

**DRŽAVNO NATJECANJE IZ ASTRONOMIJE 2021. GODINE**

**4. RAZRED**

**TOČNI ODGOVORI**

## Zadaci

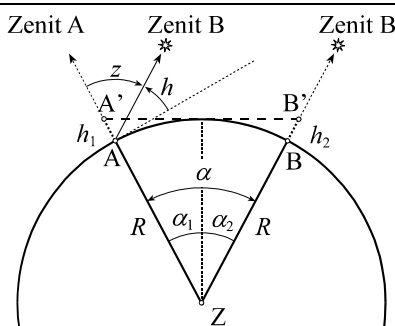
13	
----	--

1. U dalekoj budućnosti kao glavna nagrada na natjecanju bio je put na nepoznato tijelo Sunčeva sustava. Nakon što su sletjeli i probudili se, na prvi pogled nisu prepoznali o kojem se tijelu radi. Dosjetili su se da to mogu utvrditi određivanjem njegova polumjera i usporedbom s priloženom tablicom. Osoba A koja je držala svjetiljku na visini od 1,5 m iznad tla udaljavala se od druge osobe (B) koja je imala teleskop postavljen na visinu od 1,5 m sve do trenutka kada je svjetlosni snop sa svjetiljke nestao ispod prividnog obzora. Osoba A izmjerila je da je visina zvijezde koja je u istom trenutku bila u zenitu osobe B iznosila  $89^{\circ}50'30''$ . Za potrebe izračuna pretpostavili su da je tijelo savršena kugla. Koliki je polumjer tijela, koje je tijelo na koje su sletjeli, te kolika je udaljenost (mjereno po površini) između dobitnika nagrade u trenutku nestanka svjetlosnog snopa ispod obzora? Nacrtajte skicu!

Zbog male gustoće atmosfere, odnosno njezina nedostatka, zanemarite refrakciju.

Tablica 1. Približni promjeri nekih tijela Sunčeva sustava.

Ceres	939 km	Dione	1118 km	Encelad	501 km	Europa	3138 km
Ganimed	5262 km	Haron	1212 km	Kalisto	4821 km	Mars	6787 km
Merkur	4878 km	Mjesec	3476 km	Pluton	2377 km	Triton	2710 km



Skica (nije u mjerilu!)

$$z = 90^{\circ} - h$$

$$z = 90^{\circ} - 89^{\circ}50'30'' = 9'30''$$

$$\alpha = z = \alpha_1 + \alpha_2 \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \frac{\alpha}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{R}{R + h_1}$$

$$R = \frac{h_1 \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{1 - \cos \frac{\alpha}{2}}$$

$$R = \frac{1,5 \text{ m} \cdot \cos \frac{9'30''}{2}}{1 - \cos \frac{9'30''}{2}} = 1571,4 \text{ km}$$

Nagradni put bio je na Europu (odgovor mora biti potkrijepljen izračunom)

$$l = R \cdot \alpha \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$$

1 bod

$$l = 1571,38 \cdot 9'30'' \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = 4,34 \text{ km}$$

1 bod

Napomena: priznaju se i alternativni postupci rješavanja.

2. Svemirska letjelica krenula je pravocrtnom stazom na put prema Sirijusu koji je udaljen 2,631 pc od Sunca. Na kojoj će udaljenosti (u s.g.) od Sunca na tom putu, prividne zvjezdane veličine Sirijusa i Sunca biti jednake? Poznato je da prividna zvjezdana veličina Sunca gledano sa Sirijusa iznosi 1,96<sup>m</sup>, a Sirijusa gledano sa Sunca -1,4<sup>m</sup>.

$$m_1 - m_2 = -2,5 \log \frac{F_1}{F_2} = -2,5 \log \frac{\frac{L}{4\pi r_1^2}}{\frac{L}{4\pi r_2^2}} = -2,5 \log \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2 = -5 \log \frac{r_2}{r_1}$$

ili

$$M_{\text{Sunce}} = m_{\text{Sunce}} - 5 \log \frac{r_{\text{Sirijus-Sunce}}}{10 \text{ pc}}$$

$$M_{\text{Sunce}} = m_x - 5 \log \frac{r_{x\text{-Sunce}}}{10 \text{ pc}}$$

$$m_{\text{Sunce}} = m_x - 5 \log \frac{r_{x\text{-Sunce}}}{r_{\text{Sirijus-Sunce}}} = m_x + 5 \log \frac{r_{\text{Sirijus-Sunce}}}{r_{x\text{-Sunce}}} \quad (\text{priznaje se i bez izvoda}) \quad 2 \text{ boda}$$

analogno za Sirijus:

$$m_{\text{Sirijus}} = m_x - 5 \log \frac{r_{x\text{-Sirijus}}}{r_{\text{Sirijus-Sunce}}} \quad (\text{priznaje se i bez izvoda}) \quad 1 \text{ bod (vidi napomenu)}$$

(napomena: jedan korektan izraz za  $m_{\text{Sunce}}$  ili  $m_{\text{Sirijus}}$  2 boda; drugi 1 bod; ukupno 3 boda)

$$m_{\text{Sunce}} - m_{\text{Sirijus}} = 5 \log \frac{r_{x\text{-Sirijus}}}{r_{\text{Sirijus-Sunce}}} - 5 \log \frac{r_{x\text{-Sunce}}}{r_{\text{Sirijus-Sunce}}} \quad 1 \text{ bod}$$

$$r_{x\text{-Sirijus}} = r - r_{x\text{-Sunce}} \quad 1 \text{ bod}$$

$$\frac{m_{\text{Sunce}} - m_{\text{Sirijus}}}{5} = \log \frac{r - r_{x\text{-Sunce}}}{r_{\text{Sirijus-Sunce}}} - \log \frac{r_{x\text{-Sunce}}}{r_{\text{Sirijus-Sunce}}} = \log \frac{r - r_{x\text{-Sunce}}}{\frac{r_{x\text{-Sunce}}}{r_{\text{Sirijus-Sunce}}}} = \log \frac{r - r_{x\text{-Sunce}}}{r_{x\text{-Sunce}}} \quad 2 \text{ boda}$$

$$10^{\frac{m_{\text{Sunce}} - m_{\text{Sirijus}}}{5}} = \frac{r - r_{x\text{-Sunce}}}{r_{x\text{-Sunce}}} \Rightarrow r_{x\text{-Sunce}} = \frac{r}{10^{\frac{m_{\text{Sunce}} - m_{\text{Sirijus}}}{5}} + 1} \quad 1 \text{ bod}$$

$$r_{x\text{-Sunce}} = \frac{2,631 \text{ pc}}{10^{\frac{1,96 + 1,4}{5}} + 1} = 0,462 \text{ pc} \quad 1 \text{ bod}$$

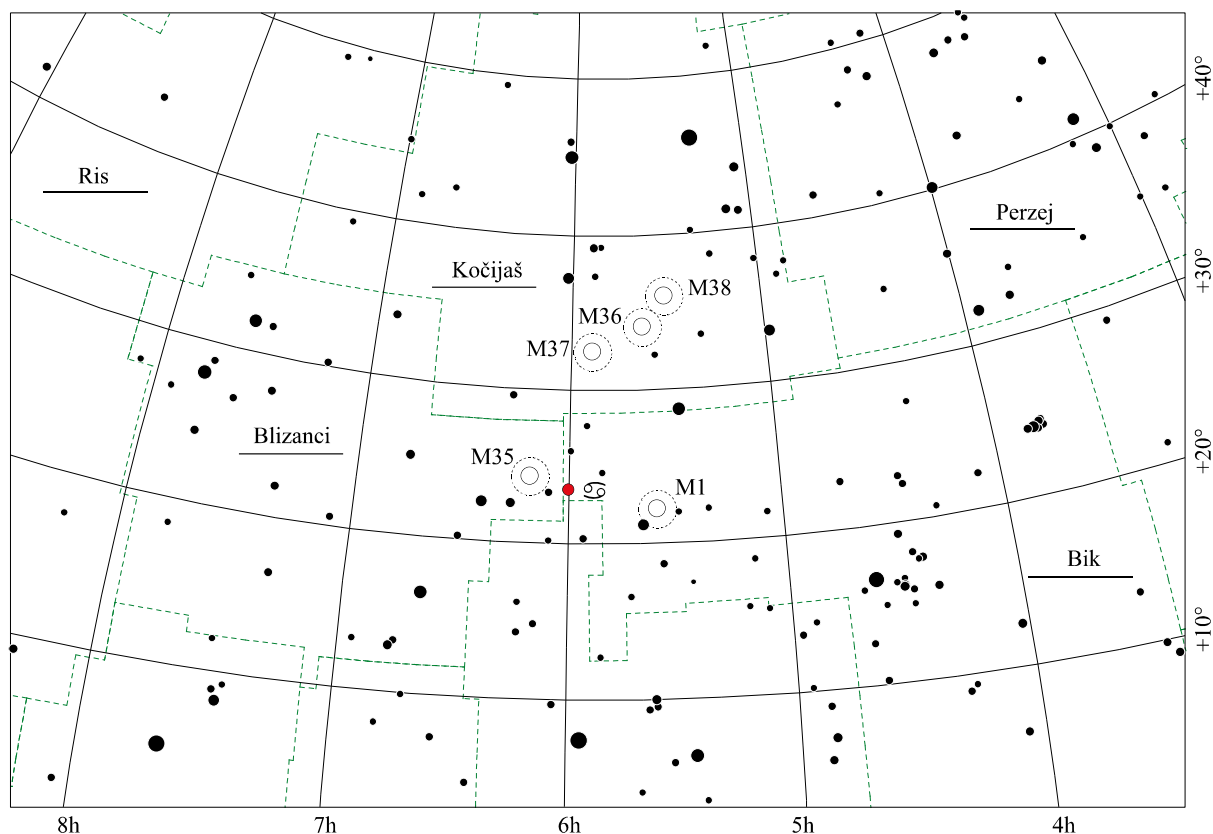
$$r_{x\text{-Sunce}} = 0,462 \text{ pc} \cdot 3,26 \frac{\text{s.g.}}{\text{pc}} = 1,506 \text{ s.g.} \quad 1 \text{ bod}$$

priznaju se i alternativni načini rješavanja

3. Hubbleovim svemirskim teleskopom kroz dugi niz godina obavljana su mjerenja dvojnog zvjezdanog sustava pomoću širokokutne kamere 3 (WFC3) koja je postavljena u žarište pri  $f/31$ . Izmjereno je da period ophoda komponente B oko glavne zvijezde iznosi 15,8 godina i da je maksimalna udaljenost između njih mjereno na CCD senzoru 12 piksela. Efektivna širina CCD senzora kamere s poljem od  $4096 \times 4096$  piksela iznosi 59,1 mm. Otvor Hubbleova svemirskog teleskopa je 2,4 m. Kolika je ukupna masa zvjezdanog sustava (u kg) ako mu je godišnja zvjezdana paralaksa  $0,344''$ ?  
( $1 \text{ pc} = 3,0857 \cdot 10^{16} \text{ m}$ ,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ )

$f = D \cdot f\text{-broj} = 2,4 \text{ m} \cdot 31 = 74,4 \text{ m}$	1 bod
$l_{\text{piksel}} = \frac{l_{\text{CCD}}}{N_{\text{CCD}}} = \frac{59,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{4096} = 1,4429 \cdot 10^{-5} \text{ m}$	1 bod
$\text{tg} \frac{\varphi_{\text{piksel}}}{2} = \frac{l_{\text{piksel}}}{f}, \left( \text{ili } \text{tg} \varphi_{\text{piksel}} = \frac{l_{\text{piksel}}}{f} \right)$	1 bod
$\varphi_{\text{piksel}} = 2 \cdot \text{arctg} \left( \frac{1,4429 \cdot 10^{-5} \text{ m}}{2 \cdot 74,4 \text{ m}} \right) = 1,111 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ = 0,04''$	1 bod
$\varphi = N_{\text{piksel-zvijezda}} \cdot \varphi_{\text{piksel}} = 12 \text{ piksela} \cdot 0,04'' / \text{piksel} = 0,48''$ (napomena: ako je dobro izračunat kut $\varphi$ ukupno 5 bodova)	1 bod
$d = \frac{1}{p''} = \frac{1}{0,344''} = 2,907 \text{ pc} = 8,97 \cdot 10^{16} \text{ m}$	2 boda
$r = 2d \cdot \text{tg} \left( \frac{\varphi}{2} \right) = 2 \cdot 8,97 \cdot 10^{16} \text{ m} \cdot \text{tg} \left( \frac{0,48''}{2} \right) = 2,087 \cdot 10^{11} \text{ m}$	2 boda
$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G(M_1 + M_2)}{4\pi^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \Rightarrow M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$	1 bod
$M = \frac{4\pi^2 (2,087 \cdot 10^{11} \text{ m})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2} (15,8 \cdot 365,2422 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s})^2} = 2,164 \cdot 10^{28} \text{ kg}$	2 boda
- priznaju se i alternativni postupci rješavanja	
- priznaju se i drugi iznosi trajanja godine (365,25 d, 365 d)	

4. Na zvjezdanoj karti na pune crte upišite hrvatske nazive zviježđa. Označite položaje M1, M35, M36, M37, M38 i ljetne točke.



Svaki točno upisan naziv

po 1 bod (ako je na latinskom umjesto na hrvatskom po 0,5 boda) (ukupno 5 bodova)

Točno označen položaj M1 i M35

po 1 bod (ukupno 2 boda)

Točno označen položaj M36, M37 i M38

po 2 boda (ukupno 6 bodova)

Točno označen položaj ljetne točke

2 boda