

Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačiji način, a fizikalno pravilan način, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

Zadatak 1. (ukupno bodova: 10)

Koristeći informaciju o protoku tekućine i veličini otvora možemo odrediti početnu brzinu mlaza, pri tome pazeći na mjerne jedinice

$$v = \frac{I}{S} = \frac{4I}{d^2\pi} = 0.4244 \text{ m/s.} \quad (3 \text{ boda})$$

Po izlasku iz slavine tekućina se nalazi u slobodnom padu te njena brzina ovisi o prijeđenom putu Δh kao

$$v = \sqrt{v_{\text{početna}}^2 + 2gh}, \quad (1 \text{ bod})$$

pri čemu je g ubrzanje sile teže blizu površine Zemlje.

Iskoristimo li jednadžbu kontinuiteta možemo napisati da je protok mlaza u slobodnom padu jednak protoku kroz otvor slavine

$$I_{\text{mlaz}} = I_{\text{slavina}}. \quad (1 \text{ bod})$$

Dodatno, uzmemo li u obzir prethodno izvedene formule, vidimo da se promjer mlaza mora smanjivati s prijeđenim putem

$$I_{\text{mlaz}} = Sv = \frac{d_{\text{mlaz}}^2 \pi}{4} \sqrt{v_{\text{početna}}^2 + 2g\Delta h}. \quad (2 \text{ boda})$$

Konačno, možemo uvrstiti traženi promjer od 0,5cm i riješiti prethodnu jednadžbu

$$\Delta h = \frac{1}{2g} \left(\left(\frac{4I_{\text{slavina}}}{d_{\text{mlaz}}^2 \pi} \right)^2 - v_{\text{početna}}^2 \right) = 0.1377 \text{ m} \quad (3 \text{ boda})$$

Zadatak 2. (ukupno bodova: 12)

Uzmemo li u obzir kako se odnose gustoće tekućina, tada su slojevi u posudi redom, odozdo prema gore: glicerin, voda, ulje. **(2 boda)**

Kako šipka miruje zbroj sila koje na nju djeluju mora biti nula, odnosno, sila uzgona je jednaka sili teži

$$F_g = F_u. \quad \textbf{(1 bod)}$$

Ukupna sila uzgona je zbroj tri sile uzgona od 3 sloja različitih tekućina, označimo li s V ukupni volumen šipke vrijedi

$$F_u = \frac{1}{7}Vg\rho_{\text{glicerin}} + \frac{4}{7}Vg\rho_{\text{voda}} + \frac{2}{7}Vg\rho_{\text{ulje}}. \quad \textbf{(2 boda)}$$

Sila teža koja djeluje na šipku je tada

$$F_g = Vg\rho_{\text{šipka}}. \quad \textbf{(1 bod)}$$

Kombiniranjem prethodno navedenih relacija slijedi gustoća šipke

$$\rho_{\text{šipka}} = \frac{\rho_{\text{glicerin}} + 4\rho_{\text{voda}} + 2\rho_{\text{ulje}}}{7} = 980 \text{ kg/m}^3. \quad \textbf{(2 boda)}$$

Neka je d dubina sloja vode. Kako je šipka u ravnoteži ponovo imamo da je sila uzgona jednaka sili teži, ali s izuzetkom da samo sloj vode i sloj ulja doprinose uzgonu. Sada to zapišemo u obliku jednadžbe

$$\left(1 - \frac{d}{1\text{m}}\right)Vg\rho_{\text{ulje}} + \frac{d}{1\text{m}}Vg\rho_{\text{voda}} = Vg\rho_{\text{šipka}}, \quad \textbf{(2 boda)}$$

koju lako riješimo kako bi dobili dubinu sloja vode

$$d = \frac{\rho_{\text{šipka}} - \rho_{\text{ulje}}}{\rho_{\text{voda}} - \rho_{\text{ulje}}} \text{ m} = 0,9 \text{ m}. \quad \textbf{(2 boda)}$$

Zadatak 3. (ukupno bodova: 10)

Tlak P_0 kojega pokazuje manometar jednak je zbroju hidrostatskog tlaka stupca nafte visine tornja, dinamičkog tlaka nafte koja pršti iz njega te atmosferskog tlaka

$$P_0 = P_{\text{hidrostatski}} + P_{\text{mlaz}} + P_{\text{atm}}. \quad (3 \text{ boda})$$

Iskoristimo li izraz za dinamički tlak i uzmemo u obzir da na tekućinu djeluje sila teža dobivamo

$$P_{\text{mlaz}} = \frac{\rho_{\text{nafta}} v^2}{2} = \frac{\rho_{\text{nafta}} 2gh_{\text{mlaz}}}{2} = \rho_{\text{nafta}} gh_{\text{mlaz}}. \quad (2 \text{ boda})$$

Uvrštavanjem slijedi

$$\rho_{\text{nafta}} = \frac{P_0 - P_{\text{atm}}}{gh_{\text{toranj}} + gh_{\text{mlaz}}} = 900 \text{ kg/m}^3. \quad (2 \text{ boda})$$

Za dolazak nafte u rafinariju imamo identičnu situaciju kao i u prvom dijelu zadatka

$$P_0 = P_{\text{hidrostatski}} + P_{\text{dinamički}} + P_{\text{atm}} = \rho_{\text{nafta}} gh_{\text{brdo}} + \frac{\rho_{\text{nafta}} v^2}{2} + P_{\text{atm}}. \quad (2 \text{ boda})$$

Invertiranjem relacije dolazimo do tražene veličine

$$v = \sqrt{2 \left(\frac{P_0 - P_{\text{atm}}}{\rho_{\text{nafta}}} - gh_{\text{brdo}} \right)} = 14,007 \text{ m/s}. \quad (1 \text{ bod})$$

Zadatak 4. (ukupno bodova: 8)

Označimo duljinu krakova s b , a bazu s a . Tada po uvjetu zadatka vrijedi

$$b = 1,02a \quad (2 \text{ boda}) \quad \text{te} \quad \beta_b = \beta_a/5. \quad (2 \text{ boda})$$

Obe stranice se rastežu zagrijavanjem po zakonu

$$l = l_0 (1 + \beta \Delta T). \quad (1 \text{ bod})$$

Podizanjem temperature trokut postaje jednakostraničan pa možemo pisati

$$b(1 + \beta_b \Delta T) = a(1 + \beta_a \Delta T). \quad (1 \text{ bod})$$

Uvrštavanjem navedenih omjera stranica i koeficijenata te rješavanjem prethodno navedene jednadžbe dolazimo do rješenja

$$\beta_a = 2,792 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}; \quad (1 \text{ bod})$$

$$\beta_b = 0,558 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}. \quad (1 \text{ bod})$$

Zadatak 5. (ukupno bodova: 10)

U početnom trenutku uvjeti su:

$$T_{\text{poč}} = 393,15 \text{ K}; \quad (1 \text{ bod})$$

$$P_0 = F/S = 10^6 \text{ Pa}; \quad (1 \text{ bod})$$

$$V_{\text{poč}} = l \cdot S = 0.004 \text{ m}^3. \quad (1 \text{ bod})$$

Rad kojega je klip obavio daje nam informaciju o tome koliki je put prešao

$$\Delta s = W/F = 0,04 \text{ m}. \quad (1 \text{ bod})$$

Sada nam je poznat i konačan volumen

$$V_{\text{kon}} = (l + \Delta l)S = 0,006 \text{ m}^3, \quad (1 \text{ bod})$$

Kako je sila kojom para djeluje na klip konstantna, znači da je riječ o izobarnoj promjeni. Konačnu temperaturu možemo dobiti iz jednadžbe stanja idealnog plina (ili direktno iz Charlesovog zakona)

$$n = PV/RT; \quad (1 \text{ bod})$$

$$\frac{V_{\text{kon}}}{T_{\text{kon}}} = \frac{V_{\text{poč}}}{T_{\text{poč}}}; \quad (2 \text{ boda})$$

$$T_{\text{kon}} = \frac{V_{\text{kon}}T_{\text{poč}}}{V_{\text{poč}}} = 589.725 \text{ K}; \quad (2 \text{ boda})$$

Fizikalne konstante:

$$g = 9.81\text{m/s}^2;$$

$$P_{\text{atm}} = 101300\text{Pa};$$

$$T_0 = -273,15^\circ\text{C}$$

$$R = 8.314\text{J/Kmol}.$$