

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ ASTRONOMIJE 2023. GODINE

4. RAZRED

RJEŠENJA

U svakome od sljedećih zadataka jedan je odgovor točan. Zaokruži jedan točan odgovor.

2	
---	--

1. U kojoj će mijeni biti Mjesec približno tri tjedna nakon pomrčine Mjeseca?

- a) u mlađaku
- b) u prvoj četvrti
- c) u uštapu
- d) u zadnjoj četvrti

Točan odgovor; b) u prvoj četvrti

2	
---	--

2. U zvijezdama ne mogu nastati elementi većeg atomskog broja od:

- a) litija
- b) nikla
- c) silicija
- d) ugljika

Točan odgovor; b) nikla

2	
---	--

3. Kad je Jupiter u opoziciji, onda će biti i u:

- a) gornjoj kulminaciji u trenutku izlaska Sunca
- b) donjoj kulminaciji u trenutku zalaska Sunca
- c) donjoj kulminaciji u podne
- d) donjoj kulminaciji u ponoć

Točan odgovor; c) donjoj kulminaciji u podne
--

2	
---	--

4. U žarištu kojega će od nabrojenih teleskopa slika nekoga nebeskog tijela biti najsvjetlija?

- a) u teleskopu promjera objektiva 13 cm i žarišne daljine 0,9 m
- b) u teleskopu promjera objektiva 15 cm i žarišne daljine 0,75 m
- c) u teleskopu promjera objektiva 20 cm i žarišne daljine 2 m
- d) u teleskopu promjera objektiva 25 cm i žarišne daljine 2 m

Točan odgovor; b) u teleskopu promjera objektiva 15 cm i žarišne daljine 0,75 m

2	
---	--

5. Prema teoriji velikoga praska:

- a) svemir je postao proziran nakon 100 sekundi i to je danas prepoznato kao mikrovalno pozadinsko zračenje.
- b) nakon približno 380 000 godina od nastanka svemira stvoreni su neutralni atomi vodika
- c) prve supernove pojavile su se nakon 500 milijuna godina.
- d) Sunčev sustav nastao je nakon 5 milijardi godina.

Točan odgovor; b) nakon približno 380 000 godina od nastanka svemira stvoreni su neutralni atomi vodika

Nadopuni ili odgovori:

2	
---	--

6. Metodu otkrivanja egzoplaneta koja se temelji na skretanju svjetlosti dalekih izvora zbog relativističkih efekata nazivamo metoda _____.

Točan odgovor; gravitacijske (mikro)leće
--

2	
---	--

7. U gornjem desnom dijelu Hertzsprung-Russellova dijagrama nalazimo zvijezde koje spadaju u skupinu nazvanu_____.

Točan odgovor; crveni (super)divovi

2	
---	--

8. U ravnini staza sustava dvaju tijela postoji pet ravnotežnih položaja u kojima ta tijela ravnomjerno privlače treće tijelo zanemarive mase. Te točke nazivamo

_____.

Točan odgovor; Lagrangeove (libracijske)
--

2	
---	--

9. Proces pretvorbe vodika u helij (fuzija) unutar zvijezda koji se odvija u tri faze, pri čemu u reakcijama sudjeluju šest jezgri vodika, a kao produkt nastaju jezgra helija (^4He) i dvije jezgre vodika (^1H), poznat je kao _____ ciklus (niz).

Točan odgovor; proton-proton (p-p, p-p I)

2	
---	--

10. Međuplanetska konfiguracija magnetskoga polja Sunca slična je Arhimedovoj spirali, a u čast znanstvenika E. P. nazvana je _____.

Točan odgovor; Parkerova spirala

Zadaci

Napomena: ako je potrebno, u zadacima primijeni 1 god = 365,25 d!

9	
---	--

1. Kolika će biti razlika (u kg) u očitavanju iste vage postavljene na Zemljinu ekvatoru za vrijeme pomrčine Sunca u trenutku kad je Sunce točno u zenitu u odnosu na očitavanje kad je za vrijeme pomrčine Mjeseca Mjesec točno u zenitu. Masa je utega 100,0 kg. Napiši izraze za ukupne sile u prvome i drugome slučaju iskazane kao zbroj/razliku sila pojedinačnih komponenta. Daljnji izračun može se (ali ne mora) provesti i zanemarivanjem nekih komponenta u tim izrazima. U slučaju zanemarivanja objasni zašto su zanemareni. Uzmi da su sve staze kružne, da je ekvatorski polumjer Zemlje 6371 km, udaljenost središta Zemlje do središta Sunca $149,6 \cdot 10^6$ km i da je vaga baždarena na ubrzanje sile teže $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Zanemari utjecaje ostalih, u tekstu zadatka nespomenutih, nebeskih tijela. Za potrebe rješavanja ovoga zadatka pretpostavi da su Sunce, Zemlja i Mjesec homogene kugle, da je udaljenost središta Zemlje od baricentra sustava Zemlja-Mjesec zanemarivo mala i zanemari relativističke utjecaje.

(Gravitacijska konstanta: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$, masa Sunca: $M_S = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$)

Sila prema središtu Zemlje u slučaju pomrčine Sunca:

$$F_1 = F_g - F_{cZ} - F_{S1} - F_M + F_{CS1} \quad 2 \text{ boda (1 bod bez } F_{CS1})$$

Sila prema središtu Zemlje u slučaju pomrčine Mjeseca:

$$F_2 = F_g - F_{cZ} + F_{S2} - F_M - F_{CS2} \quad 2 \text{ boda (1 bod bez } F_{CS2})$$

gdje je F_g privlačna sila Zemlje na uteg, F_{cZ} centrifugalna sila na ekvatoru zbog rotacije Zemlje, F_S privlačna sila Sunca na uteg, F_M privlačna sila Mjeseca na uteg, $F_{CS(1,2)}$ centrifugalne sile na uteg zbog kruženja oko Sunca za dva položaja.

U slučaju da nedostaje $F_{CS(1,2)}$ onda maksimalno po jedan bod u gornjim izrazima.

$$\begin{aligned} \Delta F &= F_2 - F_1 = F_g - F_{cZ} + F_{S2} - F_M - F_{CS1} - F_g + F_{cZ} + F_{S1} + F_M - F_{CS2} \\ \Delta F &= F_{S1} + F_{S2} - F_{CS1} - F_{CS2} \end{aligned} \quad 1 \text{ bod}$$

$$F_{S1} = \frac{GmM_S}{(r_{ZS} - r_Z)^2}; F_{S2} = \frac{GmM_S}{(r_{ZS} + r_Z)^2} \quad 1 \text{ bod}$$

----- bez zanemarivanja pojedinih komponenti (ukupno 2 boda)

$$\Delta F = \frac{GmM_S}{(r_{ZS} - r_Z)^2} + \frac{GmM_S}{(r_{ZS} + r_Z)^2} - m(r_{ZS} - r_Z)\omega_{ZS}^2 - m(r_{ZS} + r_Z)\omega_{ZS}^2 \quad 1 \text{ bod}$$

nakon sređivanja razlika sila jednaka je:

$$\Delta F = \frac{2GmM_S(r_{ZS}^2 + r_Z^2)}{r_{ZS}^4 - 2r_{ZS}^2r_Z^2 + r_Z^4} - 2r_Zm\omega_{ZS}^2$$

$$\Delta F = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 100 \cdot 2 \cdot 10^{30} \cdot \left((149,6 \cdot 10^9)^2 + 6371000^2 \right)}{(149,6 \cdot 10^9)^4 - 2(149,6 \cdot 10^9)^2 \cdot 6371000^2 + 6371000^4} -$$

1 bod

$$-2 \cdot 6371000 \cdot 100 \cdot \left(\frac{2\pi}{60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365,25} \right)^2 = 1,19 \text{ N}$$

----- alternativno s aproksimacijama (ukupno 2 boda)

Kako je $r_{ZS} \gg r_Z$ može se aproksimirati $(r_{ZS} + r_Z)^2 \approx r_{ZS}^2$.

Kako je $F_{CS1} = m(r_{ZS} - r_Z)\omega^2$ i $F_{CS2} = m(r_{ZS} + r_Z)\omega^2$, a $r_{ZS} \gg r_Z$ onda je $F_{CS1} - F_{CS2} \approx 0$ i može se zanemariti.

$$\Delta F = \frac{2GmM_s}{r_{ZS}^2} = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 100 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{(149,6 \cdot 10^9)^2} = 1,19 \text{ N}$$

2 boda

$$\text{vaga će pokazivati razliku od } \Delta m = \frac{\Delta F}{g} = \frac{1,19}{9,81} = 0,12 \text{ kg}$$

1 bod

Napomena: priznaju se i alternativni postupci rješavanja

2. Koliko je udaljena galaktika (u Mpc) čiji je maksimum zračenja na $0,65 \mu\text{m}$, a istoga je spektra zračenja poput bliske galaktike koja miruje u odnosu na Zemlju i čiji je maksimum zračenja na 550 nm ? Uzmi da je Hubbleovo vrijeme $t_0 = 4,28 \cdot 10^{17} \text{ s}$ i da udaljenost linearno ovisi o brzini.

Uputa: relativistički izraz za crveni pomak glasi: $z = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1$.

$$z = \frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\lambda_1}{\lambda_0} - 1 \quad 1 \text{ bod}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_0} - 1 = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1 \Rightarrow \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^2 = \frac{c+v}{c-v} \Rightarrow \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^2 \cdot (c-v) = c+v$$

$$v \left(1 + \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^2 \right) = c \left(\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^2 - 1 \right) \Rightarrow v = \frac{\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^2 - 1}{\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^2 + 1} \cdot c \quad 2 \text{ boda (0 ako je klasična brzina)}$$

$$v = \frac{\left(\frac{0,65 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{550 \cdot 10^{-9} \text{ m}}\right)^2 - 1}{\left(\frac{0,65 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{550 \cdot 10^{-9} \text{ m}}\right)^2 + 1} \cdot c = 0,166c = 4,98 \cdot 10^4 \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad 1 \text{ bod (0 ako je klasična brzina)}$$

$$v = H_0 r \Rightarrow r = \frac{v}{H_0} = \frac{v}{\frac{1}{t_0}} = t_0 v \quad 1 \text{ bod}$$

$$r = 4,28 \cdot 10^{17} \text{ s} \cdot 4,98 \cdot 10^4 \frac{\text{km}}{\text{s}} = \frac{2,1314 \cdot 10^{22} \text{ km}}{(60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365,25 \cdot 3,26 \cdot 10^5) \frac{\text{km}}{\text{pc}}}$$

$$r = 691 \text{ Mpc} \quad 1 \text{ bod}$$

napomena: ako se računa preko klasičnog izraza $v = zc = 0,182c$, onda 0 bodova za izvod brzine i izračun brzine, no priznati ostatak zadatka ako je korektno riješen (maksimalno 3 boda za cijeli zadatak).

Priznaju se i alternativni načini rješavanja.

Priznaje se i poznavanje direktne pretvorbe iz km u pc ($1 \text{ pc} = 3,086 \cdot 10^{13} \text{ km}$)

3. Svemirskim teleskopom James Webb promjera 6,6 m i korisne površine objektiva 25 m^2 snimamo zvijezdu koja se kroz filter na valnoj duljini od $15 \mu\text{m}$ vidi kao zvijezda 22. prividne zvjezdane veličine. Koliko je dugo moguće snimati zvijezdu da CCD senzor ne dođe u područje zasićenja ako je ukupna iskoristivost sustava na toj valnoj duljini 35 %? CCD senzor doći će u zasićenje kad pojedini piksel zabilježi 65000 fotona. Uzmi da zbog razlučivosti zračenje sa zvijezde ravnomjerno pada na 4 piksela. Gustoća svjetlosnoga toka zvijezde prividne zvjezdane veličine 0^{m} kroz korišteni filter iznosi $2,52 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2$, a Planckova je konstanta $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$.

$$m_{\text{zvijezde}} - m_0 = -2,5 \log \frac{F_{\text{zvijezde}}}{F_0} \Rightarrow F_{\text{zvijezde}} = 10^{0,4(m_0 - m_{\text{zvijezde}})} \cdot F_0 \quad 1 \text{ bod}$$

$$F_{\text{zvijezde}} = 10^{0,4(0-22)} \cdot 2,52 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 3,99 \cdot 10^{-17} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad 1 \text{ bod}$$

Snaga fotona koji dolaze do teleskopa je:

$$P_{\text{fotona}} = \frac{N_{\text{fotona}}}{t} \cdot h\nu = \frac{N_{\text{fotona}} hc}{t \cdot \lambda} \quad 1 \text{ bod}$$

a objektiv teleskopa prikuplja tok zračenja F_{JW} koji je jednak:

$$F_{\text{JW}} = \frac{P}{A_{\text{JW}}} = \frac{\frac{N_{\text{fotona}} hc}{t \cdot \lambda}}{A_{\text{JW}}} = \frac{N_{\text{fotona}}}{t} \frac{hc}{A_{\text{JW}} \lambda} = F_{\text{zvijezde}} \quad 1 \text{ bod}$$

Kako je iskoristivost sustava 35%, a tok zračenja je raspodijeljen na n piksela, onda do zasićenja kamere dolazi pri:

$$N_{\text{piksel}} = \frac{\eta}{n_{\text{piksela}}} \cdot N_{\text{fotona}} \Rightarrow N_{\text{fotona}} = \frac{n_{\text{piksela}}}{\eta} \cdot N_{\text{piksel}} \quad 1 \text{ bod}$$

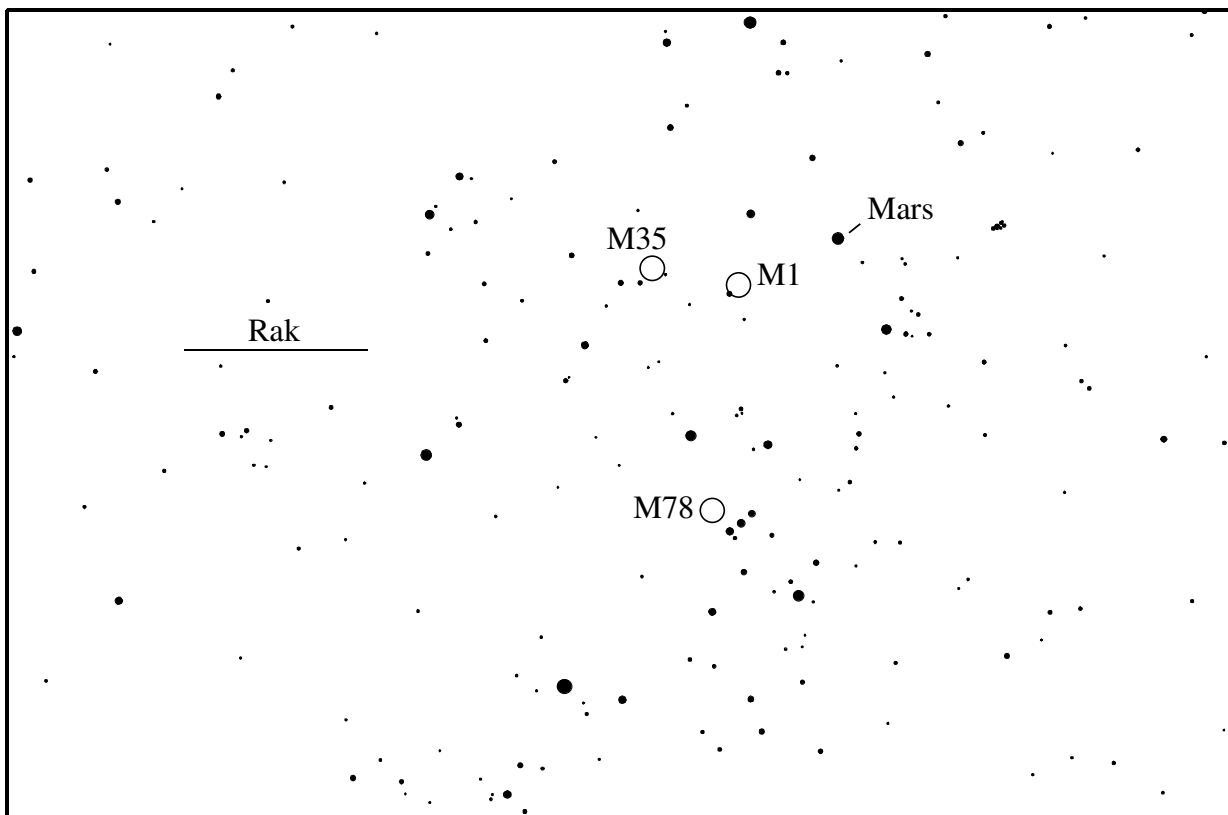
$$t = \frac{hc N_{\text{fotona}}}{A_{\text{JW}} \lambda F_{\text{zvijezde}}} = \frac{hc n_{\text{piksela}} N_{\text{piksel}}}{\eta A_{\text{JW}} \lambda F_{\text{zvijezde}}} \quad 1 \text{ bod}$$

$$t = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4 \cdot 65000}{0,35 \cdot 25 \text{ m}^2 \cdot 15 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot 3,99 \cdot 10^{-17} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}} = 9,87 \text{ s} \quad 2 \text{ boda}$$

Ako se površina teleskopa računa preko promjera onda maksimalno 7 bodova.

4. Zvezdana karta prikazuje izgled dijela nebeskoga svoda dana 15. veljače 2023. Sva ucrtana nebeska tijela sjajnija su od 4,5 prividne zvjezdane veličine.

- Na karti označi nebesko tijelo koje nije zvijezda, a koje je toga dana bilo vidljivo golim okom. O kojemu je nebeskom tijelu riječ?
- Označi položaje M1, M35 i M78 iz Messierova kataloga.
- Na crti koja se nalazi unutar granica jednoga zviježđa upiši naziv toga zviježđa.



a) Točno označeno nebesko tijelo	1 bod
Riječ je o Marsu (pod uvjetom da je točno označen)	2 boda
b) svaki točno označen položaj	po 1 bod
c) Rak (Cancer, Cnc)	1 bod