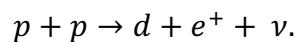


Zadatci i rješenja za Državno natjecanje iz astronomije 2023. godine

2. razred srednje škole

12	
----	--

1. Mlade zvijezde svu svoju energiju dobivaju izgaranjem vodika u jezgri. U zvijezdama sličnim Suncu, izgaranje vodika odvija se nizom nuklearnih reakcija koje su dio proton-proton (p-p) ciklusa. Grana p-p ciklusa koja je odgovorna za proizvodnju 85 % energije u Suncu započinje procesom spajanja dviju jezgara vodika, odnosno protona, p . Produkti ove reakcije su jezgra deuterija d (spoj jednoga protona i jednoga neutrona), antičestica pozitron e^+ i neutrino ν (subatomska čestica zanemarivo male mase). Tu reakciju možemo zapisati kao:



Ako je masa protona 1,0073 da, masa deuterija 2,0141 da, a masa pozitrona 0,0004 da, izračunaj razliku između ukupne mase produkata i početnih čestica. Rezultat izrazi u kilogramima. **Napomena:** 1 da (dalton) iznosi $1,66 \cdot 10^{-27}$ kg.

Prostor za račun.

$$m_p = 1,0073 \text{ da}$$

$$m_{e^+} = 0,0004 \text{ da}$$

$$m_d = 2,0141 \text{ da}$$

$$\begin{aligned}\Delta m &= m_K - m_P = m_d + m_{e^+} - 2m_p \\ &= 0,0004 \text{ da} + 2,0141 \text{ da} - 2 \cdot 1,0073 \text{ da} = -0,0001 \text{ da} \\ &= -1,66 \cdot 10^{-31} \text{ kg}\end{aligned}$$

1 bod

Je li dobivena razlika mase pozitivna ili negativna? Što to znači?

Razlika mase je negativna. To znači da je u reakciji izgubljena masa ili drugim riječima, konačni produkti teže manje nego početni protoni.

1 bod

Prema poznatoj Einsteinovoj formuli $E = mc^2$ izračunaj kolikoj energiji odgovara apsolutna vrijednost razlike masa izračunata u prethodnom dijelu zadatka.

Prostor za račun.

$$E = 1,66 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = 1,494 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

1 bod

Zaključi što se dogodilo s masom koja nedostaje.

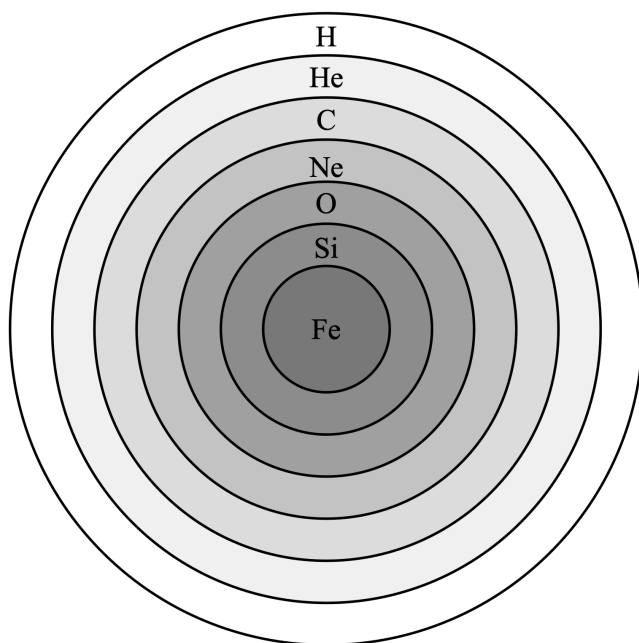
Masa se pretvorila u energiju.

1 bod

U posljednjemu koraku p-p ciklusa nastaju atomi helija. Izgaranjem vodika atomi se postupno troše i zamjenjuje ih helij. Kad i ako za to nastanu povoljni uvjeti, zvijezda će početi izgarati helij i stvarati teže elemente. Nuklearnom fuzijom u zvijezdama najmanje 10 puta masivnijim od Sunca redom će nastajati sve teži elementi, sve dok se svi atomi u jezgri ne pretvore u najteži element koji je moguće stvoriti fuzijom. Taj element je željezo.

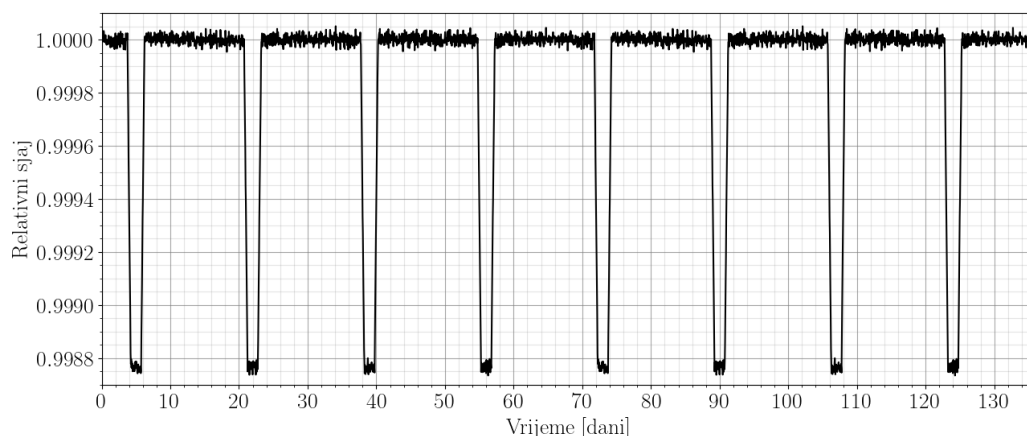
1 bod

Na slici je prikazan sastav zvijezde koja je došla do posljednjega stadija fuzije. Pridružite sljedeće elemente sa slojem zvijezde u kojem ih ima najviše: C, Ne, Si, H, He, Fe, O.



Bodovanje: 1 bod za svaki ispravno napisan element, ukupno 7 bodova

2. Egzoplaneti su planeti koji orbitiraju oko zvijezda izvan Sunčeva sustava. Jedan način za otkrivanje egzoplaneta je metoda tranzita. Kad se planet koji kruži oko zvijezde koju promatramo nađe ispred nje, stvorit će sjenu i prividno smanjiti sjaj te zvijezde. Na grafu je prikazana krivulja sjaja nastala mjerenjem tranzita egzoplaneta preko diska zvijezde. Padovi u sjaju koje vidiš na grafu označavaju trenutke u kojima se planet nalazi ispred zvijezde.



Koristeći se krivuljom sjaja, procijeni period kruženja planeta u danima.

17 dana

1 bod

Ako je zvijezda koju promatramo iste mase kao Sunce, izračunajte koliko je egzoplanet udaljen od svoje matične zvijezde u astronomskim jedinicama.

Napomena: za period kruženja Zemlje oko Sunca uzmi 365 dana.

Prostor za račun.

$$\frac{a^3}{T^2} = konst.$$

$$\frac{a_{EP}^3}{T_{EP}^2} = \frac{a_Z^3}{T_Z^2}$$

2 boda

$$a_{EP} = a_Z \left(\frac{T_{EP}}{T_Z} \right)^{2/3} = 1 \text{ a.j.} \cdot \left(\frac{17}{365} \right)^{2/3} = 0,13 \text{ a.j.}$$

1 bod

Kako bi se promijenio period da se planet nalazi bliže zvijezdi?

Period bi bio manji.

1 bod

Veličinu planeta moguće je izračunati iz pada u sjaju do kojega dođe tijekom tranzita. Pad sjaja odgovara omjeru površine diska planeta i zvijezde. Iz krivulje sjaja procijeni iznos pada sjaja u trenutku tranzita i iskoristi tu informaciju da izračunaš radijus egzoplaneta. **Napomena:** Radijus zvijezde koju promatramo jednak je radijusu Sunca i iznosi 696 340 km.

Prostor za račun.

Sjaj padne za $Z = 1 - 0,99875 = 0,00125$

1 bod

$$Z = \frac{r_{EP}^2 \pi}{r_{\odot}^2 \pi} = \frac{r_{EP}^2}{r_{\odot}^2}$$

2 boda

$$r_{EP} = \sqrt{Z} \cdot r_{\odot} = \sqrt{0,00125} \cdot 696340 \text{ km} = 24619 \text{ km}$$

1 bod

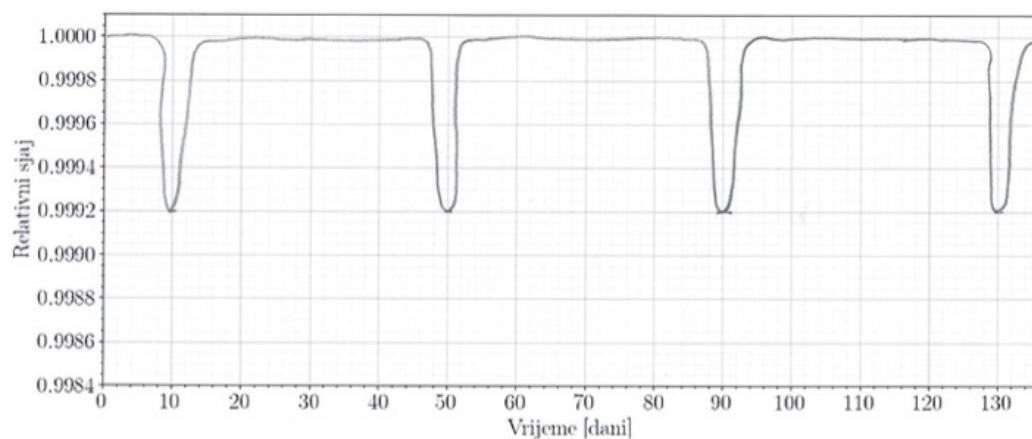
Da je egzoplanet manji nego u ovom zadatku, bi li pad sjaja bio veći ili manji?

Pad sjaja bi bio manji.

1 bod

U za to predviđeni prostor skiciraj kako bi izgledala krivulja sjaja kad bi planet u tranzitu bio manji i nalazio se dalje od zvijezde nego onaj iz promatranja zadanoga u zadatku.

Primjer rješenja je na slici. Bitno je da je period veći, a pad sjaja manji. **2 boda**



Kakva treba biti veličina planeta i udaljenost od zvijezde da bismo ga što lakše otkrili?

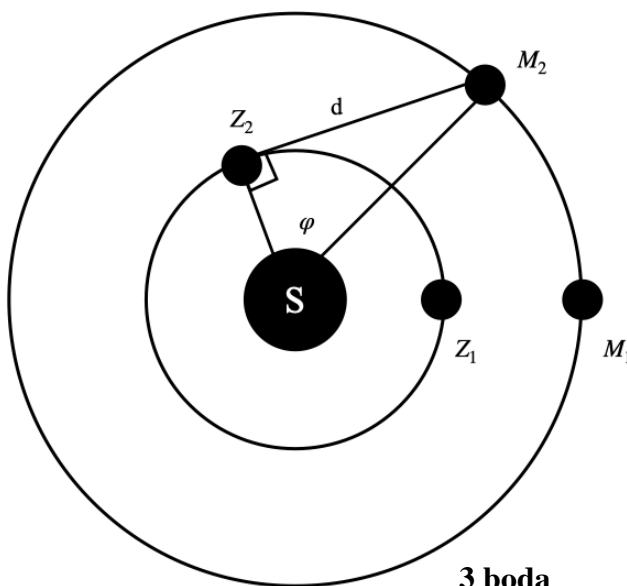
Planet treba biti što veći i što bliže zvijezdi da bi ga bilo lako detektirati. **2 boda**

3. 105,9 dana nakon opozicije, izmjerena je elongacija Marsa od 90° . Koja je u tome trenutku bila udaljenost Marsa od Zemlje izražena u astronomskim jedinicama? Sinodički period Marsa je 779,9 dana. Pretpostavi da se Mars i Zemlja gibaju po savršenim kružnicama oko Sunca. Skiciraj na jednoj skici planete u opoziciji i u konačnome položaju.

$$T_{sin,M} = 779,9 \text{ dana}$$

$$\Delta T = 105,9 \text{ dana}$$

$$d_{M\odot} = ?$$



3 boda

Udaljenost Marsa i Zemlje možemo izračunati iz trokuta sa skice kao:

$$\tan \varphi = \frac{d}{1 \text{ a. j.}} \rightarrow d = \tan \varphi \cdot 1 \text{ a. j.}$$

2 boda

Kut φ je razlika u kutu θ_Z kojeg je prošla Zemlja u vremenu ΔT i kutu θ_M kojeg je prošao Mars u istom vremenu.

$$\varphi = \theta_Z - \theta_M$$

1 bod

Ako se Mars i Zemlja gibaju po savršenim kružnicama oko Sunca, njihova je kutna brzina ω konstantna i vrijedi:

$$\theta = \omega \cdot t.$$

Kutnu brzinu ω možemo izračunati iz sideričkih perioda kao $\omega = \frac{360^\circ}{T_{sid}}$.

Za Zemlju:

$$\omega_Z = \frac{360^\circ}{T_{sid,Z}} = \frac{360^\circ}{365 \text{ dana}} = 0,986^\circ \text{ dan}^{-1}.$$

1 bod

Za Mars prvo moramo izračunati siderički period. Budući da je Mars gornji planet, vrijedi:

$$\frac{1}{T_{sid,Z}} = \frac{1}{T_{sin,M}} + \frac{1}{T_{sid,M}}$$

1 bod

$$\frac{1}{T_{sid,M}} = \frac{1}{T_{sid,Z}} - \frac{1}{T_{sin,M}} = \frac{1}{365} - \frac{1}{779,9} = 0,001458$$

$$T_{sid,M} = 686,1 \text{ dan}$$

1 bod

Tada je

$$\omega_M = \frac{360^\circ}{T_{sid,M}} = \frac{360^\circ}{686,1 \text{ dan}} = 0,525^\circ \text{ dan}^{-1}.$$

1 bod

Kutevi koje su Zemlja i Mars prošli u vremenu ΔT su:

$$\theta_Z = \omega_Z \cdot \Delta T = 0,986^\circ \text{ dan}^{-1} \cdot 105,9 \text{ dana} = 104,4^\circ \text{ i}$$

1 bod

$$\theta_M = \omega_M \cdot \Delta T = 0,525^\circ \text{ dan}^{-1} \cdot 105,9 \text{ dana} = 55,6^\circ.$$

1 bod

Sada možemo izračunati φ :

$$\varphi = \theta_Z - \theta_M = 104,4^\circ - 55,6^\circ = 48,8^\circ.$$

1 bod

Udaljenost Marsa od Sunca je:

$$d = \tan \varphi \cdot 1 \text{ a.j.} = \tan 48,8^\circ \cdot 1 \text{ a.j.} = 1,14 \text{ a.j.}$$

1 bod

4. Jučer, iznenada, su se otvorila vrata nepoznate dimenzije negdje pored Marsa. Iz njih je izletio ogroman asteroid mase 1000 kg i sad juri prema Zemlji brzinom od 10 km/s, kažu: „Nema nam spasa.“. Srećom ti si spremna/spreman upravo na takvu situaciju! Na raspolaganju ti je jedna letjelica za zaštitu od asteroida, mase 5000 kg. Kojom brzinom treba lansirati letjelicu s površine Zemlje da bi se u potpunosti zaustavio asteroid? Pretpostavi da je sudar letjelice i asteroida savršeno neelastičan.
- Napomena:** Gravitacijska konstanta iznosi $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. Radijus Zemlje je $r_Z = 6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$, a masa Zemlje je $M_Z = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

Brzina kojom se treba kretati letjelica da bi zaustavila gibanje asteroida može se dobiti iz zakona očuvanja količine gibanja:

$$m_A \cdot v_A - m_L \cdot v_L = (m_A + m_L) \cdot v_k. \quad \text{2 boda}$$

Konačna brzina letjelice i asteroida mora biti nula, pa uz uvrštavanje $v_k = 0$ slijedi:

$$v_L = \frac{m_A}{m_L} \cdot v_A = \frac{1000 \text{ kg}}{5000 \text{ kg}} \cdot 10^4 \text{ m/s} = 2000 \text{ m/s}. \quad \text{1 bod}$$

Kinetička energija letjelice prilikom polijetanja E_{k0} mora biti dovoljno velika da bi nakon oslobađanja od Zemljine gravitacije imala dovoljnu kinetičku energiju $E_{k,L}$ da zaustavi asteroid:

$$E_{k,0} = E_{\text{oslobađanje}} + E_{k,L}. \quad \text{2 boda}$$

Energija oslobađanja jednaka je gravitacijsko potencijalnoj energiji Zemlje:

$$E_{\text{oslobađanje}} = E_{gp} = \frac{GM_Z m_L}{r_Z}. \quad \text{1 bod}$$

Tada:

$$E_{k,0} = \frac{1}{2} m_L v_0^2 = \frac{GM_Z m_L}{r_Z} + \frac{1}{2} m_L v_L^2,$$

$$v_0 = \sqrt{v_L^2 + \frac{2GM_Z}{r_Z}}, \quad \text{2 boda}$$

$$v_0 = \sqrt{(2000 \text{ m/s})^2 + \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{6,38 \cdot 10^6 \text{ m}}} = 11\,350 \text{ m/s} \quad \text{2 boda}$$