

DRŽAVNO NATJECANJE IZ ASTRONOMIJE 2023. GODINE

Razred ili kategorija natjecanja: 1. razred

Zaporka _____

Broj postignutih bodova ____ / 50

Potpis članova povjerenstva

1. _____

2. _____

3. _____

Mjesto i nadnevak: _____

Za rješavanje zadataka predviđeno je 60 minuta.

Dopuštena je uporaba kalkulatora.

Ispiti znanja označavaju se zaporkama. Zaporku čini jedna riječ primjerenoga značenja i peteroznamenasti broj. Zaporka upisana na prvoj stranici ispita upisuje se i na priloženi obrazac zajedno s imenom, prezimenom i OIB-om učenika, razredom, školom, mjestom, općinom ili gradom, županijom, imenom i prezimenom učitelja/nastavnika mentora te imenom i prezimenom sumentora (ako natjecatelj ima sumentora). Taj se obrazac stavlja u omotnicu, koja se zalijepi i na njoj se ništa ne piše.

Učenicima se dopušta pisanje po marginama i po praznim stranicama ispitnoga materijala bez oduzimanja bodova i/ili diskvalifikacije. Ako učenici trebaju dodatni papir za rješavanje zadataka, treba im ponuditi ovjereni bijeli papir. Isključivo se vrednuje čitko napisan odgovor u prostoru predviđenome za odgovor. Ispit se rješava kemijskom olovkom plavom tintom koja se ne briše. Ne vrednuju se netočno riješeni zadatci i naknadno ispravljeni odgovori te odgovori u zagradama.

Povjerenstva i potpovjerenstva ispravljaju ispite kemijskom olovkom crvenom tintom. Član povjerenstva koji pregledava zadatke znakom ✓ označava da je odgovor pravilan, ispisuje broj ostvarenih bodova uz odgovore, upisuje ukupan broj bodova na naslovnicu ispita te svojim potpisom potvrđuje točnost broja bodova, što nakon pregleda supotpisuju još dva člana povjerenstva. Ako se pri upisivanju broja bodova ili pri konačnome zbroju bodova pogriješi, pogrešku valja precrtati dvjema kosim crtama te dopisati ispravak s potpisom svih članova povjerenstva (3 člana).

ZADATCI

1. Zvijezda ima visinu 25° u donjoj i 55° u gornjoj kulminaciji. Kolike su deklinacija zvijezde i geografska širina mjesta opažanja? Kolika je rektascenzija iste zvijezde ako je utvrđeno da u 3^h56^m mjesnoga zvjezdanog vremena ima satni kut od 15^h15^m ?

	12
--	----

$$\begin{aligned} h_D &= 25^\circ \\ h_G &= 55^\circ \\ LST &= 3^h56^m \\ t &= 15^h15^m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta &= ? \\ \phi &= ? \\ \alpha &= ? \end{aligned}$$

$$\delta = 90^\circ - \frac{h_G - h_D}{2} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$\delta = 90^\circ - \frac{55^\circ - 25^\circ}{2} = 75^\circ \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$\phi = \frac{h_D + h_G}{2} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$\phi = \frac{25^\circ + 55^\circ}{2} = 40^\circ \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$LST = \alpha + t - 24^h \text{ (oduzima se } 24^h \text{ jer je satni kut zvijezde veći od satnog kuta proljetne točke odnosno mjesnoga zvjezdanog vremena)} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$\alpha = LST - t + 24^h = 3^h56^m - 15^h15^m + 24^h = 12^h41^m \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

2. Izračunaj prvu kozmičku brzinu Mjeseca koristeći se samo podacima da je akceleracija sile teže na površini Mjeseca šest puta manja nego na površini Zemlje ($g_Z = 9,81 \text{ m/s}^2$) i da je polumjer Mjeseca $r_M = 1,738 \cdot 10^6 \text{ m}$.

	12
--	----

$$g_Z = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$g_M = \frac{1}{6} g_Z$$

$$r_M = 1,738 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$v_I = ?$$

$$m g_M = G \frac{m_M m}{r_M^2} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$\text{Iz prethodnog izraza slijedi: } m_M = g_M \frac{r_M^2}{G} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$F_{cp} = F_g \longrightarrow \frac{m v_I^2}{r_M} = G \frac{m_M m}{r_M^2} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$\text{Iz prethodnog izraza slijedi: } v_I = \sqrt{\frac{G m_M}{r_M}} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$v_I = \sqrt{\frac{G}{r_M} \cdot g_M \frac{r_M^2}{G}} = \sqrt{g_M r_M} = \sqrt{\frac{1}{6} g_Z r_M} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$v_I = \sqrt{\frac{1}{6} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1,738 \cdot 10^6 \text{ m}} = 1686 \text{ m/s} \quad \mathbf{2 \text{ boda (može i u drugim jedinicama)}}$$

3. Kolika je brzina revolucije Zemlje u perihelu ako je poznato da je brzina revolucije Zemlje u afelu 29,30 km/s? Numerički ekscentricitet Zemljine staze oko Sunca iznosi $e = 0,017$.

	12
--	----

$$v_a = 29,30 \text{ km/s}$$

$$e = 0,017$$

$$v_p = ?$$

$$\text{Udaljenost planeta u perihelu: } r_p = a(1 - e) \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$\text{Udaljenost planeta u afelu: } r_a = a(1 + e) \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

Moment količine gibanja planeta je očuvan pa isti možemo izjednačiti u perihelu i afelu:

$$L = m v_p r_p = m v_a r_a \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$v_p = v_a \frac{r_a}{r_p} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$v_p = v_a \frac{a(1 + e)}{a(1 - e)} = v_a \frac{1 + e}{1 - e} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$v_p = 29,30 \text{ km/s} \cdot \frac{1 + 0,017}{1 - 0,017} = 30,31 \text{ km/s} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

4. Zvijezde A i B gibaju se oko središta masa po kružnim stazama polumjera r_A i r_B . Opažanjem je ustanovljeno da je razdoblje ophoda zvijezda oko zajedničkoga središta masa 50 godina dok je uzajamna udaljenost zvijezda 25 a.j. Također, zvijezda B je 5 puta udaljenija od središta masa sustava nego zvijezda A. Izračunaj mase zvijezda A i B (1 a.j. = $149,6 \cdot 10^9 \text{ m}$, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, 1 god. = 365,25 dana).

	14
--	----

$$T = 50 \text{ god.}$$

$$r = 25 \text{ a.j.}$$

$$r_B = 5r_A$$

$$1 \text{ a.j.} = 149,6 \cdot 10^9 \text{ m}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

$$1 \text{ god.} = 365,25 \text{ dana}$$

$$m_A = ?$$

$$m_B = ?$$

$$\text{Treći Keplerov zakon: } \frac{r^3}{T^2} = \frac{G(m_A + m_B)}{4\pi^2} \quad \mathbf{3 \text{ boda}}$$

$$m_A + m_B = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2 \cdot (25 \cdot 149,6 \cdot 10^9 \text{ m})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot (50 \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s})^2} = 1,24 \cdot 10^{31} \text{ kg}$$

2 boda

Omjer udaljenosti tijela od središta masa obrnuto je razmjeran omjeru masa tijela:

$$m_A r_A = m_B r_B \quad \mathbf{3 \text{ boda}}$$

$$m_A = m_B \frac{r_B}{r_A} = m_B \frac{5r_A}{r_A} = 5m_B \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$m_A + m_B = 5m_B + m_B = 6m_B = 1,24 \cdot 10^{31} \text{ kg} \longrightarrow m_B = 2,07 \cdot 10^{30} \text{ kg} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$

$$m_A = 5m_B = 5 \cdot 2,07 \cdot 10^{30} \text{ kg} = 1,04 \cdot 10^{31} \text{ kg} \quad \mathbf{2 \text{ boda}}$$