Županijsko natjecanje iz fizike - rješenja

- srednje škole: IV. grupa -

28.09.2020.

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Prema uputi u zadatku, pretpostavljamo da je rad potreban da se stvori homogena kuglica naboja q i polumjera r jednak električnoj potencijalnog energiji dva točkasta naboja q, koja se nalaze na udaljenosti r. Prema tome, možemo odmah pisati

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r}, \qquad [2 \text{ boda}]$$

gdje je $q = e$ naboj elektrona, a r njegov polumjer koji pokušavamo odrediti. S druge strane, taj rad možemo interpretirati kao energiju mirovanja elektrona, odnosno

$$W = mc^2, \qquad [2 \text{ boda}]$$

gdje je m masa elektrona. Prema tome, lako je odrediti klasični polumjer elektrona

$$r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{mc^2} \qquad [2 \text{ boda}]$$

$$= 2.81 \times 10^{-15}\,\text{m}. \qquad [1 \text{ bod}]$$

2. Promotrimo kružnicu

$$x^2 + y^2 = R^2.$$ [2 BODA]

Dvije točke na kružnici, npr. $(-\sqrt{R^2 - y^2}, y)$ i $(+\sqrt{R^2 - y^2}, y)$ za neki $y \in [-R, +R]$ možemo shvatiti kao krajeve štapa koji se proteže paralelno osi x, na udaljenosti y od nje. Ako se sad cijela kružnica počne gibati u smjeru osi x relativitičkom brzinom v, štap će se kontrahirati, no i dalje će ostati na istoj udaljenosti od osi x. Prema tome, štap u gibanju će imati nove koordinate: $(-\sqrt{R^2 - y^2}/\gamma, y)$ i $(+\sqrt{R^2 - y^2}/\gamma, y)$, gdje je γ Lorentzov faktor. [3 BODA]

Prema tome, ako pogledamo sve moguće krajeve štapova, vidimo da oni opisuju krivulju

$$\gamma^2 x^2 + y^2 = R^2,$$ [2 BODA]

što je jednadžba elipse

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$$ [2 BODA]

s poluosima $a = R$ i $b = R/\gamma$. Prema tome, ekscentricitet elipse je

$$\epsilon = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = \frac{v}{c}.$$ [2 BODA]

3. Do destruktivne interferencije obično dolazi kad su dva koherentna vala jednakih polarizacija pomaknuta u hodu za neparan višekratnih polovica valnih duljina. Međutim, destruktivnu interferenciju možemo postići i okretanjem smjera polarizacije jednom valu. Tada će valovi, strogo gledano, i dalje biti u fazi, ali će im polarizacije biti suprotne te će se valovi u sumi poništiti. [3 BODA]

   To znači da će do destruktivne interferencije doći kad god je polarizacija vala koji prolazi kroz Faradayev rotator zakrenuta za neparan višekratnik broja π u odnosu na val koji ne prolazi kroz rotator. Drugim riječima, do prve destruktivne interferencije će doći za kut zakreta

$$\beta = \pi. \qquad [2\ \text{BODA}]$$

   Za to nam je potrebno magnetsko polje

$$\begin{aligned} B_{\text{min}} &= \frac{\pi}{\mathcal{V}\ell} && [2\ \text{BODA}] \\ &= 0.23\,\text{T}. && [1\ \text{BOD}] \end{aligned}$$

4. Budući da sunce obasjava samo jednu stranu diska, upadna snaga sunčevog zračenja koju disk apsorbira je

$$P_{\mathrm{up}} = IR^2\pi, \qquad \text{[2 BODA]}$$

gdje je R polumjer diska. S druge strane, disk zrači snagu kroz sve plohe, tj. dvije baze i oplošje. Kako se radi o tankom disku, oplošje je zanemarivo, pa je snaga koju disk zrači

$$P_{\mathrm{zr}} = 2R^2\pi\sigma T^4, \qquad \text{[2 BODA]}$$

gdje je T temperatura diska. U termodinamičkoj ravnoteži ove dvije snage moraju biti iste, pa lako izračunamo ravnotežnu temperaturu

$$T_{\mathrm{R}} = \left(\frac{I}{2\sigma}\right)^{1/4} \qquad \text{[2 BODA]}$$

$$= 306\,\mathrm{K} = 33\,^{\circ}\mathrm{C}. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Kad nestane sunčevog zračenja, disk i dalje zrači kao crno tijelo, što znači da gubi energiju. U malenom vremenskom intervalu Δt disk izgubi energiju $\Delta E = -P_{\mathrm{zr}}\Delta t$, odnosno promijeni mu se temperatura za $\Delta T = \Delta E/(mc_{\mathrm{Cu}})$. Drugim riječima, jednadžba koja opisuje gubitak temperature je

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = -\frac{2R^2\pi\sigma}{mc_{\mathrm{Cu}}}T^4. \qquad \text{[3 BODA]}$$

Ova se jednadžba može riješiti integracijom, odakle se dobije da je vrijeme t potrebno da se disk ohladi s temperature T na temperaturu T' dano izrazom

$$t = \frac{mc_{\mathrm{Cu}}}{6R^2\pi\sigma}\left(\frac{1}{T'^3} - \frac{1}{T^3}\right). \qquad \text{[2 BODA]}$$

Odavde je vrijeme potrebno da se disk u početku ohladi za jedan stupanj

$$t = 3.02\,\mathrm{s}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

NAPOMENA: od učenika se ne očekuje znanje integrala, već kreativnost prilikom procjene potrebnog vremena. Npr. vrijeme t se može dobro aproksimirati pretpostavkom da je snaga zračenja konstantna i odgovara početnoj (ravnotežnoj) temperaturi

$$t_1 \approx \frac{mc_{\mathrm{Cu}}}{2R^2\pi\sigma}\frac{1\,\mathrm{K}}{(306\,\mathrm{K})^4} = 3.00\,\mathrm{s}.$$

Bilo koja druga smislena aproksimacija koji vodi na rezultat koji se numerički slaže s točnim rezultatom unutar 10% treba bodovati svim bodovima.

5. Neka se predmet nalazi na udaljenosti $x > 0$ od tjemena zrcala. Tada će slika koju daje konveksno zrcalo biti na udaljenosti y koju određujemo iz jednadžbe konveksnog zrcala

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -\frac{2}{R}, \qquad [\text{1 BOD}]$$

odakle slijedi

$$y = -\frac{Rx}{R + 2x}. \qquad [\text{2 BODA}]$$

Negativna vrijednost za y znači da je slika virtualna i da se nalazi iza zrcala. Ta slika postaje predmet za leću koji se nalazi na udaljenosti

$$x' = d - y \qquad [\text{2 BODA}]$$

od leće. Prema tome, jednadžba leće

$$\frac{1}{x'} + \frac{1}{y'} = \frac{1}{f} \qquad [\text{1 BOD}]$$

daje položaj konačne slike

$$y' = \frac{fx'}{x' - f} = f\frac{d(R + 2x) + Rx}{(d - f)(R + 2x) + Rx}. \qquad [\text{2 BODA}]$$

U našem je slučaju $x = d/2$, $f = d$ pa se gornji rezultat pojednostavi na

$$y' = \frac{(3R + 2d)d}{R} = 43\,\text{cm}. \qquad [\text{2 BODA}]$$

Budući da je slika izvan fokusa, ona je realna.