

## DRŽAVNO NATJECANJE IZ ASTRONOMIJE 2024. GODINE

**Razred ili kategorija natjecanja: 4. razred**

**Zaporka** \_\_\_\_\_

**Broj postignutih bodova** \_\_\_\_ / 50

**Potpis članova povjerenstva**

1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

Mjesto i nadnevak: \_\_\_\_\_

Za rješavanje zadataka predviđeno je 60 minuta.

Dopuštena je uporaba kalkulatora.

Ispiti znanja označavaju se zaporkama. Zaporku čini jedna riječ primjerenoga značenja i peteroznamenasti broj. Zaporka upisana na prvoj stranici ispita upisuje se i na priloženi obrazac zajedno s imenom, prezimenom i OIB-om učenika, razredom, školom, mjestom, općinom ili gradom, županijom, imenom i prezimenom učitelja/nastavnika mentora te imenom i prezimenom sumentora (ako natjecatelj ima sumentora). Taj se obrazac stavlja u omotnicu, koja se zalijepi i na njoj se ništa ne piše.

Učenicima se dopušta pisanje po marginama i po praznim stranicama ispitnoga materijala bez oduzimanja bodova i/ili diskvalifikacije. Ako učenici trebaju dodatni papir za rješavanje zadataka, treba im ponuditi ovjereni bijeli papir. Isključivo se vrednuje čitko napisan odgovor u prostoru predviđenome za odgovor. Ispit se rješava kemijskom olovkom plavom tintom koja se ne briše. Ne vrednuju se netočno riješeni zadatci i naknadno ispravljeni odgovori te odgovori u zagradama.

Povjerenstva i potpovjerenstva ispravljaju ispite kemijskom olovkom crvenom tintom. Član povjerenstva koji pregledava zadatke znakom ✓ označava da je odgovor pravilan, ispisuje broj ostvarenih bodova uz odgovore, upisuje ukupan broj bodova na naslovnicu ispita te svojim potpisom potvrđuje točnost broja bodova, što nakon pregleda supotpisuju još dva člana povjerenstva. Ako se pri upisivanju broja bodova ili pri konačnome zbroju bodova pogriješi, pogrešku valja precrtati dvjema kosim crtama te dopisati ispravak s potpisom svih članova povjerenstva (3 člana).

## ZADATCI

1. Izračunaj broj fotona emitiranih sa zvijezde Sirius koji u jednoj sekundi upadnu u oko promatrača na Zemlji pretpostavljajući da sva emitirana svjetlost ima valnu duljinu od 290 nm te da je promjer zjenice oka 6 mm. Prividna zvjezdana veličina Siriusa je  $-1,46$ , a Sunca  $-26,7$ . Poznato je da je Sunce na udaljenosti od Zemlje u iznosu od  $1,5 \cdot 10^8$  km te ima luminozitet u iznosu od  $3,85 \cdot 10^{26}$  W ( $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  J s,  $c = 3 \cdot 10^5$  km s $^{-1}$ ).

	12
--	----

$$\lambda = 290 \text{ nm} = 290 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$2r_{oko} = 6 \text{ mm} \longrightarrow r_{oko} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$m_{Sirius} = -1,46$$

$$m_{\odot} = -26,7$$

$$D = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$L_{\odot} = 3,85 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

$$c = 3 \cdot 10^5 \text{ km s}^{-1} = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

$$N = ?$$

Na Zemljinoj udaljenosti od Sunca, tok zračenja  $F_{\odot}$  koji dolazi sa Sunca iznosi:

$$F_{\odot} = \frac{L_{\odot}}{4\pi D^2} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$F_{\odot} = \frac{3,85 \cdot 10^{26} \text{ W}}{4\pi (1,5 \cdot 10^{11} \text{ m})^2} \approx 1362 \text{ W m}^{-2} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

Na Zemljinoj udaljenosti od Sunca, tok zračenja  $F_{Sirius}$  koji dolazi sa Siriusa iznosi:

$$\frac{F_{\odot}}{F_{Sirius}} = 2,512^{m_{Sirius} - m_{\odot}} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$F_{Sirius} = \frac{F_{\odot}}{2,512^{m_{Sirius} - m_{\odot}}} = \frac{1362 \text{ W m}^{-2}}{2,512^{-1,46 - (-26,7)}} \approx 1,09 \cdot 10^{-7} \text{ W m}^{-2} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

Energija fotona valne duljine  $\lambda = 290$  nm iznosi:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$E = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{290 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \approx 6,8545 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

Konačno, broj fotona sa Siriusa koji u jednoj sekundi upadne u oko promatrača površine  $r_{oko}^2 \cdot \pi$  iznosi ( $W = \text{J s}^{-1}$ ):

$$N = \frac{F_{Sirius} \cdot r_{oko}^2 \cdot \pi}{E} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$N = \frac{1,09 \cdot 10^{-7} \text{ W m}^{-2} \cdot (3 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 \cdot \pi}{6,8545 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \approx 4,4962 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

2. Zvijezda ima visinu  $22^\circ$  u donjoj i  $56^\circ$  u gornjoj kulminaciji na istoj strani od zenita. Kolike su deklinacija zvijezde i geografska širina mjesta opažanja? Kolika je rektascenzija iste zvijezde ako je utvrđeno da u  $2^h43^m$  mjesnoga zvjezdanog vremena ima satni kut od  $16^h10^m$ ?

	12
--	----

$$h_D = 22^\circ$$

$$h_G = 56^\circ$$

$$LST = 2^h43^m$$

$$t = 16^h10^m$$


---

$$\delta = ?$$

$$\phi = ?$$

$$\alpha = ?$$

$$\delta = 90^\circ - \frac{h_G - h_D}{2} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$\delta = 90^\circ - \frac{56^\circ - 22^\circ}{2} = 73^\circ \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$\phi = \frac{h_D + h_G}{2} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$\phi = \frac{22^\circ + 56^\circ}{2} = 39^\circ \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$LST = \alpha + t - 24^h$  (oduzima se  $24^h$  jer je satni kut zvijezde veći od satnog kuta proljetne točke odnosno mjesnoga zvjezdanog vremena)  $\mathbf{2 \text{ boda}}$

$$\alpha = LST - t + 24^h = 2^h43^m - 16^h10^m + 24^h = 10^h33^m \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

3. Pretpostavi da je pulsar homogena kugla mase  $M$  i polumjera  $R$  koja rotira velikom brzinom. Period je rotacije pulsara  $1,425 \text{ ms}$ . Zbog rotacije komadić površine pulsara mase  $m$  na ekvatoru se giba brzinom  $v$ . Koja je minimalna gustoća  $\rho$  koju pulsar mora imati kako bi komadić površine ostao gravitacijski vezan ( $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ )?

	13
--	----

$$T = 1,425 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$


---

$$\rho = ?$$

Da bi pulsar bio stabilan, gravitacijska sila koja djeluje na probnu masu na površini pulsara mora biti veća ili jednaka centrifugalnoj sili na istu masu:

$$F_{cf} \leq F_g \quad \mathbf{4 \text{ boda}}$$

$$\frac{mv^2}{R} \leq G \frac{mM}{R^2} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}R^3\pi} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$M = \rho \cdot \frac{4}{3}R^3\pi \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

Uvrštavanjem  $v$  i  $M$  u uvjet za gravitacijsku stabilnost imamo:

$$\frac{m \frac{4\pi^2 R^2}{T^2}}{R} \leq G \frac{m \cdot \rho \cdot \frac{4}{3} R^3 \pi}{R^2} \rightarrow \rho \geq \frac{3\pi}{GT^2} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$\rho \geq \frac{3\pi}{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot (1,425 \cdot 10^{-3} \text{ s})^2} \approx 6,9585 \cdot 10^{16} \text{ kg m}^{-3} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

4. Površinska temperatura bijeloga patuljka iznosi 40 000 K, promjer mu je 15 000 km te nam se približava brzinom od 2000 km s<sup>-1</sup>. Pod pretpostavkom da bijeli patuljak zrači kao crno tijelo, izračunaj mu luminozitet. Također, izračunaj valnu duljinu maksimuma njegova zračenja koju opažamo sa Zemlje (Stefan-Boltzmannova konstanta iznosi  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ , Wienova je konstanta  $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$  i  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ ) te konačni rezultat zaokruži na tri značajne znamenke.

13
----

$$T = 40\,000 \text{ K}$$

$$2R = 15\,000 \text{ km} \rightarrow R = 7,5 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$v = -2000 \text{ km s}^{-1} \rightarrow v = -2 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

$$b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

---


$$L = ?$$

$$\lambda_{\max} = ?$$

$$L = A \sigma T^4 \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$A = 4R^2 \pi \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$L = 4 \cdot (7,5 \cdot 10^6 \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4} \cdot (40\,000 \text{ K})^4 \approx 1,026 \cdot 10^{26} \text{ W} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$b = \lambda_{\max} \cdot T \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3} \text{ m K}}{40\,000 \text{ K}} = 7,25 \cdot 10^{-8} \text{ m} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$z = \frac{v}{c} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$z = \frac{-2 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}}{3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}} \approx -6,67 \cdot 10^{-3} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$z = \frac{\lambda - \lambda_{\max}}{\lambda_{\max}} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

$$\lambda = (z + 1) \cdot \lambda_{\max} = (-6,67 \cdot 10^{-3} + 1) \cdot 7,25 \cdot 10^{-8} \text{ m} \approx 7,20 \cdot 10^{-8} \text{ m} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$