energija pretvorena u kinetičku, lako nađemo  $v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = 1.146 \text{ m/s.}$

(1 bod)

(1 bod)

### Zadatak 3 (8 bodova)

Vidimo da je smjer ukupne sile  $F$  na simetrali kuta kojeg zatvaraju vodiči 2 i 3. To je moguće jedino ako su sile od oba vodiča privlačne (smjer struje je isti kao i u vodiču 1) i jednakog iznosa. (2 boda)

Kako su oba vodiča 2 i 3 jednako udaljena od vodiča 1, njihove struje moraju biti jednake. (2 boda)

Sila po jedinici duljine između vodiča 1 i 2 dana je s:

$$\frac{F_{12}}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

Sila između vodiča 1 i 3 dana je na jednak način, a ukupna rezultantna sila se tada dobije vektorskim zbrajanjem:

$$\frac{F}{l} = \frac{F_{12}}{l} \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{F_{13}}{l} \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ovdje smo iskoristili trigonometrijski identitet  $\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$ , ali mogli smo zbrojiti sile i preko paralelograma, uz  $F_{12} = F_{13}$ . Uzmemo li u obzir da je  $F_{12} = F_{13}$  po iznosu: (2 boda)

$$I_2 = \frac{2\pi a f}{\mu_0 \sqrt{3} I_1}$$

Izvrjednjavanjem  $I_2 = 57.74 \text{ A.}$

(2 boda)

#### Zadatak 4 (14 bodova)

U ravnotežnom stanju, s obzirom da je napon istosmjern, kondenzatori ne provode struju i predstavljaju prekinuti strujni krug. Vidimo da je strujni krug zatvoren samo preko točaka ADE. **(2 boda)**

Strujni krug se sastoji od dva serijski spojena otpornika od  $100\ \Omega$  i  $470\ \Omega$ . **(1 bod)**  
Struja koja izlazi iz baterije je dakle  $I = U/R = 15.8\ \text{mA}$ . **(2 boda)**

S obzirom da kondenzatori blokiraju struju, otpornik između točaka AB ne provodi struju, pa na njemu nema pada napona. Napon u točki B je dakle identičan onome u točki A. Napon u točki E je dan s padom napona na otporniku E-baterija. Taj pad napona iznosi  $U_{100} = IR = 1.58\ \text{V}$ . Stoga je pad napona između točaka B i E  $U_{47} = 9 - 1.58 = 7.42\ \text{V}$ . To je ujedno i napon na kondenzatoru kapaciteta  $47\ \text{pF}$ . **(2 boda)**

Na dva serijski spojena kondenzatora jednaki je naboj na pločama, jer su spojeni serijski. Zato vrijedi da su im naponi u relativnom omjeru: **(1 bod)**

$$\frac{U_{100}}{U_{680}} = \frac{\frac{Q}{C_{100}}}{\frac{Q}{C_{680}}} = \frac{C_{680}}{C_{100}} = 6.8$$

Također, zbroj tih napona mora biti jednak naponu  $U_{47} = U_{100} + U_{680}$ . **(1 bod)**

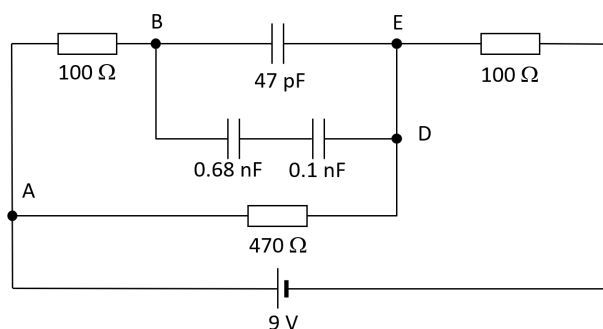
Iz toga možemo naći napone  $U_{680} = 0.95\ \text{V}$ ,  $U_{100} = 6.47\ \text{V}$ . **(2 boda)**

Dodatni rad koji baterija mora napraviti jednak je energiji koja je spremljena u kondenzatorima. **(1 bod)**

Da bi našli tu energiju, najlakše je tretirati tri kondenzatora kao jedan (primjenjujući serijski i paralelni spoj). Ukupni kapacitet je  $C_{uk} = 134\ \text{pF}$ , a energija spremljena u njemu je:

$$E = \frac{1}{2}CU^2$$

$E = 3.69\ \text{nJ}$ . **(2 boda)**



#### Zadatak 5 (9 bodova)

Zbog promjene struje u žici mijenja se iznos magnetskog polja koje prolazi kroz petlju, a to uzrokuje inducirani napon u petlji: **(2 boda)**

$$U = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{A\mu_0\Delta I}{2\pi r\Delta t}$$

Iz ovoga je naravno:

**(2 boda)**

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{2\pi r U}{\mu_0 A}$$

pa je  $\Delta I/\Delta t = 68.3 \text{ kA/s}$ .

**(1 bod)**

Smjer struje u petlji je takav da se protivi promjeni magnetskog toka, što u ovom slučaju znači u obrnutom smjeru od kazaljke na satu. **(2 boda)**

Sila na bližu stranicu petlje je odbojna sila, a sila na dalju stranicu privlačna. **(1 bod)**  
 Kako sila među dva vodiča pada s udaljenosti, rezultantna sila je odbojna. **(1 bod)**