

DRŽAVNO NATJECANJE IZ ASTRONOMIJE 2024. GODINE
1. RAZRED
TOČNI ODGOVORI

Napomena: Zbog zaokruživanja prilikom izračuna priznaju se odstupanja od $\pm 5\%$ od navedenih rješenja

1. Koliko je vremena potrebno umjetnom satelitu (izraženo u danima) da obiđe oko Ganimeda ako se nalazi u kružnoj stazi na visini od 300 km iznad površine Ganimeda. Koliko iznosi I. kozmička brzina na Ganimedu? Polumjer Ganimeda iznosi 2634 km, masa mu je $1,482 \cdot 10^{23}$ kg, a gravitacijska konstanta iznosi $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$.

$$m = 1,482 \cdot 10^{23} \text{ kg}$$

$$r = 2634 \text{ km}$$

$$h = 300 \text{ km}$$

$$G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

$$T = ?; v_I = ?$$

$$F_G = F_C \Rightarrow G \frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad (1 \text{ bod})$$

$$G \frac{Mm}{(r+h)^2} = \frac{mv^2}{r+h} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r+h}} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v = \frac{2 \cdot (r+h) \cdot \pi}{T} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\frac{2 \cdot (r+h) \cdot \pi}{T} = \sqrt{\frac{GM}{r+h}} \Rightarrow \frac{(2 \cdot (r+h) \cdot \pi)^2}{T^2} = \frac{GM}{r+h} \quad (1 \text{ bod})$$

$$T^2 = \frac{(r+h) \cdot (2 \cdot (r+h) \cdot \pi)^2}{GM} \quad (1 \text{ bod})$$

$$T = \sqrt{\frac{(r+h) \cdot (2 \cdot (r+h) \cdot \pi)^2}{GM}} = \sqrt{\frac{(2,634 \cdot 10^6 \text{ m} + 3 \cdot 10^5 \text{ m}) \cdot (2 \cdot (2,634 \cdot 10^6 \text{ m} + 3 \cdot 10^5 \text{ m}) \cdot \pi)^2}{6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot 1,482 \cdot 10^{23} \text{ kg}}} \quad (1 \text{ bod})$$

$$T = \sqrt{\frac{9,971 \cdot 10^{20} \text{ m}^3}{9,8909 \cdot 10^{12} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}}} = \sqrt{1,0081 \cdot 10^8 \text{ s}^2} \quad (1 \text{ bod})$$

$$T = 10040 \text{ s} \quad (1 \text{ bod})$$

$$T = \frac{10040 \text{ s}}{24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} = 0,116 \text{ dana} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v_I = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v_I = \sqrt{\frac{6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot 1,482 \cdot 10^{23} \text{ kg}}{2,634 \cdot 10^6 \text{ m}}} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v_I = 1938 \text{ m/s} \quad (1 \text{ bod})$$

Ukupno: 13 bodova

2. Odredite s kojim povećanjem trebamo promatrati Jupiter da bi njegova prividna veličina gledana kroz teleskop bila ista kao i prividna veličina Mjeseca gledana golim okom. Jupiter promatramo u trenutku opozicije sa Suncem i njegov prividni promjer tada iznosi 46,5". Prividni promjer Mjeseca iznosi 30'. Koliko bi moralo biti povećanje teleskopa ako želimo isto učiniti kad se Jupiter nalazi u konjunktiji sa Suncem (uz pretpostavku da ga tada možemo vidjeti)? Ako je žarišna daljina teleskopa 1200 mm, koje okulare moramo upotrijebiti u oba slučaja? Ako je razlučivanje teleskopa 1", kolika je veličina najmanjega detalja na Jupiteru koji možemo vidjeti u oba slučaja? Promjer je Jupitera 142 000 km, a udaljen je 5,2 AJ od Sunca. Zanimajte ekscentricitete Jupiterove, Zemljine i Mjesečeve staze.

$$\varphi_{J \text{ OP}} = 46,5''$$

$$\varphi_{Mj} = 30'$$

$$F = 1200 \text{ mm}$$

$$\varphi_{\text{razl}} = 1''$$

$$2r_J = 142000 \text{ km}$$

$$d_J = 5,2 \text{ AJ}$$

$$A_{\text{OP}} = ?; A_{\text{KONJ}} = ?; f_{\text{OP}} = ?; f_{\text{KONJ}} = ?; l_{\text{min OP}} = ?; l_{\text{min KONJ}} = ?$$

$$\varphi_{Mj} = 30 \cdot 60'' = 1800'' \quad (1 \text{ bod})$$

$$A_{OP} = \frac{\varphi_{MJ}}{\varphi_{JOP}} \quad (1 \text{ bod})$$

$$A_{OP} = \frac{1800''}{46,5''} = 38,7 \times \quad (1 \text{ bod})$$

$$d_{JOP} = d_J - 1 \text{ AJ} = 5,2 \text{ AJ} - 1 \text{ AJ} = 4,2 \text{ AJ} \quad (1 \text{ bod})$$

$$d_{JKONJ} = d_J + 1 \text{ AJ} = 5,2 \text{ AJ} + 1 \text{ AJ} = 6,2 \text{ AJ} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\frac{d_{JOP}}{d_{JKONJ}} = \frac{\varphi_{JKONJ}}{\varphi_{JOP}} \Rightarrow \varphi_{JKONJ} = \varphi_{JOP} \cdot \frac{d_{JOP}}{d_{JKONJ}} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\varphi_{JKONJ} = 46,5'' \cdot \frac{4,2 \text{ AJ}}{6,2 \text{ AJ}} = 31,5'' \quad (1 \text{ bod})$$

$$A_{KONJ} = \frac{1800''}{31,5''} = 57,1 \times \quad (1 \text{ bod})$$

$$\frac{F}{f} = A \Rightarrow f = \frac{F}{A} \quad (1 \text{ bod})$$

$$f_{OP} = \frac{F}{A_{OP}} = \frac{1200 \text{ mm}}{38,7 \times} = 31 \text{ mm} \quad (1 \text{ bod})$$

$$f_{KONJ} = \frac{F}{A_{KONJ}} = \frac{1200 \text{ mm}}{57,1 \times} = 21 \text{ mm} \quad (1 \text{ bod})$$

$$l_{minOP} = \frac{2r_J}{\varphi_{JOP}} = \frac{142000 \text{ km}}{46,5''} \approx 3050 \text{ km} \quad (1 \text{ bod})$$

$$l_{minKONJ} = \frac{2r_J}{\varphi_{JKONJ}} = \frac{142000 \text{ km}}{31,5''} \approx 4510 \text{ km} \quad (1 \text{ bod})$$

Ukupno: 13 bodova

3. Izračunajte prosječnu gustoću Uranova prirodnoga satelita Mirande čiji srednji polumjer iznosi 235 km, a vrijeme pada nekoga tijela s litice na njezinoj površini visoke 20 km iznosi 12 minuta. S kojom će brzinom tijelo pasti na tlo Mirande? Koliko bi visoko skočio astronaut na Mirandi ako mu brzina odskoka uvis iznosi 3 m/s? Gravitacijska konstanta iznosi $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$.

$$r_M = 235 \text{ km}$$

$$t = 12 \text{ min}$$

$$h = 20 \text{ km}$$

$$v_{\text{astro}} = 3 \text{ m/s}$$

$$G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

$$\rho_{\text{M}} = ?; v = ?; h_{\text{astro}} = ?$$

$$h = \frac{g_{\text{M}}}{2} t^2 \Rightarrow g_{\text{M}} = \frac{2h}{t^2} \quad (1 \text{ bod})$$

$$g_{\text{M}} = \frac{2 \cdot 20000 \text{ m}}{(12 \cdot 60 \text{ s})^2} \quad (1 \text{ bod})$$

$$g_{\text{M}} = 0,0772 \text{ m/s}^2 \quad (1 \text{ bod})$$

$$F = F_{\text{G}} \Rightarrow m \cdot g_{\text{M}} = G \frac{M_{\text{M}} m}{r^2} \quad (1 \text{ bod})$$

$$M_{\text{M}} = \frac{g_{\text{M}} \cdot r_{\text{M}}^2}{G} \quad (1 \text{ bod})$$

$$M_{\text{M}} = \frac{0,0772 \text{ m/s}^2 \cdot (235000 \text{ m})^2}{6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}} = 6,39 \cdot 10^{19} \text{ kg} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\rho_{\text{M}} = \frac{M_{\text{M}}}{V_{\text{M}}} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\rho_{\text{M}} = \frac{M_{\text{M}}}{\frac{4}{3} r_{\text{M}}^3 \cdot \pi} = \frac{3 \cdot M_{\text{M}}}{4 \cdot r_{\text{M}}^3 \cdot \pi} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\rho_{\text{M}} = \frac{3 \cdot 6,39 \cdot 10^{19} \text{ kg}}{4 \cdot (235000 \text{ m})^3 \cdot \pi} = 1176 \text{ kg/m}^3 \quad (1 \text{ bod})$$

$$v = \sqrt{2 g_{\text{M}} h} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 0,0772 \text{ m/s}^2 \cdot 20000 \text{ m}} = 55,6 \text{ m/s} \quad (1 \text{ bod})$$

$$h_{\text{astro}} = \frac{v_{\text{astro}}^2}{2 g_{\text{M}}} \quad (1 \text{ bod})$$

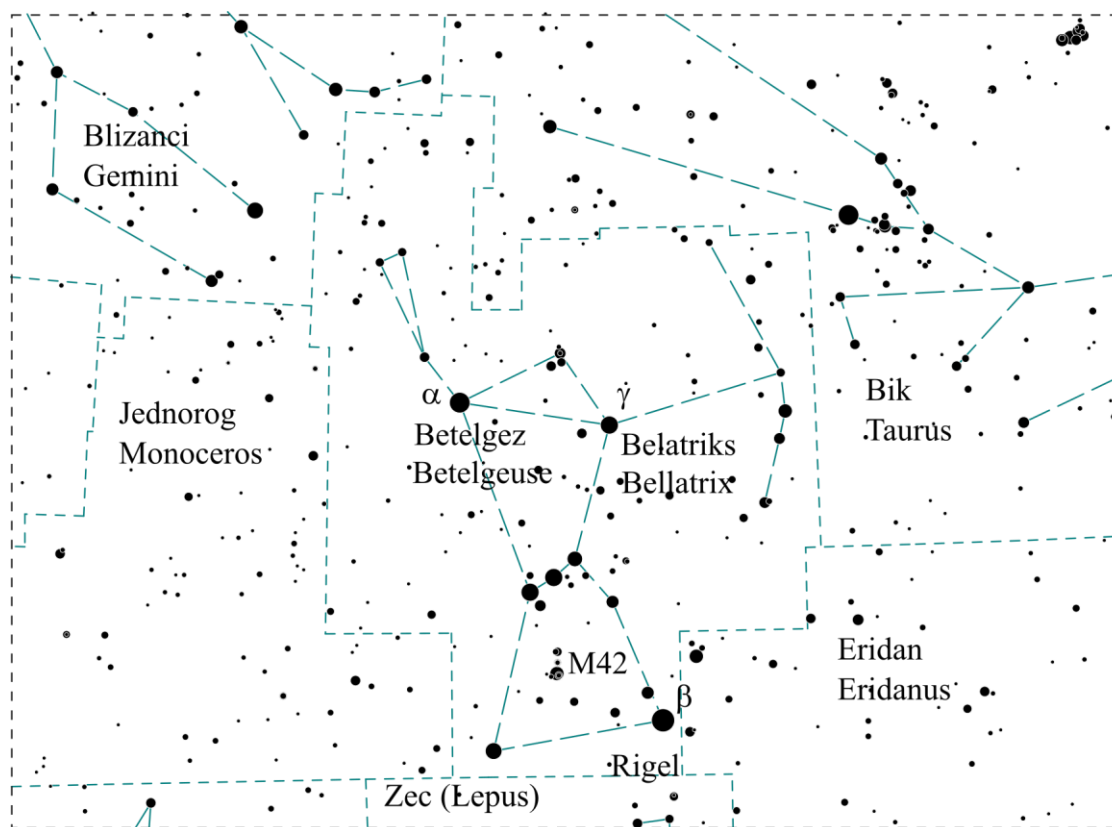
$$h_{\text{astro}} = \frac{(3 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 0,0772 \text{ m/s}^2} = 58,3 \text{ m}$$

(1 bod)

Ukupno: 13 bodova

11	
----	--

4. Na donjemu crtežu u zviježđu Oriona pokraj odgovarajućih zvijezda upiši Bayerove oznake α , β i γ te njihova imena. Unutar njihovih granica napiši nazive pet zviježđa susjednih Orionu.



Pravilno upisane oznake α , β i γ – svaka po **1 bod** - ukupno **3 boda**

Pravilno upisana imena zvijezda (ili hrvatski naziv ili međunarodni naziv) - svaki po **1 bod** - ukupno **3 boda**

Pravilno i točno upisana zviježđa (ili hrvatski naziv ili latinski naziv) - svako po **1 bod** - ukupno **5 bodova**

Sveukupno: **11 bodova**