

**Državno natjecanje iz fizike**  
**28. i 29. travanj 2021.**

**RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA**

**3. skupina**

**1. dio**

Udaljenost  $y$  između geometrijskog središta i centra mase određena je razlikom polovice duljine cijevi i izmjerene udaljenosti  $d_{cm}$  od kraja cijevi do centra mase. Izmjereno je:

**$d_{cm} = 17\text{cm}$**

Slijedi  $y = \frac{L}{2} - d_{cm} = 20\text{cm} - 17\text{cm} \Rightarrow y = 3\text{ cm}$

**1 bod**

Izmjerene su veličine:

**$m = 248\text{ g}$**

**$h = 30\text{ cm}$**

**$d_1 = 12\text{cm}$**

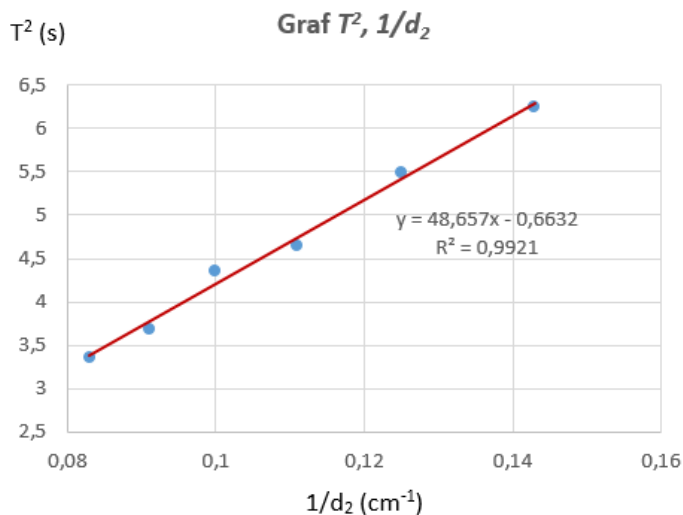
Tražena mjerenja u prvom dijelu zadatka prikazana su tablično:

**3 boda**

$2d_2\text{cm}$	N	t (s)	T (s)	$T^2\text{ (s}^2\text{)}$	$d_2\text{ (cm)}$	$1/d_2\text{ (cm}^{-1}\text{)}$	$T^2/d_2^{-1}\text{ (cms}^2\text{)}$	I (gcm <sup>2</sup> )
14	5	12,5	2,5	6,250	7	0,143	43,750	53977,09
16	5	11,72	2,344	5,494	8	0,125	43,955	54229,62
18	5	10,78	2,156	4,648	9	0,111	41,835	51614,46
20	5	10,44	2,088	4,360	10	0,100	43,597	53788,86
22	5	9,6	1,92	3,686	11	0,091	40,550	50029,54
24	5	9,16	1,832	3,356	12	0,083	40,275	49689,38

Period T je određen za 5 njihaja cijevi u horizontalnoj ravnini oko osi koja prolazi središtem mase i okomita je na cijev.

Grafički prikaz ovisnosti  $T^2$ ,  $1/d_2$ :



Srednja vrijednost ukupnog momenta tromosti na osnovu mjerenja iznosi:

$$I = 52221,49 \text{ gcm}^2$$

Apsolutna maksimalna pogreška iznosi

$$\Delta I_m = 2191,9 \text{ kgm}^2$$

Relativna maksimalna pogreška je:

$$r_m = 4\%$$

Rezultat mjerenja možemo zapisati u obliku:

$$I = (52221,5 \pm 2191,9) \text{ kgm}^2$$

**2 boda**

Ukupni moment tromosti sastoji se od tri dijela: moment tromosti prazne aluminijske cijevi i momenti tromosti masa  $m_1$  i  $m_2$  s obzirom na os rotacije.

**1 bod**

Moment tromosti prazne cijevi odredit će se tako da se odredi ukupni moment tromosti, a koji čine momenti tromosti 4 pravokutna profila (gornja i donja ploha, prednja i stražnja ploha cijevi). Profili su duljine 40 cm i širine 2 cm. Za gornju i donju plohu primjenjuje se izraz za slučaj kad os rotacije prolazi okomito kroz njihova središta ( $I_v$ ), a za prednju i stražnju plohu ( $I_h$ ) primijenit će se Steinerov poučak:

$$I_v = \frac{1}{12} M(L^2 + a^2) = \frac{1}{12} 28,75g((40\text{cm})^2 + (2\text{cm})^2) = 3842,92 \text{ gcm}^2$$

$$I_h = \frac{1}{12} ML^2 + M\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{1}{12} 28,75g(40\text{cm})^2 + 28,75g(1\text{cm})^2 = 3862,08 \text{ gcm}^2$$

**2 boda**

Masa svake plohe iznosi četvrtinu mase prazne aluminijske cijevi:  $M = \frac{1}{4} m_0 = 28,75g$

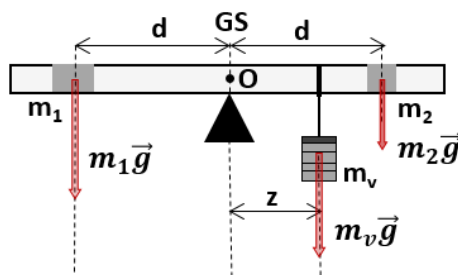
Moment tromosti prazne aluminijske cijevi iznosi:

$$I_0 = 2I_v + 2I_h = 15410 \text{ gcm}^2$$

**1 bod**

## 2. dio

Odabere li se kao okretište (O) geometrijsko središte cijevi, težina cijevi ne doprinosi ukupnom momentu sila.



**2 boda**

Ravnoteža sustava se postiže tako da se pomiče vanjsko opterećenje (masa) duž cijevi tako dugo dok nije postignuta ravnoteža.

Jedan od uvjeta ravnoteže jest da je zbroj svih momenata sila jednak nuli. U ovom slučaju djelovanja su silom teže na masu  $m_1$  i  $m_2$  i na masu  $m_v$ . Zbroj momenata tih sila mora biti jednak nuli:

$$m_1 g \cdot d - m_v g \cdot z - m_2 g \cdot d = 0$$

odnosno

$$m_1 d - m_v z - m_2 d = 0$$

$z$  je udaljenost ovjesišta vanjske mase od okretišta.

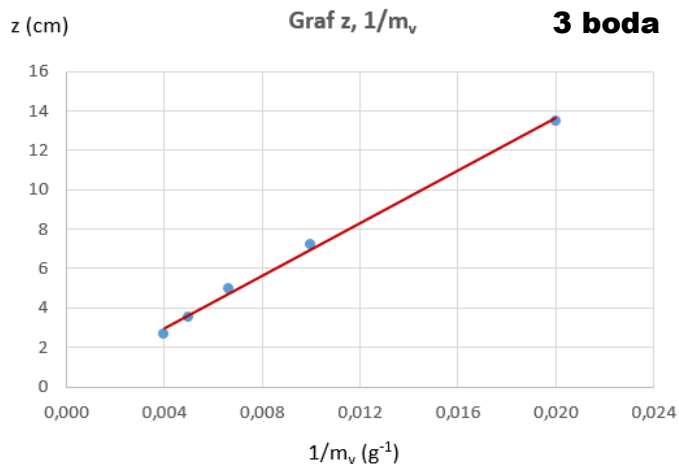
Slijedi da je

$$z = (m_1 - m_2)d \cdot \frac{1}{m_v}$$

**1 bod**

Eksperimentalni podaci prikazani tablično i graf  $z$ ,  $1/m_v$  :

$m_v$ (g)	$1/m_v$ (g <sup>-1</sup> )	$z$ (cm)	nagib
50	0,020	13,5	675
100	0,010	7,2	720
150	0,007	5	750
200	0,005	3,5	700
250	0,004	2,7	675



Nagib pravca određuje umnožak razlika nepoznatih masa i njihove udaljenosti od geometričkog središta:

$$(m_1 - m_2)d = 704gcm$$

**1 bod**

Ukupni moment tromosti jednak je:

$$I = I_0 + I_1 + I_2$$

**1 bod**

$$I = I_0 + m_1(d - y)^2 + m_2(d + y)^2$$

$$I = I_0 + (m_1 + m_2)d^2 - 2y(m_1 - m_2)d + (m_1 + m_2)y^2$$

$$(m_1 + m_2)d^2 - 2y(m_1 - m_2)d + (m_1 + m_2)y^2 + I_0 - I = 0$$

**1 bod**

$$m_1 + m_2 = m - m_0 = 248g - 115g = 133g$$

$$133g \cdot d^2 - 6cm \cdot 704gcm + 133g \cdot (3cm)^2 + 15410gcm^2 - 52221,49gcm^2 = 0$$

$$133g \cdot d^2 = 4224gcm^2 - 1197gcm^2 + 36811,49gcm^2$$

$$133g \cdot d^2 = 39838,49gcm^2$$

$$d^2 = 299,54cm^2$$

$$d = 17,3cm$$

**1 bod**

$$(m_1 - m_2)d = 704gcm \quad \Rightarrow \quad m_1 - m_2 = 40,69g$$

$$m_1 + m_2 = 133g$$

Rješavanjem sustava jednačbi s dvije nepoznanice slijedi:

$$m_1 = 86,8g$$

**1 bod**

$$m_2 = 46,2g$$

**1 bod**

Izvagane mase su 87 g i 39 g.

Međusobna udaljenost masa iznosi 34,6 cm (postavljane su na udaljenostima 32 cm). **1 bod**

Točnost mjerenja ovisi o nizu faktora. Neki od njih su:

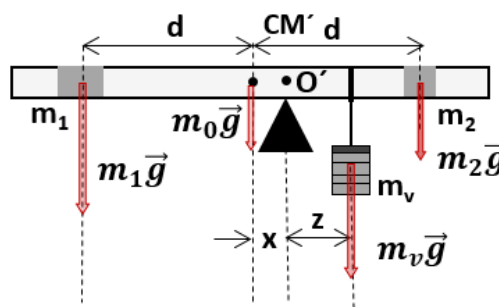
**1 bod**

- nepoznate mase nisu točkaste, zauzimaju dio prostora unutar cijevi
- unutrašnjost cijevi ispunjena je sa 3 dijela oblikovanog "stirodua" ukupne mase 3 grama. On je jednoliko raspoređen i učvršćuje položaj nepoznatih masa u kombinaciji sa čepovima na kraju cijevi. Postoji minimalna mogućnost pomicanja masa.
- Pri mjerenjima kod torzionih oscilacija, ukoliko nisu dobro namještene niti vrlo lako dođe do manjih oscilacija cijevi i u vertikalnoj ravnini...
- ...

### 3. dio

Kad ne bi imali vagu, masu bi trebali odrediti eksperimentalno. Izvela bi se mjerenja kod koje bi vanjske mase koje vješamo na cijev postavljali na odabranu udaljenost u odnosu na geometrijsko središte cijevi i tijekom dodavanja masa ovjesište se ne bi pomicalo. Cijev bi uravnotežili tako da bi tražili točku okretišta koja je centar mase sustava.

**2 boda**



**1bod**

U ovom slučaju na ukupni moment sila utječe i težina cijevi:

$$m_1 g \cdot (d + x) - m_v g \cdot z - m_2 g \cdot (d - x) + m_0 g \cdot x = 0$$

**1bod**

$$m_1 (d + x) - m_v z - m_2 (d - x) + m_0 x = 0$$

$$(m_1 + m_2 + m_0)x = m_v z - (m_1 - m_2)d$$

$$m \cdot x = m_v z - (m_1 - m_2)d$$

$$x = \frac{1}{m} \cdot m_v z - \frac{(m_1 - m_2)d}{m}$$

**2boda**

Na osnovu mjernih podataka mogao bi se nacrtati graf ovisnosti udaljenosti x između geometrijskog i središta i centra mase o umnošku vanjske mase i udaljenosti između okretišta i ovjesišta te se odredio nagib dobivenog pravca, a koji odgovara recipročnoj vrijednosti ukupne mase m. Otuda bi dobili ukupnu masu.