

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
28. veljače 2019.

4. razred - rješenja

OVDJE SU DANI NEKI NAČINI RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Ema je svoje kune razmijenila u banci A.

$$4500 : 5 = 900 \quad 1 \text{ BOD}$$

$$900 \cdot 20 = 18000 \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{Ema je za 4500 kuna dobila 18000 grina.} \quad 1 \text{ BOD}$$

Ana je svoje kune razmijenila u banci B.

$$4300 : 100 = 43 \quad 1 \text{ BOD}$$

$$43 \cdot 420 = 18060 \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{Ana je za 4300 kuna dobila 18060 grina.} \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{Ana je platila sladolede.} \quad 1 \text{ BOD}$$

$$18060 - 18000 = 60 \quad 1 \text{ BOD}$$

Razlika u dobivenim iznosima je 60 grina.

$$60 : 2 = 30 \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{Jedan sladoled je stajao 30 grina.} \quad 1 \text{ BOD}$$

..... UKUPNO 10 BODOVA

2. Prvi način:

$$\text{Iz 5. tvrdnje slijedi da je Darko visok 141 cm.} \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{Prema 3. tvrdnji, Jakov i Mate zajedno imaju 272 cm pa je jedan od njih visok 135 cm,} \\ \text{a drugi 137 cm.} \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{Iz 4. tvrdnje slijedi da je Jakov visok 135 cm,} \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{a Mate 137 cm.} \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{Iz 6. tvrdnje slijedi da je Viktor visok 138 cm ili 142 cm.} \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{Iz 1. tvrdnje slijedi da je Bruno viši i od Ante i od Lovre pa je visok 138 cm ili 142 cm.} \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{Iz 2. tvrdnje slijedi da je Bruno visok 138 cm,} \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{a Viktor 142 cm.} \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{Iz 1. tvrdnje slijedi da je Ante visok 132 cm,} \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{a Lovre 128 cm.} \quad 1 \text{ BOD}$$

..... UKUPNO 10 BODOVA

Drugi način:

	ANTE	BRUNO	DARKO	JAKOV	LOVRE	MATE	VIKTOR
128 cm	–	–	–	–	+	–	–
132 cm	+	–	–	–	–	–	–
135 cm	–	–	–	+	–	–	–
137 cm	–	–	–	–	–	+	–
138 cm	–	+	–	–	–	–	–
141 cm	–	–	+	–	–	–	–
142 cm	–	–	–	–	–	–	+

1 BOD 2 BODA 1 BOD 2 BODA 1 BOD 1 BOD 2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

3. Prvi način:

- a) Prva kućica sastoji se od 6 šibica. 1 BOD
 Za dodavanje svake sljedeće kućice potrebno je dodati 5 šibica. 1 BOD
 Za 55 kućica potrebno je
 $6 + 54 \cdot 5 =$ 2 BODA
 $= 6 + 270$ 1 BOD
 $= 276$ šibica. 1 BOD
- b) Za prvu kućicu trebalo je 6 šibica pa za ostale kućice preostaje $756 - 6 = 750$ šibica. 1 BOD
 Kako je za dodavanje jedne kućice potrebno 5 šibica, može se dodati $750 : 5$ kućica, 1 BOD
 a to je 150 kućica. 1 BOD
 Pomoću 756 šibica može se prikazati 151 kućica. 1 BOD
 UKUPNO 10 BODOVA

Drugi način:

- a) Izgradnju počnimo s 1 šibicom.. 1 BOD
 Sada za svaku kućicu treba dodati 5 šibica. 1 BOD
 Za 55 kućica potrebno je
 $1 + 55 \cdot 5 =$ 2 BODA
 $= 1 + 275$ 1 BOD
 $= 276$ šibica. 1 BOD
- b) Nakon prve šibice za kućice preostaje $756 - 1 = 755$ šibica. 1 BOD
 Kako je za dodavanje jedne kućice potrebno 5 šibica, može se prikazati $755 : 5$ kućica. 2 BODA
 Pomoću 756 šibica može se prikazati 151 kućica. 1 BOD
 UKUPNO 10 BODOVA

Treći način:

- a) Među 55 kućica u nizu, 28 su na neparnom, 1 BOD
 a 27 na parnom mjestu. 1 BOD
 Za svaku kućicu na neparnom mjestu potrebno je 6 šibica, a 1 BOD
 za svaku između, na parnom mjestu potrebne su 4 šibice. 1 BOD
 Ukupno je potrebno:
 $28 \cdot 6 + 27 \cdot 4 =$ 1 BOD
 $= 168 + 108 = 276$ šibica. 1 BOD
- b) Kako za kućice na susjednom parnom i neparnom mjestu treba ukupno 10 šibica, 1 BOD
 od 756 šibica mogu se napraviti ukupno 75 takvih parova, 1 BOD
 odnosno 150 kućica. 1 BOD
 Od 6 preostalih šibica sagrađena je posljednja, 151. kućica. 1 BOD
 UKUPNO 10 BODOVA

4. Prvi način:

- Srpanj ima 31 dan pa će Dora kod bake provesti 31 dan. 1 BOD
 Broj 31 nije moguće podijeliti brojem 3 bez ostatka pa Dora ne može svaki dan čitati.
 Broj 31 nije moguće podijeliti brojem 2 bez ostatka pa Dora ne može svaki dan voziti bicikl. 1 BOD
 Ako Dora planira čitati 1 dan, onda je $31 - 3 \cdot 1 = 28$, $28 : 2 = 14$.
 Bicikl će voziti 14 dana. (1. način) 1 BOD
 Ako Dora planira čitati 2 dana, onda je $31 - 3 \cdot 2 = 25$, $25 : 2 = 12$ i ostatak 1.
 Dora neće čitati 2 dana.

Ako Dora planira čitati 3 dana, onda je $31 - 3 \cdot 3 = 22$, $22 : 2 = 11$.	
Bicikl će voziti 11 dana. (2. način)	1 BOD
Ako Dora planira čitati 4 dana, onda je $31 - 3 \cdot 4 = 19$, $19 : 2 = 9$ i ostatak 1.	
Dora neće čitati 4 dana.	
Ako Dora planira čitati 5 dana, onda je $31 - 3 \cdot 5 = 16$, $16 : 2 = 8$.	
Bicikl će voziti 8 dana. (3. način)	1 BOD
Ako Dora planira čitati 6 dana, onda je $31 - 3 \cdot 6 = 13$, $13 : 2 = 6$ i ostatak 1.	
Dora neće čitati 6 dana.	
Učenik, u nekom trenutku, zaključuje da se broj dana čitanja povećava za 2.	1 BOD
Ako Dora planira čitati 7 dana, onda je $31 - 3 \cdot 7 = 10$, $10 : 2 = 5$.	
Bicikl će voziti 5 dana. (4. način)	1 BOD
Ako Dora planira čitati 9 dana, onda je $31 - 3 \cdot 9 = 4$, $4 : 2 = 2$.	
Bicikl će voziti 2 dana. (5. način)	1 BOD
Ako Dora planira čitati 11 dana, onda je $31 - 3 \cdot 11 = 31 - 33$.	
Dora neće čitati 11 dana ili više od 11 dana.	1 BOD
Dora je mogla na 5 različitih načina isplanirati broj dana čitanja i vožnje bicikla.	1 BOD
.....	UKUPNO 10 BODOVA

Drugi način:

Srpanj ima 31 dan pa će Dora kod bake provesti 31 dan.	1 BOD
Broj 31 nije moguće podijeliti brojem 3 bez ostatka pa Dora ne može svaki dan čitati.	
Broj 31 nije moguće podijeliti brojem 2 bez ostatka pa Dora ne može svaki dan voziti bicikl.	1 BOD
Ako Dora planira voziti bicikl 1 dan, onda je $31 - 2 \cdot 1 = 29$, $29 : 3 = 9$ i ostatak 2.	
Dora neće voziti bicikl 1 dan.	
Ako Dora planira voziti bicikl 2 dana, onda je $31 - 2 \cdot 2 = 27$, $27 : 3 = 9$.	
Čitat će 9 dana. (1. način)	1 BOD
Ako Dora planira voziti bicikl 3 dana, onda je $31 - 2 \cdot 3 = 25$, $25 : 3 = 8$ i ostatak 1.	
Dora neće voziti bicikl 3 dana.	
Ako Dora planira voziti bicikl 4 dana, onda je $31 - 2 \cdot 4 = 23$, $23 : 3 = 7$ i ostatak 2.	
Dora neće voziti bicikl 4 dana.	
Ako Dora planira voziti bicikl 5 dana, onda je $31 - 2 \cdot 5 = 21$, $21 : 3 = 7$.	
Čitat će 7 dana. (2. način)	1 BOD
Ako Dora planira voziti bicikl 6 dana, onda je $31 - 2 \cdot 6 = 19$, $19 : 3 = 6$ i ostatak 1.	
Dora neće voziti bicikl 6 dana.	
Ako Dora planira voziti bicikl 7 dana, onda je $31 - 2 \cdot 7 = 17$, $17 : 3 = 5$ i ostatak 2.	
Dora neće voziti bicikl 7 dana.	
Ako Dora planira voziti bicikl 8 dana, onda je $31 - 2 \cdot 8 = 15$, $15 : 3 = 5$.	
Čitat će 5 dana. (3. način)	1 BOD
Učenik, u nekom trenutku, zaključuje da se broj dana vožnje bicikla povećava za 3.	1 BOD
Ako Dora planira voziti bicikl 11 dana, onda je $31 - 2 \cdot 11 = 9$, $9 : 3 = 3$.	
Čitat će 3 dana. (4. način)	1 BOD
Ako Dora planira voziti bicikl 14 dana, onda je $31 - 2 \cdot 14 = 3$, $3 : 3 = 1$.	
Čitat će 1 dan. (5. način)	1 BOD
Ako Dora planira voziti bicikl 17 dana, onda je $31 - 3 \cdot 17 = 31 - 51$.	
Dora neće čitati 17 dana ili više od 17 dana.	1 BOD
Dora je mogla na 5 različitih načina isplanirati broj dana čitanja i vožnje bicikla.	1 BOD
.....	UKUPNO 10 BODOVA

Treći način:

Srpanj ima 31 dan pa će Dora kod bake provesti 31 dan. 1 BOD

Kako broj 31 nije niti dvokratnik niti trokratnik nekog prirodnog broja, Dora ne može niti sve dane čitati niti sve dane voziti bicikl. 1 BOD

(**Napomena:** Umjesto ovog obrazloženja, učenik može u tablici početi s planiranim brojem dana čitanja 0.)

Posložimo podatke u tablicu:

<i>Broj dana čitanja</i>	<i>Broj dana vožnje bicikla</i>	<i>Trokratnik broja dana čitanja</i>	<i>Dvokratnik broja dana vožnje bicikla</i>	<i>Ukupno</i>	
1	30	3	60	$3 + 60 = 63$	
1	15	3	30	$3 + 30 = 33$	
1	14	3	28	$3 + 28 = 31$	1 BOD
2	13	6	26	$6 + 26 = 32$	
2	12	6	24	$6 + 24 = 30$	
3	11	9	22	$9 + 22 = 31$	1 BOD
4	10	12	20	$12 + 20 = 32$	
4	9	12	18	$12 + 18 = 30$	
Broj dana čitanja ne može biti paran (jer bi tada udvostručeni broj dana vožnje biciklom morao biti neparan, što je nemoguće jer je svaki broj pomnožen s 2 paran broj).					1 BOD
5	8	15	16	$15 + 16 = 31$	1 BOD
7	5	21	10	$21 + 10 = 31$	1 BOD
9	2	27	4	$27 + 4 = 31$	1 BOD

Kada bi broj dana čitanja bio 11 ili veći od 11, trokratnik bi bio veći od 31. 1 BOD

Dora je mogla na 5 različitih načina isplanirati broj dana čitanja i vožnje bicikla. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

Četvrti način:

Neka je broj dana čitanja n , a broj dana bicikliranja m .

Kada bi broj dana čitanja udvostručila, a broj dana kada vozi bicikl udvostručila, ukupno bi $3n$ dana čitala i $2m$ dana vozila bicikl. 1 BOD

Kako srpanj ima 31 dan, Dora će biti kod bake 31 dan pa vrijedi $3n + 2m = 31$. 1 BOD

Pribrojnik $2m$ je paran, a zbroj 31 je neparan pa zaključujemo da $3n$ mora biti neparan što znači da je i n neparan. 1 BOD

Odredimo sve mogućnosti za n .

Ako je $n = 1$, tada je $2m = 28$, odnosno $m = 14$. 1 BOD

Ako je $n = 3$, tada je $2m = 22$, odnosno $m = 11$. 1 BOD

Ako je $n = 5$, tada je $2m = 16$, odnosno $m = 8$. 1 BOD

Ako je $n = 7$, tada je $2m = 10$, odnosno $m = 5$. 1 BOD

Ako je $n = 9$, tada je $2m = 4$, odnosno $m = 2$. 1 BOD

Ako je $n \geq 11$, tada je $2m < 0$, što je nemoguće. 1 BOD

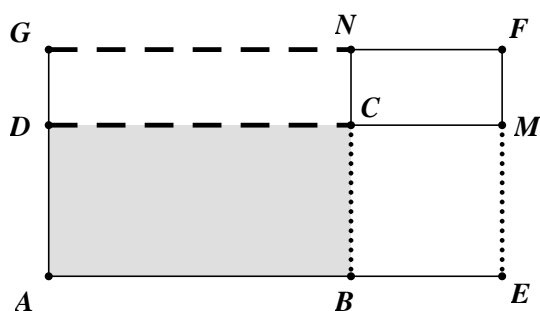
Dora je mogla na 5 različitih načina isplanirati broj dana čitanja i vožnje bicikla. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

5. Prvi način:

Skica:

1 BOD



Neka pravokutnik $ABCD$ predstavlja staro, a pravokutnik $AEFG$ novo igralište.

Kako je duljina dužine \overline{GN} jednaka duljini dužine \overline{DC} i duljina dužine \overline{EM} jednaka duljini dužine \overline{BC} , te dijelove stare ograde Katarina može iskoristiti za novo igralište.

1 BOD

Za ograditi igralište još nedostaje ograde ukupne duljine jednake zbroju duljina dužina \overline{BE} , \overline{MF} , \overline{NF} i \overline{DG} jer su ostali dijelovi ograđeni starom ogradom.

Također vrijedi: duljina dužine \overline{NF} jednaka duljini dužine \overline{BE} i duljina dužine \overline{MF} jednaka je duljini dužine \overline{DG} .

Kako je stranice starog igrališta povećala za pola duljine vrijedi:

Zbroj duljina dužina \overline{BE} i \overline{NF} jednak je duljini dužine \overline{AB} i zbroj duljina dužina \overline{MF} i \overline{DG} jednak je duljini dužine \overline{AD} .

1 BOD

Dakle, za novo igralište nedostaje dio ograde jednak zbroju duljine dužina \overline{AB} i \overline{AD} , što je jednako polovini opsega zadanog pravokutnika

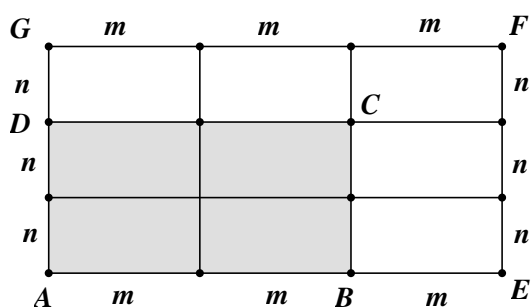
1 BOD

tj. $188 : 2 = 94$ metara.

1 BOD

Podijelimo pravokutnik $AEFG$ na pravokutnike jednakih površina kao na slici.

1 BOD



Površina novog igrališta sastoji se od 9 takvih pravokutnika.

1 BOD

Površina starog igrališta sastoji se od 4 takva pravokutnika, a

1 BOD

površina kojom je povećano staro igralište od 5 takvih pravokutnika.

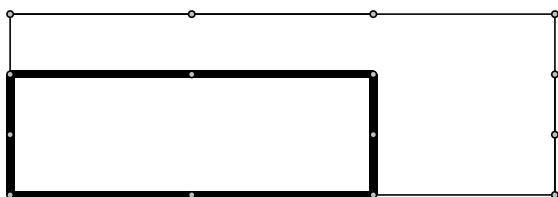
1 BOD

Veća je površina kojom je povećano staro igralište.

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

Drugi način:

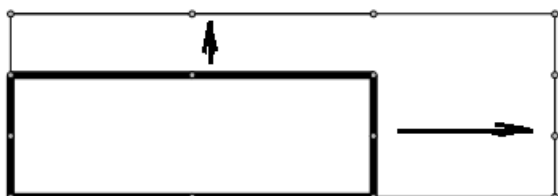


Neka manji pravokutnik predstavlja staro, a veći pravokutnik novo igralište.

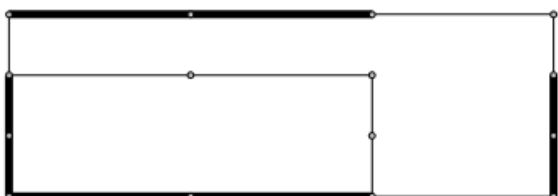
1 BOD

Katarina može dijelove stare ograde pomaknuti na sljedeći način:

1 BOD



(**Napomena:** Priznaje se bilo koji način koji prikazuje situaciju iz zadatka.)



Kako bi ogradila novo dvorište, nedostaje joj još polovina duljine stare ograde.

1 BOD

$$188 : 2 = 94$$

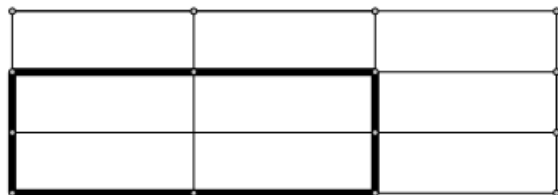
1 BOD

Katarina mora kupiti još 94 metara ograde.

1 BOD

Podijelimo oba igrališta na pravokutnike jednakih površina:

1 BOD



(**Napomena:** Priznaje se i drugačija podjela koja vodi do točnog zaključka.)

Staro igralište sastoji se od 4 pravokutnika.

1 BOD

Novo igralište sastoji se od 9 pravokutnika.

1 BOD

Površina kojom je povećano staro igralište sastoji se od 5 pravokutnika.

1 BOD

Veća je površina kojom je povećano staro igralište.

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

Napomena 1: Ako je učenik do točnog zaključka o odnosu površina došao uvrštavanjem konkretnih duljina stranica koje odgovaraju zadanom opsegu, od **posljednjih 5** bodova dobiva ukupno 2 BODA.

Napomena 2: Ako je učenik do točnog zaključka o odnosu površina došao uvrštavanjem konkretnih duljina stranica koje ne odgovaraju zadanom opsegu, od **posljednjih 5** bodova dobiva ukupno 0 BODOVA.