

DRŽAVNO NATJECANJE IZ LOGIKE 2019.

A KATEGORIJA

RJEŠENJA

Zadatak 1.

Neka moguća rješenja (beskonačno je mnogo različitih točnih rješenja):

1. $I \vee N$
2. $N \rightarrow I$
3. $I \vee N$
4. $I \rightarrow I$
5. $I \vee N$

Ukupno 15 bodova.

Zadatak 2.

$$\begin{array}{c}
 \frac{\neg(\forall x(\forall zRxx \rightarrow \neg\forall zSzx) \rightarrow (\forall y\forall wSyw \rightarrow \forall x\forall y\neg(\forall wRyw \vee \forall wRwx)))\checkmark}{\forall x(\forall zRxx \rightarrow \neg\forall zSzx)} \\
 \frac{\neg(\forall y\forall wSyw \rightarrow \forall x\forall y\neg(\forall wRyw \vee \forall wRwx))\checkmark}{\forall y\forall wSyw} \\
 \frac{\neg\forall x\forall y\neg(\forall wRyw \vee \forall wRwx)\checkmark}{\neg\forall y\neg(\forall wRyw \vee \forall wRwx)\checkmark} \\
 \frac{\neg\neg(\forall wRbw \vee \forall wRaw)\checkmark}{\forall wRbw \vee \forall wRaw\checkmark} \\
 \begin{array}{cc}
 \frac{\forall wRbw}{\forall zRbz \rightarrow \neg\forall zSzb\checkmark} & \frac{\forall wRaw}{\forall zRaz \rightarrow \neg\forall zSza\checkmark} \\
 \begin{array}{cc}
 \frac{\neg\forall zRbz\checkmark}{\neg Rbc} & \frac{\neg\forall zSzb\checkmark}{\neg Scb} \\
 \frac{\neg Rbc}{Rbc} & \frac{\neg Scb}{\forall wScw} \\
 \underline{\times} & \underline{Scb} \\
 & \underline{\times}
 \end{array}
 &
 \begin{array}{cc}
 \frac{\neg\forall zRaz\checkmark}{\neg Rac} & \frac{\neg\forall zSza\checkmark}{\neg Sca} \\
 \frac{\neg Rac}{Rac} & \frac{\neg Sca}{\forall wScw} \\
 \underline{\times} & \underline{Sca} \\
 & \underline{\times}
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

Iskaz je valjan.

Ukupno 62 boda.

Zadatak 3.

Dedukcija: prva varijanta

1	$\forall x Rax \vee \neg \exists x Rax$	pretp.
2	$\neg(\neg \exists x \neg Rbx \vee \neg \exists x Rbx)$	pretp.
3	$\forall x Rax$	pretp.
4	$\neg \exists x \neg Rbx$	pretp.
5	$\neg \exists x \neg Rbx \vee \neg \exists x Rbx$	$\vee u, 4$
6	\perp	$\perp u, 5, 2$
7	$\neg \neg \exists x \neg Rbx$	$\neg u, 4-6$
8	$\exists x \neg Rbx$	$\neg i, 7$
9	$\neg Rbc$	pretp.
10	Rac	pretp.
11	$\neg Rbc$	op., 9
12	$\neg Rbc$	pretp.
13	Rac	$\forall i, 3$
14	$Rac \leftrightarrow \neg Rbc$	$\leftrightarrow u, 10-11, 12-13$
15	$\exists x (Rax \leftrightarrow \neg Rbx)$	$\exists u, 14$
16	$\exists x (Rax \leftrightarrow \neg Rbx)$	$\exists i, 8, 9-15$
17	$\neg \exists x Rax$	pretp.
18	$\neg \exists x Rbx$	pretp.
19	$\neg \exists x \neg Rbx \vee \neg \exists x Rbx$	$\vee u, 18$
20	\perp	$\perp u, 19, 2$
21	$\neg \neg \exists x Rbx$	$\neg u, 18-20$
22	$\exists x Rbx$	$\neg i, 21$
23	Rbd	pretp.
24	Rad	pretp.
25	$\exists x Rax$	$\exists u, 24$
26	\perp	$\perp u, 25, 17$
27	$\neg Rbd$	$\perp i, 26$
28	$\neg Rbd$	pretp.
29	\perp	$\perp u, 23, 28$
30	Rad	$\perp i, 29$
31	$Rad \leftrightarrow \neg Rbd$	$\leftrightarrow u, 24-27, 28-30$
32	$\exists x (Rax \leftrightarrow \neg Rbx)$	$\exists u, 31$
33	$\exists x (Rax \leftrightarrow \neg Rbx)$	$\exists i, 22, 23-32$
34	$\exists x (Rax \leftrightarrow \neg Rbx)$	$\forall i, 1, 3-16, 17-33$

Dedukcija: druga varijanta

1		$(\neg D \rightarrow \neg B) \rightarrow E$	pretp.
2		$(A \vee B) \leftrightarrow (C \wedge D)$	pretp.
3		$\neg D$	pretp.
4		B	pretp.
5		$A \vee B$	\vee u, 4
6		$C \wedge D$	\leftrightarrow i, 2, 5
7		D	\wedge i, 6
8		\perp	\perp u, 7, 3
9		$\neg B$	\neg u, 4–8
10		$\neg D \rightarrow \neg B$	\rightarrow u, 3–9
11		E	\rightarrow i, 1, 10

Ukupno (najviše) 90 bodova.