

Rješenja – 2. skupina

1. Zadatak (20 bodova)

a) Ekvivalenti otpor između A i B je

$$R^* = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Gdje je $R_i = \frac{\rho \ell_i}{\sigma}$

Ako uzmemo u obzir da je σ površina presjeka žice i da $R_1 + R_2 = \rho L / \sigma$ onda je

$$R^* = \frac{\rho \ell_1 \ell_2}{\sigma L} = x(1-x) \frac{\rho L}{\sigma} \quad (2 \text{ boda})$$

Najveći napon se postiže uz konstantnu struju kad je maksimalan ekvivalentni otpor. To znači za $x=1/2$, te slijedi

$$R_{max}^* = \frac{1}{4} \frac{\rho L}{\sigma} = \frac{V_0}{I_0} \Rightarrow \sigma = \frac{\rho L I_0}{4 V_0} \quad (2 \text{ boda})$$

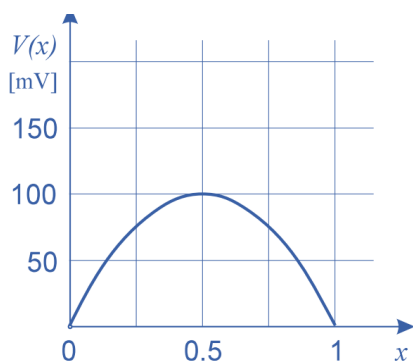
Iz čega na kraju možemo izračunati promjer presjeka

$$d = 2r = 2 \sqrt{\frac{\sigma}{\pi}} = \sqrt{\frac{\rho L I_0}{\pi V_0}} = 0.624 \text{ mm} \quad (2 \text{ boda})$$

b) Napon je proporcionalan ekvivalentnom otporu, dakle

$$V(x) = I_0 R^*(x) = x(1-x) I_0 R \quad (2 \text{ boda})$$

Gdje $R = R_1 + R_2 = \rho L / \sigma = 1.6 \Omega$



(4 boda)

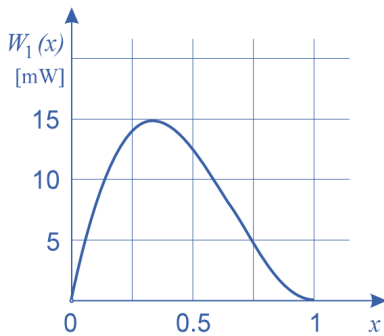
c) Ako je $R_1 = xR$ i $R_2 = (1-x)R$, za snagu možemo pisati:

$$W_1 = R_1 I_1^2 \text{ con } I_1 = I_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} = I_0 \frac{R_2}{R}$$

Slijedi:

$$W_1(x) = xRI_0^2 \frac{(1-x)^2 R^2}{R^2} = x(1-x)^2 I_0^2 R \quad (2 \text{ boda})$$

Graf ove funkcije je:



(4 boda)

Iz kojeg za $x = \frac{1}{3}$ možemo naći maksimalni $W_1(x)$

Dakle:

$$W_{1,max} = \frac{4}{27} I_0^2 R \cong 14.8 \text{ mW} \quad (2 \text{ boda})$$

2. Zadatak (15 bodova)

a) S obzirom na x udaljenost klipa od lijeve stijenke cilindra i primjenom jednadžbe stanja idealnih plinova, u lijevom dijelu cilindra imamo:

$$p'Ax = n_1RT_1 \quad (1 \text{ bod})$$

Za desnu stranu imamo:

$$p''A(\ell - x) = n_2RT_2 \quad (1 \text{ bod})$$

U ravnoteži tlakovi su dakle isti:

$$\frac{\ell - x}{x} = \frac{n_2T_2}{n_1T_1} \quad (1 \text{ bod})$$

Iz čega slijedi:

$$n_2 = n_1 \frac{T_1}{T_2} \frac{\ell - x}{x} = 1.2 \text{ mol} \quad (2 \text{ boda})$$

b) Pri temperaturi ravnoteže T ako uzmemo u obzir izmjenu topline:

$$n_1C_V(T - T_1) + n_2C_V(T - T_2) + cm(T - T_0) = 0 \quad (2 \text{ boda})$$

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE, 26. – 29. travnja 2022.

Ako postavimo $C_v = 3R/2$ i $n_0 = c \cdot m / C_v = 4.1$ mol, dobije se:

$$T = \frac{n_1 C_v T_1 + n_2 C_v T_2 + c m T_0}{n_1 C_v + n_2 C_v + c m} = \frac{n_1 T_1 + n_2 T_2 + n_0 T_0}{n_1 + n_2 + n_0} = 307\text{K} = 34^\circ\text{C} \quad (3 \text{ boda})$$

c) U novom stanju ravnoteže iz jednadžbe stanja idealnog plina možemo pisati:

$$p' A x' = n_1 R T \text{ za lijevu stranu}$$

$$p' A (\ell - x') = n_2 R T \text{ za desnu stranu} \quad (1 \text{ bod})$$

Gdje p' je novi tlak a x' novi položaj. Ako idemo riješiti sustav jednadžbi dobijemo:

$$\frac{\ell - x'}{x'} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow x' = \ell \frac{n_1}{n_1 + n_2} = 0.66\text{m} \quad (2 \text{ boda})$$

Slijedi:

$$\Delta x = x' - x = 0.13\text{m} \quad (2 \text{ boda})$$

3. Zadatak (20 bodova)

a) Budući da se između ploča kondenzatora uspostavlja jednoliko magnetsko polje, sila koja djeluje na nastanjene nabijene čestice je konstantna i vrijedi eE . Za svaki trenutak t prije nego nabijene čestice dodirnu ploče čestica je prošla udaljenost $v_e t$ i $v_i t$. Dakle možemo pisati:

$$W_e = eE v_e t \text{ za elektrone}$$

$$W_i = eE v_i t \text{ za ione} \quad (2 \text{ boda})$$

b) Budući da imamo izolirani kondenzator, energija za premještanje nabijenih čestica se uzima iz kondenzatora, dakle možemo pisati:

$$\frac{1}{2} C V_0^2 = NeE v_i t + NeE v_e t + \frac{1}{2} C V_c^2 \quad (2 \text{ boda})$$

Slijedi:

$$\frac{1}{2} C (V_0^2 - V_c^2) = NeE (v_i + v_e) t$$

Iz čega:

$$\frac{1}{2} C (V_0 + V_c)(V_0 - V_c) = \frac{1}{2} C (V_0 + V_c) V(t) = Ne \frac{V_c}{d} (v_i + v_e) t$$

Uzimajući u obzir da je $V(t)$ puno manji od V_0 i da $V_C = V_0$, možemo pisati:

$$V(t) = \frac{Ne}{Cd}(v_i + v_e)t \quad (4 \text{ boda})$$

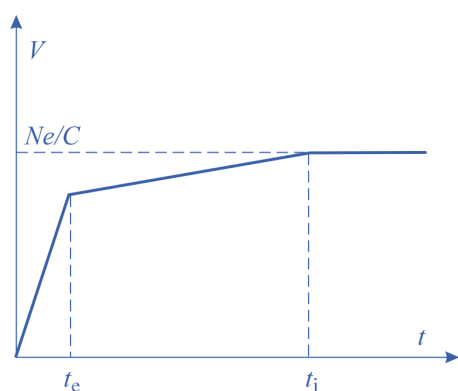
c) U trenutku $t_e = x/v_e$ elektroni su stigli na ploču i od tada ne doprinose više promjeni napona nego samo ioni, dakle možemo pisati:

$$V(t) = \frac{Ne}{Cd}v_i t + x \quad (4 \text{ boda})$$

d) U trenutku $t_i = (d - x)/v_i$ ioni su stigli do katode dakle vrijedi:

$$V(t) = \frac{Ne}{Cd}(d - x + x) = \frac{Ne}{C} \quad (4 \text{ boda})$$

e) Graf možemo skicirati na slijedeći način:



(4 boda)

4. Zadatak (15 bodova)

Neka su v_1 i p_1 brzina i tlak vode na površini tekućine, a v_2 i p_2 na visini rupe. Smatrajući vodu idealnom tekućinom, vrijedi Bernoullijeva jednačina:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

gdje h označava visinu površine vode mjerene od rupe. Ako se primjeni jednačina kontinuiteta:

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 \Rightarrow v_1 = v_2 \frac{S_2}{S_1} \ll v_2$$

Dakle možemo pisati:

$$p_1 + \rho gh = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad (2 \text{ boda})$$

p_2 je jednak atmosferskom tlaku a p_1 je tlak plina koji se može napisati kao funkcija visine vode h , s obzirom na izotermno širenje idealnog plina

$$p_1 V_1 = p_1^i V_1^i$$

$$p_1 S_1 (H - h) = p_1^i S_1 (H - h_0)$$

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE, 26. – 29. travnja 2022.

$$p_1 = \frac{(H-h_0)}{(H-h)} p_1^i \quad (2 \text{ boda})$$

gdje se članak sa indexom odnosi na početnu situaciju ($p_1^i = 8 \text{ atm}$). Zamjenom u Bernoullijevoj jednadžbi dobivamo

$$\frac{(H-h_0)}{(H-h)} p_1^i + \rho gh = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{2gh + \frac{2}{\rho} \left[\frac{(H-h_0)}{(H-h)} p_1^i - p_2 \right]} \quad (2 \text{ boda})$$

a) Za početni trenutak $h = h_0$, dakle:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_1^i - p_2) + 2gh_0} = 37.65 \text{ m/s} \quad (2 \text{ boda})$$

b) Kad $h = h_0/2$ ima se

$$v_2 = \sqrt{2g \frac{h_0}{2} + \frac{2}{\rho} \left[\frac{(H-h_0)}{(H-\frac{h_0}{2})} p_1^i - p_2 \right]} = 9.986 \text{ m/s} \quad (2 \text{ boda})$$

c) Tok se zaustavlja kada je korijenski argument = 0

$$2gh + \frac{2}{\rho} \left[\frac{(H-h_0)}{(H-h)} p_1^i - p_2 \right] = 0 \quad (2 \text{ boda})$$

$$\rho gh(H-h) + (H-h_0)p_1^i - (H-h)p_2 = 0$$

$$\rho ghH - \rho gh^2 + (H-h_0)p_1^i - Hp_2 + hp_2 = 0$$

$$\rho gh^2 - h(\rho gH + p_2) - (H-h_0)p_1^i + Hp_2 = 0$$

Rješenje jednadžbe je:

$$h = \frac{(\rho gH + p_2) \pm \sqrt{(\rho gH + p_2)^2 + 4\rho g(H-h_0)p_1^i - 4\rho gHp_2}}{2\rho g} =$$

$$= \frac{(\rho gH + p_2) \pm \sqrt{(\rho gH - p_2)^2 + 4\rho g(H-h_0)p_1^i}}{2\rho g} =$$

$h_+ = 11.02 \text{ m}$ nema fizikalnog smisla; $h_- = 0.185 \text{ m}$ ovo rješenje možemo priznati. (3 boda)