

izv. prof. dr. sc. Dubravka Glasnović Gracin  
Učiteljski fakultet  
Sveučilište u Zagrebu



## Nove domene u Kurikulumu nastavnog predmeta Matematika



Primjena kurikuluma i planiranje odgojno-obrazovnih ishoda prema kurikulumu pristupu u nastavnom predmetu Matematika  
Državni stručni skup učitelja razredne nastave  
7.4.2021.

1

## Nove domene u Kurikulumu nastavnog predmeta Matematika Metodičke smjernice i primjeri vrednovanja

- Zašto ova tema?
- Novi Kurikulum nastavnog predmeta Matematika (2019)
- Pred učitelje se stavljaju novi zahtjevi (sadržaj, vrednovanje, planiranje...)
- Nije se učilo na fakultetu
- Sadržaj: O tome nije bilo dovoljno ciljanih edukacija
- Statistika i vjerojatnost – Kurikulum za matematiku za RN 2019
- Vrednovanje i novi elementi vrednovanja za matematiku – Kurikulum 2019
- Metodika nastave statistike, vjerojatnosti, algebre i predalgebre
- Vrednovanje novih sadržaja

2

## Kurikularni pristup



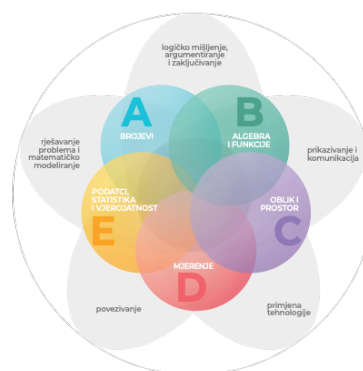
Koje ciljeve želim postići?

Kojim postupcima vrednovati ishode učenja?

Koje su za to primjerene strategije učenja i poučavanja?

Kako realizirati ishode i sadržaje?

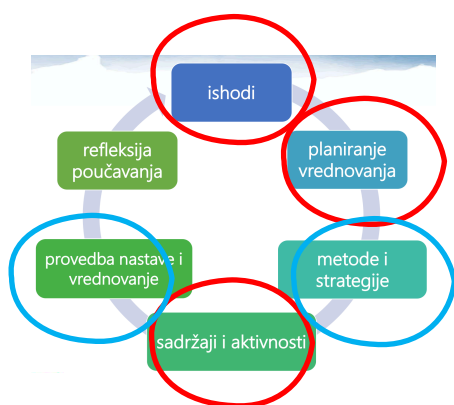
## Matematika



Učenik, matematika, pozitivan stav!

3

## Kurikularni pristup



## Matematika

- nove domene
- nove vrste i elementi vrednovanja
- novi sadržaji i aktivnosti

4

## Kurikularni pristup



## Matematika

MAT OŠ E.4.2.  
Opisuje vjerojatnost događaja.

5

## Cilj predavanja

- Uvid u nove domene nastavnog predmeta Matematika
- Teorijska podloga
- Metodičke smjernice
- Primjeri aktivnosti
- Elementi vrednovanja u kontekstu tih novih domena

6

## Domene predmeta Matematika

A. Brojevi

**B. Algebra i funkcije** →

C. Oblik i prostor

D. Mjerenje

**E. Podatci, statistika i  
vjerojatnost** →

Sadržajne osnove

Metodičke smjernice

Primjeri aktivnosti

Primjeri vrednovanja

7

## Procesi predmeta Matematika

Organizirani u 5 skupina:

- Prikazivanje i komunikacija
- Povezivanje
- Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje
- Rješavanje problema i matematičko modeliranje
- Primjena tehnologije

Elementi vrednovanja u  
nastavnom predmetu  
Matematika:

- Usvojenost znanja i vještina
- Matematička komunikacija
- Rješavanje problema

8

## Elementi vrednovanja predmeta Matematika

### Usvojenost znanja i vještina:

- opisuje mat. pojmove
- ispravno provodi mat. postupke
- utvrđuje smislenost rezultata
- upotrebljava i povezuje mat. koncepte

### Matematička komunikacija:

- koristi mat. jezik i simbole
- prikazi podataka
- u objašnjavanju koristi mat. argumente
- postavlja smisljena i mat. relevantna pitanja / odgovara...

### Rješavanje problema:

- uspješno rješava **nove** zadatke, s kakvima nije imao/imala iskustva u rješavanju
- učenje otkrivanjem
- drugačiji zadatci
- složeniji zadatci
- projekti

Što je "problem"??

Metodika (Polya, Schoenfeld, Kurnik):

Mat. zadatak u kojem postoji element nečeg **novoga**, u kojem učenik rješava nešto **ново**, što nije prije rješavao

To nije bilo koji zadatak riječima. U problemu treba biti nešto **ново**.

9

## Domena Algebra i funkcije u RN

10

## Domena Algebra i funkcije u RN

1. razred

B – ALGEBRA I FUNKCIJE

**MAT OŠ B.1.2.**

Prepoznaje uzorak i nastavlja niz.

2. razred

B – ALGEBRA I FUNKCIJE

**MAT OŠ B.2.1.**

Prepoznaje uzorak i kreira niz objašnjavajući pravilnost nizanja.

**MAT OŠ B.2.2.**

Određuje vrijednost nepoznatoga člana jednakosti.

3. razred

B – ALGEBRA I FUNKCIJE

**MAT OŠ B.3.1.**

Rješava zadatke s jednim nepoznatim članom koristeći se slovom kao oznakom za broj.

4. razred

B – ALGEBRA I FUNKCIJE

**MAT OŠ B.4.1.**

Određuje vrijednost nepoznate veličine u jednakostima ili nejednakostima.

11

## Predalgebarske vještine

### PREDALGEBRA

- nizanje
- redoslijed
- rješavanje jednadžbi
- funkcijsko razmišljanje
- 123123123\_\_ \_\_ \_\_

### ALGEBRA U ŠKOLI

- preduvjet: poznavanje aritmetike
- viši razredi OŠ
- rješavanje jednadžbi
- algebra i funkcije
- slovo kao znak za broj

### ALGEBRA

- grana matematike
- proučava algebarske strukture
- proučava operacije
- bavi se općim simbolima
- $a + b = b + a$

12

## Predalgebarske i algebarske vještine

### Predalgebarske vještine u RN:

- prepoznati uzorak i nastaviti niz (kontekst: aritmetika, geometrija, svakodnevnica...)

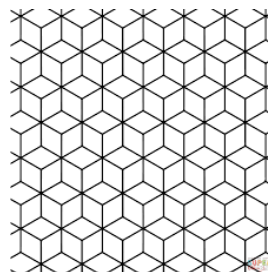
### Algebarske vještine u RN:

- rješavanje jednostavnih jednadžbi u simboličkom obliku
- slovo kao znak za broj
- pojam promjene u različitim kontekstima (tzv. funkcijsko razmišljanje)

13

## Uzorci

- odnosi se na zamjetnu pravilnost u proizvodu, životu, dizajnu...
- elementi uzorka se ponavljaju na predvidljiv način
- geometrijski uzorak je vrsta uzorka koji se sastoji od geometrijskih oblika koji se po nekom pravilu ponavljaju

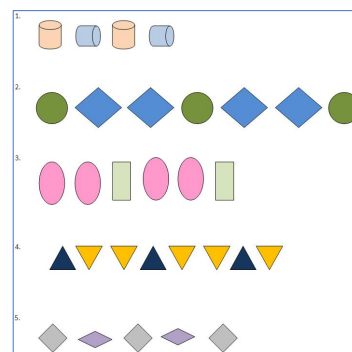
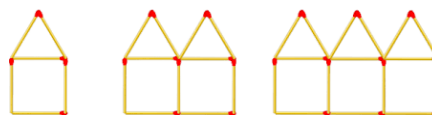


14

14

## Uzorci

- Prepoznavanje, uspoređivanje i analiza uzoraka su važne komponente intelektualnog razvoja učenika.
- Uzorci učenicima otkrivaju svijet matematike na privlačan i slikovit način.
- Od konkretnog prema apstraktnog
- Mogućnost višeslojnih pitanja



2 2 1 1 5 2 2 1 1 5 \_\_\_\_\_

15

15

## Uzorci – predškolske ustanove

- Slaganje uzoraka je jedna od predmatematičkih vještina
- Čini osnovu za kasnije usvajanje osnovnih matematičkih koncepata u školi
- Potiče intelektualni razvoj djeteta i motoriku

- AB...
- ABC...
- AABBB...
- AAB...
- ABB..



16

16



## Uzorci



Predmeti iz svakodnevice



Igračke, 3d objekti



2d objekti

17

17

## Uzorci

- Ne samo slaganje nego i...
- Pronalaženje uzoraka oko sebe (npr. odjeća)
- Slušno (ritam, instrumenti)
- Pokreti (pljesni, skoči, pljesni, skoči...)
- Taktilno (bez gledanja, npr. slaganje geom. tijela)
- U vremenu (npr. raspored)
- Povezivanje s drugim predmetima
- Itd.



18

18

## Uzorci – razredna nastava



- Koraci:
- Nastavi graditi kućice pomoću šibica
- Od koliko šibica se sastoji prva slika? A druga? A treća? ...
- Od koliko šibica će se sastojati četvrta slika? A peta? ...
- Možeš li pronaći pravilo kako se broj šibica povećava na svakoj sljedećoj slici? Objasni.
- *Možeš li bez ispisivanja zaključiti (izračunati) od koliko šibica se sastoji 12. slika u tom nizu?*

Usvojenost znanja  
i vještina

Rješavanje problema

19

19

## Uzorci – razredna nastava

brojeva  
crti!

1 2 1 2 1 2 1 2 1 ...

2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

4, 7, 10, 13, ...

- Koraci:
- Nastavi ovaj niz
- Opiši pravilo po kojem je sastavljen ovaj niz brojeva.
- *Možeš li bez ispisivanja zaključiti koji je 12. broj u tom nizu?*
- *Možeš li bez ispisivanja zaključiti koji je 395. broj u tom nizu?*

2, 4, 8, 16, 32, ...

20

## Nizanje – na razini enakosti!

6. Jedna, nijedna ili dvije nule u količniku? Objasni.

$20 : 4 = \underline{\quad}$	$10 : 2 = \underline{\quad}$
$200 : 4 = \underline{\quad}$	$100 : 2 = \underline{\quad}$
	$1\,000 : 2 = \underline{\quad}$
$40 : 8 = \underline{\quad}$	
$400 : 8 = \underline{\quad}$	$10 : 5 = \underline{\quad}$
	$100 : 5 = \underline{\quad}$
	$1\,000 : 5 = \underline{\quad}$

## Uzorci i nizanje – vrednovanje

- predalgebarska vještina
- dakle, predmatematička vještina
- 1. razred
- razvojni faktor
- može biti rješavanje problema
- formativna uloga
- “matematički kutak”



23

23

## Funkcijsko razmišljanje

- pojam **promjene** u različitim kontekstima (tzv. funkcijsko razmišljanje)
- ovisnost jedne veličine o drugoj
- ako se promijeni izraz na lijevoj strani jednakosti, promijenit će se i izraz na desnoj strani
- jako važno u RN!
- slovo kao znak za broj

a	a + 9	b	b - 8	c	c + 15
28		56		17	
52		65		26	
43		82		39	

$$f(x) = x + 9$$

$$f(28) = 28 + 9$$

$$f(52) = 52 + 9$$

$$f(43) = 43 + 9$$

$$f(x) = x - 8$$

$$f(56) = 56 - 8$$

$$f(65) = 65 - 8$$

$$f(82) = 82 - 8$$

$$f(x) = x + 15$$

$$f(17) = 17 + 15$$

$$f(26) = 26 + 15$$

$$f(39) = 39 + 15$$

24

## Domena Podatci, statistika i vjerojatnost u RN

### 1. razred

#### E – PODATCI, STATISTIKA I VJEROJATNOST

##### MAT OŠ E.1.1.

Služi se podacima i prikazuje ih piktogramima i jednostavnim tablicama.

### 2. razred

#### E – PODATCI, STATISTIKA I VJEROJATNOST

##### MAT OŠ E.2.1.

Koristi se podacima iz neposredne okoline.

##### MAT OŠ E.2.2.

Određuje je li neki događaj moguć ili nemoguć.

### 3. razred

#### E – PODATCI, STATISTIKA I VJEROJATNOST

##### MAT OŠ E.3.1.

Služi se različitim prikazima podataka.

### 4. razred

#### E – PODATCI, STATISTIKA I VJEROJATNOST

##### MAT OŠ E.4.1.

Provodi jednostavna istraživanja i analizira dobivene podatke.

##### MAT OŠ E.4.2.

Opisuje vjerojatnost događaja.

## Metodika nastave statistike

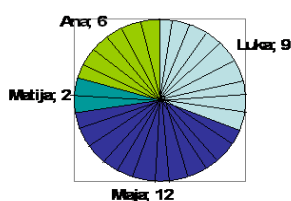
## Prikazi podataka

- tablicama
- dijagramima (grafikonima)

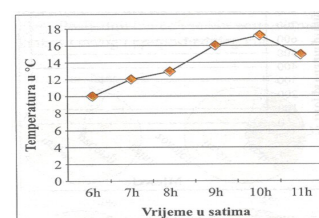
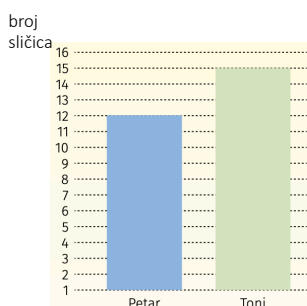
Dijagrami:

slikovni (piktogram)  
stupčasti  
kružni  
linijski

...



	broj sličica
Petar	12
Toni	15



27

## Metodika nastave statistike

**Analiza podataka** kao dio nastave matematike uključuje nekoliko zadataka:

1. prikupljanje podataka,
2. organizaciju podataka,
3. izradu tablica i grafova,
4. očitavanje i tumačenje tablica i grafova
5. procjenu zaključaka i pretpostavki temeljenih na podacima,
6. razvijanje uvjerljivih argumenata,
7. evaluaciju argumenata od drugih kolega iz razreda.

1. U razredu sakupite podatke o boji očiju učenika.
2. Koje su sve boje očiju učenika iz tvog razreda?
3. Prikaži podatke u tablici / dijagramu.
4. Koje zaključke možeš donijeti na temelju podataka iz tablice?
5. Što misliš, vrijede li isti zaključci za cijelu Hrvatsku? Za cijeli svijet?
6. Objasni zašto tako misliš.
7. Provjeri / pronađi podatke.

28

## Metodika nastave vjerojatnosti

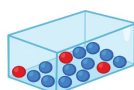


29

## Vjerojatnost

- Teorija vjerojatnosti – grana matematike
- Vjerojatnost – izglednost da se nešto dogodi
- Neki **pokus** može završiti različitim ishodima. Rezultate pokusa nazivamo **događajima**.

Pokus (eksperiment)	Događaj (rezultat pokusa)	Vjerojatnost
Bez gledanja vadimo kuglice iz posude.	Izvadit ćemo crvenu kuglicu.	
Bacamo igraću kocku.	“Past” će broj 1.	
Bacamo novčić.	“Past” će pismo.	



30

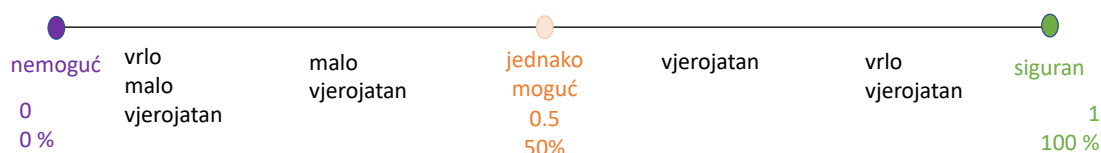
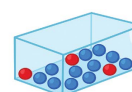
## Vjerojatnost

MAT OŠ E.4.2.  
Opisuje vjerojatnost događaja.

- Vjerojatnost prikazujemo brojem između 0 i 1.
- Nemoguć događaj (vjerojatnost događaja je 0, 0% da se dogodi)
- Siguran događaj (vjerojatnost događaja je 1, 100% će se dogoditi)



Vjerojatnost razmatramo na ljestvici od nemogućeg do sigurnog događaja.

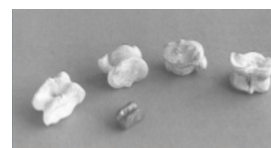


31

## Vjerojatnost – povijesni pregled

Vjerojatnost – “mlada” grana matematike (od 17. i 18. st.)

- Počeci: vezani uz igre na sreću
- kako su ulogi u tim igrama postajali veći i igre postajale sve složenije, pojavila se potreba za matematičkim tumačenjem (razmišljanje o tome koji događaji imaju veću šansu da se dogode)
- igre bacanja (kocke) – počeci u Staroj Grčkoj i Rimskom carstvu (kost!)
- Pariz, 17. st.: strastveni kockar Chevalier de Mere javio se Pascalu oko nekih pitanja (veće šanse za dobitak)
- dopisivanje Pascala i Fermata: početak matematičkog proučavanja vjerojatnosti
- kroz 18. st. iz igara na sreću sve se više kretalo prema matematičkoj teoriji
- tek u 20. st. prava matematička osnova za teoriju vjerojatnosti (Kolmogorov)



32



## Nastava vjerojatnosti

Kroz nastavu vjerojatnosti u razrednoj nastavi učenici:

- se susreću s neizvjesnim situacijama
- se pomoću stvarnih eksperimenata pripremaju za kasniju matematičku analizu slučajnih događaja
- kritički promišljaju o svim danim mogućnostima i odabiru onu koja će se najvjerojatnije dogoditi
- rješavaju različite probleme snalažljivosti u nepredvidivim situacijama

MAT OŠ E.2.2. Određuje je li neki događaj moguć ili nemoguć.

Razrada: Objasnjava zašto je neki događaj (ne)moguć.

MAT OŠ E.4.2. Opisuje vjerojatnost događaja.

Razrada: Uspoređuje ishode riječima: vjerojatniji, manje vjerojatan, najvjerojatniji.

33

## Aktivnost: izvlačenje kuglica



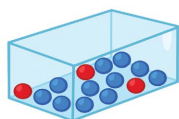
Siguran događaj A: Izvući ću crvenu kuglicu.

$$P(A) = 100\%$$

Nemoguć događaj B: Izvući ću plavu kuglicu.

$$P(B) = 0$$

$$P(\text{događaj}) = \frac{\text{broj povoljnih događaja}}{\text{ukupni broj događaja}}$$



Moguć događaj C: Izvući ću crvenu kuglicu.

$$P(C) = \frac{3}{14} \approx 0.214 = 21.4\%$$

Moguć događaj D: Izvući ću plavu kuglicu.

$$P(D) = \frac{11}{14} \approx 0.786 = 78.6\%$$

Vjerojatnije je da ću izvući plavu kuglicu.

34

## Aktivnost: bacanje kockice

$$P(\text{događaj}) = \frac{\text{broj povoljnih događaja}}{\text{ukupni broj događaja}}$$



Događaj A: Past će broj 1.

$$P(A) = \frac{1}{6} \approx 0.167 = 16.7 \%$$

Događaj B: Past će broj 3.

$$P(A) = \frac{1}{6} \approx 0.167 = 16.7 \%$$

Događaj C: Past će broj 6.

$$P(A) = \frac{1}{6} \approx 0.167 = 16.7 \%$$

Što je vjerojatnije, da padne paran ili neparan broj?

Događaj D: Past će paran broj.

$$P(D) = \frac{3}{6} = 0.5 = 50 \%$$

Događaj E: Past će neparan broj.

$$P(E) = \frac{3}{6} = 0.5 = 50 \%$$

Jednako je vjerojatno.

Što je vjerojatnije, da padne višekratnik broja 6 ili djeljitelj broja 6?

35

## Aktivnost: Izvlačenje kuglica iz kutije/vrećice

U neprozirnu vrećicu stavljamo kuglice ili kockice jednakih veličina, ali različitih boja, npr. 30 crvenih i 2 plave. Učenici izvlače kuglicu ili kockicu, bilježe boju i vraćaju je u vrećicu. Nakon što pokus ponove nekoliko puta, odgovaraju na pitanja:

- Koje je boje **moгуće** izvući?
- Koje boje **nije moguće** izvući?
- Što misliš, koju ćemo boju **vjerojatnije** izvući u sljedećem izvlačenju? Objasni svoj odgovor.
- Je li **sigurno** da ćemo izvući baš tu boju koju si predvidio/predvidjela? Objasni svoj odgovor.



36

## Aktivnost: Bacanje kockice više puta zaredom

Učenici 10 puta bacaju igraću kockicu i zapisuju dobivene brojeve.

- Koje ste sve brojeve dobili pri bacanju?
- Koji broj niste dobili pri bacanju? Ima li tog broja na igraćoj kockici?
- Ako broj nije napisan na kockici, je li ga moguće dobiti pri bacanju kockice? Objasni svoj dogovor.
- Ako je broj napisan na kockici, je li ga moguće dobiti pri bacanju kockice? Objasni svoj dogovor.
- Jesu li neki brojevi na kockici napisani više puta?

37

## Aktivnost: Bacanje dviju kockica odjednom

3. Bacaj dvije igraće kocke odjednom. Odredi zbroj dobivenih brojeva.



Među zbrojevima koje je moguće dobiti, ima li onih koji su vjerojatniji?


Objasni zašto tako misliš.

Koje zbrojeve nije moguće dobiti?

---

Koje zbrojeve je moguće dobiti:

---

 Eksperiment: Bacaj dvije kockice 50 puta zaredom i bilježi zbrojeve u bilježnicu.

38

Aktivnost: Bacanje dviju kockica odjednom

[illegible]

39

Aktivnost: Traganje za **pravednim** pravilima igre

- Igrača kockica baca se jednom. Ana će pobijediti ako dobijemo broj 1, Boris ako dobijemo broj 2, Danijela ako dobijemo broj 3, Iva ako dobijemo broj 4, Melita ako dobijemo broj 5 i Sanja ako dobijemo broj 6.
- Bi li ti sudjelovao u takvoj igri?
- Smatraš li da svaki igrač ima jednaku mogućnost pobijediti?
- Je li igra **pravedna**? Objasni.
- Može li u ovoj igri pobijediti Toma koji za pobjedu treba na kockici dobiti broj 7? Objasni.
- Je li igra za Tomu pravedna? Objasni.
- Napiši neki rezultat bacanja koji će se sigurno dogoditi, jedan koji je moguć te jedan koji je nemoguć. Objasni svoje odgovore.

40

## Vrednovanje u nastavi vjerojatnosti

Elementi vrednovanja u nastavnom predmetu Matematika:

- Usvojenost znanja i vještina
- Matematička komunikacija (siguran, vjerojatniji, manje vjerojatan, nemoguć...)
- Rješavanje problema

**Sažetak ishoda iz vjerojatnosti u razrednoj nastavi:**

- određuje je li događaj siguran, moguć i nemoguć (2. razred)
- opisuje vjerojatnost mogućih događaja: vjerojatniji, manje vjerojatan, najvjerojatniji (4. razred)

41

## Kurikularni pristup



## Matematika

MAT OŠ E.4.2.  
Opisuje vjerojatnost događaja.

42

## Zaključak

Potreba današnjeg građanina:

- u tradicionalnoj nastavi bio je velik naglasak na sadržajnoj komponenti
- idemo li u drugu krajnost?
- sadržaji su važna komponenta kompetencije!
- nove sadržaje povezati s ostalim novim tendencijama (kurikulumsko planiranje + upoznavanje novih sadržaja)
- metodike
- tema skupa
- **razmjena aktivnosti među učiteljima vezano uz nove domene**
- **vrednovanje**



43



Zahvaljujem na pažnji!

44