

# DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2021/2022

## Srednje škole - 4. grupa

**VAŽNO:** Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule... ). Za pisanje koristite kemijsku olovku ili naličje. Ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje. Dozvoljeno je korištenje kalkulatora.

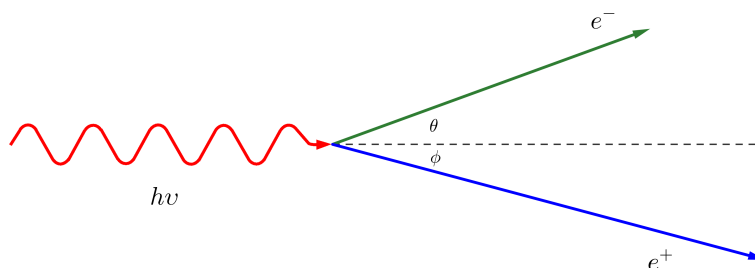
### 1. zadatak (16 bodova)

Elektron se može slobodno gibati unutar efektivno dvodimenzionalnog volumena oblika pravokutnika dimenzija  $a = 6 \text{ nm}$  i  $b = 4 \text{ nm}$ . Koje su energije fotona potrebne da elektron iz najnižeg energetskog stanja prijeđe direktno u prva tri pobuđena stanja? Rezultate izrazite u meV-ima!

### 2. zadatak (14 bodova)

Na slici 1. prikazan je raspad fotona na elektron-pozitron par. Pozitron i elektron imaju jednake mase, ali suprotne naboje.

- a) Napišite zakone očuvanja energije i impulsa za ovaj proces i pokažite da on nije moguć u vakuumu!
- b) Ovakvi procesi raspada fotona mogući su u blizini atomske jezgre čime i ona putem elektromagnetske interakcije dobije dio impulsa upadnog fotona. Komadić olova dimenzija  $5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \times 5 \text{ mm}$  izlažemo  $\gamma$ -zračenju valne duljine  $1.24 \times 10^{-2} \text{ pm}$  intenziteta  $0.1 \text{ Wm}^{-2}$  tako da je upadna površina zračenja na olovo maksimalna. Koliki je intenzitet  $\gamma$ -zračenja iza komadića olova ako on slijedi ovisnost  $I = I_0 e^{-\mu x}$ , gdje je  $\mu = 1.05 \text{ cm}^{-1}$  linearni koeficijent atenuacije zračenja kroz olovo, a  $x$  put koji zračenje prođe kroz materijal? Za ovako energetično zračenje snop gubi intenzitet gotovo isključivo zbog produkcije elektron-pozitron parova u olovu, tj. drugi efekti kao fotoelektrični efekt ili Comptonov efekt su zanemarivi.
- c) Odredi ukupnu deponiranu energiju u tom komadiću olova ako je bio izložen zračenju 5 h. Pretpostavite da su svi nastali elektroni i pozitroni ostali vezani u materijalu!



Slika 1: Raspad fotona na elektron-pozitron par.

### 3. zadatak (20 bodova)

Dana je trostrana prizma kao na slici 2. Ona je usmjerena tako da su joj baze paralelne s  $x - y$  ravninom, te najveća stranica plašta gleda u pozitivnom smjeru  $x$ -osi. Ishodište koordinatnog sustava je u točki  $O$ . Baza je jednakokračni trokut čija je najveća duljina dana sa  $2h$ , a kutevi uz tu stranicu jednaki su  $\alpha$ . Visina prizme je  $v$ , gustoća  $\rho$  i indeks loma  $n$ , a indeks loma sredstva u kojem se prizma nalazi je 1. Jedna od dvije manje stranice plašta (ona koja je donja na prikazanoj slici) obasjana je monokromatskim zračenjem koje putuje duž pozitivnog smjera  $x$ -osi. Intenzitet zračenja dan je sa:

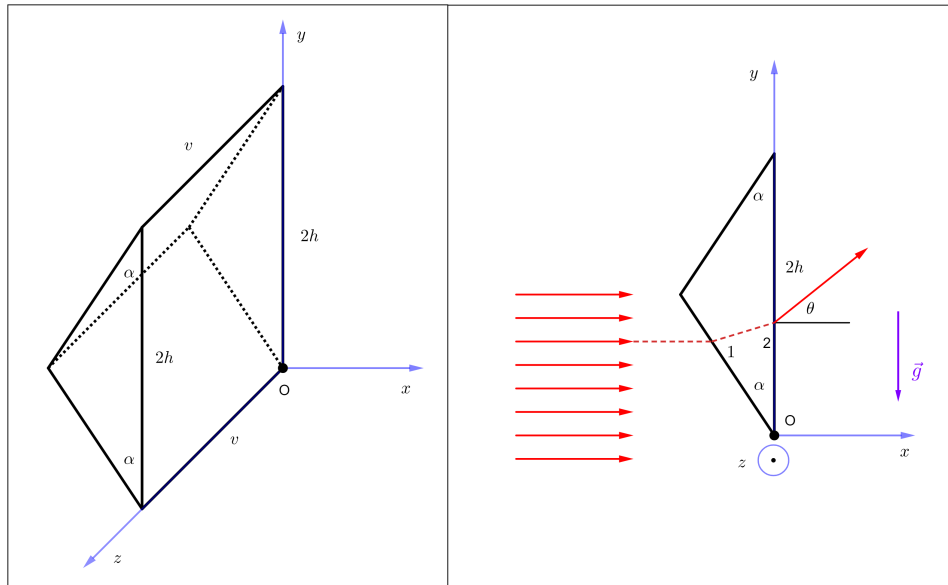
$$I(y, z) = \begin{cases} (h - y)k, & \text{kada je } -h/5 < y < h \text{ i } 0 < z < v, \\ 0, & \text{inače,} \end{cases} \quad (1)$$

gdje je  $k$  konstanta koja ima dimenzije intenziteta po duljini.

- a) Pronađite kut izlazne zrake  $\theta$  (označen na slici) koja nastaje nakon dva uzastopna loma upadne svjetlosti na prizmi u ovisnosti o  $\alpha$  i  $n$ !
- b) Pretpostavite da je koeficijent transmisije na granici "1" prizme i zraka jednak  $\eta$ , a na granici "2" jednak 1. Odredite ukupnu silu na prizmu (zbog obasjavanja) u ovisnosti o  $h$ ,  $v$ ,  $\eta$ ,  $\alpha$ ,  $\theta$  i  $k$ . Zanemarite apsorpciju zračenja!
- c) Kolika mora biti snaga izvora koje proizvodi zračenje čiji intenzitet ima ovisnost iz (1), uz uvjet da

nema gibanja prizme u  $y$  smjeru, ako se ona nalazi u gravitacijskom polju Zemlje? Uzmite da je  $\alpha = 20^\circ$ ,  $\rho = 2.5 \text{ gcm}^{-3}$ ,  $v = 80 \mu\text{m}$ ,  $h = 30 \mu\text{m}$  i  $\eta = 0$  (nema transmisije). Najveća stranica plašta prizme (ona koja leži u  $y - z$  ravnini) položena je na optički proziran "zid" po kojemu može kliziti bez trenja i koji sprječava gibanje u  $x$  smjeru i bilo kakve rotacije prizme.

d) Obrazložite kakva je stabilnost uvjeta ravnoteže na male pomake prizme! Kakva bi bila stabilnost uvjeta ravnoteže na male pomake da nema zračenja u području od  $-h/5 < y < 0$ ?



Slika 2: Trostrana prizma obasjana monokromatskim zračenjem u gravitacijskom polju duž  $-y$  smjera.

#### 4. zadatak (20 bodova)

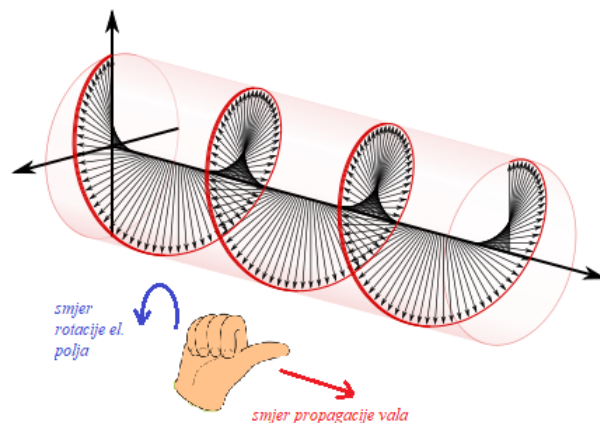
Električno polje kružno polariziranog vala koji se prostire u  $+\hat{z}$  smjeru je:

$$\vec{E}_{\pm} = E [\cos(\omega t - kz) \hat{x} \pm \sin(\omega t - kz) \hat{y}], \quad (2)$$

gdje za  $\vec{E}_-$  kažemo da polarizacija slijedi pravilo desne ruke (ako je palac desne ruke smjer propagacije vala, onda se električno polje zakreće u smjeru ostalih prstiju, kao što je prikazano na slici 3.). Analogno,  $\vec{E}_+$  je električno polje lijevo kružno polariziranog vala. Lijevo i desno kružno polarizirani val imaju različite fazne brzine prilikom prolaska kroz plazmu (ioniziranu tvar koja sadrži slobodne elektrone) kada je prisutno dodatno statičko magnetsko polje u smjeru propagacije elektromagnetskog vala. Indeksi refrakcije lijevog/desnog kružno polariziranog vala kroz plazmu tada su:

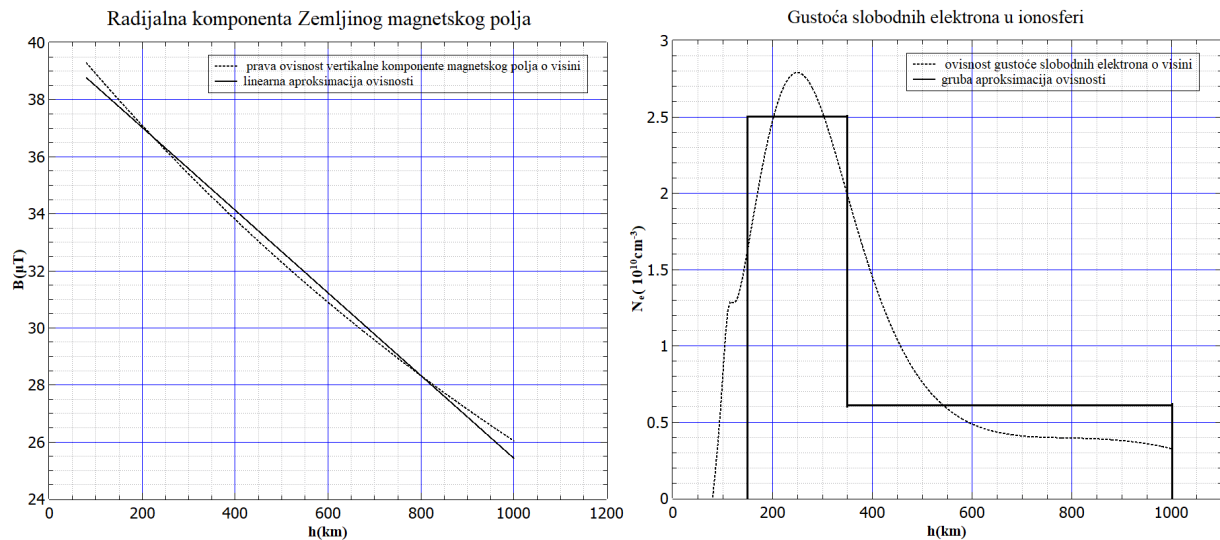
$$n_{\pm}^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega \pm \omega_c)}, \quad \omega_p^2 = \frac{4\pi N e^2}{m}, \quad \omega_c = \frac{eB}{mc}, \quad (3)$$

gdje je  $N$  gustoća slobodnih elektrona u plazmi,  $e$  naboj elektrona,  $m$  masa elektrona i  $B$  statičko magnetsko polje. Frekvencije  $\omega_p$  i  $\omega_c$  redom opisuju "prirodnu" frekvenciju titranja slobodnih elektrona u plazmi, te ciklotronsku frekvenciju.



Slika 3: Električno polje desno kružno polariziranog vala.

- a) Odredi faznu razliku lijevo i desno kružno polariziranog vala frekvencija  $\omega$  nakon propagacije za  $\Delta z$  kroz plazmu koja sadrži uniformnu gustoću slobodnih elektrona, u uniformnom magnetskom polju koje je paralelno sa smjerom propagacije valova. Rezultat izrazite kao funkciju  $\omega$ ,  $\omega_p$ ,  $\omega_c$  i  $\Delta z$ ! Vrijedi da je  $\omega \gg \omega_c$ ,  $\omega_p$ . Možete koristiti  $(1+x)^{-1} \approx 1-x$  za  $x \ll 1$  i  $n_+ + n_- \approx 2$ .
- b) Prolaskom linearno polariziranog zračenja kroz isti segment plazme duljine  $\Delta z$  u istom statičkom magnetskom polju dolazi do zakreta kuta polarizacije zračenja (taj efekt naziva se Faradayeva rotacija). Odredi kut zakreta polarizacije u ovisnosti o  $\omega$ ,  $N$ ,  $B$  i  $\Delta z$ .
- c) Izračunavanjem Faradayeve rotacije (na temelju promatranja polariziranog zračenja dalekih izvora, npr. pulsara) mogu se dobiti neka saznanja o gustoći slobodnih elektrona i magnetskim poljima u međuzvezdanom prostoru. Efekt Faradayeve rotacije događa se i pri prolasku polariziranog zračenja kroz Zemljinu ionosferu. U grafovima na slici 3. iscrtkanom linijom su zabilježene izračunate vrijednosti radijalne komponente magnetskog polja Zemlje i izmjerene vrijednosti gustoće slobodnih elektrona u ionosferi. Odredite kut zakreta linearno polariziranog zračenja frekvencije  $f = 20$  MHz zbog prolaska kroz ionosferu koristeći podatke označene punom linijom (koje su gruba aproksimacija). Pretpostavite da je smjer propagacije zračenja okomit na Zemlju.



Slika 4: Izračunati/izmjerene podaci magnetskog polja Zemlje i gustoće slobodnih elektrona u ovisnosti o nadmorskoj visini - iscrtkana linija, i aproksimirane ovisnosti - puna linija.

Vrijednosti potrebnih fizikalnih konstanti:

brzina svjetlosti -  $c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$

gravitacijsko ubrzanje Zemlje -  $g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$

masa elektrona -  $m = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$

naboj elektrona -  $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$

Planckova konstanta -  $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-1}$