

DRŽAVNO NATJECANJE IZ ASTRONOMIJE 2022. GODINE

3. RAZRED

RJEŠENJA

Zadaci

14	
----	--

1. Alferat (ili Širak, α And) je jedna od najsajnijih zvijezda na nebeskom svodu. Početkom 20. stoljeća, prilikom mjerenja radijalne brzine, uočena je periodička promjena te brzine na temelju koje je zaključeno da se radi o dvojnog zvjezdanom sustavu. Modernim spektroskopskim opažanjima ovog dvojnog sustava izmjeren je period sustava od 96,7 dana, te inklinacija sustava od $105,6^\circ$. Izmjereno je da radijalna komponenta brzine masivnije zvijezde, zvijezde A, u odnosu na Sunce varira između $+15,46$ km/s i $-36,66$ km/s. Ako pretpostavimo da su staze zvijezda kružnice, te da su međusobno udaljene 0,7344 AJ, koliko iznose mase zvijezda A i B izražene u jedinicama Sunčeve mase? Napomena: kada je ravnina sustava okomita na doglednicu inklinacija iznosi 0° . ($G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, $M_S = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, $1 \text{ AJ} = 149,6 \cdot 10^6 \text{ km}$)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad 1 \text{ bod}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{96,7 \text{ d} \cdot (24 \cdot 60 \cdot 60) \frac{\text{s}}{\text{d}}} = 7,520 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1} \quad 1 \text{ bod}$$

Obodna radijalna brzina $v_{A,\text{rad}}$ zvijezde A jednaka je:

$$v_{A,\text{rad}} = \frac{v_{\text{max}} - v_{\text{min}}}{2} \quad 1 \text{ bod}$$

$$v_{A,\text{rad}} = \frac{15,46 \frac{\text{km}}{\text{s}} + 36,66 \frac{\text{km}}{\text{s}}}{2} = 26,06 \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad 1 \text{ bod}$$

$$r_A = \frac{v_{A,\text{rad}}}{\omega \sin i} \quad 1 \text{ bod}$$

$$r_A = \frac{26,06 \frac{\text{km}}{\text{s}}}{7,520 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1} \sin 105,6^\circ} = 3,598 \cdot 10^7 \text{ km} = 0,2405 \text{ AJ} \quad 1 \text{ bod}$$

napomena: ako se ne računa korekcija $\sin i$ ili se računa s $\cos i$ priznaju se koraci u nastavku ali bez 2 boda predviđenih za korektan izračun r_A

$$r_B = r - r_A \quad 1 \text{ bod}$$

$$r_B = 0,7344 \text{ AJ} - 0,2405 \text{ AJ} = 0,4939 \text{ AJ} \quad 1 \text{ bod}$$

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G(M_A + M_B)}{4\pi^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \Rightarrow M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} \quad 1 \text{ bod}$$

$$M = \frac{4\pi^2 \left(0,7344 \text{ AJ} \cdot 149,6 \cdot 10^9 \frac{\text{m}}{\text{AJ}} \right)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}}{\text{kg s}^2} \left(96,7 \text{ d} \cdot (24 \cdot 60 \cdot 60) \frac{\text{s}}{\text{d}} \right)^2} = 1,124 \cdot 10^{31} \text{ kg} = 5,65 M_S \quad 1 \text{ bod}$$

$$M_A r_A = M_B r_B \Rightarrow M_A = \frac{M_B r_B}{r_A} \quad 1 \text{ bod}$$

$$M = M_A + M_B = \frac{M_B r_B}{r_A} + M_B = \frac{r_A + r_B}{r_A} M_B = \frac{r}{r_A} M_B \Rightarrow M_B = \frac{r_A}{r} M \quad 1 \text{ bod}$$

$$M_B = \frac{0,2405 \text{ AJ}}{0,7344 \text{ AJ}} 5,65 M_S = 1,85 M_S \quad 1 \text{ bod}$$

$$M_A = \frac{0,4939 \text{ AJ}}{0,7344 \text{ AJ}} 5,65 M_S = 3,80 M_S \quad 1 \text{ bod}$$

Napomena: priznaju se i alternativni postupci rješavanja

2. Zvjezdanom sustavu iz prethodnog zadatka izmjerena je godišnja paralaksa 33,62 mililučne sekunde, ukupna prividna zvjezdana veličina od 2,06^m i prividna zvjezdana veličina zvijezde A koja iznosi 2,22^m. Kolika je udaljenost ovog sustava u svjetlosnim godinama i apsolutna zvjezdana veličina zvijezde B.

$$d = \frac{1}{p''} \quad 1 \text{ bod}$$

$$d = \frac{1}{0,03362''} = 29,744 \text{ pc} \cdot 3,26 \frac{\text{s.g.}}{\text{pc}} = 96,97 \text{ s.g.} \quad 1 \text{ bod}$$

$$L_{\text{uk}} = L_A + L_B \quad 1 \text{ bod}$$

$$2,5 \log \frac{L_{\text{uk}}}{L_A} = m_A - m_{\text{uk}} \Rightarrow L_A = \frac{L_{\text{uk}}}{2,512^{m_A - m_{\text{uk}}}} \quad 1 \text{ bod}$$

$$L_A = \frac{L_{\text{uk}}}{2,512^{2,22 - 2,06}} = 0,8630 L_{\text{uk}} \quad 1 \text{ bod}$$

$$L_B = L_{\text{uk}} - L_A = L_{\text{uk}} - 0,8630 L_{\text{uk}} = 0,137 L_{\text{uk}} \quad 1 \text{ bod}$$

$$m_B = 2,5 \log \frac{L_{\text{uk}}}{L_B} + m_{\text{uk}} = 2,5 \log \frac{L_{\text{uk}}}{0,137 L_{\text{uk}}} + 2,22^{\text{m}} \quad 1 \text{ bod}$$

$$m_B = 2,5 \log \frac{L_{\text{uk}}}{0,137 L_{\text{uk}}} + 2,06^{\text{m}} = 4,22^{\text{m}} \quad 1 \text{ bod}$$

alternativno

$$2,512^{-m_{\text{uk}}} = 2,512^{-m_A} + 2,512^{-m_B} \quad 2 \text{ boda}$$

$$2,512^{-m_B} = 2,512^{-2,06} - 2,512^{-2,22} = 0,02055 \quad 1 \text{ bod}$$

$$-m_B \cdot \log 2,512 = \log 0,02055 \quad 2 \text{ boda}$$

$$m_B = -\frac{\log 0,02055}{\log 2,512} = -4,22^{\text{m}} \quad 1 \text{ bod}$$

$$M_B = m_B - 5 \log \left(\frac{d[\text{pc}]}{10 \text{ pc}} \right) = m + 5 - 5 \log (d[\text{pc}]) \quad 1 \text{ bod}$$

$$M_B = 4,22^{\text{m}} + 5 - 5 \log (29,744 \text{ pc}) = 1,85^{\text{m}} \quad 1 \text{ bod}$$

Napomena: priznaju se i drugi alternativni postupci rješavanja

3. Koordinate Alferata u ekvatorskom sustavu za epohu J2000.0 su $\alpha_{J2000.0} = 0^h 8^m 23,2599^s$ i $\delta_{J2000.0} = +29^\circ 5' 25,552''$. Vlastito gibanje po rektascenziji i po deklinaciji iznosi (u mililučnim sekundama po godini) $\mu_\alpha = 135,68 \text{ mas/god}$ i $\mu_\delta = -162,95 \text{ mas/god}$. Koliko iznose koordinate Alferata dana 19. svibnja 2022. g. bez utjecaja precesije i nutacije? Koliko iznosi ukupno vlastito gibanje (u mas/god)? Zbog malih iznosa kutova umjesto sfernom trigonometrijom možete računati ravninskom.

$$\Delta t = t_{19.5.2022.} - t_{1.1.2000.} \quad 1 \text{ bod}$$

$$\Delta t = \frac{(31 + 28 + 31 + 30 + 19 - 1) \text{ d}}{365,25 \frac{\text{d}}{\text{god}}} + 2022 \text{ god} - 2000 \text{ god} = 22,3778 \text{ god} \quad 2 \text{ boda}$$

napomena: Priznaje se i računanje s 365d/god, kao i drugi pristupi
npr: $(22 \cdot 365 + 6 + 31 + 28 + 31 + 30 + 19 - 1)/365,25 = 22,3792 \text{ god}$

$$\alpha = \alpha_{J2000.0} + \frac{\mu_\alpha}{15 \frac{''}{\text{h}}} \cdot \Delta t \quad 2 \text{ boda}$$

$$\alpha = 0^h 8^m 23,2599^s + \frac{0,13568 \frac{''}{\text{god}}}{15 \frac{''}{\text{h}}} \cdot 22,3778 \text{ god} = 0^h 8^m 23,4623^s \quad 1 \text{ bod}$$

Napomena: bez dijeljenja s 15 priznati max 0,5 boda za α

$$\delta = \delta_{J2000.0} + \mu_\delta \cdot \Delta t \quad 2 \text{ boda}$$

$$\delta = +29^\circ 5' 25,552'' - 0,16295 \frac{''}{\text{god}} \cdot 22,3778 \text{ god} = +29^\circ 5' 21,9055'' \quad 1 \text{ bod}$$

$$\mu^2 = \mu_\delta^2 + (\mu_\alpha \cos \delta)^2 \text{ (bez } \cos \delta \text{ 0,5 boda)} \quad 2 \text{ boda}$$

$$\mu = \sqrt{162,95^2 + (135,68 \cdot \cos 29^\circ 5' 25,552'')^2} = 201,52 \frac{\text{mas}}{\text{god}} \quad 1 \text{ bod}$$

Priznaju se i alternativni načini rješavanja.

4. Na priloženoj karti:

- označite položaje zvijezda Alferat, Algol i Deneb,
- označite položaje Messierovih objekata M32, M33, M45 i M52,
- na linijama upišite hrvatski naziv pripadajućeg zviježđa.



a) Alferat, Algol, Deneb (po 1 bod)	3 boda
b) M32, M33, M52 (po 2 boda unutar punog kružića, po 1 bod unutar isprekidanog kružića), M45 (1 bod)	7 bodova
c) Ovan, Pegaz (po 1 bod), Gušterica (2 boda)	4 boda