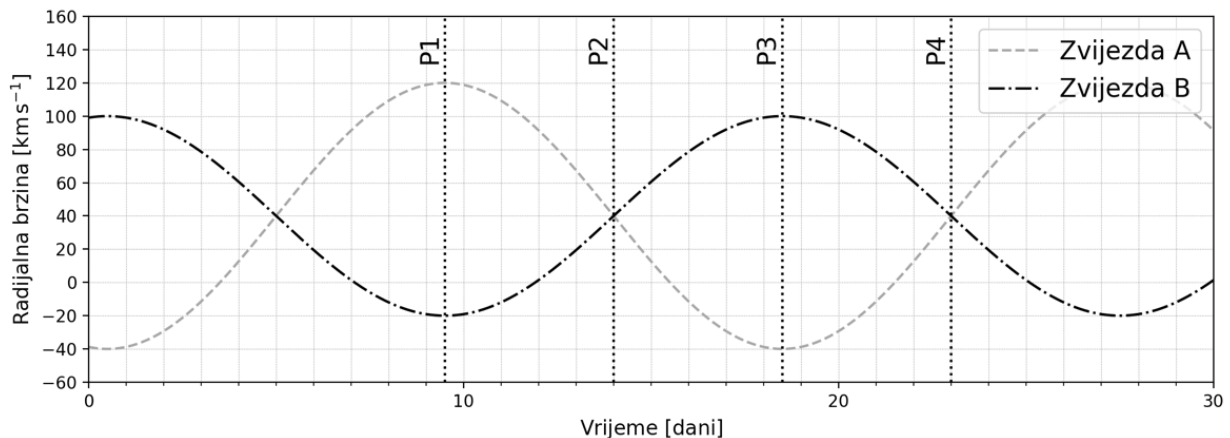


Državno natjecanje iz astronomije 2023.

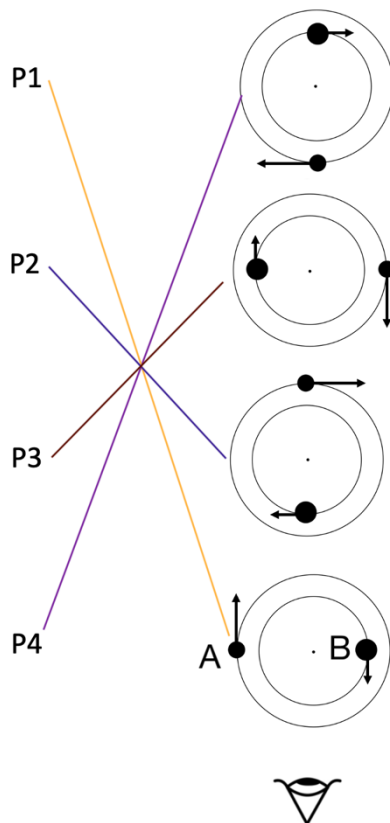
3. razred srednje škole

RJEŠENJA

1. Na grafu je prikazano opažanje hipotetskoga dvojnog sustava zvijezda A i B.
- U grafu ovisnosti radijalnih brzina o vremenu naznačeni su trenuci P1, P2, P3 i P4. Na slici ispod grafa poveži P1, P2, P3 i P4 s odgovarajućim skicama dvojnoga sustava. Označi na jednoj od četiriju skica koja je zvijezda A, a koja je zvijezda B. Smjer gledanja naznačen je simbolom oka na dnu slike.
 - Ima li sustav zvijezda AB neku radijalnu brzinu? Giba li se prema nama ili od nas?
 - Koristeći se bitnim informacijama koje možeš očitati iz grafa, odredi koja je zvijezda masivnija (A ili B) i koliko je puta veće mase od druge.
 - Dodatnim mjerenjima određeno je da je srednja međusobna udaljenost zvijezda 0,2 AJ. Kolika je masa zvijezde A, a kolika zvijezde B?



Podsjetnik:
gravitacijska konstanta
 $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
astronomska jedinica
 $1 \text{ AJ} = 1,496 \times 10^{11} \text{ m}$.



a. Za svaki točno povezani trenutak sa skicom po pola boda. Za točno označene zvijezde +1 bod. Zvijezda A je ona udaljenija zvijezda veće brzine i manje mase, a zvijezda B je bliža zvijezda manje brzine i veće mase (gledano u odnosu na baricentar). (3 boda)

b. Cijeli sustav i njegov baricentar imaju radijalnu brzinu od +40 km/s te se gibaju od nas. (2 boda)

c. Sa grafa se mogu očitati brzine:

$$v_A = 120 - 40 \text{ km s}^{-1} = 80 \text{ km s}^{-1} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v_B = 100 - 40 \text{ km s}^{-1} = 60 \text{ km s}^{-1} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\omega_A = \omega_B \quad (1 \text{ bod})$$

$$\frac{v_A}{r_A} = \frac{v_B}{r_B} \rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \frac{v_A}{v_B} \quad (1 \text{ bod})$$

$$m_A r_A = m_B r_B \quad (1 \text{ bod})$$

$$\frac{m_B}{m_A} = \frac{r_A}{r_B}$$

$$\frac{m_B}{m_A} = \frac{v_A}{v_B}$$

$$m_A = \frac{v_B}{v_A} m_B$$

$$m_B = \frac{4}{3} m_A \quad (1 \text{ bod})$$

d. S grafa se očita period:

$$P = 18 \text{ dana} = \quad (1 \text{ bod})$$

$$= 18 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s} = 1555200 \text{ s} \quad (1 \text{ bod})$$

$$D = 0,2 \text{ AJ} = 0,2 \times 1,496 \times 10^{11} \text{ m} = 2,992 \times 10^{10} \text{ m} \quad (1 \text{ bod})$$

$$4\pi^2 D^3 = G M_{\text{TOT}} P^2 \quad (1 \text{ bod})$$

$$\begin{aligned} M_{\text{TOT}} &= \frac{4\pi^2}{G} \frac{D^3}{P^2} = \frac{4\pi^2}{6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}} \frac{(2,992 \times 10^{10} \text{ m})^3}{(1555200 \text{ s})^2} = \\ &= \frac{4\pi^2}{6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}} \frac{2,679 \times 10^{31} \text{ m}^3}{2,419 \times 10^{12} \text{ s}^2} = 6,554599722 \times 10^{30} \text{ kg} \\ &= 6,6 \times 10^{30} \text{ kg} \quad (2 \text{ boda}) \end{aligned}$$

$$m_B = \frac{4}{3} m_A$$

$$M_{\text{TOT}} = m_A + m_B = m_A \left(1 + \frac{4}{3}\right) = \frac{7}{3} m_A$$

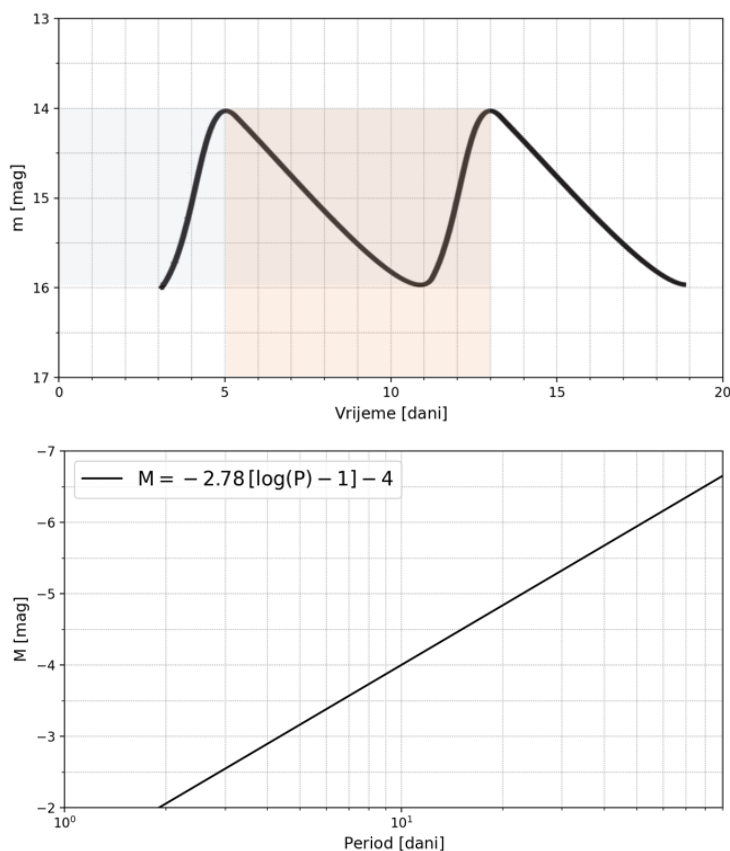
$$m_A = \frac{3}{7} M_{\text{TOT}} \quad (1 \text{ bod})$$

$$m_A = 2,8 \times 10^{30} \text{ kg} \quad (1 \text{ bod})$$

$$m_B = 3,8 \times 10^{30} \text{ kg} \quad (1 \text{ bod})$$

Napomena: Ukoliko je, kao posljedica drugačijih zaokruživanja došlo do konačnih masa čiji iznosi odstupaju do 5%, također prihvatiti rješenja kao točna sve dok su sva rješenja (M_{TOT} , M_A i M_B) zaokruženi na jednaki broj decimala.

2. Za neku je cefeidu izmjerena krivulja sjaja prikazana na gornjem grafu. Koristeći se ovisnošću apsolutne magnitude o periodu (donji graf), odredi koliko je parseka ta cefeida udaljena od Sunčeva sustava. Nalazi li se ta cefeida u Mliječnoj stazi?



S grafa se očita period i srednja vrijednost prividne magnitude:

$$P = 8 \text{ dana} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\bar{m} = 15 \text{ mag} \quad (1 \text{ bod})$$

U legendi drugog grafa je navedena ovisnost apsolutne magnitude o periodu. Koristeći nju:

$$M = -2,78[\log(P) - 1] - 4 = -3,73 \text{ mag} \quad (1 \text{ bod})$$

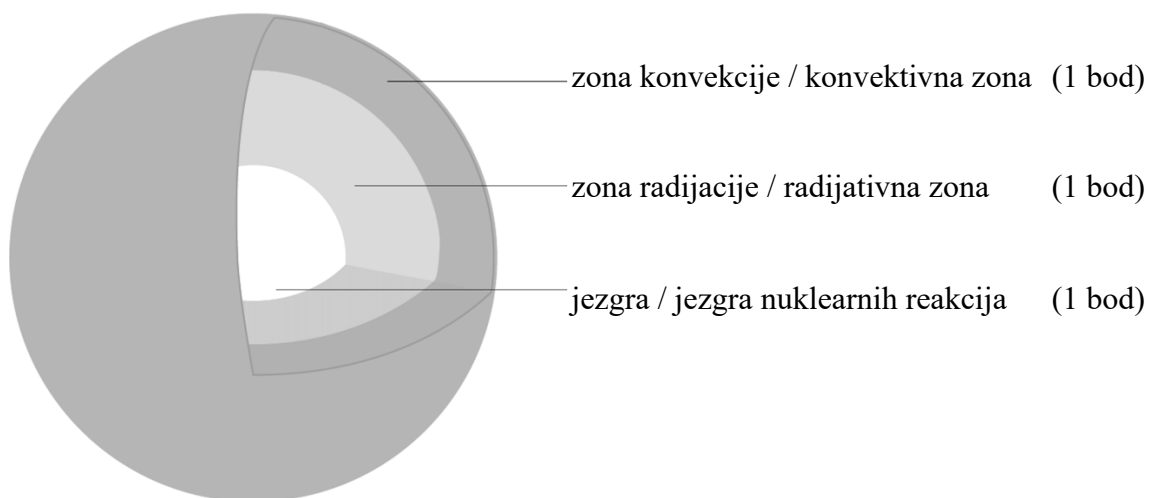
$$m - M = -5 + 5 \log(d[\text{pc}]) \quad (1 \text{ bod})$$

$$d[\text{pc}] = 10^{0,2(m-M)+1} = 55718,5749 \text{ pc} = 55719 \text{ pc} \quad (1 \text{ bod})$$

S obzirom da je promjer Mliječne staze oko 100000 svjetlosnih godina, tj. oko 30 kpc, ova cefeida se nalazi izvan Mliječne staze. (1 bod)

3. U sljedećim podzadacima tema je Sunce, njegova energija i čestice koje dolaze do Zemlje.

a. Na slici označi glavna područja unutrašnjosti Sunca.



b. Glavna tvornica za Sunčevu energiju nalazi se u njegovu središtu, u kojemu temperatura dosiže paklenih 15 milijuna K. Tamo se u nuklearnim reakcijama odvija pretvorba mase u energiju prema poznatoj Einsteinovoj relaciji ($E = mc^2$). Uz pretpostavku da Sunce svake sekunde proizvede $3,78 \times 10^{26}$ J energije, izračunaj koliko se mase troši po sekundi na tu pretvorbu. Za brzinu svjetlosti uzmi da iznosi $c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$.

$$E = mc^2$$

$$W = 3,78 \times 10^{26} \text{ Js}^{-1}$$

$$W = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} c^2$$

Dobro zapisani podatci, formule i dolazak do sljedeće formule: (1 bod)

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \quad (1 \text{ bod})$$

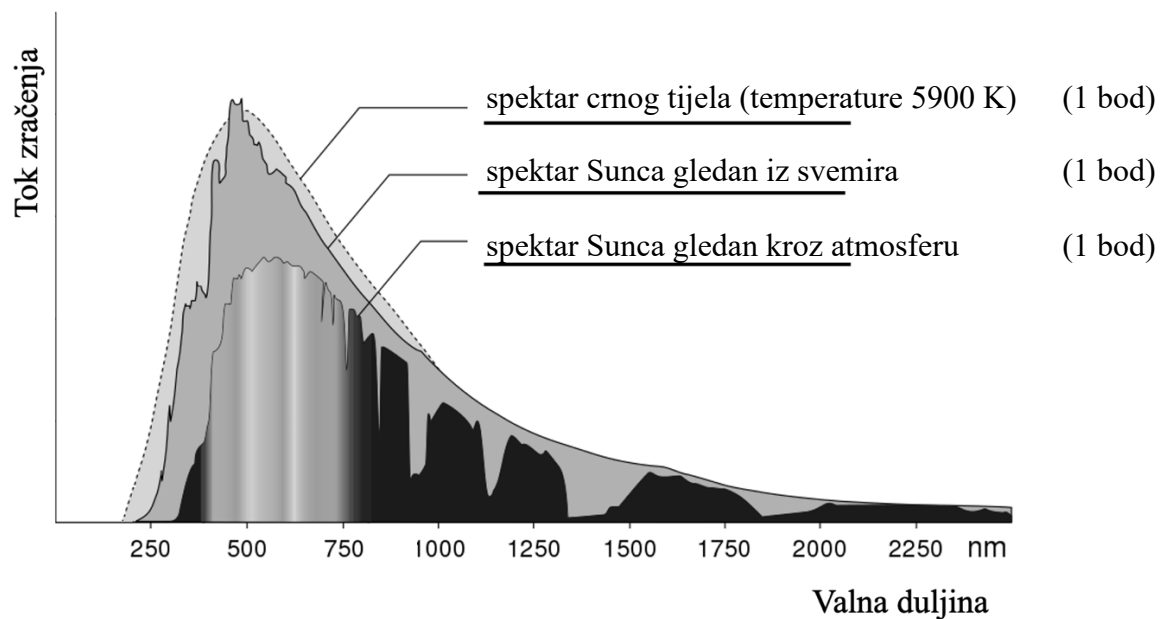
$$= \frac{3,78 \times 10^{26} \text{ J}}{(3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1})^2} = 4,2 \times 10^9 \text{ kg} \quad (1 \text{ bod})$$

c. Vrijeme potrebno da se energija proizvedena u samome središtu Sunca prenese do površine Sunca može trajati između 100 000 i milijun godina. Jednom kada ta energija dođe do fotosfere Sunca, svjetlost konačno može slobodno putovati kroz svemir. Izračunaj koliko je vremena potrebno toj svjetlosti da doputuje od Sunca do Zemlje.

$$t = \frac{s}{v} = \frac{d[\text{Sunce-Zemlja}]}{c} = \quad (1 \text{ bod})$$

$$= \frac{1,496 \times 10^{11} \text{ m}}{3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}} = 499 \text{ s} = 8,3 \text{ min} \quad (1 \text{ bod})$$

d. Na sljedećem grafu vezanom uz Sunce imenuj što prikazuju pojedine krivulje.



e. Osim svjetlosti, Sunce u svemir izbacuje i plazmu čestica koja do Zemlje putuje između 2,2 i 5,8 dana. Koji je raspon brzina toga Sunčeva vjetra u kms^{-1} ?

$$v = \frac{s}{t} = \frac{d[\text{Sunce-Zemlja}]}{t} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v_1 = \frac{1 \text{ AJ}}{2,2 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s}} = \frac{1,496 \times 10^8 \text{ km}}{190080 \text{ s}} = 787 \text{ kms}^{-1} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v_2 = \frac{1 \text{ AJ}}{5,8 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s}} = \frac{1,496 \times 10^8 \text{ km}}{501120 \text{ s}} = 299 \text{ kms}^{-1} \quad (1 \text{ bod})$$

Raspon brzina Sunčeva vjetra je od oko 300 do oko 800 kms^{-1} .

4. Pretražujući bazu podataka koja sadržava spektre raznoraznih svemirskih objekata, zainteresirao te spektar prikazan na donjim grafovima. Uz njega nije pisao nikakav opis, nego samo koordinate RA = 5: 12,1 i Dec = -15: 41. Na grafovima su prikazane linije koje će ti pomoći odrediti o kakvome je svemirskom objektu riječ. Odredi u spektrima gdje se nalaze linije Ca K, Ca H i H α te na temelju njih odredi srednju vrijednost (i maksimalnu apsolutnu pogrešku) crvenoga pomaka ovoga nebeskog objekta. Je li opaženi objekt zvijezda? O kakvome je nebeskom objektu riječ? Kao dodatna pomoć u određivanju vrste objekta priložena je i karta zvijezda za područje neba u njegovoj blizini.

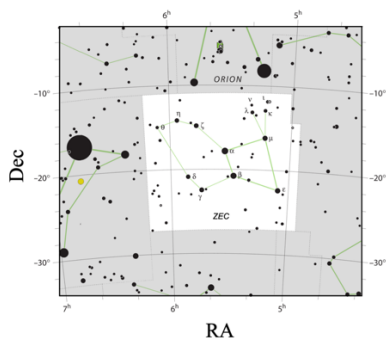
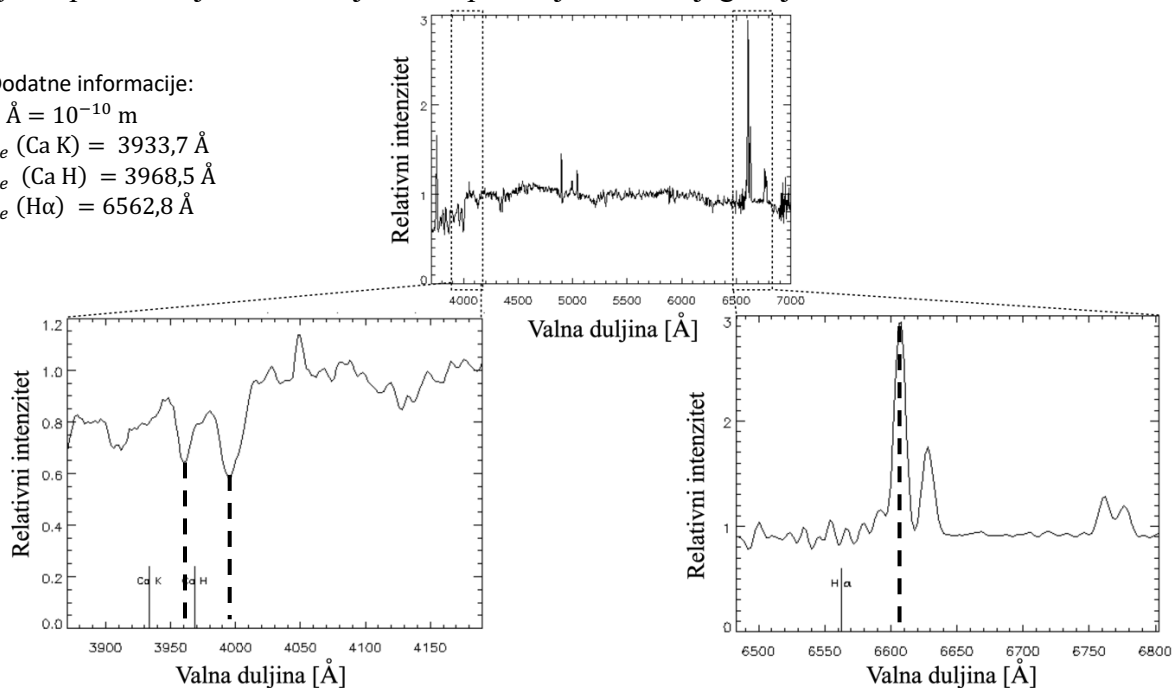
Dodatne informacije:

$$1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$$

$$\lambda_e (\text{Ca K}) = 3933,7 \text{ \AA}$$

$$\lambda_e (\text{Ca H}) = 3968,5 \text{ \AA}$$

$$\lambda_e (\text{H}\alpha) = 6562,8 \text{ \AA}$$



$$\bar{z} = \frac{z(\text{Ca K}) + z(\text{Ca H}) + z(\text{H}\alpha)}{3} = 0,0068$$

$$\Delta z_{\max} = 0,0001$$

$$z = 0,0068 \pm 0,0001 \quad (2 \text{ bod})$$

S obzirom na veliki crveni pomak, a i gledajući kartu neba, ovaj objekt je **galaksija**. (1 bod)

Odstupanja od rezultata koji su posljedica drugačije zaokruženih ili očitanih crvenih pomaka također se prihvaćaju sve dok su očitane valne duljine unutar intervala $\pm 3\text{\AA}$.

Linija	λ_e [Å]	λ_o [Å]	z
Ca K	3933,7	3960	0,0067
Ca H	3968,5	3995	0,0067
H α	6562,8	6608	0,0069

Za svaku točno prepoznatu i očitenu liniju dati 1 bod. Moguće je da dođe do različitih očitavanja valnih duljina linija, tako da za očitavanje priznati i očitavanja koja su $\pm 3\text{\AA}$ udaljena od vrijednosti prikazanih u tablici. (3 boda)

$$z = \frac{\lambda_o - \lambda_e}{\lambda_e} \quad (1 \text{ bod})$$

Za svaki točno procijeni crveni pomak dati 1 bod. Zbog razlika u očitavanju valnih duljina, crveni pomak može varirati 0,0062-0,0072 za linije kalcija i 0,0066-0,0072 za H α . (3 boda)