

DRŽAVNO NATJECANJE IZ LOGIKE 2021.

A KATEGORIJA

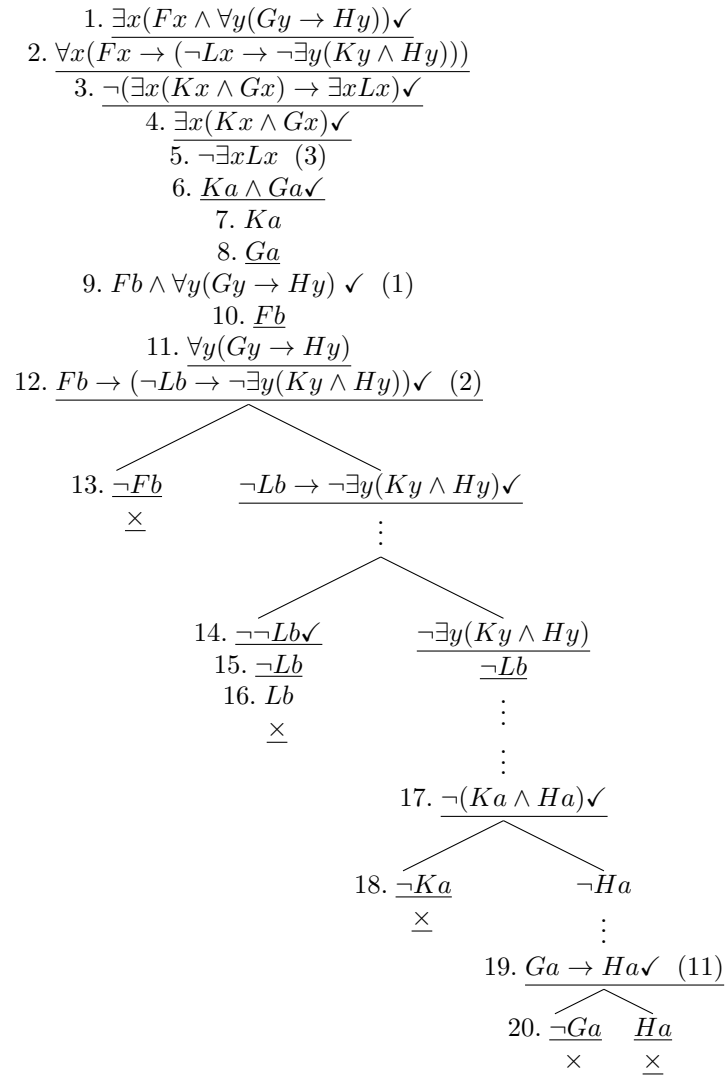
RJEŠENJA

Zadatak 1.

Formula	Situacija (1)	Situacija (2)
$\forall a \forall b (Xab \rightarrow Yab)$	I	N
$\forall a \forall b (Xab \vee Yba)$	N	N
$\forall a \forall b \forall c ((Xab \wedge Xbc) \rightarrow \exists d Ydc)$	I	N
$\forall a (Pa \vee \forall b (a = b \vee Yab))$	I	?
$\exists a (Pa \rightarrow \forall b Pb)$	I	I
$\forall a Pa \rightarrow \exists a \exists b \exists c (Xab \wedge Xbc \wedge \neg Xac)$	N	?
$\forall a (\neg Pa \rightarrow \exists b (a \neq b \wedge \neg Pb))$	I	?
$\exists e \exists f \forall a ((\neg Pa \wedge \forall b (a \neq b \rightarrow (Xba \vee Yba))) \rightarrow (a = e \vee a = f))$	I	I
$\exists e \forall a (\neg Pe \wedge (Pa \rightarrow \exists b \exists c \exists d (Pb \wedge Pc \wedge Pd \wedge a \neq b \wedge a \neq c \wedge a \neq d \wedge b \neq c \wedge b \neq d \wedge c \neq d)))$	N	?

Ukupno 54 boda.

Zadatak 2.



Zaključak je valjan.

Ukupno 50 bodova.

Zadatak 3.

Dedukcija: prva varijanta

1	$(A \rightarrow B) \rightarrow C$	pretp.
2	$(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg C$	pretp.
3	$\neg(A \vee B)$	pretp.
4	A	pretp.
5	$A \vee B$	$\vee u, 4$
6	\perp	$\perp u, 5, 3$
7	B	$\perp i, 6$
8	$A \rightarrow B$	$\rightarrow u, 4-7$
9	C	$\rightarrow i, 1, 8$
10	$\neg A$	pretp.
11	B	pretp.
12	$A \vee B$	$\vee u, 11$
13	\perp	$\perp u, 12, 3$
14	$\neg B$	$\neg u, 11-13$
15	$\neg A \rightarrow \neg B$	$\rightarrow u, 10-14$
16	$\neg C$	$\rightarrow i, 2, 15$
17	\perp	$\perp u, 9, 16$
18	$\neg\neg(A \vee B)$	$\neg u, 3-17$
19	$A \vee B$	$\neg i, 18$

Dedukcija: druga varijanta

1	$\exists z \forall x \forall y ((Rxz \wedge Ryz) \leftrightarrow \neg(Rxy \leftrightarrow Ryx))$	pretp.
2	$\exists w \forall x \forall y ((Sxw \wedge Syw) \leftrightarrow (Sxy \leftrightarrow Syx))$	pretp.
3	$\forall x \forall y ((Rxc \wedge Ryc) \leftrightarrow \neg(Rxy \leftrightarrow Ryx))$	pretp.
4	$\forall x \forall y ((Sxd \wedge Syd) \leftrightarrow (Sxy \leftrightarrow Syx))$	pretp.
5	Ruc	pretp.
6	$Ruc \wedge Ruc$	$\wedge u, 5, 5$
7	$\forall y ((Ruc \wedge Ryc) \leftrightarrow \neg(Ruy \leftrightarrow Ryu))$	$\forall i, 3$
8	$(Ruc \wedge Ruc) \leftrightarrow \neg(Ruu \leftrightarrow Ruu)$	$\forall i, 7$
9	$\neg(Ruu \leftrightarrow Ruu)$	$\leftrightarrow i, 8, 6$
10	Ruu	pretp.
11	Ruu	op., 10
12	Ruu	pretp.
13	Ruu	op., 12
14	$Ruu \leftrightarrow Ruu$	$\leftrightarrow u, 10-11, 12-13$
15	\perp	$\perp u, 14, 9$
16	$\neg Sud$	$\perp i, 15$
17	$\neg Sud$	pretp.
18	$\forall y ((Sud \wedge Syd) \leftrightarrow (Suy \leftrightarrow Syu))$	$\forall i, 4$
19	$(Sud \wedge Sud) \leftrightarrow (Suu \leftrightarrow Suu)$	$\forall i, 18$
20	Suu	pretp.
21	Suu	op., 20
22	Suu	pretp.
23	Suu	op., 22
24	$Suu \leftrightarrow Suu$	$\leftrightarrow u, 20-21, 22-23$
25	$Sud \wedge Sud$	$\leftrightarrow i, 19, 24$
26	Sud	$\wedge i, 25$
27	\perp	$\perp u, 26, 17$
28	Ruc	$\perp i, 27$
29	$Ruc \leftrightarrow \neg Sud$	$\leftrightarrow u, 5-16, 17-28$
30	$\forall x (Rxc \leftrightarrow \neg Sxd)$	$\forall u, 29$
31	$\exists w \forall x (Rxc \leftrightarrow \neg Sxw)$	$\exists u, 30$
32	$\exists z \exists w \forall x (Rxz \leftrightarrow \neg Sxw)$	$\exists u, 31$
33	$\exists z \exists w \forall x (Rxz \leftrightarrow \neg Sxw)$	$\exists i, 2, 4-32$
34	$\exists z \exists w \forall x (Rxz \leftrightarrow \neg Sxw)$	$\exists i, 1, 3-33$

Ukupno (najviše) 80 bodova.