

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

19.-20. studeni 2020.

Srednje škole - 4. skupina, rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ukoliko učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Neka je \vec{p} količina gibanja neutrona prije raspršenja, \vec{p}' količina gibanja nakon raspršenja, a \vec{p}'' količina gibanja piona nakon raspršenja. Tada možemo pisati zakon očuvanja količine gibanja

$$\vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}''. \quad [2 \text{ BODA}]$$

Ako \vec{p}' prebacimo na lijevu stranu i kvadriramo, dobijemo

$$p^2 + p'^2 - 2pp' \cos \theta = p''^2, \quad [2 \text{ BODA}]$$

gdje je θ kut raspršenja neutrona. Ako sad iskoristimo vezu između energije i količine gibanja,

$$E^2 = (m_n c^2)^2 + (pc)^2, \quad E'^2 = (m_n c^2)^2 + (p'c)^2, \quad E''^2 = (m_\pi c^2)^2 + (p''c)^2, \quad [3 \text{ BODA}]$$

imamo

$$E^2 + E'^2 - 2(m_n c^2)^2 - 2\sqrt{E^2 - (m_n c^2)^2}\sqrt{E'^2 - (m_n c^2)^2} \cos \theta = E''^2 - (m_\pi c^2)^2. \quad [2 \text{ BODA}]$$

Konačno, ako još iskoristimo zakon očuvanja energije

$$E + m_\pi c^2 = E' + E'', \quad [2 \text{ BODA}]$$

dolazimo do relacije koja povezuje kut raspršenja θ s energijama E i E' ,

$$\cos \theta = \frac{EE' - (E - E')(m_\pi c^2) - (m_n c^2)^2}{\sqrt{E^2 - (m_n c^2)^2}\sqrt{E'^2 - (m_n c^2)^2}}. \quad [2 \text{ BODA}]$$

Za fiksnu upadnu energiju E , nađimo vrijednost raspršene energije E' za koju je $\cos \theta$ ekstremalan. Derivirajmo, stoga, gornju relaciju po E' i izjednačimo s nulom,

$$\frac{d \cos \theta}{dE'} = 0 \quad \rightsquigarrow \quad E' = \frac{(E + m_\pi c^2)(m_n c^2)^2}{Em_\pi c^2 + (m_n c^2)^2}. \quad [4 \text{ BODA}]$$

Dobiveni izraz uvrstimo u izraz za $\cos \theta$ i dobijemo

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{m_\pi}{m_n}\right)^2} \quad \rightsquigarrow \quad \theta_{\max} = \arcsin \frac{m_\pi}{m_n} \quad [3 \text{ BODA}]$$

Budući da dobiveni izraz ne ovisi o upadnoj energiji E , vrijedi na svim upadnim energijama. Vidimo da ovaj kut ima smisla samo za $m_\pi \leq m_n$. Prema tome, granični kut raspršenja može postojati samo u slučaju kad teža čestica upada na lakšu česticu, što je i intuitivno. Konačno, masa neutralnog piona je

$$m_\pi = m_n \sin \theta_{\max} = 135 \text{ MeV}/c^2. \quad [2 \text{ BODA}]$$

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

On-line, 19.–20. studenog 2020.

2. Pošto tražimo minimalnu neodređenost u položaju, pisat ćemo jednakost u Heisenbergovim relacijama i povezati neodređenost u količini gibanja s neodređenosti u položaju na način

$$\Delta p = \frac{\hbar}{2\Delta x}. \quad [3 \text{ BODA}]$$

Budući da se od nas traži neodređenost u energiji koja je jednaka energiji mirovanja, koristimo relativističku vezu između energije i količine gibanja

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2. \quad [2 \text{ BODA}]$$

Odavde je jasno da je veza između neodređenosti u energiji i količini gibanja,

$$(\Delta E)^2 = (\Delta pc)^2. \quad [3 \text{ BODA}]$$

Prema tome, imamo

$$\Delta E = mc^2 \quad \rightsquigarrow \quad \Delta p = mc. \quad [2 \text{ BODA}]$$

Odnosno, minimalna neodređenost u položaju koja vodi do tražene neodređenosti u energiji je

$$\Delta x = \frac{1}{2} \frac{\hbar}{mc}. \quad [2 \text{ BODA}]$$

Veličina $\hbar/(mc)$ se naziva Comptonova valna duljina. Ona nam govori da je neodređenost u energiji na tako niskim skalama dovoljno velika da može doći do spontanog stvaranja novih čestica. [2 BODA]

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

On-line, 19.–20. studenog 2020.

3. Prema zakonu radioaktivnog raspada, broj neraspadnutih jezgri u trenutku t je povezan s početnim brojem jezgri N_0 formulom

$$N(t) = N_0 2^{-t/T}, \quad [3 \text{ BODA}]$$

gdje je T vrijeme poluživota nestabilnih jezgri. Aktivnost uzorka u svakom trenu, $A(t)$ je broj jezgri koje se raspadnu u sekundi,

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\ln 2}{T} N(t). \quad [4 \text{ BODA}]$$

Prema tome, aktivnost uzorka u početnom trenu je

$$A = \frac{\ln 2}{T} N(0) = \frac{\ln 2}{T} N_0, \quad [3 \text{ BODA}]$$

dok je aktivnost u uzorku izvađenom nakon nekog vremena

$$A' = \frac{\ln 2}{T} N(t) \times \frac{V'}{V} = \frac{V'}{V} \frac{\ln 2}{T} N_0 2^{-t/T}, \quad [4 \text{ BODA}]$$

gdje je V'/V udio uzorka krvi u cijelom krvotoku. Ovdje smo pretpostavili da se radionukleid ravnomjerno proširio krvotokom. Sad možemo eliminirati nepoznanicu N_0 i dobiti ukupni volumen krvotoka

$$V = V' \frac{A}{A'} 2^{-t/T} \quad [2 \text{ BODA}]$$

$$= 6 \text{ l}. \quad [2 \text{ BODA}]$$

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

On-line, 19.–20. studenog 2020.

4. Dvije točkice boje na platnu možemo shvatiti kao dva odvojena izvora svjetlosti. Ako su točkice gusto poslagane, tada će dvije susjedne točkice biti udaljene za svoj promjer, d . Prema tome, moramo odrediti na kojoj će maksimalnoj udaljenosti od platna biti moguće razlučiti dva izvora svjetlosti na udaljenosti d , pod pretpostavkom da je platno točno ispred nas. [3 BODA]

Da bismo to odredili, koristimo standardni uvjet razlučivosti koji kaže da su dva izvora svjetlosti razlučiva ako, iz točke promatranja, razapinju kut

$$\theta \geq 1.22 \frac{\lambda}{D}, \quad [3 \text{ BODA}]$$

gdje je λ valjna duljina svjetlosti, a D promjer otvora optičkog sustava, u ovom slučaju oka. Ako uvrstimo poznate veličine, lako je dobiti vrijednost minimalnog kuta θ_{\min} pri kojem možemo (granično) razlučiti dva izvora svjetlosti

$$\begin{aligned} \theta_{\min} &= 1.22 \frac{\lambda}{D} \\ &= 1.53 \times 10^{-4} \text{ rad.} \end{aligned} \quad [3 \text{ BODA}]$$

Vidimo da se radi o jako malom kutu, tako da u nastavku možemo koristiti aproksimaciju malog kuta. Ako se nalazimo na udaljenosti L od platna, te promatramo dvije točkice boje međusobno udaljene za d , vrijedi

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{d}{2L}, \quad [3 \text{ BODA}]$$

odnosno, u aproksimaciji malog kuta

$$\theta \approx \frac{d}{L}. \quad [2 \text{ BODA}]$$

Prema tome, minimalna udaljenost na kojoj nećemo vidjeti zrnatu strukturu slike je

$$\begin{aligned} L_{\min} &= \frac{d}{\theta_{\min}} \\ &= 13.11 \text{ m.} \end{aligned} \quad [2 \text{ BODA}]$$