

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2022/2023

Srednje škole 4. grupa

VAŽNO: Tijekom ispita ne smiješ imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...).

Za pisanje se koristi kemijskom olovkom ili nalivperom. Ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje. Dopušteno je korištenje kalkulatorom.

1. zadatak (11 bodova)

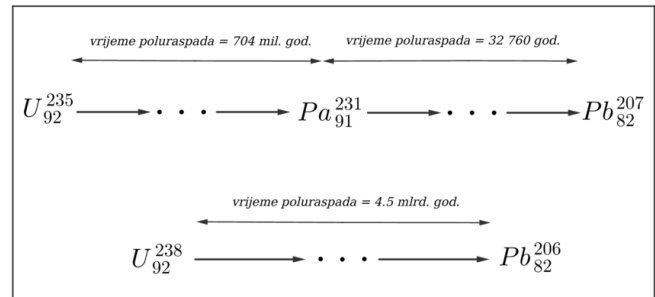
Uranij-olovo datiranje je tehnika slična datiranju objekata s pomoću C-14 izotopa ugljika. Ta je metoda preciznija u nekim slučajevima, npr. datiranju cirkonskih stijena. Temelji se na određivanju koncentracija uranij-238, uranij-235, olovo-207 i olovo-206 izotopa. Pri formaciji cirkonskih stijena u njima je prisutno i nešto izotopa uranija, ali nema izotopa olova. S vremenom se izotopi uranija raspadaju (serijom α i β^- raspada), a krajnji su produkti izotopi olova, kao što je prikazano na slici 1.

a.) Koliko se α i β^- raspada treba dogoditi da od U-235 nastane Pb-207?

b.) Analizom je ustanovljeno da u određenome uzorku cirkona vrijedi $N(U-235)/N(U-238) = 3.86 \times 10^{-3}$ i $N(Pb-207)/N(U-235) = 3.23$. Odredi starost uzorka i početni brojčani omjer izotopa U-235 i U-238.

c.) Koliki je maksimalni mogući brojčani omjer Pa-231 i U-235 u uzorku cirkona nepoznate starosti?

Vremena poluraspada U-235 i U-238 (i starost stijena) su znatno veća od vremena poluraspada ostalih izotopa u serijama raspada U-235 i U-238. Protaktinij-231 (Pa-231) se pojavljuje samo u seriji raspada U-235 te je njegovo vrijeme poluraspada znatno veće od vremena poluraspada ostalih izotopa u seriji U-235 (osim U-235 izotopa).



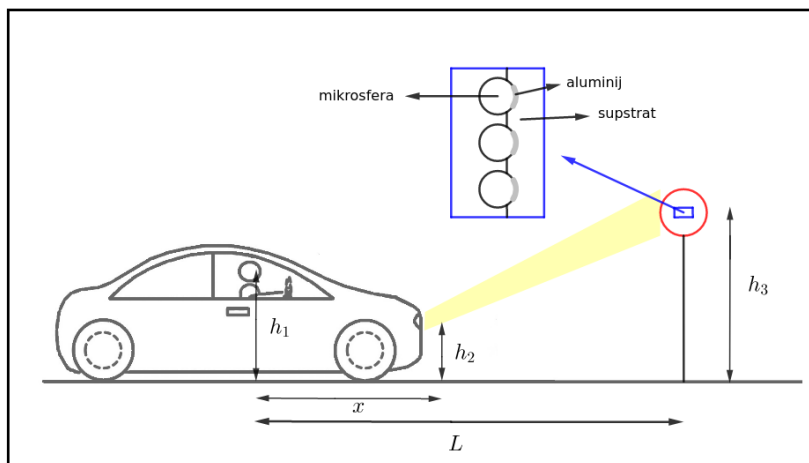
Slika 1: Prikaz serije raspada U-235 i U-238. Tri točke označavaju postojanje dodatnih raspada između početnog i konačnog izotopa, a dana vremena poluraspada su sume pojedinačnih vremena raspada u obuhvaćenom intervalu.

2. zadatak (12 bodova)

Retroreflektivni materijal reflektira većinu upadne svjetlosti nazad prema izvoru (tj. u neki mali prostorni kut oko izvora). Promotri automobil koji se kreće ravnom cestom po mraku (slika 2). Svjetla se vozila nalaze na visini h_2 , oči vozača na visini h_1 , a horizontalna je udaljenost između svjetla i očiju vozača x . Prometni se znak retroreflektivne površine nalazi na udaljenosti L od vozača i na visini h_3 . Površina je znaka načinjena od velikog broja mikrosfera ugrađenih u supstrat. Mikrosfere su djelomično obložene reflektirajućim slojem aluminija (koji se ponaša kao zrcalo) i načinjene su od materijala indeksa loma n_m .

a.) Promotri proces kad se zraka lomi na granici zrak-mikrosfera, zatim reflektira od aluminija, te lomi na granici mikrosfera-zrak. Odredi jednadžbu koja opisuje kako upadni kut svjetlosti na granicu zrak-mikrosfera ovisi o h_1 , h_2 , h_3 , x i L tako da povratna zraka pogodi vozačeve oči. Pretpostavi da nakon prvog loma zraka uvijek upada na reflektirajući sloj aluminija. Pojednostavi jednadžbu za slučaj velikih udaljenosti L koristeći se aproksimacijama: $\arcsin(\sin(x)/n) = x/n - (n^2 - 1)x^3/(6n^3)$ i $\arctan(x) = x$. Izračunaj taj upadni kut na mikrosferu za slučaj $n_m = 2$, $L = 40$ m, $h_1 = 1.1$ m, $h_2 = 0.6$ m, $h_3 = 2.1$ m i $x = 1.3$ m.

b.) Za parametre iz dijela a.) odredi najmanju udaljenost između mikrosfera d tako da intenzitet svjetlosti valne duljine 550 nm koju vozač vidi bude maksimalan (razmatrajući samo jedan vertikalni red mikrosfera). Koristi se $(1 + x)^n \approx 1 + nx$ za $x \ll 1$.



Slika 2: Automobil osvjetljava retroreflektivni prometni znak.

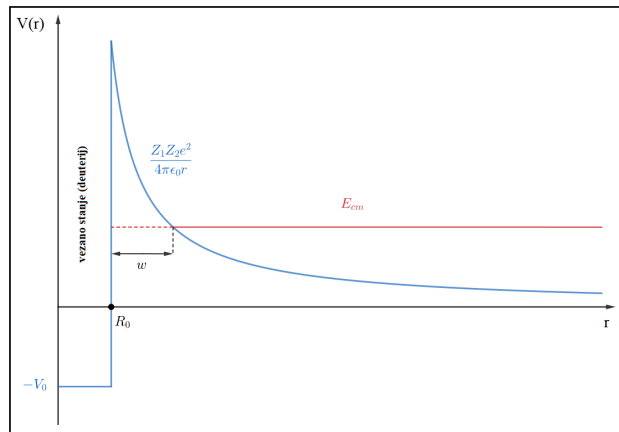
3. zadatak (13 bodova)

Pretvorba se vodika u helij u Suncu događa u više koraka. Prvi je korak "pretvorba" dvaju protona u deuterij (pp reakcija). Da se protoni mogu dovoljno približiti, potrebno je nadvladati odbojnu elektromagnetsku silu. Na slici 3. je prikazana kulonska potencijalna energija, gdje je R_0 polumjer deuterija (potrebna udaljenost na koju se protoni trebaju približiti kako bi se reakcija odvila). Ako je energija čestice klasično nedovoljna za nadvladavanje potencijalne barijere (tj. elektromagnetske sile), u kvantnome svijetu proces i dalje moguć te je njegova vjerojatnost približno proporcionalna $\exp(-a\sqrt{w})$, gdje je w širina potencijalne barijere kroz koju čestica treba tunelirati. Na slici 3. E_{cm} označava ukupnu kinetičku energiju obaju protona u sustavu u kojima njihov centar mase miruje.

a.) Odredi kako vjerojatnost tuneliranja ovisi o E_{cm} . Uzmi da je energija protona puno manja od visine barijere, tj. da je R_0 potpuno zanemariv naspram udaljenosti na koju se protoni mogu klasično približiti.

b.) Na temperaturi T vjerojatnost da kinetička energija dvaju protona u sustavu centra mase iznosi E_{cm} je proporcionalna $\exp(-E_{cm}/(kT))$. Skiciraj (kvalitativno) kako brzina reakcije na temperaturi T ovisi o kinetičkoj energiji protona u sustavu centra mase E_{cm} . Odredi na kojoj je energiji E_{cm} brzina reakcije maksimalna u jezgri Sunca. Temperatura jezgre iznosi oko 15 milijuna kelvina, a konstanta $a = 1.844 \times 10^7 \text{ m}^{-1/2}$. Vrijedi $(1+x)^n \approx 1+nx$ za $x \ll 1$.

c.) Odredi omjer brzine reakcije u jezgri Sunca s brzinom reakcije na polovici njegovog radijusa. Temperatura na polovici radijusa je oko 5 milijuna kelvina, a gustoća je 100 puta manja od gustoće jezgre. Pretpostavi da se reakcija odvija samo na energiji na kojoj je brzina reakcije maksimalna na temperaturi T .



Slika 3: Ovisnost potencijalne energije o međusobnoj udaljenosti dvaju protona. Ako se protoni dovoljno približe i dođe do tuneliranja kroz potencijalnu barijeru ostvari se vezano stanje (deuterij).

4. zadatak (14 bodova)

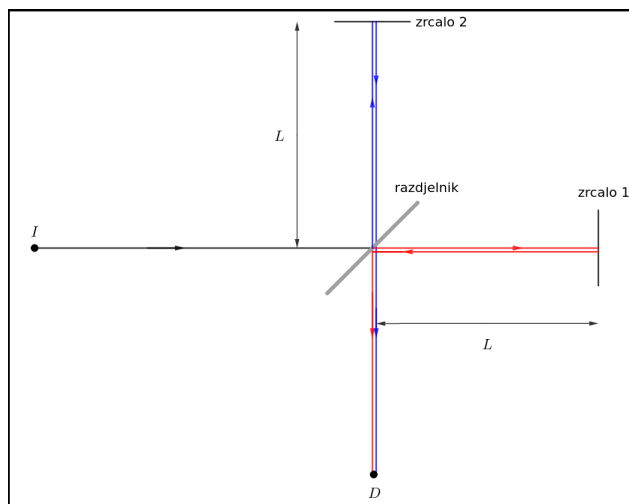
Promotri interferometar na slici 4. Koherentni snop elektrona iz izvora (točke I) upada na "razdjelnik" gdje se pola snopa reflektira, a pola transmitira. Zatim se dva snopa reflektiraju od "zrcala", reflektiraju/transmitiraju na razdjelniku te napokon upadaju na detektor. Kad je interferometar orijentiran tako da je ravnina koju zatvaraju dva snopa paralelna sa Zemljinom površinom, nema razlike u fazi između dvaju snopova kad dopijuu u detektor.

a.) Odredi razliku u fazi za nerelativistički snop kada je interferometar zarotiran za kut ψ oko osi kroz koju prolazi upadna zraka iz izvora I .

b.) Odredi razliku u fazi za ultrarelativistički slučaj, tj. kada je $pc \gg mc^2 \gg mgL$.

U oba slučaja možeš se koristiti $(1+x)^n \approx 1+nx$ za $x \ll 1$.

c.) Odredi koliko mora iznositi udaljenost razdjelnik-zrcalo L da se barem jednom ostvari uvjet destruktivne interferencije kada se kut ψ mijenja u rasponu između 0° i 90° za snop u kojemu je ukupna energija pojedinoga elektrona 400 MeV.



Slika 4: Skica interferometra. Snop se dijeli na dva na razdjelniku, te oba snopa dolaze na detektor (točka D) nakon refleksije na zrcalu.

Vrijednosti potrebnih fizikalnih konstanta:

permitivnost vakuumu $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ A}^2\text{s}^4\text{kg}^{-1}\text{m}^{-3}$

Boltzmannova konstanta $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ m}^2\text{kg s}^{-2}\text{K}^{-1}$

brzina svjetlosti $c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$

masa elektrona $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

gravitacijsko ubrzanje Zemlje $g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$

Planckova konstanta $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ kg m}^2\text{s}^{-1}$